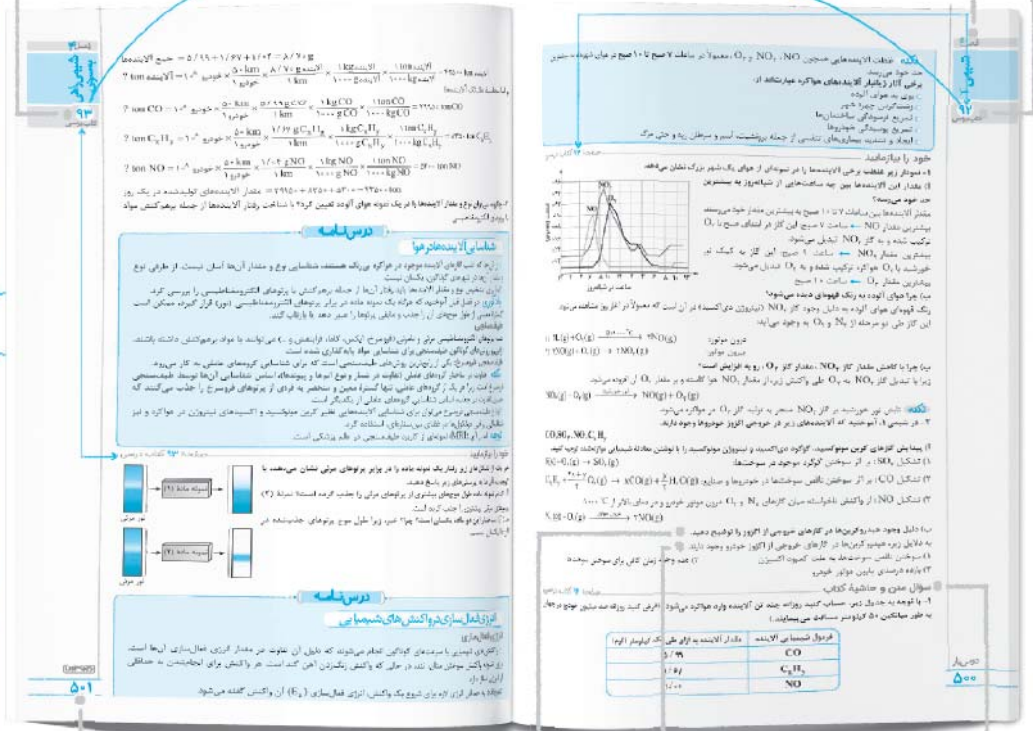
در دو صفحهٔ روبه‌روی هم این کتاب، چی می‌بینید

۱ این‌جا شمارهٔ فصل یا درسی رو که قراره بخونید، می‌بینید.

۲ این عدده که این‌جا می‌بینید، به شما می‌گه اولین تمرینی که در این صفحه اومده از چه صفحهٔ کتاب درسی این‌جا قرار گرفته.

۳ این عدده که این‌جا می‌بینید، به شما می‌گه که آخرین تمرینی که در این صفحه اومده از چه صفحهٔ کتاب درسی در این‌جا قرار گرفته.

۴ در واقع این دوتا عدد بهتون می‌گن که تمرین‌های چه صفحه‌ای تا چه صفحه‌ای از کتاب درسی رو در این دو صفحه می‌بینید.



۵ این شماره‌ای که این‌جا می‌بینید شمارهٔ صفحهٔ کتاب درسی یار هستش. کتاب درسی یار پایهٔ دوازدهم ریاضی مجموعاً ۱۰۱۴ صفحه داره.

۶ به کمک این تیتری که می‌بینید، می‌تونید بفهمید چه تمرینی از چه صفحه‌ای از کتاب درسی این‌جا قرار گرفته.

۷ در کتاب درسی یار پایهٔ دوازدهم ریاضی عین متن سوال‌های کتاب درسی رو به صورت پررنگ می‌بینید.

۸ در این کتاب، پاسخ‌های تمرین‌ها، پرسش‌ها، سوال‌ها... کتاب درسی رو که توسط مؤلفت‌های خوب‌مون نوشته شده، به صورت ساده می‌بینید.

فهرست

شمارهٔ صفحهٔ کتاب درسی		شمارهٔ صفحهٔ درس‌یار
	انگلیسی ۳ (Textbook)	
۱۵	درس ۱	۷
۴۳	درس ۲	۳۱
۷۱	درس ۳	۵۷
	آزمون‌ها	۸۳
	انگلیسی ۳ (Workbook)	
۷	درس ۱	۹۸
۲۵	درس ۲	۱۰۳
۴۳	درس ۳	۱۱۰
	دین‌وزندگی ۳	
۲	بخش ۱: تفکر و اندیشه	۱۱۷
۶	درس ۱: هستی‌بخش	۱۱۷
۱۸	درس ۲: یگانهٔ بی‌همتا	۱۲۰
۳۰	درس ۳: توحید و سبک زندگی	۱۲۴
۴۲	درس ۴: فقط برای تو	۱۲۸
۵۲	درس ۵: قدرت پرواز	۱۳۱
۶۴	درس ۶: سنت‌های خداوند در زندگی	۱۳۴
۷۶	بخش دوم: در مسیر	۱۳۹
۸۰	درس ۷: بازگشت	۱۳۹
۹۴	درس ۸: زندگی در دنیای امروز و ...	۱۴۳
۱۰۸	درس ۹: پایه‌های استوار	۱۴۷
۱۲۶	درس ۱۰: تمدن جدید و مسئولیت ما	۱۵۱
	آزمون‌ها	۱۵۵
	عربی، زبان قرآن ۳	
۱	اَلدَّرْسُ الْأَوَّلُ: اَلدِّینُ وَ التَّدَیُّنُ	۱۶۰
۱۷	اَلدَّرْسُ الثّانِي: مَکَّةُ الْمُکَرَّمَةُ وَ ...	۱۶۸
۳۳	اَلدَّرْسُ الثّالِثُ: اَلْکُتُبُ طَعامُ الْفِکْرِ	۱۷۶
۴۹	اَلدَّرْسُ الرّابِعُ: اَلْفَرَزْدَقُ	۱۸۵
	آزمون‌ها	۱۹۳
	فارسی ۳	
۱۰	ستایش: ملکا ذکر تو گویم	۱۹۹

شمارهٔ صفحهٔ کتاب درسی		شمارهٔ صفحهٔ درس‌یار
۱۱	فصل ۱: ادبیات تعلیمی	۲۰۱
۱۲	درس ۱: شکرِ نعمت	۲۰۱
۱۵	کارگاه متن‌پژوهی	۲۰۶
۱۸	گنج حکمت: گمان	۲۰۷
۱۹	درس ۲: مست و هُشیار	۲۰۸
۲۰	کارگاه متن‌پژوهی	۲۱۰
۲۲	شعرخوانی: در مکتب حقایق	۲۱۲
۲۵	فصل ۲: ادبیات پایداری	۲۱۴
۲۶	درس ۳: آزادی و دفتر زمانه	۲۱۴
۲۸	کارگاه متن‌پژوهی	۲۱۶
۳۰	گنج حکمت: خاکریز	۲۱۷
۳۲	درس ۴: (آزاد) از یک انسان	۲۱۸
۳۳	کارگاه متن‌پژوهی	۲۱۹
۳۴	درس ۵: دماوندیه	۲۱۹
۳۶	کارگاه متن‌پژوهی	۲۲۲
۳۸	روان‌خوانی: جاسوسی که الاغ بود!	۲۲۴
۴۵	فصل ۳: ادبیات غنایی	۲۲۵
۴۶	درس ۶: نی‌نامه	۲۲۵
۴۸	کارگاه متن‌پژوهی	۲۲۸
۵۱	گنج حکمت: آفتاب جمال حق	۲۳۰
۵۲	درس ۷: در حقیقت عشق و ...	۲۳۱
۵۴	کارگاه متن‌پژوهی	۲۳۴
۵۷	شعرخوانی: صبحِ ستاره‌باران	۲۳۶
۵۹	فصل ۴: ادبیات سفر و زندگی	۲۳۸
۶۰	درس ۸: از پاریز تا پاریس	۲۳۸
۶۵	کارگاه متن‌پژوهی	۲۴۱
۶۹	گنج حکمت: سه مَرکب زندگی	۲۴۳
۷۰	درس ۹: کویر	۲۴۴
۷۴	کارگاه متن‌پژوهی	۲۴۸
۷۷	روان‌خوانی: بوی جوی مولیان	۲۵۰
۸۳	فصل ۵: ادبیات انقلاب اسلامی	۲۵۳
۸۴	درس ۱۰: فصل شکوفایی	۲۵۳
۸۶	کارگاه متن‌پژوهی	۲۵۴
۸۷	گنج حکمت: تیرانا!	۲۵۵
۸۸	درس ۱۱: آن شب عزیز	۲۵۷

شمارهٔ صفحهٔ کتاب درسی		شمارهٔ صفحهٔ درس‌یار
۹۴	کارگاه متن‌پژوهی	۲۵۸
۹۶	شعرخوانی: شکوه چشمان تو	۲۵۹
۹۹	فصل ۶: ادبیات حماسی	۲۶۲
۱۰۰	درس ۱۲: گذر سیاوش از آتش	۲۶۲
۱۰۵	کارگاه متن‌پژوهی	۲۶۸
۱۰۸	گنج حکمت: به جوانمردی کوش	۲۷۰
۱۰۹	درس ۱۳: خوانِ هشتم	۲۷۲
۱۱۵	کارگاه متن‌پژوهی	۲۷۶
۱۱۷	شعرخوانی: ای میهن!	۲۷۷
۱۱۹	فصل ۷: ادبیات داستانی	۲۷۹
۱۲۰	درس ۱۴: سی مرغ و سیمرغ	۲۷۹
۱۲۶	کارگاه متن‌پژوهی	۲۸۵
۱۲۸	گنج حکمت: کلان‌تر و اولی‌تر	۲۸۶
۱۲۹	درس ۱۵: (آزاد) حدیث جوانی	۲۸۸
۱۳۱	کارگاه متن‌پژوهی	۲۸۹
۱۳۲	درس ۱۶: کباب غاز	۲۹۰
۱۴۰	کارگاه متن‌پژوهی	۲۹۷
۱۴۲	روان‌خوانی: ارمیا	۲۹۸
۱۴۹	فصل ۸: ادبیات جهان	۳۰۱
۱۵۰	درس ۱۷: خندهٔ تو	۳۰۱
۱۵۲	کارگاه متن‌پژوهی	۳۰۲
۱۵۴	گنج حکمت: مسافر	۳۰۳
۱۵۵	درس ۱۸: عشق جاودانی	۳۰۵
۱۵۶	کارگاه متن‌پژوهی	۳۰۶
۱۵۷	روان‌خوانی: آخرین درس	۳۰۶
۱۶۳	نیایش: لطف تو	۳۰۸
	آزمون‌ها	۳۱۰
	نگارش ۳	
۱۲	درس ۱: خاطره‌نگاری	۳۱۸
۳۰	درس ۲: نگارش ادبی (۱) نثر ادبی	۳۲۰
۴۴	درس ۳: نگارش ادبی (۲) قطعهٔ ادبی	۳۲۱
۶۰	درس ۴: نامه‌نگاری	۳۲۳
۸۰	درس ۵: نگارش علمی، مقاله‌نویسی (۱)	۳۲۵
۹۶	درس ۶: نگارش علمی، مقاله‌نویسی (۲)	۳۲۸

سلامت و بهداشت

شمارهٔ صفحهٔ کتاب درسی		شمارهٔ صفحهٔ درس‌یار
۱	فصل ۱: سلامت	۳۲۹
۳	درس ۱: سلامت چیست؟	۳۲۹
۱۲	درس ۲: سبک زندگی	۳۳۲
۱۷	فصل ۲: تغذیهٔ سالم و بهداشت ...	۳۳۴
۱۹	درس ۳: برنامهٔ غذایی سالم	۳۳۴
۳۳	درس ۴: کنترل وزن و تناسب اندام	۳۳۸
۴۰	درس ۵: بهداشت و ایمنی مواد غذایی	۳۴۰
۴۷	فصل ۳: پیشگیری از بیماری‌ها	۳۴۳
۴۹	درس ۶: بیماری‌های غیرواگیر	۳۴۳
۶۷	درس ۷: بیماری‌های واگیر	۳۴۸
۷۷	فصل ۴: بهداشت در دوران نوجوانی	۳۵۱
۷۹	درس ۸: بهداشت فردی	۳۵۱
۱۰۱	درس ۹: بهداشت ازدواج و باروری	۳۵۷
۱۱۱	درس ۱۰: بهداشت روان	۳۶۰
۱۲۷	فصل ۵: پیشگیری از رفتارهای پرخطر	۳۶۵
۱۲۹	درس ۱۱: مصرف دخانیات و الکل	۳۶۵
۱۳۸	درس ۱۲: اعتیاد به مواد مخدر ...	۳۶۸
۱۵۳	فصل ۶: محیط کار و زندگی سالم	۳۷۲
۱۵۵	درس ۱۳: پیشگیری از اختلالات ...	۳۷۲
۱۷۰	درس ۱۴: پیشگیری از حوادث خانگی	۳۷۷
	آزمون‌ها	۳۸۱

شیمی ۳

شمارهٔ صفحهٔ کتاب درسی		شمارهٔ صفحهٔ درس‌یار
۱	فصل ۱: مولکول‌ها در خدمت تندرستی	۳۸۹
۳۷	فصل ۲: آسایش و رفاه در سایهٔ شیمی	۴۲۷
۶۵	فصل ۳: شیمی جلوه‌ای از هنر، ...	۴۶۷
۸۹	فصل ۴: شیمی، راهی به سوی ...	۴۹۹
	آزمون‌ها	۵۳۲

هویت اجتماعی

شمارهٔ صفحهٔ کتاب درسی		شمارهٔ صفحهٔ درس‌یار
۲	درس ۱: کنش‌های ما	۵۴۰
۸	درس ۲: پدیده‌های اجتماعی	۵۴۳
۱۵	درس ۳: جامعه و فرهنگ ...	۵۴۶
۲۳	درس ۴: ارزیابی فرهنگ‌ها	۵۴۹
۳۲	درس ۵: هویت	۵۵۲
۴۱	درس ۶: بازتولید هویت اجتماعی	۵۵۶
۵۰	درس ۷: تحولات هویتی جامعه	۵۵۹
۵۸	درس ۸: بعد فرهنگی هویت ایران	۵۶۳
۶۷	درس ۹: بعد سیاسی هویت ایران	۵۶۶
۷۶	درس ۱۰: ابعاد جمعیتی و ...	۵۷۰
	آزمون‌ها	۵۷۴

ریاضیات گسسته

شمارهٔ صفحهٔ کتاب درسی		شمارهٔ صفحهٔ درس‌یار
۱	فصل ۱: آشنایی با نظریهٔ اعداد	۵۷۸
۲	درس ۱: استدلال ریاضی	۵۷۸
۹	درس ۲: بخش‌پذیری در اعداد صحیح	۵۸۴
۱۸	درس ۳: هم‌نهشتی در اعداد صحیح ...	۵۹۲
۳۱	فصل ۲: گراف و مدل‌سازی	۶۰۶
۳۲	درس ۱: معرفی گراف	۶۰۶
۴۳	درس ۲: مدل‌سازی با گراف	۶۱۷
۵۵	فصل ۳: ترکیبیات (شمارش)	۶۲۹
۵۶	درس ۱: مباحثی در ترکیبیات	۶۲۹
۷۳	درس ۲: روش‌هایی برای شمارش	۶۴۴
	آزمون‌ها	۶۵۶

فیزیک ۳

شمارهٔ صفحهٔ کتاب درسی		شمارهٔ صفحهٔ درس‌یار
۱	فصل ۱: حرکت بر خط راست	۶۶۵
۲۹	فصل ۲: دینامیک و حرکت دایره‌ای	۶۹۴
۶۱	فصل ۳: نوسان و موج	۷۲۱
۸۹	فصل ۴: برهم‌کنش‌های موج	۷۴۴
۱۱۵	فصل ۵: آشنایی با فیزیک اتمی	۷۶۴
۱۳۷	فصل ۶: آشنایی با فیزیک هسته‌ای	۷۸۰
	آزمون‌ها	۷۹۱

حسابان ۲

شمارهٔ صفحهٔ کتاب درسی		شمارهٔ صفحهٔ درس‌یار
۱	فصل ۱: تابع	۷۹۹
۲	درس ۱: تبدیل نمودار توابع	۷۹۹
۱۳	درس ۲: تابع درجه‌سوم، توابع ...	۸۱۴
۲۳	فصل ۲: مثلثات	۸۲۸
۲۴	درس ۱: تناوب و تانژانت	۸۲۸
۳۵	درس ۲: معادلات مثلثاتی	۸۳۹
۴۵	فصل ۳: حدهای نامتناهی ـ ...	۸۴۸
۴۶	درس ۱: حدهای نامتناهی	۸۴۸
۵۹	درس ۲: حد در بی‌نهایت	۸۵۸
۷۱	فصل ۴: مشتق	۸۷۰
۷۲	درس ۱: آشنایی با مفهوم مشتق	۸۷۰
۸۴	درس ۲: مشتق‌پذیری و پیوستگی	۸۷۸
۱۰۲	درس ۳: آهنگ متوسط تغییر و ...	۸۹۳
۱۱۱	فصل ۵: کاربردهای مشتق	۹۰۰
۱۱۲	درس ۱: اکسترمم‌های یک تابع و ...	۹۰۰
۱۲۷	درس ۲: جهت تقعر نمودار یک ...	۹۱۶
۱۳۷	درس ۳: رسم نمودار تابع	۹۲۴
	آزمون‌ها	۹۳۵

هندسه ۳

شمارهٔ صفحهٔ کتاب درسی		شمارهٔ صفحهٔ درس‌یار
۹	فصل ۱: ماتریس و کاربردها	۹۴۳
۱۰	درس ۱: ماتریس و اعمال روی ماتریس‌ها	۹۴۳
۲۲	درس ۲: وارون ماتریس و دترمینان	۹۵۴
۳۳	فصل ۲: آشنایی با مقاطع مخروطی	۹۶۴
۳۴	درس ۱: آشنایی با مقاطع مخروطی ...	۹۶۴
۴۰	درس ۲: دایره	۹۷۰
۴۷	درس ۳: بیضی و سهمی	۹۷۹
۶۱	فصل ۳: بردارها	۹۹۴
۶۲	درس ۱: معرفی فضای $\mathbb{R}^3$	۹۹۴
۷۷	درس ۲: ضرب داخلی و ضرب ...	۱۰۰۳
	آزمون‌ها	۱۰۰۸

فارسی ۳

در این کتاب می‌خوانیم

- دیباچه‌ای برای هر فصل
- واژه‌نامهٔ هر درس
- شرح تمامی ابیات و عبارات
- توضیح کامل نکات زبانی، ادبی و فکری
- پاسخ به کارگاه‌های متن‌پژوهی و درک و دریافت
- نمونه‌سؤالات امتحانی جهت ارزیابی درس‌به‌درس
- آموزش جامع مطالب جدید آرایه و دستور در قالب «بهتر بیاموزیم»
- جدول تاریخ ادبیات کامل کتاب به تفکیک هر درس و نوع آثار
- بودجه‌بندی سؤالات پایانی به همراه نمونهٔ آزمون نوبت اول و دوم

تاریخ ادبیات فارسی ۳

ردیف	درس	اثر	پدیدآورنده	نوع	توضیحات
۱	ستایش	شعر «ملکا ذکر تو گویم»	سنایی	نظم	-
۲	۱	کتاب «گلستان»	سعدی	نثر آمیخته به نظم	-
۳	۱	کتاب «کلیله و دمنه»	ترجمه: ابوالمعالی نصرالله منشی	نثر آمیخته به نظم	نصرالله منشی این اثر را از عربی به فارسی ترجمه کرده است.
۴	۲	شعر «مست و هشیار»	پروین اعتصامی	نظم	قالب «قطعه» و به شیوهٔ «مناظره»
۵	۲	شعر «در مکتب حقایق»	حافظ	نظم	قالب: غزل
۶	۳	شعر «آزادی»	ابوالقاسم عارف قزوینی	نظم	غزل اجتماعی: به غزل‌هایی که محتوای آن‌ها بیشتر مسائل سیاسی و اجتماعی است، غزل اجتماعی می‌گویند. در عصر مشروطه با توجه به دگرگونی‌های سیاسی و اجتماعی، این نوع غزل رواج یافت. در سروده‌های شاعرانی چون محمدتقی بهار، عارف قزوینی و فرخی یزدی می‌توان نمونه‌های آن را یافت.
۷	۳	شعر «دختر زمانه»	فرخی یزدی	نظم	غزل اجتماعی
۸	۳	کتاب «روایت سنگرسازان ۲»	عیسی سلمانی لطف‌آبادی	نثر	-
۹	۵	شعر «دماوندیه»	محمدتقی بهار	نظم	قالب: قصیده ـ در سال ۱۳۰۱ شمسی سروده شده ـ با تأثیرپذیری از هرج‌ومرج و هتاکی مطبوعات و آزار وطن‌خواهان
۱۰	۵	کتاب «قصهٔ شیرینِ فرهاد»	احمد عربلو	نثر	این اثر لحن طنز دارد.
۱۱	۶	کتاب «مثنوی معنوی»	مولوی	نظم	-
۱۲	۶	کتاب «فیه ما فیه»	مولوی	نثر	-
۱۳	۷	رسالهٔ «فی حقیقة العشق»	شهاب‌الدین سهروردی	نثر	-
۱۴	۷	کتاب «تمهیدات»	عین القضات همدانی	نثر آمیخته به نظم	-

ردیف	درس	اثر	پدیدآورنده	نوع	توضیحات
۱۵	۷	کتاب «مثل درخت در شب باران»	محمدرضا شفیعی کدکنی (م. سِرشک)	نظم	-
۱۶	۸	کتاب «از پاریز تا پاریس»	محمدابراهیم باستانی پاریزی	نثر	این اثر یک سفرنامه است.
۱۷	۸	کتاب «تذکرةالاولیا»	عطار	نثر	-
۱۸	۹	کتاب «کویر»	علی شریعتی	نثر	این اثر نوعی زندگی‌نامه است.
۱۹	۹	کتاب «بفارای من ایل من»	محمد بهمن‌بیگی	نثر	این اثر نوعی زندگی‌نامه است و لحن طنز دارد.
۲۰	۱۰	کتاب «دری به خانهٔ خورشید»	سلمان هراتی	نظم	-
۲۱	۱۰	کتاب «تیرانا»	محمدرضا رحمانی (مهرداد آوِستا)	نثر	-
۲۲	۱۱	کتاب «سانتاماریا»	سیدمهدی شجاعی	نثر	-
۲۳	۱۱	شعر «شکوه چشمان تو»	مرتضی امیری اسفندقه	نظم	دربارهٔ شهید بهجتی
۲۴	۱۲	کتاب «شاهنامه»	فردوسی	نظم	-
۲۵	۱۳	کتاب «در حیاط کوچک پاییز در زندان»	مهدی اخوان ثالث	نظم	-
۲۶	۱۳	شعر «ای میهن!»	ابوالقاسم لاهوتی	نظم	-
۲۷	۱۴	کتاب «منطق‌الطیر»	عطار	نظم	این کتاب عرفانی و تمثیلی است.
۲۸	۱۴	کتاب «سندبادنامه»	ظهیری سمرقندی	نثر	-
۲۹	۱۶	داستان «کباب غاز»	محمدعلی جمال‌زاده	نثر	این اثر لحن طنز دارد.
۳۰	۱۶	کتاب «ارمیا»	رضا امیرخانی	نثر	-
۳۱	۱۷	شعر «هوا را از من بگیر، خنده‌ات را نه!»	پابلو نرودا	نظم	-
۳۲	۱۷	نوشتهٔ «مسافر»	یوهان کریستف فریدریش شیللر	نثر	-
۳۳	۱۸	کتاب «غزلواره‌ها»	شکسپیر	نظم	-
۳۴	۱۸	کتاب «قصه‌های دوشنبه»	آلفونس دوده	نثر	ترجمهٔ عبدالحسین زرین‌کوب

ستایش ملکاذکر تو گویم

این شعر از «دیوان حکیم سنایی غزنوی» و در قالب «قصیده» است.

واژه‌نامه

مَلِک: پادشاه، خداوند
ذکر: یاد
همه: [در اینجا] تنها، فقط
فضل: بخشش، کَرَم
پوییدن: حرکت به سوی مقصدی برای به دست آوردن و جست‌وجوی چیزی، تلاش، رفتن
سزا: سزاوار، شایسته، لایق
حکیم: دانا به همه‌چیز، دانای راست‌کردار، از نام‌های خداوند تعالی؛ بدین معنا که همهٔ کارهای خداوند از روی دلیل و برهان است و کار بیهوده انجام نمی‌دهد.
کریم: بسیار بخشنده، بخشاینده، از نام‌ها و صفات خداوند
رحیم: بسیار مهربان، از نام‌ها و صفات خداوند
نماینده: آن که آشکار و هویدا می‌کند، نشان‌دهنده
ثنا: ستایش، سپاس
شِبْه: مانند، مثل، همسان
وهم: پندار، تصوّر، خیال
همه: [در اینجا] به طور کامل، تماماً
عِزّ: ارجمندی، گرامی‌شدن، مقابل ذُلّ
جلال: بزرگواری، شکوه، از صفات خداوند که به مقام کبریایی او اشاره دارد.
یقین: بی شبهه و شک بودن، امری که واضح و ثابت شده باشد.
سُرور: شادی، خوشحالی
جود: بخشش، سخاوت، کَرَم
جزا: پاداش کار نیک
همه: [در اینجا] تنها، فقط
مگر: [در اینجا] امید است، شای
بُوَد: باشد
روی: چاره، امکان، راه

مَلِکا، ذکر تو گویم که تو پاکیّ و خدایی نروم جز به همان ره که تـوآم راه‌نمایی

معنی: خداوندا، تو را یاد می‌کنم که پاک و پروردگار هستی و فقط همان مسیری را می‌روم که تو به من نشان دهی [یا جز راهی که تو راهنمای من باشی راه دیگری را نمی‌روم].

مفهوم: یادکردن از پاکی و راهنمابودن خداوند

آرایه‌ها و نکته‌ها: «مَلِک»: استعاره از خداوند/ «الف» در «مَلِکا» حرف نداست./ منظور از «تو» در همهٔ بیت‌ها «خداوند» است./ «پاک» و «خدا» مسند هستند. [تو پاک هستی و خدا هستی]/ جملهٔ «توآم راه‌نمایی»، «ایهام» دارد و به دو صورت خوانده و معنی می‌شود:

۱- تو (نهاد) راه را (مفعول) به من (متمّم) نمایی (فعل) ۲- تو (نهاد) راهنمای (مسند) من (مضافٌ‌الیه) هستی (فعل)

همه درگاه تو جویم همه از فضل تو پویم همه توحید تو گویم که به توحید سزایی

معنی: تنها درگاه تو را می‌جویم و به سبب لطف تو در تلاشم؛ فقط از یگانگی تو می‌گویم که شایستهٔ توحید و یگانگی هستی.

مفهوم: جست‌وجوی خداوند، توحید و ستایش او و تلاش به لطف او

آرایه‌ها و نکته‌ها: «همه»: در این بیت در نقش «قید» است./ «جویم»، «پویم» و «گویم»: جناس ناهمسان (ناقص) و همگی «فعل مضارع اخباری» (می‌جویم، می‌پویم، می‌گویم)/ نقش کلمات در جملهٔ پایانی به این شکل است:

«[تو] (نهاد) به (حرف اضافه) توحید (متمّم) سزا (مسند) یی (فعل)» (تو سزاوار توحید هستی)/ واج‌آرایی: تکرار صامت «ت»

تو حکیمی تو عظیمی تو کریمی تو رحیمی تو نمایندهٔ فضلی تو سـزاوار ثنایی

معنی: تو حکیم، بزرگ، بخشنده و مهربان هستی؛ تو دارای بخشش بسیار هستی و شایستهٔ ستایشی.

مفهوم: اشاره به صفات خداوند: علم، بزرگی، مهربانی و شایستهٔ ستایش بودن

آرایه‌ها و نکته‌ها: «حکیم، عظیم و ...» در نقش «مسند» هستند./ «نماینده» از بن مضارع «نمای» + پسوند فاعلی «ـَ نده» تشکیل شده؛ «نمایش» نیز از همین بن ساخته شده است./ «تو» و «ی» (مخفف فعل هستی): تکرار/ واج‌آرایی: تکرار صامت «ت» و مصوّت‌های «ـُـ» و «ی»

نتوان وصف تو گفتن که تو در فهم نگنجی نتوان شِبْهِ تو گفتن که تو در وهم نیایی

معنی: نمی‌توان تو را توصیف کرد، چون تو در فهم نمی‌گنجی؛ نمی‌توان مثل و مانندی برایت نام برد، زیرا تو حتّی در خیال هم درنمی‌آیی.

مفهوم: خداوند بالاتر از درک و فهم انسان است.

آرایه‌ها و نکته‌ها: «فهم» و «وهم»: جناس ناهمسان (ناقص)/ مصراع دوم «تلمیح دارد به ﴿لَیسَ کَمِثْلِهِ شَیْءٌ﴾ هیچ چیز مانند او نیست» (بخشی از آیهٔ ۱۱ سورهٔ شورا)

همه عِزّی و جلالی، همه علمی و یقینی همه نوری و سُروری، همه جودی و جزایی

معنی: [خداوندا] تمام وجودت ارجمندی، شکوه، علم، ... یقین، نور، شادمانی، بخشش و پاداش است.

مفهوم: اشاره به صفات خداوند: ارجمندی، شکوه و ...

«همه» در این بیت «قید» است و «عِزّ، جلال، علم، یقین، نور، سرور، جود و جفا»، «مسند» هستند./ «همه»: تکرار/ واج‌آرایی: تکرار مصوّت «ی»

همه غیبی تو بدانی، همه عیبی تو بپوشی همه بیشی تو بکاهی، همه کمّی تو فزایی

معنی: هر چیز پنهانی را تو می‌دانی و هر عیبی را می‌پوشانی؛ همهٔ کم و زیاد شدن‌ها به دست توست.

مفهوم: غیب‌دانی (عَلّامُ‌الغُیوب)، عیب‌پوشی (ستّارُالعیوب) و قدرت خداوند

آرایه‌ها و نکته‌ها: «همه»: صفت مبهم/ «غیب» و «عیب»: جناس ناهمسان (ناقص)/ «بیش» و «کم»؛ «بکاهی» و «فزایی»: تضاد/ مفهوم ﴿تُعِزُّ مَن تَشاء و تُذِلُّ مَن تشاء﴾: «هر کس را بخواهی عزّت می‌دهی و هر کس را بخواهی خوار می‌کنی» (بخشی از آیهٔ ۲۶ سورهٔ آل عمران) در مصراع دوم دیده می‌شود./ واج‌آرایی: تکرار مصوّت «ی»/ «همه» و «تو»: تکرار

لب و دنـدان سنایی همه توحید تو گوید مگر از آتـش دوزخ بُـوَدَش روی رهایی

معنی: تمام وجود سنایی فقط از یگانگی تو سخن می‌گوید، شاید برای او از آتش دوزخ، امکان رهایی وجود داشته باشد.

مفهوم: اقرار به یگانگی خداوند و امیدواری به لطف او

آرایه‌ها و نکته‌ها: «لب و دندان»: مجاز از کل وجود و مراعات‌نظیر/ «همه» در این بیت «قید» است./ «گوید»: مضارع اخباری (می‌گوید)/ «آتش» و «دوزخ»: مراعات‌نظیر/ ضمیر «ش» در «بُوَدَش»، «متمّم» است (برای او باشد)؛ شکل مرتّب‌شدهٔ مصراع دوم به این صورت است:

مگر (قید) برای (متمّم) او (متمّم) از (مضافٌ‌الیه) آتش (متمّم) دوزخ (مضافٌ‌الیه) روی (نهاد) رهایی (مضافٌ‌الیه) بُوَد (فعل) (وجود داشته باشد)

فصل یکم: ادبیات تعلیمی

دیباچه‌ای بر ادبیات تعلیمی

«سعدی» و «پروین اعتصامی» دو شاعر بزرگ سرزمین ما هستند که آثارشان بیش از هر جنبهٔ دیگر «تعلیمی» است. «گلستان» سعدی سراسر حکایت‌های آموزنده است و اشعار پروین اعتصامی سرشار از درس‌های زندگی است. در این فصل از مقدمهٔ گلستان سعدی با مفاهیم بسیاری از جمله شکرگزاری، روزی‌رسانی خداوند، توجه به نعمت‌های او و آشنایی با برخی اصطلاحات عرفانی چون «مکاشفت» و «مراقبت» آشنا می‌شویم. سروده‌ای بی‌نظیر از پروین اعتصامی را نیز می‌خوانیم و با شیوهٔ «مناظره» و مفاهیم و تأثیرات اجتماعی آن آشنا می‌شویم.

۱ شکرِ نعمت

این درس از کتاب «گلستان» اثر «سعدی» است.

واژه‌نامه

منّت: سپاس، شُکر، نیکویی
عزّ و جلّ: گرامی، بزرگ و بلندمرتبه است؛ بعد از ذکر نام خداوند به کار می‌رود.
قربت: نزدیکی
مزید: افزونی، زیادی
مُمِدّ: مددکننده، یاری‌رساننده
مُفَرِّح: شادی‌بخش، فرح‌انگیز
ذات: وجود، هستی
عهده: وظیفه
بِهْ: بهتر
تقصیر: گناه، کوتاهی، کوتاهی کردن
عذر: توبه، عذرخواهی
وَرنه: وگرنه، زیرا
به جای آوردن: انجام‌دادن
بی‌حساب: بی‌شمار
خوان: سفره، سفرهٔ فراخ و گشاده
بی‌دریغ: بی‌مضایقه، سخاوتمندانه
ناموس: آبرو، شرافت
فاحش: آشکار، واضح
روزی: رزق، مقدار خوراک یا وجه معاش که هر کس روزانه به دست می‌آورد یا به او می‌رسد؛ وظیفهٔ روزی: رزق مقرّر و معیّن
وظیفه: مقرّری، وجه معاش
مُنکَر: زشت، ناپسند
فرّاش: فرش‌گستر، گسترندهٔ فرش
زمرّد: جواهری سبزرنگ
دایه: زنی که به جای مادر به کودک شیر می‌دهد یا از او پرستاری می‌کند.
بَنات: جمعِ بنت، دختران
نَبات: گیاه، رُستنی
مهد: گهواره
خِلعت: جامه‌ای که بزرگی به کسی بخشد.
قبا: جامه، جامه‌ای که از سوی پیش باز است و پس از پوشیدن، دو طرف پیش را با دکمه به هم پیوندند.
وَرَق: برگ
شاخ: شاخه
قُدوم: آمدن، قدم‌نهادن، فرا رسیدن
موسِم: فصل، هنگام، زمان
ربیع: بهار
عصاره: آبی که از فشردن میوه یا چیز دیگر به دست آورند؛ افشره، شیره
تاک: درخت انگور، رَز
شهد: عسل، شهد فایق: عسل خالص
فایق: برگزیده، برتر
نخل: درخت خرما
باسق: بلند، بالیده
مَه: مخفّف ماه
از بهر: برای، به خاطر
فرمانبُردار: مطیع
خبر: سخنی که از پیامبر باشد، حدیث
کاینات: جمعِ کاینه، همهٔ موجودات جهان
مفخر: هر چه بدان فخر کنند و بنازند؛ مایهٔ افتخار
صفوت: برگزیده، برگزیده از افراد بشر
تتمّه: باقی‌مانده، تتمّهٔ دور زمان: مایهٔ تمامی و کمال گردش روزگار، مایهٔ تمامی و کمال دور زمان رسالت
شفیع: شفاعت‌کننده، پایمرد
مُطاع: فرمانروا، اطاعت‌شده، کسی که دیگری فرمان او را می‌بَرَد.
نبی: پیغمبر، پیام‌آور، رسول
کریم: بسیار بخشنده، بخشاینده، از نام‌ها و صفات خداوند
قسیم: صاحب جمال
جسیم: خوش‌اندام
نسیم: خوش‌بو
وسیم: دارای نشان پیامبری
پشتیبان: چوبی که به جهت استحکام بر دیوار نصب کنند.
باک: ترس
بحر: دریا
اِنابت: بازگشت به سوی خدا، توبه، پشیمانی
اِجابت: پذیرفتن
تعالی: بلندمرتبه
جَلَّ و عَلا: بزرگ و والامقام
بخواند: صدا کند
اِعراض: روی‌گرداندن از کسی یا چیزی، روی‌گردانی
تَضَرُّع: زاری‌کردن، التماس‌کردن
دعوت: درخواست
اجابت کردم: پاسخ دادم، برآوردم
کَرَم: بزرگواری
عاکفان: جمعِ عاکف، کسانی که در مدّتی معیّن در مسجد بمانند و به عبادت بپردازند.
جلال: بزرگی
معترف: اقرارکننده، اعتراف‌کننده
واصفان: جمعِ واصف، وصف‌کنندگان، ستایندگان
حِلیه: زیور، زینت
جمال: زیبایی
تحیّر: سرگشتگی، سرگردانی
منسوب: نسبت داده شده
نقش برکشیدن: تصویرساختن، نقاشی کردن
کِلک: قلم
بَنان: سرانگشت، انگشت
گوید باز: بازگو کند
صاحب‌دل: عارف
جیب: گریبان، یقه
مراقبت: در اصطلاح عرفانی، کمال توجّه بنده به حق و یقین بر اینکه خداوند در همهٔ احوال، عالِم بر ضمیر اوست؛ نگاه داشتن دل از توجّه به غیرِ حق
مکاشفت: کشف‌کردن و آشکارساختن، در اصطلاح عرفانی، پی‌بردن به حقایق است.
مُستغرق: غرق
معاملت: اعمال عبادی، احکام و عبادات شرعی، در اینجا مقصود همان کار مراقبت و مکاشفت است.
انبساط: حالتی که در آن، احساس بیگانگی و ملاحظه و رودربایستی نباشد؛ خودمانی شدن
تحفه: هدیه، ارمغان
کرامت‌کردن: عطاکردن، بخشیدن
مرغ سحر: بلبل، هزاردستان
مدّعی: ادعاکننده، خواهان

منّت خدای را، عَزَّ و جَلَّ، که طاعتش موجب قربت است و به شکر اندرش مزیدِ نعمت.

معنی: سپاس و ستایش مخصوص خداوند گرامی و بزرگ است که اطاعتش سبب نزدیکی به او می‌شود و شکرگزاری از او باعث افزایش نعمت می‌گردد.

مفهوم: اطاعت از خداوند و سپاسگزاری از او

آرایه‌ها و نکته‌ها: «را»: در «خدای را» حرف اضافه به معنی «برای» است. (منّت برای خداست.)/ «قربت» و «نعمت»: سجع/ «به شکر اندر»: آمدن دو حرف اضافه برای یک متمّم/ ضمیر «ـَ ش» در «به شکر اندرش» مضافٌ‌الیهِ «شکر» است (در شکرکردنِ او)/ فعل «است» بعد از «نعمت» به قرینهٔ لفظی حذف شده است. (مزید نعمت [است.])

هر نَفَسی که فرومی‌رود، مُمِدِّ حیات است و چون برمی‌آید، مُفَرِّحِ ذات.

معنی: هر نَفَسی که فرو برده می‌شود باعث ادامهٔ زندگی است و وقتی بیرون می‌آید شادی‌بخش وجود است.

مفهوم: لطف همیشگی خداوند

آرایه‌ها و نکته‌ها: «فرومی‌رود» و «برمی‌آید»: تضاد/ «حیات» و «ذات»: سجع/ فعل «است» بعد از «ذات» به قرینهٔ لفظی حذف شده است. (مفرّح ذات است.)

پس در هر نَفَسی دو نعمت موجود است و بر هر نعمتی شکری واجب.

معنی: پس در هر نفس دو نعمت وجود دارد و برای هر نعمتی باید شکر به جای آورد.

مفهوم: نعمت بی‌پایان خداوند و سپاس از او

آرایه‌ها و نکته‌ها: فعل «است»: بعد از «واجب» به قرینهٔ لفظی حذف شده است. (شکری واجب است.)

از دست و زبان که برآید / کز عهدهٔ شکرش به درآید؟

معنی: از کردار و گفتار چه کسی ساخته است که شکر نعمت‌های او را به جای آورد؟

مفهوم: ناتوانی در سپاسگزاری از خداوند

آرایه‌ها و نکته‌ها: «دست»: مجاز از کردار/ «زبان»: مجاز از گفتار/ مصراع اوّل «استفهام انکاری» دارد. (از دست و زبان کسی برنمی‌آید.)/ «دست و زبان»: مراعات‌نظیر

﴿اِعمَلُوا آلَ داوُدَ شُکراً و قلیلٌ مِن عِبادِیَ الشَّکُور﴾

معنی: ای خاندان داود سپاس گزارید و عدّهٔ کمی از بندگان من سپاسگزارند.

مفهوم: سپاسگزاری از خداوند

آرایه‌ها و نکته‌ها: «تضمین» قسمتی از آیهٔ ۱۳ سورهٔ سبأ

بنده همان بِهْ که ز تقصیرِ خویش / عذر به درگاهِ خدای آوَرَد

معنی: بهتر است بنده به خاطر گناه خود از خداوند، طلب بخشش کند.

مفهوم: توبه از گناهان

آرایه‌ها و نکته‌ها: فعل «است» بعد از «بِهْ» به قرینهٔ معنوی حذف شده است. (همان بِهْ [است])/ «بنده، تقصیر، عذر و خدای»: مراعات‌نظیر

وَرنه سزاوارِ خداوندی‌اش / کس نتواند که به جای آورد

معنی: وگرنه کسی نمی‌تواند، آن‌گونه که شایستهٔ خداوند است، شکرگزاری کند.

مفهوم: ناتوانی در سپاسگزاری از خداوند

بارانِ رحمتِ بی‌حسابش همه را رسیده و خوانِ نعمتِ بی‌دریغش همه‌جا کشیده.

معنی: رحمت بی‌کران الهی مانند باران به همه رسیده و سفرهٔ نعمت بی‌مضایقه و سخاوتمندانه‌اش در همه‌جا گسترده است.

مفهوم: لطف همه‌گیر خداوند

آرایه‌ها و نکته‌ها: «بارانِ رحمت» و «خوانِ نعمت»: تشبیه («رحمت و نعمت»: مشبّه؛ «باران و خوان»: مشبّه‌به)/ «را» در «همه را رسیده» حرف اضافه به معنی «به» است. (به همه رسیده)/ عبارت کاملاً آهنگین است، زیرا کلمات آن همگی «سجع» دارند: «باران و خوان»، «رحمت و نعمت»، «بی‌حسابش و بی‌دریغش»، «همه را و همه‌جا»، «رسیده و کشیده»/ فعل «است» بعد از «رسیده» و «کشیده» به قرینهٔ معنوی حذف شده است. (رسیده [است]؛ (کشیده [است])

پردهٔ ناموسِ بندگان به گناهِ فاحش نَدَرد و وظیفهٔ روزی به خطای مُنکَر نَبُرَد.

معنی: آبروی بندگان را با وجود گناهان آشکار نمی‌ریزد و روزی معیّنِ آنان را به خاطر انجام اشتباه زشت قطع نمی‌کند.

مفهوم: عیب‌پوشی (ستّارالعیوب بودن) و روزی‌رسانی (رزّاق‌بودن) خداوند

آرایه‌ها و نکته‌ها: «پردهٔ ناموس»: تشبیه («ناموس»: مشبّه، «پرده» مشبّه‌به)/

پردهٔ	ناموس	بندگان
هسته	مضافٌ‌الیه	مضافٌ‌الیهِ مضافٌ‌الیه (وابستهٔ وابسته)

«پرده‌دریدن»: کنایه از رسواکردن/ «نَدَرد» و «نَبُرَد»: سجع

فرّاشِ بادِ صبا را گفته تا فرشِ زمرّدین بگسترد و دایهٔ ابر بهاری را فرموده تا بَناتِ نَبات در مهد زمین بپرورد.

معنی: به باد صبا دستور داده تا سبزه‌ها را مانند فرشی سبزرنگ بگستراند و به ابر بهاری فرموده تا مانند پرستاری، گیاه در گهوارهٔ زمین پرورش دهد.

مفهوم: رشدکردن سبزه‌ها در بهار

آرایه‌ها و نکته‌ها: «فرّاش باد صبا»، «دایهٔ ابر بهاری»، «بنات نبات» و «مهد زمین»: تشبیه («باد صبا، ابر بهاری، نبات و زمین»: مشبّه؛ «فرّاش، دایه، بنات و مهد»: مشبّه‌به)/ «فرش زمرّدین»: استعاره از سبزه‌ها/ «بنات» و «نبات»: جناس ناهمسان (ناقص)/ «گفته و فرموده» و «بگسترد و بپرورد»: سجع/ «گفتن به باد صبا»، «فرمودن به ابر بهاری»: تشخیص/ فعل «است» بعد از «گفته» و «فرموده» به قرینهٔ معنوی حذف شده است. (گفته [است]، فرموده [است])

درختان را به خِلعتِ نوروزی، قبایِ سبزِ وَرَق در بر گرفته و اطفالِ شاخ را به قُدومِ موسِمِ ربیع، کلاهِ شکوفه بر سر نهاده.

معنی: به عنوان هدیهٔ نوروز لباس سبزی را از جنس برگ به درختان پوشانده و به خاطر آمدن فصل بهار، شکوفه را مانند کلاهی بر سر شاخه‌های کوچک قرار داده است.

مفهوم: سرسبزشدن درختان در بهار

آرایه‌ها و نکته‌ها: «قبای سبز ورق»، «اطفال شاخ» و «کلاه شکوفه»: تشبیه («ورق، شاخ و شکوفه»: مشبّه؛ «قبای سبز، اطفال و کلاه»: مشبّه‌به)/ «گرفته» و «نهاده»: سجع/ فعل «است» بعد از «گرفته» و «نهاده» به قرینهٔ معنوی حذف شده است. (گرفته [است] و نهاده [است])/ «درخت، سبز، ورق، شاخ، ربیع و شکوفه»: مراعات‌نظیر/ «دادن خلعت به درختان و نهادن کلاه بر سر شاخه»: تشخیص

عُصارهٔ تاکی به قدرتِ او شهدِ فایق شده و تخمِ خرمایی به تربیتش نخلِ باسق گشته.

معنی: شیرهٔ درخت انگور به قدرت الهی، به عسل خالص (انگور) تبدیل شده و در اثر توجّه و پرورش او، دانهٔ خرمایی به درختی بلند و استوار تبدیل شده است.

مفهوم: قدرت پرورش‌دهندگی خداوند

آرایه‌ها و نکته‌ها: «شهد فایق»: استعاره از انگور/ «فایق و باسق» و «شده و گشته»: سجع/ ضمیر «ـَ ش» در «تربیتش» مضافٌ‌الیه است و به «خداوند» بازمی‌گردد./ فعل «است» بعد از «شده» و «گشته» به قرینهٔ معنوی حذف شده است. (شده [است] و گشته [است])

ابر و باد و مَه و خورشید و فلک در کارند　　تا تو نانی به کف آریّ و به غفلت نخوری

معنی: ای انسان، تمام پدیده‌های هستی در تلاش‌اند تا بتوانی روزی خود را به دست آوری و غافل از خداوند از آن استفاده نکنی.

مفهوم: غافل‌نشدن از پروردگار

آرایه‌ها و نکته‌ها: «ابر و باد و مَه و خورشید و فلک»: مراعات‌نظیر و مجاز از همهٔ پدیده‌های هستی/ «نان»: مجاز از روزی/ «کف»: مجاز از دست/ «به کف آوردن»: کنایه از تهیّه‌کردن/ مرجع ضمیر «تو»، انسان است.

همه از بهرِ تو سرگشته و فرمانبُردار　　شرطِ انصاف نباشد که تو فرمان نَبَری

معنی: تمام آفرینش مطیع و فرمانبُردار تو هستند، منصفانه نیست که تو فرمانبردار خداوند نباشی.

مفهوم: یادکردن از خداوند و فرمان‌بردن از او

آرایه‌ها و نکته‌ها: مرجع ضمیر «تو» انسان است./ فعل «هستند» بعد از «فرمانبردار» به قرینهٔ معنوی حذف شده است. (فرمانبردار [هستند]/ واج‌آرایی: تکرار صامت «ر»

در خبر است از سَرورِ کاینات و مَفخَرِ موجودات و رحمتِ عالمیان و صَفوَتِ آدمیان و تَتِمّهٔ دورِ زمان، محمّد مصطفی صَلّی الله عَلَیه و آلِه و سَلَّم،

معنی: در حدیث آمده است از پیامبر اسلام که سَرور موجودات و مایهٔ افتخار آفریدگان و رحمت خداوند بر جهانیان است و برگزیدهٔ انسان‌هاست و مایهٔ کمال گردش روزگار است، که درود خداوند بر او و خاندانش باد،

مفهوم: یادکردن از بزرگی پیامبر ﷺ

آرایه‌ها و نکته‌ها: حدیث پیامبر ﷺ بعد از بیت‌ها آمده است. (در خبر است هرگاه ...)

شـفـیـعٌ مُـطـاعٌ نـبـیٌّ کـریـم　　قَـسـیـمٌ جَـسـیـمٌ نَـسـیـمٌ وَسـیـم

معنی: او شفاعت‌کننده، فرمانروا، پیام‌آور، بخشنده، زیبا، خوش‌اندام، خوش‌بو و دارای نشان پیامبری است.

مفهوم: بیان صفات پیامبر ﷺ

آرایه‌ها و نکته‌ها: واج‌آرایی: تکرار صامت «س» در مصراع دوم

بَلَغَ الْعُلیٰ بِکمالِهِ، کَشَفَ الدُّجیٰ بِجمالِهِ　　حَسُنَتْ جَمیعُ خِصالِهِ، صَلُّوا عَلَیهِ وَ آلِهِ

معنی: به واسطهٔ کمال خود به مرتبهٔ بلند رسید و با جمال نورانی خود تاریکی‌ها را برطرف کرد؛ همهٔ خوبی‌ها و صفات او زیباست، بر او و خاندانش درود بفرستید.

مفهوم: عظمت پیامبر ﷺ

چه غم دیوارِ امّت را که دارد چون تو پشتیبان؟　　چه باک از موجِ بحر آن را که باشد نوح کشتیبان؟

معنی: ای پیامبر، وقتی مسلمانان پشتیبانی چون تو دارند، غمی ندارند؛ همان‌طور که آن کس که در کشتی نوح باشد از موج و طوفان دریا ترسی ندارد.

مفهوم: تکیه بر حمایت پیامبر ﷺ

آرایه‌ها و نکته‌ها: «چه غم؟» و «چه باک؟»: استفهام انکاری (غمی ندارد؛ باکی ندارد)/ «دیوار امّت»: تشبیه («امّت»: مشبّه؛ «دیوار»: مشبّه‌به)/ ضمیر «تو» به پیامبر ﷺ برمی‌گردد./ بیت «اسلوب معادله» دارد./ مصراع دوم به «داستان حضرت نوح» تلمیح دارد./ «دیوار و پشتیبان» و «موج، بحر، نوح و کشتیبان»: مراعات‌نظیر

هرگه یکی از بندگان گنهکارِ پریشان‌روزگار، دست اِنابت به امید اِجابت به درگاه حق جَلَّ و عَلا بردارد، ایزدتَعالیٰ در او نظر نکند.

معنی: هر زمان که یکی از بندگان گناهکار و بیچاره، دست خود را به نشانهٔ توبه و با امید پذیرش توبه‌اش به سمت خداوند بزرگ و والامقام بردارد، خداوند بلندمرتبه به او توجّهی نمی‌کند.

مفهوم: توبهٔ بندگان

آرایه‌ها و نکته‌ها: «اِنابت» و «اِجابت»: جناس ناهمسان (ناقص)/ «دست اِنابت»: اضافهٔ اقترانی/ «نظرنکردن»: کنایه از توجّه‌نکردن

بازش بخواند؛ باز اِعراض فرماید. بار دیگرش به تَضَرُّع و زاری بخواند.

معنی: دوباره آن بنده، خداوند را صدا می‌کند، باز هم خداوند روی برمی‌گرداند، بار دیگر به تَضَرُّع و زاری خداوند را صدا می‌زند.

مفهوم: توبهٔ بندگان

آرایه‌ها و نکته‌ها: ضمیر «ـَش» در «بازش» و «بار دیگرش» مفعول است و مرجع آن «خداوند» است. (باز او را بخواند؛ بار دیگر او را بخواند)

حق، سُبحانَه و تَعالیٰ ـ فرماید: یا مَلائِکَتی قَد اِستَحْیَیْتُ مِن عَبدی و لَیسَ لَهُ غَیری فَقَد غَفَرتُ لَهُ.

معنی: خداوند پاک و بلندمرتبه می‌فرماید: ای فرشتگانم، من از بندهٔ خود شرم دارم و او جز من پناهی ندارد، پس او را آمرزیدم.

مفهوم: نهایت بزرگی خداوند و بخشش او

دعوتش اجابت کردم و امیدش برآوردم که از بسیاریِ دعا و زاریِ بنده همی شرم دارم.

معنی: درخواست بنده را پاسخ دادم و ناامیدش نکردم، زیرا از اینکه بندهٔ من بسیار دعا و زاری کند و خواسته‌اش را برآورده نسازم، شرم می‌کنم.

مفهوم: پذیرفتن دعای بندگان

آرایه‌ها و نکته‌ها: «کردم»، «برآوردم» و «دارم»: سجع

کَـرَم بـیـن و لـطـف خـداونـدگـار　　گُـنَـه بـنـده کـرده‌سـت و او شـرمـسـار

معنی: بزرگواری خداوند را ببین که بنده گناه کرده است و او شرمنده است.

مفهوم: بزرگواری و لطف پروردگار

آرایه‌ها و نکته‌ها: تلمیح به حدیث «یا مَلائکتی قَد اِستَحْیَیْتُ مِن عَبدی و لَیسَ لَهُ غیری فَقَد غَفَرتُ لَهُ: ای فرشتگانم، من از بندهٔ خود شرم دارم و او جز من پناهی ندارد، پس او را آمرزیدم»/ فعل «بین» بعد از «خداوندگار» و فعل «است» بعد از «شرمسار» به قرینهٔ لفظی حذف شده است.

عاکفان کعبهٔ جلالش به تقصیر عبادت معترف که: «ما عَبَدناکَ حَقَّ عِبادَتِک» و واصفان حِلیهٔ جمالش به تَحیُّر منسوب که: «ما عَرَفناکَ حَقَّ مَعرِفَتِک»

معنی: گوشه‌نشینان بارگاه پرشکوهش به کوتاهی خود در عبادت اقرار می‌کنند و می‌گویند: «آن‌چنان که شایستهٔ توست تو را نپرستیدیم» و توصیف‌کنندگان زیور زیبایی خداوند در حیرت‌اند و می‌گویند: «تو را آن‌چنان که سزاوار توست نشناختیم.»

مفهوم: ناتوانی در پرستش و شناخت خداوند

آرایه‌ها و نکته‌ها: «کعبهٔ جلال» و «حِلیهٔ جمال»: تشبیه («جلال و جمال»: مشبّه؛ «کعبه و حِلیه»: مشبّه‌به)/ «جلال» و «جمال»: جناس ناهمسان (ناقص)/ «ما عَبَدناکَ حقَّ عِبادَتِک» و «ما عَرَفناکَ حقَّ مَعرِفَتِک»: تضمین/ فعل «هستند» بعد از «معترف» و «منسوب» به قرینهٔ معنوی حذف شده است./ مفهوم عبارت «واصفان حِلیهٔ جمالش به تحیّر منسوب که ما عَرَفناکَ حقَّ مَعرِفَتِک» از این بیت سعدی قابل استنباط است:

هیچ نقّاشت نمی‌بیند که نقشی برکشد وان که دید، از حیرتش کِلک از بَنان افکنده‌ای

معنی: هیچ نقّاشی تو را نمی‌بیند تا تصویری از تو بیافریند و آن کسی هم که تو را دید، چنان حیرت‌زده کرده‌ای که قلم از دستش انداخته‌ای.

گر کسی وصف او ز من پرسد بی‌دل از بی‌نشان چه گوید باز؟

معنی: اگر کسی از من بخواهد که خداوند را برایش توصیف کنم، من که عاشق او هستم چگونه از او که بی‌نشان است چیزی بگویم؟

مفهوم: ناتوانی از وصف خداوند

آرایه‌ها و نکته‌ها: منظور از «او» خداوند است./ «بی‌دل»: کنایه از عاشق/ «بی‌نشان»: کنایه از خداوند/ «چه گوید باز؟»: استفهام انکاری (نمی‌تواند چیزی بگوید.)

عاشقان کُشتگانِ معشوق‌اند برنیاید ز کُشتگان آواز

معنی: عاشقان، خود را فدای معشوق کرده‌اند؛ از آن کس که کشته شده سخنی شنیده نمی‌شود.

مفهوم: نیست‌شدن و خاموشی در عشق

آرایه‌ها و نکته‌ها: «کشتگان» در مصراع اوّل «مسند» و در مصراع دوم «متمّم» است./ «آواز»: مجاز از سخن/ واج‌آرایی: تکرار صامت «ش»

یکی از صاحب‌دلان سر به جَیبِ مراقبت فرو برده بود و در بحرِ مکاشفت مُستَغرق شده؛

معنی: یکی از عارفان به حالت تفکّر و تأمّل فرو رفته بود و در دریای کشف حقایق غرق شده بود.

مفهوم: گوشه‌گیری برای رشد معنویّت

آرایه‌ها و نکته‌ها: «سر به جیب فروبردن»: کنایه از گوشه‌گیری/ «جیب مراقبت»: اضافهٔ اقترانی (سر را برای «مراقبت» به «جیب» فرو برده بود.)/ «بحر مکاشفت»: تشبیه («مکاشفت»: مشبّه؛ «بحر»: مشبّه‌به)/ «مستغرق‌شدن در چیزی»، کنایه از تمام وجود را متوجّه چیزی کردن/ «برده» و «شده»: سجع/ فعل «بود» بعد از «شده» به قرینهٔ لفظی حذف شده است. (مستغرق شده [بود.])

آن‌گه که از این معاملت بازآمد، یکی از یاران به طریق انبساط گفت: «از این بوستان که بودی، ما را چه تحفه کرامت کردی؟»

معنی: وقتی که از آن حالت مراقبه بیرون آمد یکی از دوستان از روی صمیمیّت از او پرسید: «از آن عالم غیب چه هدیه‌ای برای ما آورده‌ای؟»

مفهوم: بیرون‌آمدن از سِیر معنوی

آرایه‌ها و نکته‌ها: «دوستان» و «بوستان»: جناس ناهمسان (ناقص)/ «بوستان»: استعاره از عالم معنویّت/ «بودی» و «کردی»: سجع/ «را» در «ما را» حرف اضافه به معنی «برای» است. (برای ما)

گفت: «به خاطر داشتم که چون به درختِ گل رسم، دامنی پُر کنم هدیهٔ اصحاب را.

معنی: گفت: می‌خواستم وقتی به درخت معرفت الهی رسیدم، مقداری از آن معرفت‌ها و حقایق را به عنوان هدیه برای دوستان بیاورم.

مفهوم: به یاد دوستان بودن

آرایه‌ها و نکته‌ها: «درخت گل»: استعاره از معرفت الهی/ «را» در «اصحاب را» حرف اضافه به معنی «برای» است. (برای اصحاب)

چون برسیدم، بوی گُلم چنان مست کرد که دامنم از دست برفت!»

معنی: زمانی که مقداری از معرفت الهی را درک کردم، چنان بی‌خود شدم که اختیار خود را از دست دادم.

مفهوم: فراموش‌کردن خود و دیگران در برابر خداوند (معشوق)

آرایه‌ها و نکته‌ها: «بوی گل»: استعاره از درک مقداری از معرفت الهی/ ضمیر «ـَ م» در «گلم» مفعول است. (بوی گل چنان مستم کرد = من را مست کرد.)/ ضمیر «ـَ م» در «دامنم» مضافٌ‌الیهِ «دست» است. (دامن از دستم برفت.)/ «از دست رفتن دامن»: کنایه از بی‌اختیارشدن

ای مرغِ سحر! عشق ز پروانه بیاموز کان سوخته را جان شد و آواز نیامد

معنی: ای بلبل، عشق را از پروانه بیاموز، زیرا عاشقی است که جانش را فدای معشوق خود (شمع) کرد و سخنی از او شنیده نشد.

مفهوم: عاشق واقعی فداکار و بی‌ادّعاست.

آرایه‌ها و نکته‌ها: «مرغ سحر»: نماد مدّعیان دروغین عاشقی/ «پروانه»: نماد عاشقان راستین/ آمدن حرف ندای «ای» و فعل «بیاموز» برای «مرغ سحر»: تشخیص/ منظور از «سوخته»، پروانه است./ «را» در «کان سوخته را جان» بین مضاف (جان) و مضافٌ‌الیه (سوخته) آمده است. (جان آن سوخته)/ «آواز»: مجاز از سخن

ایـن مُدَّعیان در طلبش بی‌خبران‌اند　　کـان را که خبر شـد، خبری بـاز نیامد

معنی: این افرادی که مدّعی رسیدن به عشق الهی هستند در واقع از خداوند بی‌خبرند، زیرا کسی که خداوند را شناخت، در او محو می‌شود و خبری از او به دیگران نمی‌رسد.

مفهوم: عاشق واقعی فداکار و بی‌ادّعاست.

کارگاه متن پژوهی

قلمرو زبانی

صفحهٔ ۱۵ کتاب درسی

۱- جدول زیر را به کمک متن درس کامل کنید.

معنا	واژهٔ معادل
دارای نشان پیامبری	وَسیم
شادی‌بخش	مُفَرِّح
به خدای تعالی بازگشتن	اِنابت
قطع‌کردن مقرّری	وظیفه‌بریدن

۲- سه واژه در متن درس بیابید که هم‌آوای آنها در زبان فارسی وجود دارد.

قربت: نزدیکی ← غربت: دوری　　حیات: زندگی ← حیاط: زمین جلو ساختمان

خوان: سفره ← خان: رئیس، سَرور　　بحر: دریا ← بهر: برای

منسوب: نسبت داده شده ← منصوب: به شغل و مقامی گماشته‌شده

۳- از متن درس برای کاربرد هر یک از حروف زیر، سه واژهٔ مهم املایی بیابید و بنویسید.

ح: فاحش، تحیّر، موج بحر

ق: قربت و نزدیکی، قبا، باسق، قسیم

ع: عزّ و جلّ، عصاره، اعراض، تضرّع

۴- در عبارت زیر، نقش دستوری ضمایر متّصل را مشخّص کنید.

بوی گلم چنان مست کرد که دامنم از دست برفت.

ضمیر «ـَ م» در «گلم» مفعول است. (بوی گل چنان من را مست کرد.)

ضمیر «ـَ م» در «دامنم» مضافٌ‌الیهِ «دست» است. (دامن از دستم برفت.)

۵- در متن درس، نمونه‌ای برای کاربرد هر یک از انواع حذف (لفظی و معنایی) بیابید.

«طاعتش موجب قربت است و به شکر اندرش مزید نعمت»:

فعل «است» بعد از «نعمت» به قرینهٔ لفظی حذف شده است. (مزید نعمت [است.])

«بنده همان بِهٔ که ز تقصیر خویش　　عـذر بـه درگـاه خـدای آورد»:

فعل «است» بعد از «بِهٔ» به قرینهٔ معنوی حذف شده است. (همان بِهٔ [است])

بهتر بیاموزیم

انواع حذف

در دو صورت ممکن است بخشی از جمله حذف شود: ۱ پرهیز از تکرار ۲ بی‌نیازی از بیان

به بیت زیر دقت کنید:

فرق **اسـت** میان آن که یارش در بر [است]　　تـا آن که دو چشـم انتظارش بر در [اسـت]

شاعر به جای آن‌که سه بار از فعل «است» استفاده کند، یک بار آن را آورده و دو بار «**به قرینهٔ لفظی**» آن را حذف کرده است تا از «تکرار بپرهیزد».

کـه یا رب بر ایـن بنده بخشایشـی [کن]　　کـز او دیـده‌ام وقـتـی آسـایـشـی

فعلِ «کن» در جمله نیامده و ما از معنای عبارت به آن پی می‌بریم و نیازی به حضورش نیست؛ پس این فعل «**به قرینهٔ معنایی**» حذف شده است.

قلمرو ادبی

صفحهٔ ۱۶ کتاب درسی

۱- واژه‌های مشخّص‌شده، نماد چه مفاهیمی هستند؟

ای مـرغ سحر! عشق ز پروانه بیاموز　　کان سوخته را جان شد و آواز نیامد

«مرغ سحر»: نماد مدّعیان دروغین عاشقی

«پروانه»: نماد عاشقان راستین

۲- با توجّه به عبارت‌های زیر به پرسش‌ها پاسخ دهید.

- **بارانِ رحمتِ بی‌حسابش همه را رسیده و خوانِ نعمتِ بی‌دریغش همه‌جا کشیده.**
- **فرّاشِ بادِ صبا را گفته تا فرشِ زمرّدین بگسترد و دایهٔ ابر بهاری را فرموده تا بَناتِ نَبات در مهدِ زمین بپرورد.**

الف) آرایه‌های مشترک دو عبارت را بنویسید.

«تشبیه»: «باران رحمت»، «خوان نعمت»، «فرّاش باد صبا»، «دایهٔ ابر بهاری»، «بنات نبات» و «مهد زمین»

«سجع»: «رسیده و کشیده» و «بگسترد و بپرورد»

ب) قسمت مشخّص‌شده بیانگر کدام آرایهٔ ادبی است؟ «فرش زمرّدین»: استعاره از «سبزه‌ها»

قلمرو فکری

صفحهٔ ۱۷ کتاب درسی

۱- معنی و مفهوم عبارت‌های زیر را به نثر روان بنویسید.

- **عاکفانِ کعبهٔ جلالش به تقصیر عبادت معترف که: «ما عَبَدناکَ حَقَّ عِبادَتِک».**

معنی: گوشه‌نشینان بارگاه پرشکوهش به کوتاهی عبادت خود اقرار می‌کنند و می‌گویند: «تو را چنان‌که شایسته است، پرستش نکردیم.»

مفهوم: ناتوانی در پرستش شایستهٔ خداوند

- **یکی از صاحب‌دلان سر به جَیب مراقبت فرو برده بود و در بحر مکاشفت مستغرق شده.**

معنی: یکی از عارفان به حالت تفکّر و مراقبه فرو رفته بود و در دریای کشف اسرار الهی غرق شده بود.

مفهوم: پاک‌کردن قلب از غیر خدا برای درک اسرار الهی

۲- مفهوم کلّی مصراع‌های مشخّص‌شده را بنویسید.

- **ابر و باد و مه و خورشید و فلک در کارند — تا تو نانی به کف آریّ و به غفلت نخوری**

مفهوم: غافل‌نشدن از پروردگار جهان

- **چه غم دیوار امّت را که دارد چون تو پشتیبان؟ — چه باک از موج بحر آن را که باشد نوح کشتیبان؟**

مفهوم: تکیه‌کردن بر حمایت پیامبر اکرم ﷺ

- **گر کسی وصف او ز من پرسد — بی‌دل از بی‌نشان چه گوید باز؟**

مفهوم: ناتوانی از وصف خداوند

۳- از کدام سطر درس، مفهوم بیت زیر قابل استنباط است؟

هیچ نقّاشت نمی‌بیند که نقشی برکشد — وان که دید، از حیرتش کِلک از بَنان افکنده‌ای *سعدی*

معنی: هیچ نقّاشی تو را نمی‌بیند تا تصویری از تو بیافریند و آن کسی هم که تو را دید، چنان حیرت‌زده کرده‌ای که قلم از دستش انداخته‌ای.

واصفان حِلیهٔ جمالش به تحیّر منسوب که: «ما عَرَفناکَ حَقَّ مَعرِفَتِک»

مفهوم مشترک: «ناتوانی در شناخت خداوند»

گنج حکمت: گمان

این حکایت از کتاب «کلیله و دمنه» ترجمهٔ «نصرالله منشی» است.

واژه‌نامه

بَط: مرغابی — **قصدپیوستن:** تلاش‌کردن — **ثمرت:** نتیجه

فروگذاشتن: رهاکردن، دست‌کشیدن

معنی، مفهوم، آرایه‌ها و نکته‌ها

صفحهٔ ۱۸ کتاب درسی

گویند که بَطی در آب، روشناییِ ستاره می‌دید. پنداشت که ماهی است؛ قصدی می‌کرد تا بگیرد و هیچ نمی‌یافت. چون بارها بیازمود و حاصلی ندید، فروگذاشت.

معنی: می‌گویند که مرغابی‌ای در آب روشنایی می‌دید؛ تصوّر کرد که ماهی است. تلاش می‌کرد آن را بگیرد امّا چیزی به دست نمی‌آورد. وقتی که چندین بار تلاش کرد و نتیجه‌ای ندید، آن را رها کرد.

آرایه‌ها و نکته‌ها: «گویند» در معنی «می‌گویند» آمده و مضارع اخباری است.

دیگر روز هرگاه که ماهی بدیدی، گمان بردی که همان روشنایی است؛ قصدی نَپیوَستی و ثَمَرتِ این تجربت آن بود که همه روز گرسنه بماند.

معنی: روز دیگر هر وقت که ماهی می‌دید، تصوّر می‌کرد که همان روشنایی است؛ تلاشی نمی‌کرد و نتیجهٔ این تجربه آن بود که هر روز گرسنه باشد.

آرایه‌ها و نکته‌ها: «دیگر» صفت مبهم است. / «بدیدی» و «نَپیوَستی» در معنی «می‌دید» و «نمی‌پیوست» و ماضی استمراری هستند.

سؤالات امتحانی

۱ عبارات و اشعار زیر را به نثر روان معنی کنید.

الف) همه درگاه تو جویم همه از فضل تو پویم. (۰/۵)

ب) پردهٔ ناموس بندگان به گناه فاحش نَدَرد و وظیفهٔ روزی به خطای مُنکَر نبرد. (۰/۷۵)

پ) واصفان حِلیهٔ جمالش به تَحیُّر منسوب که: «ما عَرَفناکَ حَقَّ مَعرِفَتِک». (۰/۷۵)

۲ معنی واژه‌های مشخّص‌شده را بنویسید.

الف) دایهٔ ابر بهاری را فرموده تا بَنات نبات در مهد زمین بپرورد. (۱)

ب) صَفوَت آدمیان و تَتِمّهٔ دور زمان محمّد مصطفی. (۰/۵)

۳ در گروه کلمات زیر چند نادرستی املایی دیده می‌شود؟ تصحیح کنید. (۲)

«قربت و نزدیکی ـ مُمِدّ حیات ـ مُفرّح ذات ـ خوان نعمت ـ گناه فاحش ـ عصارهٔ تاک ـ شهد فایق ـ نخل باسق ـ سفوت آدمیان ـ موج بحر ـ دست انابت ـ اعراض‌کردن ـ تضرّع و زاری ـ آکفان کعبه ـ تقصیر عبادت ـ هلیهٔ جمال ـ به تحیّر منصوب ـ بحر مکاشفت ـ مستغرق‌شدن ـ هدیه و تحفه»

۴ در هر یک از موارد زیر، نوع حذف را مشخّص کنید. (۱)

الف) طاعتش موجب قربت است و به شکر اندرش مزید نعمت.

ب) بنده همان بِهْ که ز تقصیر خویش / عذر به درگاه خدای آورد

۵ در عبارت زیر «تشبیه، جناس ناهمسان (ناقص)، سجع و استعاره» را نشان دهید. (۱)

فرّاش باد صبا را گفته تا فرش زمرّدین بگسترد و دایهٔ ابر بهاری را فرموده تا بنات نبات در مهد زمین بپرورد.

۶ با توجّه به بیت زیر به پرسش‌ها پاسخ دهید. (۰/۵)

چه غم دیوار امّت را که دارد چون تو پشتیبان / چه باک از موج بحر آن را که باشد نوح کشتیبان

الف) منظور از «تو» چه کسی است؟

ب) مفهوم کلّی بیت چیست؟

پاسخ سؤالات امتحانی

۱ الف) تنها درگاه تو را می‌جویم و به سبب لطف تو در تلاشم. ب) آبروی بندگان را با وجود گناهان آشکار نمی‌ریزد و روزی معیّنِ آنان را به خاطر انجام اشتباه زشت قطع نمی‌کند. پ) توصیف‌کنندگان زیور زیبایی خداوند در حیرت‌اند و می‌گویند: «تو را آن‌چنان که سزاوار توست نشناختیم.» ۲ الف) دایه: زنی که به جای مادر به کودک شیر می‌دهد یا از او پرستاری می‌کند. / بنات: جمع بنت، دختران / نبات: گیاه، رُستنی / مهد: گهواره / ب) صفوت: برگزیده، برگزیده از افراد بشر / تتمّه: باقی‌مانده ۳ گروه‌کلمات «سفوت آدمیان»، «آکفان کعبه»، «هلیهٔ جمال» و «به تحیّر منصوب» نادرست و شکل صحیح آنها «صفوت آدمیان»، «عاکفان کعبه»، «حلیهٔ جمال» و «به تحیّر منسوب» است. ۴ الف) فعل «است» بعد از «نعمت» به قرینهٔ لفظی حذف شده است. (مزید نعمت [است]) ب) فعل «است» بعد از «بِهْ» به قرینهٔ معنوی حذف شده است. (همان بِهْ [است]) ۵ «فرّاش باد صبا» و «دایهٔ ابر بهاری» و «بنات نبات» و «مهد زمین»: تشبیه / «بنات» و «نبات»: جناس ناهمسان (ناقص) / «بگسترد» و «بپرورد»: سجع / «فرش سرخپوست زمرّدین»: استعاره از سبزه‌ها ۶ الف) پیامبر اسلام ﷺ / ب) تکیه‌کردن بر حمایت پیامبر اکرم ﷺ

۲ مست و هُشیار

شعر این درس سرودهٔ «پروین اعتصامی» و در قالب «قطعه» است.

واژه‌نامه

مُحتَسِب: مأمور حکومتی شهر که کار او نظارت بر اجرای احکام دین و رسیدگی به اجرای احکام شرعی بود.

گریبان: یقه

افسار: تسمه و ریسمانی که به سر و گردن اسب و الاغ و ... می‌بندند.

می‌باید: لازم است، باید

والی: حاکم، فرمانروا

سرای: خانه

شویم: برویم

خَمّار: مِی‌فروش

خانهٔ خَمّار: میخانه، میکده

داروغه: پاسبان و نگهبان، شب‌گَرد

دینار: واحد پول، سکّهٔ طلا که در گذشته رواج داشته است. در اینجا، مطلق پول است؛ وزن و ارزش دینار در دوره‌ها و مناطق مختلف، متفاوت بوده است.

شَرع: دین، مذهب

دِرهَم: دِرَم، مسکوک نقره، که در گذشته، به عنوان پول رواج داشته و ارزش آن کسری از دینار بوده است؛ در اینجا، مطلق پول مورد نظر است.

از بهرِ: برای

غرامت: تاوان، جبران خسارت مالی و غیر آن

عار: عیب، ننگ، رسوایی

حد: کیفر و مجازات شرعی برای گناهکار و مجرم

زاهد: پارسای گوشه‌نشین که میل به دنیا و تعلّقات آن ندارد.

اِکراه: ناخوشایند بودن، ناخوشایند داشتن امری

مُلک: سرزمین، کشور، مملکت؛ دارِ مُلک: دارالملک، پایتخت

آشنایی: عشق، دوستی

صنعت: پیشه، کار، حرفه

صواب: درست، پسندیده، مصلحت

فیزیک ۳

فرمول‌های مهم

فصل اول: حرکت بر خط راست

۱- تندی متوسط: $s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t}$

۲- سرعت متوسط: $\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{\vec{d}_۲ - \vec{d}_۱}{t_۲ - t_۱}$

۳- سرعت متوسط بر خط راست: $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱}$

۴- شتاب متوسط: $\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_۲ - \vec{v}_۱}{t_۲ - t_۱}$

۵- شتاب متوسط بر خط راست: $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱}$

۶- معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با سرعت ثابت: $x = vt + x_۰$

۷- معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با شتاب ثابت: $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$

۸- معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت: $v = at + v_۰$

۹- معادلهٔ مستقل از زمان: $v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x$

۱۰- معادلهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت: $v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}$

۱۱- معادلهٔ مکان ـ زمان سقوط آزاد: $y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + y_۰$

۱۲- معادلهٔ سرعت ـ زمان سقوط آزاد: $v = -gt$

۱۳- معادلهٔ مستقل از زمان در سقوط آزاد: $v^۲ = -۲g(y - y_۰)$

۱۴- معادلهٔ سرعت متوسط در سقوط آزاد: $v_{av} = \frac{v}{۲}$

فصل دوم: دینامیک و حرکت دایره‌ای

۱- قانون دوم نیوتون: $\vec{F} = m\vec{a}$

۲- قانون سوم نیوتون: $\vec{F}_{۱۲} = -\vec{F}_{۲۱}$

۳- وزن: $\vec{W} = m\vec{g}$

۴- نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه: $f_{s,max} = \mu_s F_N$

۵- نیروی اصطکاک جنبشی: $f_k = \mu_k F_N$

۶- نیروی اصطکاک ایستایی: $f_s \le \mu_s F_N$

۷- نیروی کشسانی فنر: $F_e = kx$

۸- تکانه: $\vec{p} = m\vec{v}$

۹- رابطهٔ نیرو و تغییر تکانه: $\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$

۱۰- رابطهٔ تکانه و انرژی جنبشی: الف) $K = \frac{p^۲}{۲m}$ ب) $K = \frac{۱}{۲}pv$

۱۱- دورهٔ تناوب در حرکت دایره‌ای یکنواخت: $T = \frac{2\pi r}{v}$

۱۲- شتاب مرکزگرا: $a_c = \frac{v^2}{r}$

۱۳- نیروی مرکزگرا: $F_{net} = m\frac{v^2}{r}$

۱۴- نیروی گرانشی: $F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$

۱۵- دورهٔ تناوب ماهواره: $T = 2\pi R\sqrt{\frac{R}{GM_e}}$

۱۶- وزن و نیروی گرانش در سطح زمین: $W = G\frac{mM_e}{R^2}$

۱۷- شتاب گرانش در سطح زمین: $g = G\frac{M_e}{R^2}$

۱۸- شتاب جاذبه در نقطه‌ای به ارتفاع h از سطح زمین: $g_h = G\frac{M_e}{(R+h)^2}$

فصل سوم: نوسان و موج

۱- بسامد: $f = \frac{\text{تعداد نوسان}}{\text{زمان}} = \frac{n}{t}$

۲- دورهٔ تناوب: $T = \frac{\text{زمان}}{\text{تعداد نوسان}} = \frac{t}{n}$

۳- رابطهٔ بین بسامد و دورهٔ تناوب: $f = \frac{1}{T}$

۴- بسامد زاویه‌ای : $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

۵- معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت هماهنگ ساده: $x(t) = A\cos\omega t \xrightarrow[f=\frac{1}{T}]{\omega=2\pi f} x(t) = A\cos(2\pi f t) = A\cos(\frac{2\pi}{T}t)$

۶- دورهٔ تناوب نوسانگر جرم ـ فنر: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

۷- بسامد نوسانگر جرم ـ فنر: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$

۸- بسامد زاویه‌ای نوسانگر جرم ـ فنر: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

۹- انرژی مکانیکی نوسانگر جرم و فنر: $E = U_{max} = \frac{1}{2}kA^2$

۱۰- بیشینهٔ سرعت: $v = A\omega$

۱۱- انرژی مکانیکی نوسانگر جرم ـ فنر: $E = K_{max} = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 = 2\pi^2 mA^2f^2$

۱۲- دورهٔ تناوب آونگ ساده: $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$

۱۳- بسامد آونگ ساده: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}}$

۱۴- بسامد زاویه‌ای آونگ ساده: $\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$

۱۵- تندی انتشار موج: $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$

۱۶- تندی انتشار موج عرضی در ریسمان کشیده یا فنر کشیده: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

۱۷- چگالی خطی جرم: $\mu = \frac{m}{L}$

۱۸- شدت صوت:

$$I = \frac{\bar{P}}{A}$$

۱۹- تراز شدت صوت:

$$\beta = (۱۰\,dB)\log\frac{I}{I_۰}$$

فصل چهارم: برهم‌کنش‌های موج

۱- قانون بازتاب عمومی:

$$\theta_i = \theta_r$$

۲- قانون شکست عمومی:

$$\frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱} = \frac{v_۲}{v_۱}$$

۳- ضریب شکست:

$$n = \frac{\text{تندی نور در خلأ}}{\text{تندی نور در یک محیط شفاف}} \Rightarrow n = \frac{C}{v}$$

۴- قانون شکست اسنل:

$$n_۱\sin\theta_۱ = n_۲\sin\theta_۲$$

۵- طول موج امواج ایستاده در طناب دو سر ثابت:

$$\lambda_n = \frac{۲L}{n}$$

۶- بسامد در امواج ایستاده در طناب دو سر ثابت:

$$f_n = \frac{nv}{۲L} = nf_۱$$

فصل پنجم: آشنایی با فیزیک اتمی

۱- انرژی فوتون:

$$E_{\text{فوتون}} = hf = \frac{hc}{\lambda}$$

۲- انرژی فوتون‌های گسیلی:

$$E = nhf = n\frac{hc}{\lambda}$$

۳- توان تابشی چشمهٔ نور:

$$I = \frac{P}{A} = \frac{E}{A.t}$$

۴- ثابت پلانک:

$$h = ۶/۶۳\times۱۰^{-۳۴}\ J.s = ۴/۱۴\times۱۰^{-۱۵}\ eV.s$$

۵- قانون پایستگی انرژی در پدیدهٔ فوتوالکتریک:

$$hf = W + K$$

۶- معادلهٔ فوتوالکتریک:

$$K_{max} = hf - W_۰$$

۷- بسامد آستانه:

$$f_۰ = \frac{W_۰}{h}$$

۸- طول موج آستانه:

$$\lambda_۰ = \frac{hc}{W_۰}$$

۹- معادلهٔ بالمر:

$$\lambda = (۳۶۴/۵۶\ nm)\frac{n^۲}{n^۲ - ۲^۲}$$

۱۰- معادلهٔ ریدبرگ:

$$\frac{۱}{\lambda} = R\left(\frac{۱}{n'^۲} - \frac{۱}{n^۲}\right) \quad n > n'$$

۱۱- شعاع مدارهای الکترون در اتم هیدروژن:

$$r_n = n^۲ a_۰$$

۱۲- ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^۲} = -\frac{۱۳/۶eV}{n^۲}$$

۱۳- معادلهٔ گسیل فوتون از اتم:

$$E_U - E_L = hf$$

فصل ششم ـ آشنایی با فیزیک هسته‌ای

۱- نماد شیمیایی یک عنصر:

$$\underset{\text{عدد اتمی}}{\overset{\text{عدد جرمی}}{{}^{A}_{Z}X_N}} \rightarrow \text{عدد نوترونی} \quad , \quad A = Z + N$$

۲- انرژی بستگی هسته‌ای:

$$E = mc^۲$$

۳- واپاشی α :

$${}^{A}_{Z}X \Rightarrow {}^{A-۴}_{Z-۲}Y + {}^{۴}_{۲}He\ (\alpha)$$

۴- واپاشی β^-:

$${}^{A}_{Z}X \Rightarrow {}^{A}_{Z+۱}Y + {}^{۰}_{-۱}e\ (\beta^-)$$

۵- واپاشی β^+:

$${}^{A}_{Z}X \Rightarrow {}^{A}_{Z-۱}Y + {}^{۰}_{+۱}e\ (\beta^+)$$

۶- واپاشی γ :

$${}^{A}_{Z}X^* \Rightarrow {}^{A}_{Z}X + \gamma$$

۷- تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده:

$$N = N_۰\left(\frac{۱}{۲}\right)^n \ , \ n = \frac{t}{T_{\frac{۱}{۲}}}$$

فصل اول: حرکت بر خط راست

درس‌نامه

مفاهیم اولیه

مسافت: به طول مسیری که متحرک طی می‌کند تا از مکانی به مکان دیگر منتقل شود، مسافت گفته می‌شود. مسافت یک کمیت عددی است و یکای آن در SI، متر (m) است.

جابه‌جایی: به پاره‌خط جهت‌داری که مکان شروع حرکت را به مکان پایان آن وصل کند، بردار جابه‌جایی گفته می‌شود. جابه‌جایی یک **کمیت برداری** است و یکای آن در SI، متر (m) است.

تندی متوسط:

به نسبت **مسافت** طی‌شده به مدت‌زمان صرف‌شده برای طی مسافت، تندی متوسط گفته می‌شود.

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$$

تندی متوسط کمیتی **عددی** است که یکای اندازه‌گیری آن در SI، متر بر ثانیه (m / s) است.

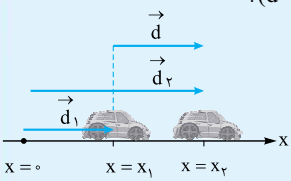
سرعت متوسط:

به نسبت **جابه‌جایی متحرک** به مدت‌زمان صرف‌شده برای جابه‌جایی، سرعت متوسط گفته می‌شود.

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

سرعت متوسط کمیتی **برداری** است که یکای اندازه‌گیری آن در SI، متر بر ثانیه (m / s) است.

بردار مکان: به برداری که مبدأ حرکت را در هر لحظه به مکان جسم وصل می‌کند، بردار مکان گفته می‌شود. از تفاضل برداری بردار مکان نهایی $(\vec{d}_2)$ و بردار مکان اولیه $(\vec{d}_1)$، بردار جابه‌جایی به دست می‌آید $(\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1)$.



مثلاً اگر حرکت بر روی خط راست یا بر روی یک محور انجام شود، بردار جابه‌جایی به صورت مقابل به دست می‌آید:

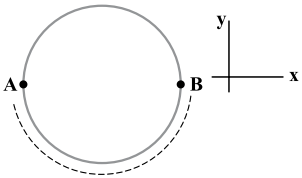
$$\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1 = x_2\vec{i} - x_1\vec{i} = \Delta x\vec{i}$$

با استفاده از بردار جابه‌جایی بالا، بردار سرعت متوسط را برای حرکت روی محور x بازنویسی می‌کنیم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i}$$

نکته در حرکت بر خط راست می‌توانیم از حالت برداری صرف نظر کنیم. در این صورت مثبت‌بودن v_{av} یعنی متحرک در جهت محور x حرکت کرده است و منفی‌بودن آن بیانگر حرکت متحرک به سمت منفی محور x است.

مثال **مطابق شکل زیر، دوچرخه‌سواری در مدت‌زمان ۱۰ ثانیه نیمی از محیط میدان را طی کرده و از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌رسد. اگر شعاع میدان ۲۰ متر باشد، به سؤالات زیر پاسخ دهید. $(\pi = 3)$**



الف) دوچرخه‌سوار در این مدت چه مسافتی را طی کرده است؟

ب) دوچرخه‌سوار در این مدت چند متر جابه‌جا شده است؟

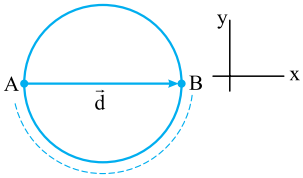
پ) تندی متوسط دوچرخه‌سوار در این مدت را بیابید؟

ت) بزرگی سرعت متوسط دوچرخه‌سوار در این مدت چند متر بر ثانیه است؟

پاسخ الف) طول مسیری که دوچرخه‌سوار از نقطهٔ A تا نقطهٔ B طی می‌کند، یعنی نیمی از محیط دایره برابر با مسافت طی‌شدهٔ دوچرخه‌سوار است.

$R = 20\ m$

$$l = \frac{1}{2} \times \text{محیط دایره} = \frac{1}{2} \times (2\pi R) = \pi R = 3 \times 20\ m = 60\ m$$



ب) پاره‌خط جهت‌داری که مکان اولیهٔ دوچرخه‌سوار را به مکان انتهایی او در این مدت وصل می‌کند، بردار جابه‌جایی دوچرخه است. بنابراین داریم:

$$\vec{d} = 2R\vec{i} = 2 \times (20\ m)\vec{i} = (40\ m)\vec{i}$$

پ) با استفاده از رابطهٔ $S_{av} = \frac{l}{\Delta t}$ می‌توانیم تندی متوسط دوچرخه‌سوار را در این مدت محاسبه کنیم:

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{60\ m}{10\ s} = 6\ m/s$$

ت) با استفاده از رابطهٔ $\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$ می‌توانیم سرعت متوسط دوچرخه‌سوار را در این مدت محاسبه کنیم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{(40\ m)\vec{i}}{10\ s} = (4\ m/s)\vec{i}$$

بنابراین بزرگی سرعت متوسط دوچرخه‌سوار برابر با ۴ m / s است.

تندی لحظه‌ای:

اگر تندی متوسط جسم را در بازهٔ زمانی بسیار کوتاهی که به آن لحظه گفته می‌شود به دست آوریم، تندی لحظه‌ای جسم را مشخص کرده‌ایم. تندی لحظه‌ای، تندی متحرک در هر لحظهٔ معین است. مثلاً تندی‌سنج اتومبیل، تندی اتومبیلی را در هر لحظه نمایش می‌دهد؛ به تندی لحظه‌ای، تندی نیز گفته می‌شود.

سرعت لحظه‌ای:

اگر علاوه بر تندی لحظه‌ای جهت حرکت جسم را نیز مشخص کنیم، سرعت لحظه‌ای متحرک را مشخص کرده‌ایم، از این رو تندی لحظه‌ای را با v و سرعت لحظه‌ای را با $\vec{v}$ نمایش می‌دهیم؛ به سرعت لحظه‌ای، سرعت نیز گفته می‌شود.

شتاب متوسط:

به نسبت تغییرات سرعت به زمان صرف‌شده برای این تغییرات، شتاب متوسط گفته می‌شود که کمیتی برداری است.

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_۲ - \vec{v}_۱}{t_۲ - t_۱}$$

در رابطهٔ بالا $\vec{v}_۱$ سرعت در لحظهٔ $t_۱$ و $\vec{v}_۲$ سرعت در لحظهٔ $t_۲$ است. یکای شتاب متوسط در SI، متر بر مربع ثانیه $(m/s^۲)$ است.

مثال **بردار سرعت متحرکی در لحظه‌های $t_۱ = ۳\ s$ و $t_۲ = ۵\ s$ در SI به ترتیب به صورت $\vec{v}_۱ = ۴\vec{i} + ۱۲\vec{j}$ و $\vec{v}_۲ = ۱۰\vec{i} + ۴\vec{j}$ است. اندازهٔ شتاب متوسط این متحرک را در بازهٔ زمانی ۳ تا ۵ ثانیه به دست آورید.**

پاسخ با استفاده از رابطهٔ بالا می‌توان شتاب متوسط متحرک را به دست آورد.

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_۲ - \vec{v}_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{(۱۰\vec{i} + ۴\vec{j}) - (۴\vec{i} + ۱۲\vec{j})}{۵ - ۳} = \frac{۶\vec{i} - ۸\vec{j}}{۲} = ۳\vec{i} - ۴\vec{j}$$

حال می‌توانیم به کمک رابطهٔ فیثاغورس، اندازهٔ شتاب متوسط متحرک را در این بازهٔ زمانی حساب کنیم:

$$a_{av} = \sqrt{(a_{av_x})^۲ + (a_{av_y})^۲} = \sqrt{(۳)^۲ + (-۴)^۲} = ۵\ m/s^۲$$

شتاب لحظه‌ای:

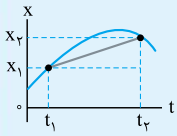
به نسبت تغییرات سرعت در یک بازهٔ زمانی بسیار کوتاه، شتاب لحظه‌ای می‌گوییم.

نمودار مکان ـ زمان:

نمودار مکان ـ زمان، نموداری است که به کمک آن مکان متحرک را می‌توان در هر لحظه مشخص کرد.

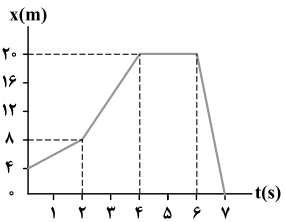
تذکر نمودار مکان ـ زمان با مسیر حرکت متفاوت است.

نکته شیب خطی که دو نقطه از نمودار مکان ـ زمان را به هم وصل می‌کند، سرعت متوسط را بین آن دو نقطه به ما نشان می‌دهد. اگر شیب خط مثبت باشد، علامت سرعت متوسط مثبت و اگر شیب خط منفی باشد، علامت سرعت متوسط منفی است. مثلاً در نمودار مقابل داریم:

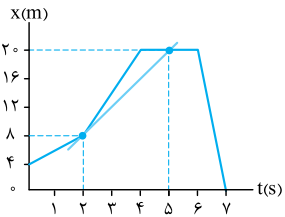


$$\text{شیب خط} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v_{av}$$

مثال **نمودار مکان ـ زمان متحرکی مطابق شکل روبه‌رو است. سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۲\ s$ و $t_۲ = ۵\ s$ چند متر بر ثانیه است؟**



پاسخ با توجه به نمودار، متحرک در لحظهٔ $t_۱ = ۲\ s$ در مکان $x_۱ = ۸\ m$ و در لحظهٔ $t_۲ = ۵\ s$ در مکان $x_۲ = ۲۰\ m$ قرار دارد. با استفاده از نکتهٔ بالا به راحتی می‌توان سرعت متوسط متحرک را به دست آورد.



$$\text{سرعت متوسط} = \text{شیب خط} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۲۰\ m - ۸\ m}{۵\ s - ۲\ s} = \frac{۱۲\ m}{۳\ s} = ۴\ m/s$$

نکته به کمک نمودار مکان ـ زمان می‌توان سرعت لحظه‌ای را به دست آورد. برای این کار کافی است در لحظهٔ مورد نظر مماسی را بر نمودار رسم کنیم.

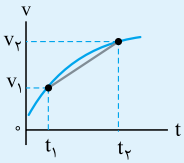
شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان، سرعت لحظه‌ای متحرک را نشان می‌دهد. اگر شیب مثبت باشد، سرعت مثبت و حرکت در جهت مثبت محور xها است. اگر شیب منفی باشد، سرعت منفی و حرکت در جهت منفی محور xها است و اگر شیب در یک لحظه صفر باشد، یعنی سرعت در آن لحظه صفر است.

نمودار سرعت ـ زمان:

به نموداری که در هر لحظه سرعت را نشان می‌دهد، نمودار سرعت ـ زمان می‌گوییم.

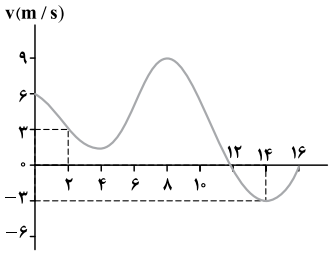
نکات

۱) شیب خطی که دو نقطه از نمودار سرعت ـ زمان را به هم وصل کند، شتاب متوسط را در آن بازهٔ زمانی به ما می‌دهد. مثلاً در نمودار مقابل داریم:

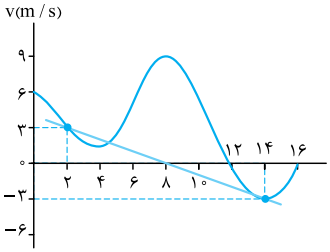


$$\text{شیب خط} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = a_{av}$$

مثال **نمودار سرعت ـ زمان متحرکی مطابق شکل روبه‌رو است. شتاب متوسط متحرک را در بازهٔ $t_1 = 2\,s$ تا $t_2 = 14\,s$ به دست آورید.**



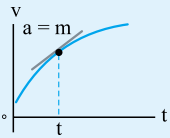
پاسخ با توجه به نمودار صورت سؤال، سرعت متحرک در لحظهٔ $t_1 = 2\,s$ برابر با $v_1 = 3\,m/s$ و در لحظهٔ $t_2 = 14\,s$ برابر با $v_2 = -3\,m/s$ است. با استفاده از نکتهٔ بالا به راحتی می‌توانیم شتاب متوسط متحرک را در این بازهٔ زمانی به دست آوریم:



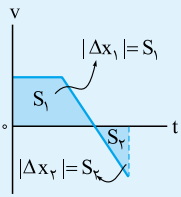
$$a_{av} = \text{شیب خط} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{(-3\,m/s) - (3\,m/s)}{14\,s - 2\,s}$$

$$= \frac{-6\,m/s}{12\,s} = -0/5\,m/s^2$$

۲) شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان، شتاب متحرک را در آن لحظه نشان می‌دهد. مثلاً در نمودار مقابل داریم:



۳) مساحت محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور t، جابه‌جایی متحرک را در آن بازهٔ زمانی نشان می‌دهد. اگر نمودار بالای محور t باشد، جابه‌جایی مثبت و اگر زیر محور t باشد، جابه‌جایی منفی است:



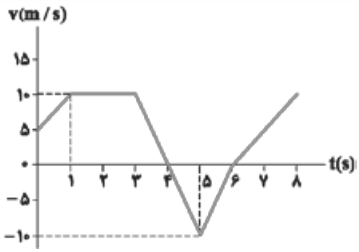
هم‌چنین مسافت طی‌شده توسط متحرک به صورت زیر به دست می‌آید:

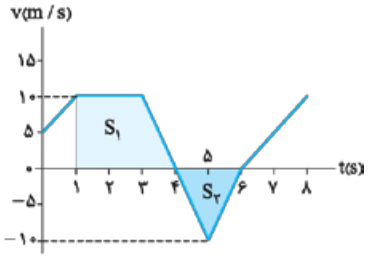
$$\text{مسافت } l = |\Delta x_1| + |\Delta x_2|$$

مثال **نمودار سرعت ـ زمان متحرکی مطابق شکل روبه‌رو است.**

الف) سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 1\,s$ تا $t_2 = 6\,s$ چند متر بر ثانیه است؟

ب) تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 1\,s$ تا $t_2 = 6\,s$ چند متر بر ثانیه است؟





پاسخ الف) برای محاسبهٔ سرعت متوسط متحرک، ابتدا باید مقدار جابه‌جایی متحرک را در بازهٔ زمانی مورد نظر به دست آوریم. با توجه به نکتهٔ قبل، برای محاسبهٔ جابه‌جایی متحرک باید مساحت سطح محصور بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان (قسمت‌های رنگ‌شده) را به دست آوریم؛ یعنی:

$$\Delta x = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = S_۱ - S_۲ = (\frac{۲+۳}{۲}\times ۱۰) - (\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱۰)$$

$$= ۲۵\ m - ۱۰\ m = ۱۵\ m$$

حال می‌توانیم به راحتی سرعت متوسط متحرک را به دست آوریم:

$$v_{ax} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۵\ m}{۵\ s} = ۳\ m/s$$

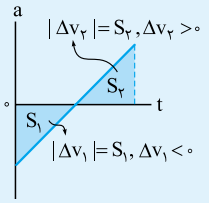
ب) برای محاسبهٔ تندی متوسط متحرک، ابتدا باید مسافت طی‌شدهٔ متحرک را در بازهٔ زمانی مورد نظر به دست آورد که با توجه به نکتهٔ بالا برابر است با:

$$l = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| = S_۱ + S_۲ = (\frac{۲+۳}{۲}\times ۱۰) + (\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱۰) = ۲۵\ m + ۱۰\ m = ۳۵\ m$$

حال می‌توانیم تندی متوسط متحرک را به دست آوریم:

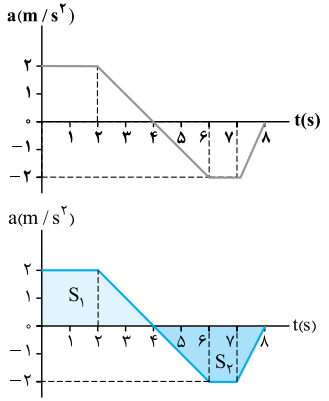
$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۳۵\ m}{۵\ s} = ۷\ m/s$$

نمودار شتاب ـ زمان:



این نمودار، شتاب متحرک را در هر لحظه به ما نشان می‌دهد.

نکته به کمک مساحت محصور بین نمودار شتاب ـ زمان و محور t می‌توان تغییرات سرعت را محاسبه کرد. اگر نمودار زیر محور t باشد، تغییرات سرعت منفی و اگر بالای محور t باشد، تغییرات سرعت مثبت است.



مثال **نمودار شتاب ـ زمان متحرکی مطابق شکل مقابل است. شتاب متوسط متحرک را در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۸\ s$ به دست آورید.**

پاسخ برای محاسبهٔ شتاب متوسط متحرک، ابتدا باید تغییرات سرعت را در بازهٔ زمانی مورد نظر به دست آوریم. با توجه به نکتهٔ بالا تغییرات سرعت را می‌توان به دست آورد.

$$\Delta v = \Delta v_۱ + \Delta v_۲ = S_۱ - S_۲ = (\frac{۲+۴}{۲}\times ۲) - (\frac{۱+۴}{۲}\times ۲) = ۶ - ۵ = ۱\ m/s$$

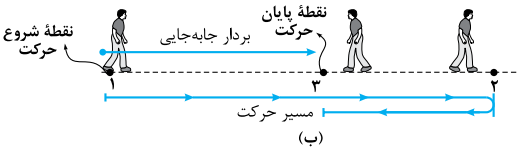
حال می‌توان به راحتی شتاب متوسط متحرک را در بازهٔ زمانی مورد نظر محاسبه کرد:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱\ m/s^۲}{۸\ s} = ۰/۱۲۵\ m/s^۲$$

پرسش ۱ـ۱ صفحهٔ ۲ کتاب درسی

۱- شکل (الف) شخصی را در حال پیاده‌روی در راستای خط راست و بدون تغییر جهت، از مکان (۱) به مکان (۲) نشان می‌دهد. مسیر حرکت و بردار جابه‌جایی شخص را روی شکل مشخص و اندازهٔ بردار جابه‌جایی را با مسافت مقایسه کنید.

اندازهٔ بردار جابه‌جایی با مسافت طی‌شده توسط شخص (طول مسیر) برابر است؛ زیرا شخص بدون تغییر جهت بر روی مسیر مستقیم حرکت کرده است.

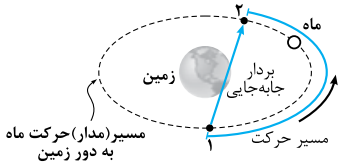


۲- شخص پس از رسیدن به مکان (۲)، برمی‌گردد و روی همان مسیر به مکان (۳) می‌رود (شکل ب). مسیر حرکت و بردار جابه‌جایی شخص را روی شکل مشخص و اندازهٔ بردار جابه‌جایی را با مسافت پیموده‌شده مقایسه کنید.

همان‌گونه که از شکل قابل مشاهده است، مسافت طی‌شده توسط شخص بیشتر از اندازهٔ جابه‌جایی او است؛ زیرا شخص در طی مسیر حرکت تغییر جهت داده است.

۳- شکل (پ) مسیر حرکت ماه به دور زمین را نشان می‌دهد. وقتی ماه در جهت نشان داده شده در شکل، از مکان (۱) به مکان (۲) می‌رود، مسیر حرکت و بردار جابه‌جایی آن را روی شکل مشخص و اندازهٔ بردار جابه‌جایی آن را با مسافت پیموده‌شده مقایسه کنید.

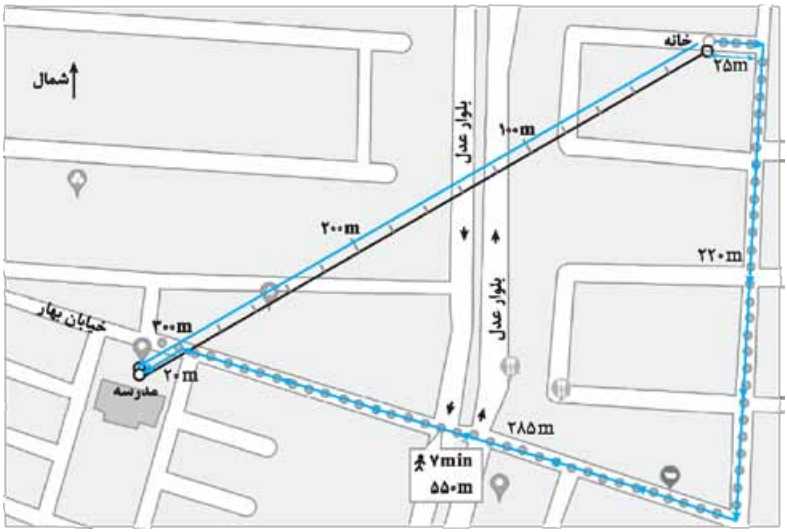
اندازهٔ بردار جابه‌جایی کم‌تر از مسافت طی‌شده توسط ماه به دور زمین است؛ زیرا ماه در طی مسیر حرکت تغییر جهت داده است.



(پ)

فعالیت ۱ـ۱ — صفحهٔ ۳ کتاب درسی

همانند شکل روبه‌رو و به کمک یک نرم‌افزار نقشه‌یاب، مکان خانه و مدرسه‌تان را مشخص کنید. سپس مسافت و اندازهٔ بردار جابه‌جایی خانه تا مدرسه را تعیین کنید.



اندازهٔ بردار جابه‌جایی خانه تا مدرسه: $|\vec{d}| = ۳۲۰\ m$

مسافت طی‌شده بین خانه تا مدرسه: $l = ۲۵\ m + ۲۲۰\ m + ۲۸۵\ m + ۲۰\ m = ۵۵۰\ m$

پرسش ۱ـ۲ — صفحهٔ ۴ کتاب درسی

در چه صورت اندازهٔ سرعت متوسط یک متحرک با تندی متوسط آن برابر است؟ برای پاسخ خود می‌توانید به شکل‌های پرسش ۱ـ۱ نیز توجه کنید. برای این‌که اندازهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط یک متحرک با یکدیگر برابر باشند، باید داشته باشیم:

$$|\vec{v}_{av}| = s_{av} \Rightarrow \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow |\vec{d}| = l$$

بنابراین باید اندازهٔ جابه‌جایی متحرک با مسافت طی‌شده توسط آن برابر باشد؛ این حالت تنها زمانی رخ می‌دهد که متحرک بدون تغییر جهت روی مسیر مستقیم حرکت کند.

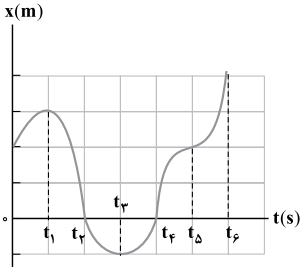
تمرین ۱ـ۱ — صفحهٔ ۵ کتاب درسی

جدول زیر را کامل کنید. فرض کنید هر چهار متحرک در مدت‌زمان ۴/۰ s فاصلهٔ بین مکان آغازین و مکان پایانی را طی می‌کنند.

	مکان آغازین	مکان پایانی	بردار جابه‌جایی	سرعت متوسط	جهت حرکت
متحرک A	$(-۲/۰\ m)\vec{i}$	$(۶/۴\ m)\vec{i}$	$[۶/۴-(-۲)]\vec{i} = (۸/۴\ m)\vec{i}$	$\frac{۸/۴\ m}{۴\ s} = (۲/۱\ m/s)\vec{i}$	در جهت محور x
متحرک B	$[(-۲/۵)-(-۵/۶)]\vec{i} = (۳/۱\ m)\vec{i}$	$(-۲/۵\ m)\vec{i}$	$(-۵/۶\ m)\vec{i}$	$-\frac{۵/۶\ m}{۴\ s} = (-۱/۴\ m/s)\vec{i}$	در خلاف جهت محور x
متحرک C	$(۲/۰\ m)\vec{i}$	$(۸/۶\ m)\vec{i}$	$(۸/۶-۲)\vec{i} = (۶/۶\ m)\vec{i}$	$\frac{۶/۶\ m}{۴\ s} = (۱/۶۵\ m/s)\vec{i}$	در جهت محور x
متحرک D	$(-۱/۴\ m)\vec{i}$	$[۹/۶+(-۱/۴)]\vec{i} = (۸/۲\ m)\vec{i}$	$(۲/۴)(۴)\vec{i} = (۹/۶\ m)\vec{i}$	$(۲/۴\ m/s)\vec{i}$	در جهت محور x

پرسش ۱ـ۳ — صفحهٔ ۸ کتاب درسی

با توجه به نمودار مکان ـ زمان شکل روبه‌رو به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.



الف) متحرک چند بار از مبدأ مکان عبور می‌کند؟

دو بار ـ متحرک در لحظات t_2 و t_4 از مبدأ مکان عبور می‌کند؛ زیرا در این نقاط، نمودار مکان ـ زمان محور t را قطع کرده است و $x = 0$ شده است.

ب) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در حال دورشدن از مبدأ است؟

در بازه‌های زمانی ۰ تا t_1، t_2 تا t_3 و t_4 تا t_6 متحرک در حال دورشدن از مبدأ مختصات است؛ زیرا اندازهٔ x ($|x|$) در این بازه‌های زمانی در حال افزایش است.

پ) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در حال نزدیک‌شدن به مبدأ است؟

در بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 و t_3 تا t_4 متحرک در حال نزدیک‌شدن به مبدأ مختصات است؛ زیرا اندازهٔ x ($|x|$) در این بازه‌های زمانی در حال کاهش است.

ت) جهت حرکت چند بار تغییر کرده است؟ در چه لحظه‌هایی؟

دو بار ـ متحرک در لحظات t_1 و t_3 برای لحظه‌ای متوقف شده و سپس تغییر جهت می‌دهد.

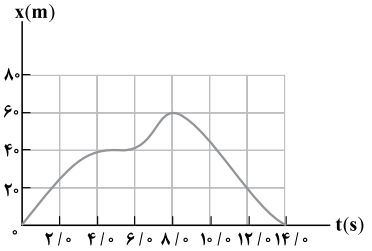
ث) جابه‌جایی کل در جهت محور x است یا خلاف آن؟

$$\Delta x_T = x(t_6) - x(t=0) > 0$$

بنابراین جابه‌جایی کل در جهت محور x است.

تمرین ۱ـ۲ — صفحهٔ ۹ کتاب درسی

شکل روبه‌رو نمودار مکان ـ زمان دوچرخه‌سواری را نشان می‌دهد که روی مسیری مستقیم در حال حرکت است.



الف) در کدام لحظه دوچرخه‌سوار بیشترین فاصله از مبدأ را دارد؟

دوچرخه‌سوار در لحظهٔ $t = 8\,s$ در بیشترین فاصله از مبدأ (۶۰ متری مبدأ) قرار دارد.

ب) در کدام بازه‌های زمانی دوچرخه‌سوار در جهت محور x حرکت می‌کند؟

دوچرخه‌سوار در بازه‌های زمانی ۰ s تا ۴ s و ۶ s تا ۸ s در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند و در حال دورشدن از مبدأ مختصات است.

پ) در کدام بازهٔ زمانی دوچرخه‌سوار در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؟ دوچرخه‌سوار در بازهٔ زمانی ۸ s تا ۱۴ s در جهت منفی محور x حرکت می‌کند و در حال نزدیک‌شدن به مبدأ مختصات است.

ت) در کدام بازهٔ زمانی دوچرخه‌سوار ساکن است؟ در بازهٔ زمانی ۴ s تا ۶ s؛ زیرا موقعیت مکانی دوچرخه‌سوار در این بازهٔ زمانی تغییر نمی‌کند.

ث) تندی متوسط و سرعت متوسط دوچرخه‌سوار را در هر یک از بازه‌های زمانی ۰/۰ s تا ۲/۰ s، ۴/۰ s تا ۶/۰ s، ۲/۰ s تا ۵/۰ s، ۸/۰ s تا ۱۴/۰ s، ۰/۰ s تا ۱۴/۰ s حساب کنید.

سرعت متوسط : $v_{av} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$ — تندی متوسط : $s_{av} = \dfrac{l}{\Delta t}$

بازهٔ زمانی ۰ s تا ۲ s:

$$v_{av(0\to2)} \simeq \frac{25\,m - 0}{2\,s - 0} = 12/5\,m/s$$

$$s_{av(0\to2)} \simeq \frac{|25\,m - 0|}{2\,s - 0} = 12/5\,m/s$$

بازهٔ زمانی ۴ s تا ۶ s:

$$v_{av(4\to6)} = \frac{40\,m - 40\,m}{6\,s - 4\,s} = 0\,m/s$$

$$s_{av(4\to6)} = \frac{|40\,m - 40\,m|}{6\,s - 4\,s} = 0\,m/s$$

بازهٔ زمانی ۲ s تا ۵ s:

$$v_{av(2\to5)} \simeq \frac{40\,m - 25\,m}{5\,s - 2\,s} = \frac{15\,m}{3\,s} = 5\,m/s$$

$$s_{av(2\to5)} \simeq \frac{|40\,m - 25\,m|}{5\,s - 2\,s} = \frac{15\,m}{3\,s} = 5\,m/s$$

بازهٔ زمانی ۸ s تا ۱۴ s:

$$v_{av(8\to14)} = \frac{0 - 60\,m}{14\,s - 8\,s} = \frac{-60\,m}{6\,s} = -10\,m/s$$

$$s_{av(8\to14)} = \frac{|0 - 60\,m|}{14\,s - 8\,s} = \frac{60\,m}{6\,s} = 10\,m/s$$

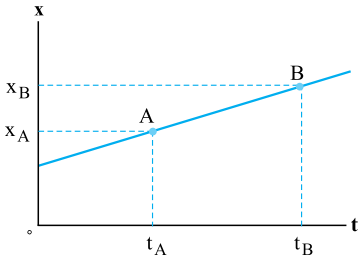
بازهٔ زمانی ۰ s تا ۱۴ s:

$$v_{av(0\to14)} = \frac{0 - 0}{14\,s - 0} = 0\,m/s$$

$$s_{av(0\to14)} = \frac{|60\,m - 0| + |0 - 60\,m|}{14\,s - 0} = \frac{120\,m}{14\,s} \simeq 8/57\,m/s$$

پرسش ۱ـ۴ — صفحهٔ ۹ کتاب درسی

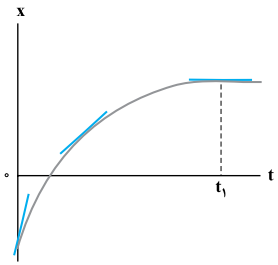
از روی نمودار مکان ـ زمان توضیح دهید در چه صورت سرعت لحظه‌ای متحرک همواره با سرعت متوسط آن برابر است.



اگر نمودار مکان ـ زمان متحرکی به صورت یک خط راست باشد (شکل مقابل)، آن‌گاه شیب نمودار برای هر بازهٔ زمانی دلخواه ثابت است. هم‌چنین شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان در هر لحظه که سرعت لحظه‌ای متحرک را نشان می‌دهد، همواره مقدار ثابتی است. از طرفی می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار در تمامی لحظات بین t_A و t_B با شیب خط عبوری از نقاط A و B برابر است؛ بنابراین سرعت متحرک در هر لحظه با سرعت متوسط متحرک در هر بازهٔ زمانی برابر است.

پرسش ۱ـ۵ — صفحهٔ ۱۰ کتاب درسی

شکل روبه‌رو نمودار مکان ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است.



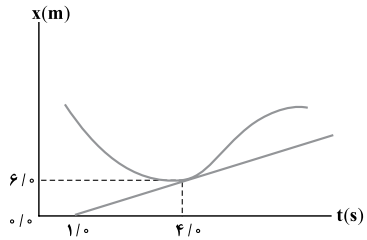
الف) از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ t_1 سرعت متحرک رو به افزایش است یا کاهش؟

شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان در هر لحظه برابر با سرعت متحرک در آن لحظه است. با رسم مماس‌هایی بر نمودار مکان ـ زمان متحرک در لحظات مختلف مشاهده می‌کنیم که شیب خط مماس به مرور زمان کاهش می‌یابد؛ بنابراین سرعت متحرک از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ t_1 رو به کاهش است.

ب) اگر در لحظهٔ t_1 خط مماس بر منحنی موازی محور زمان باشد، سرعت متحرک در این لحظه چه‌قدر است؟ از آن‌جایی که شیب خط مماس بر منحنی موازی با محور زمان صفر است، پس سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 برابر صفر است.

تمرین ۱ـ۳ — صفحهٔ ۱۰ کتاب درسی

شکل روبه‌رو نمودار مکان ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد. خط مماس بر منحنی در لحظهٔ $t = ۴/۰\,s$ رسم شده است. سرعت متحرک را در این لحظه پیدا کنید.



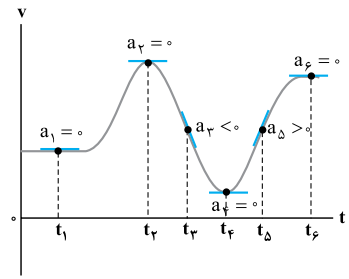
شیب خط مماس بر نمودار بالا در لحظهٔ ۴ s، نشان‌دهندهٔ سرعت متحرک در این لحظه است.

$$v(t = ۴\,s) = \text{شیب خط مماس در لحظهٔ ۴ ثانیه} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱}$$

$$= \frac{۶\,m - ۰}{۴\,s - ۱\,s} = ۲\,m/s$$

پرسش ۱ـ۶ — صفحهٔ ۱۲ کتاب درسی

شکل روبه‌رو نمودار سرعت ـ زمان دوچرخه‌سواری را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است. جهت شتاب دوچرخه‌سوار را در هر یک از لحظه‌های t_1، t_2، ... و t_6 تعیین کنید.



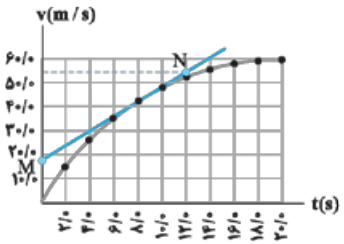
شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان در هر لحظه برابر با شتاب حرکت متحرک در آن لحظه است؛ با توجه به نمودار بالا، شیب خط مماس بر نمودار در لحظات t_1، t_2، t_4 و t_6 برابر صفر بوده و در نتیجه شتاب حرکت دوچرخه‌سوار در این لحظات صفر است.

شیب خط مماس بر نمودار بالا در لحظهٔ t_3 منفی است؛ بنابراین شتاب حرکت دوچرخه‌سوار در این لحظه منفی است.

شیب خط مماس بر نمودار بالا در لحظهٔ t_5 مثبت است؛ بنابراین شتاب حرکت دوچرخه‌سوار در این لحظه مثبت است.

تمرین ۱ـ۴ — صفحهٔ ۱۲ کتاب درسی

نمودار سرعت ـ زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند در بازهٔ زمانی ۰/۰ s تا ۲۰/۰ s مطابق شکل زیر است.



الف) شتاب متوسط خودرو در این بازهٔ زمانی چه‌قدر است؟

شتاب متوسط خودرو به صورت زیر به دست می‌آید:

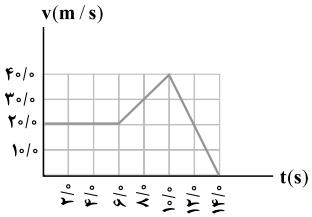
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۶۰\,m/s - ۰}{۲۰\,s - ۰} = ۳\,m/s^۲$$

ب) شتاب خودرو را در لحظهٔ $t = ۸/۰\,s$ به دست آورید. برای تعیین شتاب خودرو در لحظهٔ $۸\,s$ باید شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ را در این لحظه به دست آورد.

$$a(t=۸\,s) = ۸\,s \text{ شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ } = \frac{v_N - v_M}{t_N - t_M} \simeq \frac{۵۳\,m/s - ۱۸\,m/s}{۱۲\,s - ۰\,s} \simeq ۲/۹۲\,m/s^۲$$

تمرین ۱ـ۵ صفحهٔ ۱۳ کتاب درسی

نمودار سرعت ـ زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند در بازهٔ زمانی صفر تا $۱۴/۰\,s$ مطابق شکل روبه‌رو است.



الف) شتاب متوسط خودرو در این بازهٔ زمانی چه‌قدر است؟

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۰ - ۲۰\,m/s}{۱۴\,s - ۰} \simeq -۱/۴۳\,m/s^۲$$

ب) شتاب خودرو را در هر یک از لحظه‌های $t = ۲/۰\,s$ ، $t = ۸/۰\,s$ و $t = ۱۱/۰\,s$ به دست آورید.

در بازهٔ زمانی $۰\,s$ تا $۶\,s$، خودرو با سرعت ثابت $۲۰\,m/s$ در حرکت است؛ بنابراین شتاب حرکت خودرو در لحظهٔ $t = ۲\,s$ صفر است.

در بازهٔ زمانی $۶\,s$ تا $۱۰\,s$ خودرو با شتاب ثابت در حرکت است؛ در نتیجه شتاب حرکت خودرو در هر لحظه از این بازهٔ زمانی برابر با شتاب متوسط در این بازهٔ زمانی است؛ بنابراین شتاب حرکت خودرو در لحظهٔ $t = ۸\,s$ برابر است با:

$$a_{(t=۸\,s)} = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۴۰\,m/s - ۲۰\,m/s}{۱۰\,s - ۶\,s} = ۵\,m/s^۲$$

در بازهٔ زمانی $۱۰\,s$ تا $۱۴\,s$ خودرو با شتاب ثابت در حرکت است؛ در نتیجه شتاب حرکت خودرو در هر لحظه از این بازهٔ زمانی برابر با شتاب متوسط این بازهٔ زمانی است؛ بنابراین شتاب حرکت خودرو در لحظهٔ $t = ۱۱\,s$ برابر است با:

$$a_{(t=۱۱\,s)} = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۰ - ۴۰\,m/s}{۱۴\,s - ۱۰\,s} = -۱۰\,m/s^۲$$

درس‌نامه

حرکت با سرعت ثابت

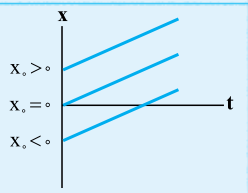
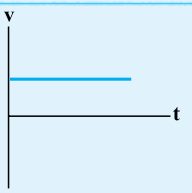
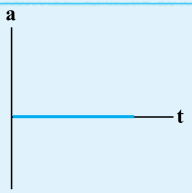
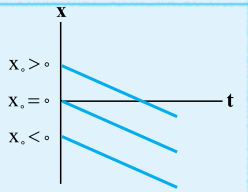
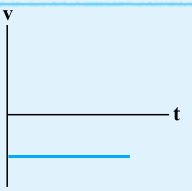
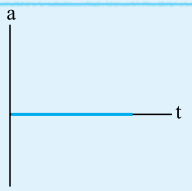
ساده‌ترین نوع حرکت، حرکت با سرعت ثابت است. در این نوع حرکت، اندازه و جهت سرعت متحرک در طول مسیر ثابت است.

معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با سرعت ثابت:

معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با سرعت ثابت، یک معادلهٔ درجه‌یک برحسب زمان به صورت زیر است. در معادلهٔ زیر v سرعت متحرک است که ثابت است و $x_۰$ مکان اولیهٔ متحرک است.

$$\boxed{x = vt + x_۰}$$

نمودارهای حرکت با سرعت ثابت:

سرعت	مکان ـ زمان	سرعت ـ زمان	شتاب ـ زمان
مثبت			
منفی			

مثال دونده‌ای با سرعت ثابت در حال دویدن است به طوری که در مبدأ زمان در مکان $x_۰ = ۳۰\,m$ و پس از ۵ ثانیه در مکان $x_۱ = ۷۰\,m$ قرار دارد.

الف) معادلهٔ مکان ـ زمان این دونده را به دست آورید.

ب) نمودار مکان ـ زمان دونده را رسم کنید.

پ) نمودار سرعت ـ زمان دونده را رسم کنید.

ت) نمودار شتاب ـ زمان دونده را رسم کنید.

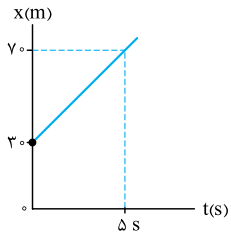
پاسخ الف) از آن‌جایی که حرکت دونده با سرعت ثابت (حرکت یکنواخت) است، معادلهٔ حرکت آن را می‌توان به صورت $x = vt + x_\circ$ نوشت. با توجه به موقعیت مکانی دونده در لحظات $t_\circ = \circ\,s$ و $t_۱ = ۵\,s$ می‌توان به راحتی سرعت دونده را به دست آورد.

$$\text{سرعت دونده} = v_{av} = \frac{x_۱ - x_\circ}{t_۱ - t_\circ} = \frac{۷\circ\,m - ۳\circ\,m}{۵\,s} = ۸\,m/s$$

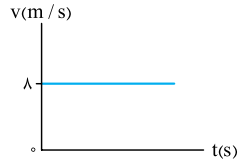
حال با داشتن سرعت دونده و موقعیت مکانی او در $t_\circ = \circ$ $(x_\circ = ۳\circ\,m)$ می‌توان معادلهٔ مکان ـ زمان دونده را به صورت مقابل نوشت:

$$x(t) = ۸t + ۳\circ$$

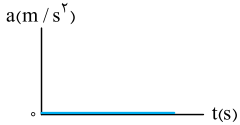
ب) نمودار مکان ـ زمان دونده به صورت یک خط راست که شیب این نمودار بیانگر سرعت حرکت دونده و عرض از مبدأ آن نشان‌دهندهٔ مکان اولیه دونده می‌باشد. بنابراین نمودار مکان ـ زمان حرکت دونده به صورت زیر است:



پ) دونده با سرعت ثابت $۸\,m/s$ می‌دود، بنابراین نمودار سرعت ـ زمان دونده به صورت زیر است:



ت) از آن‌جایی که دونده با سرعت ثابت می‌دود، بنابراین شتاب حرکت دونده صفر است. پس نمودار شتاب ـ زمان دونده به صورت زیر است:

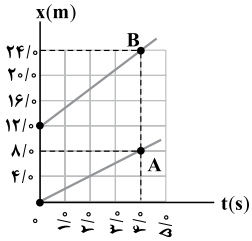


تمرین ۱ـ۶

صفحهٔ ۱۴ کتاب درسی

شکل زیر نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که در راستای محور x حرکت می‌کنند.

سرعت هر متحرک را پیدا کنید و معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها را بنویسید.



اگر نمودار مکان ـ زمان متحرکی به صورت خط راست باشد، آن‌گاه سرعت متحرک ثابت بوده و سرعت در هر لحظه برابر با سرعت متوسط آن در هر بازهٔ زمانی است؛ بنابراین سرعت متحرک‌های A و B به صورت زیر به دست می‌آید:

برای متحرک A:
$$v_A = (v_{av})_A = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۸\,m - \circ}{۴\,s - \circ} = ۲\,m/s$$

برای متحرک B:
$$v_B = (v_{av})_B = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۲۴\,m - ۱۲\,m}{۴\,s - \circ\,s} = ۳\,m/s$$

با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک با سرعت ثابت $(x = vt + x_\circ)$، معادلهٔ حرکت دو متحرک A و B را به دست می‌آوریم:

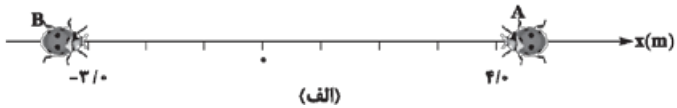
برای متحرک A:
$$v_A = ۲\,m/s \quad , \quad x_{\circ A} = \circ\,m \Rightarrow x_A = v_A t + x_{\circ A} = (۲\,m/s)t + \circ \Rightarrow x_A = ۲t$$

برای متحرک B:
$$v_B = ۳\,m/s \quad , \quad x_{\circ B} = ۱۲\,m \Rightarrow x_B = v_B t + x_{\circ B} = (۳\,m/s)t + (۱۲\,m) \Rightarrow x_B = ۳t + ۱۲$$

تمرین ۱ـ۷

صفحهٔ ۱۴ کتاب درسی

شکل (الف)، مکان دو کفشدوزک A و B را که در راستای محور x حرکت می‌کنند در لحظهٔ $t = \circ\,s$ نشان می‌دهد. نمودار مکان ـ زمان این کفشدوزک‌ها در شکل (ب) رسم شده است.

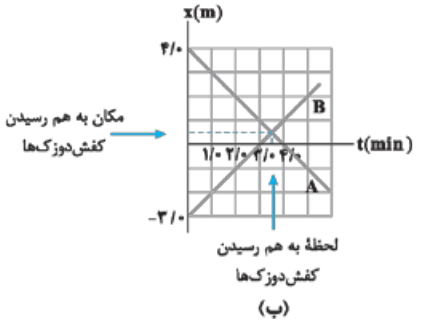


(الف)

الف) از روی نمودار به طور تقریبی تعیین کنید کفشدوزک‌ها در چه لحظه و در چه مکانی به یکدیگر می‌رسند.

با توجه به نمودار مکان ـ زمان زیر، کفشدوزک‌ها تقریباً در لحظهٔ $t = ۳/۵\,min$ و در مکان $x = \circ/۵\,m$ به هم می‌رسند.

ب) با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان، زمان و مکان هم‌رسی کفشدوزک‌ها را پیدا کنید.



(ب)

کفشدوزک A:

$$v_A = (v_{av})_A = \frac{۰ - ۴\ m}{۴\ min - ۰} = -۱\ m/min\ ,\ x_{۰A} = ۴\ m$$

$$\Rightarrow x_A = v_A t + x_{۰A} \Rightarrow x_A = (-۱\ m/min)t + (۴\ m) = -t + ۴$$

کفشدوزک B:

$$v_B = (v_{av})_B = \frac{۰ - (-۳\ m)}{۳\ min - ۰} = +۱\ m/min \quad , \quad x_{۰B} = -۳\ m$$

$$\Rightarrow x_B = v_B t + x_{۰B} \Rightarrow x_B = (+۱\ m/min)t + (-۳\ m) = t - ۳$$

هنگامی که کفشدوزک‌ها به هم می‌رسند، $x_A = x_B$ خواهد بود؛ بنابراین داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow -t + ۴ = t - ۳ \Rightarrow ۲t = ۷ \Rightarrow t = ۳/۵\ min$$

اکنون زمان به هم رسیدن کفشدوزک‌ها را در معادلهٔ مکان ـ زمان یکی از کفشدوزک‌ها قرار می‌دهیم تا مختصات مکانی به هم رسیدن کفشدوزک‌ها به دست آید:

$$x_A = (-۱\ m/min)(۳/۵\ min) + ۴\ m = +۰/۵\ m$$

درس‌نامه

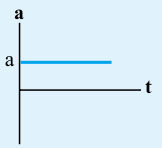
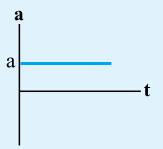
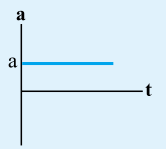
حرکت با شتاب ثابت

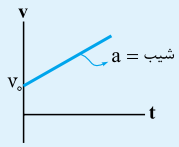
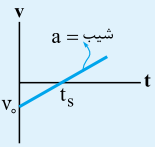
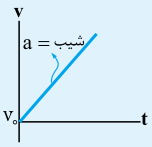
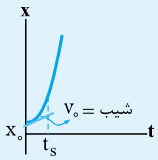
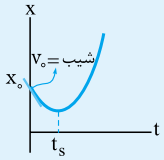
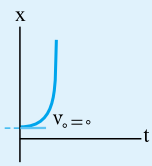
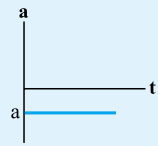
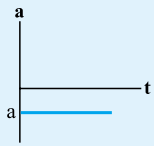
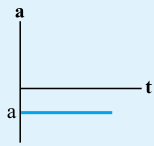
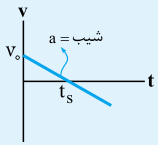
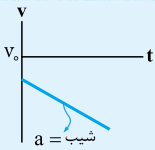
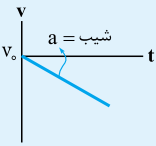
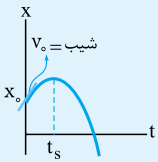
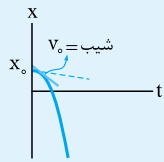
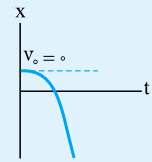
هرگاه شتاب متحرک در لحظه‌های مختلف یکسان باشد، حرکت جسم را حرکت با شتاب ثابت می‌نامیم. در این حرکت شتاب در هر لحظه برابر با شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه است.

فرمول‌های حرکت با شتاب ثابت:

عنوان معرف	فرمول	معرفی کمیت‌ها
معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت (مستقل از جابه‌جایی)	$v = at + v_۰$	سرعت در لحظهٔ $t \rightarrow v$ شتاب $\rightarrow a$ سرعت اولیه $\rightarrow v_۰$
معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت (مستقل از سرعت نهایی)	$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$	مکان در لحظهٔ $t \rightarrow x$ شتاب $\rightarrow a$ سرعت اولیه $\rightarrow v_۰$ مکان اولیه $\rightarrow x_۰$
معادلهٔ مستقل از زمان	$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x$	شتاب $\rightarrow a$ سرعت نهایی $\rightarrow v$ سرعت اولیه $\rightarrow v_۰$ جابه‌جایی $\rightarrow \Delta x$
معادلهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت (مستقل از شتاب)	$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}$ $\Delta x = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}\Delta t$	سرعت متوسط $\rightarrow v_{av}$ جابه‌جایی $\rightarrow \Delta x$ سرعت اولیه $\rightarrow v_۱$ سرعت نهایی $\rightarrow v_۲$

نمودارهای حرکت با شتاب ثابت:

ویژگی / معادله	$a > ۰$ ، $v_۰ > ۰$	$a > ۰$ ، $v_۰ < ۰$	$a > ۰$ ، $v_۰ = ۰$
مقدار ثابت $= a$			

ویژگی / معادله	$a<0$ ، $v_0>0$	$a<0$ ، $v_0<0$	$a<0$ ، $v_0=0$
$v = at + v_0$			
$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$			
مقدار ثابت = a			
$v = at + v_0$			
$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$			

نکته در نمودارهای بالا می‌بینید وقتی شتاب متحرک مثبت است، تقعر (یا همان گودی) نمودار x ـ t به سمت بالا است ( )، در حالی که هرگاه شتاب متحرک منفی است، تقعر نمودار x ـ t به سمت پایین ( ).

مثال **متحرکی که با شتاب ثابت $2\ m/s^2$ در حرکت است، در مبدأ زمان از مکان $x = 5\ m$ با سرعت $4\ m/s$ عبور می‌کند.**

الف) معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک را بنویسید.

ب) مکان متحرک را در لحظات $t_1 = 1\ s$ و $t_2 = 5\ s$ مشخص کنید.

پ) سرعت متوسط متحرک را بین زمان‌های $t_1 = 1\ s$ و $t_2 = 5\ s$ به دست آورید.

ت) معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک را بنویسید.

ث) سرعت متحرک را در لحظات $t_1 = 2\ s$ و $t_2 = 4\ s$ به دست آورید.

ج) سرعت متوسط متحرک را بین بازهٔ $t_1 = 2\ s$ و $t_2 = 4\ s$ به دست آورید.

چ) متحرک از لحظهٔ $t_1 = 2\ s$ تا لحظهٔ $t_2 = 4\ s$ چند متر جابه‌جا می‌شود؟

پاسخ الف) با توجه به روابط جدول بالا به راحتی معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 = \frac{1}{2}\times 2\times t^2 + 4\times t + 5 = t^2 + 4t + 5$$

ب)

$$t_1 = 1\ s \Rightarrow x_1(t = 1\ s) = (1)^2 + 4(1) + 5 = 10\ m$$

$$t_2 = 5\ s \Rightarrow x_2(t = 5\ s) = (5)^2 + 4(5) + 5 = 50\ m$$

پ) با توجه به قسمت (ب) مکان متحرک در لحظات $t_1 = 1\ s$ و $t_2 = 5\ s$ مشخص شده است. بنابراین به راحتی می‌توانیم سرعت متوسط متحرک را به دست آوریم:

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{50\ m - 10\ m}{5\ s - 1\ s} = \frac{40\ m}{4\ s} = 10\ m/s$$

ت) معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت در حرکت است به صورت $v = at + v_0$ می‌باشد. بنابراین معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک را به صورت زیر داریم: $v = 2t + 4$

ث) $t_1 = 2\,s \Rightarrow v_1(t = 2\,s) = 2\times 2 + 4 = 8\,m/s$

$t_2 = 4\,s \Rightarrow v_2(t = 4\,s) = 2\times 4 + 4 = 12\,m/s$

ج) از آن‌جایی که سرعت متحرک در لحظات مورد نظر را در قسمت (ث) به دست آورده‌ایم، بنابراین با استفاده از معادلهٔ مستقل از شتاب می‌توانیم به راحتی سرعت متوسط متحرک را به دست آوریم. $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{8+12}{2} = 10\,m/s$

چ) با استفاده از معادلهٔ مستقل از زمان، به راحتی می‌توانیم جابه‌جایی متحرک را بین زمان‌های $t_1 = 2\,s$ و $t_2 = 4\,s$ به دست آوریم. $v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow (12)^2 - (8)^2 = 2\times 2\times \Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{144-64}{4} = 20\,m$

تمرین ۱ـ۸

صفحهٔ ۱۶ کتاب درسی

معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $v = -1/8\,t + 2/2$ است.

الف) سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 4/0\,s$ چه‌قدر است؟

$t = 4\,s \Rightarrow v(t = 4\,s) = -(1/8\,m/s^2)(4\,s) + (2/2\,m/s) = -5\,m/s$

ب) سرعت متوسط متحرک و جابه‌جایی آن در بازهٔ زمانی صفر تا $t = 4/0\,s$ چه‌قدر است؟

از آن‌جایی که معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک به صورت $v = at + v_0$ است، بنابراین حرکت متحرک با شتاب ثابت است. یعنی داریم:

$v_0 = 2/2\,m/s \quad , \quad a = -1/8\,m/s^2$

برای متحرکی که با شتاب ثابت در حرکت است، سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی برابر با میانگین سرعت متحرک در لحظات ابتدایی و انتهایی بازهٔ زمانی است؛ یعنی: $v_{av} = \frac{v_0 + v}{2}$

بنابراین سرعت متوسط حرکت متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۴ s برابر است با:

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2} \xrightarrow[v=-5\,m/s]{v_0=2/2\,m/s} v_{av} = \frac{(2/2\,m/s) + (-5\,m/s)}{2} = -1/4\,m/s$$

با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط می‌توان جابه‌جایی متحرک را به دست آورد:

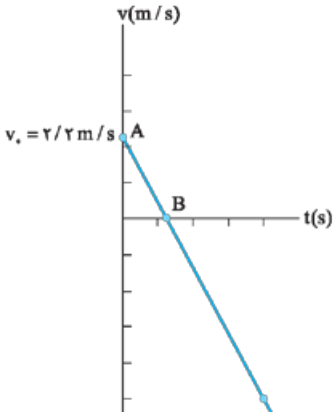
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -1/4\,m/s = \frac{\Delta x}{4\,s} \Rightarrow \Delta x = -5/6\,m$$

پ) نمودار سرعت ـ زمان این متحرک را رسم کنید.

برای رسم نمودار سرعت ـ زمان متحرک، سرعت اولیه و لحظه‌ای که سرعت متحرک صفر می‌شود را مشخص می‌کنیم:

نقطهٔ A : $t = 0 \Rightarrow v_0 = 2/2\,m/s$

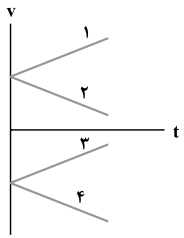
نقطهٔ B : $v = -1/8\,t + 2/2 = 0 \Rightarrow t = \frac{2/2}{1/8} \simeq 1/2\,s$

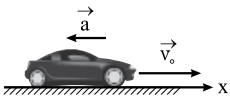


فعالیت ۱ـ۲

صفحهٔ ۱۶ کتاب درسی

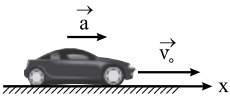
در تمامی حالت‌های شکل زیر، خودروها در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت‌اند. حرکت هر یک از خودروها، توسط کدام‌یک از نمودارهای $v - t$ توصیف می‌شود؟ هم‌چنین توضیح دهید تندی کدام خودرو در حال افزایش (حرکت تندشونده) و تندی کدام خودرو در حال کاهش (حرکت کُندشونده) است.





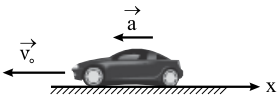
(الف)

در این حالت، خودرو در جهت مثبت محور x در حال حرکت است؛ یعنی سرعت اولیهٔ آن مثبت است. اما شتاب خودرو در جهت منفی محور x است؛ یعنی سرعت آن با وجود مثبت‌بودن در حال کاهش است؛ بنابراین نمودار مربوط به خودروی (الف) نمودار (۲) است. این خودرو دارای حرکت کندشونده است.



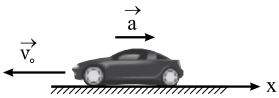
(ب)

در این حالت، خودرو در جهت مثبت محور x در حال حرکت است؛ یعنی سرعت اولیهٔ آن مثبت است. هم‌چنین شتاب این خودرو در جهت مثبت محور x است، در نتیجه سرعت آن به مرور افزایش می‌یابد؛ بنابراین نمودار مربوط به این خودرو نمودار (۱) است. حرکت این خودرو تندشونده است.



(پ)

در این حالت، خودرو در جهت منفی محور x در حال حرکت است؛ یعنی سرعت اولیهٔ آن منفی است. هم‌چنین شتاب حرکت این خودرو در جهت منفی محور x است، در نتیجه اندازهٔ سرعت خودرو به مرور افزایش می‌یابد؛ بنابراین نمودار مربوط به این خودرو نمودار (۴) است. حرکت این خودرو نیز تندشونده است.



(ت)

در این حالت، خودرو در جهت منفی محور x در حال حرکت است؛ یعنی سرعت اولیهٔ آن منفی است. اما شتاب خودرو در جهت مثبت محور x است؛ یعنی اندازهٔ سرعت خودرو در حال کاهش است. بنابراین، نمودار مربوط به خودروی (ت) نمودار (۳) است. حرکت این خودرو کندشونده است.

تمرین ۱ـ۹ صفحهٔ ۱۸ کتاب درسی

خودرویی با سرعت $18/0\ km/h$ در امتداد مسیری مستقیم از چهارراهی می‌گذرد؛ تندی آن با شتاب $1/0\ m/s^2$ افزایش می‌یابد. سرعت خودرو پس از $300\ m$ جابه‌جایی چه‌قدر است؟

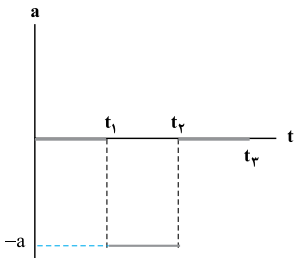
$v_1 = 18\ km/h = 5\ m/s \quad , \quad a = 1\ m/s^2 \quad , \quad \Delta x = 300\ m$

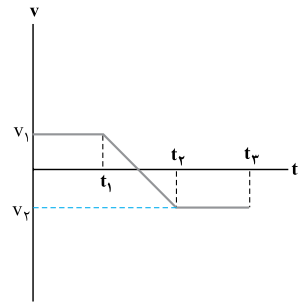
با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v_2^2 - (5\ m/s)^2 = 2(1\ m/s^2)(300\ m) \Rightarrow v_2^2 = 625\ m^2/s^2 \Rightarrow v_2 = 25\ m/s$$

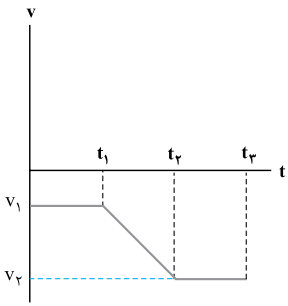
پرسش ۱ـ۷ صفحهٔ ۲۱ کتاب درسی

نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند مطابق شکل مقابل است. توضیح دهید چگونه هر یک از نمودارهای سرعت ـ زمان شکل‌های (الف)، (ب) و (پ) می‌تواند متناظر با این نمودار شتاب ـ زمان باشد.

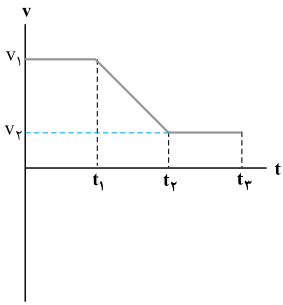




(پ)



(ب)



(الف)

سرعت در بازهٔ $(0, t_1)$ در هر سه نمودار «الف»، «ب» و «پ» ثابت است؛ پس شتاب متحرک در این قسمت برابر صفر است.

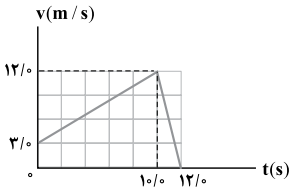
تغییرات سرعت در بازهٔ (t_1, t_2) در هر سه نمودار منفی و برابر است و نمودار $v-t$ یک خط راست با شیب منفی است؛ پس شتاب در این بازه در هر سه نمودار برابر با $a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ است.

در بازهٔ (t_2, t_3) شتاب در هر سه نمودار صفر است، چون تغییرات سرعت در این بازه در هر سه نمودار صفر است. در واقع در تعیین شتاب، سرعت اولیه و نهایی مهم نیست و فقط تغییرات سرعت مهم است.

تمرین ۱ـ۱۰ — صفحهٔ ۲۱ کتاب درسی

آهویی در مسیری مستقیم در امتداد محور x می‌دود. نمودار سرعت ـ زمان آهو در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۲/۰ s مطابق شکل است. در این بازهٔ زمانی:

الف) مسافت کل پیموده‌شده توسط آهو را به دست آورید.



از آن‌جایی که سرعت آهو در این بازهٔ زمانی همواره مثبت است، پس آهو در این مدت تغییر جهت نمی‌دهد؛ بنابراین مسافت کل پیموده شده برابر با جابه‌جایی آهو است: $|\Delta\vec{x}| = l$

مساحت بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان در هر بازهٔ زمانی برابر با جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی است. بنابراین داریم:

$$|\Delta\vec{x}_{(0,12)}| = l_{(0,12)} = \left(\frac{3\,m/s + 12\,m/s}{2}\times 10\,s\right) + \left(\frac{1}{2}\times(12\,m/s)\times 2\,s\right) = 75\,m + 12\,m = 87\,m$$

ب) جابه‌جایی آهو را پیدا کنید.

در قسمت (الف) اندازهٔ جابه‌جایی آهو را در بازهٔ $(0,12\,s)$ به دست آوردیم. از آن‌جایی که سرعت در کل بازه مثبت است، جابه‌جایی در راستای محور x است و داریم:

$$\Delta\vec{x} = (87\,m)\,\vec{i}$$

پ) نمودار شتاب ـ زمان آهو را رسم کنید.

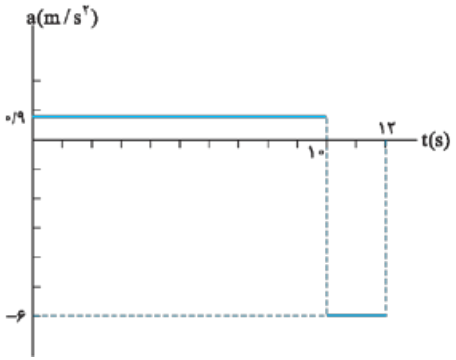
نمودار سرعت ـ زمان آهو در بازه‌های زمانی ۰ s تا ۱۰ s و ۱۰ s تا ۱۲ s به صورت خط راست است؛ بنابراین آهو در هر بازهٔ زمانی با شتاب ثابت در حرکت است.

در بازهٔ زمانی ۰ s تا ۱۰ s:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{12\,m/s - 3\,m/s}{10\,s - 0\,s} = 0/9\,m/s^2$$

در بازهٔ زمانی ۱۰ s تا ۱۲ s:

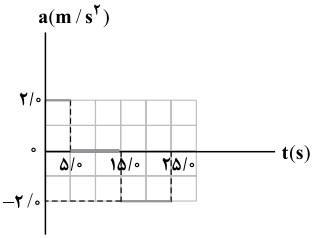
$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 12\,m/s}{12\,s - 10\,s} = -6\,m/s^2$$



تمرین ۱ـ۱۱ — صفحهٔ ۲۱ کتاب درسی

شکل مقابل نمودار شتاب ـ زمان یک ماشین اسباب‌بازی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x حرکت می‌کند. با فرض $x_0 = 0$ و $v_0 = 0$ در بازهٔ زمانی صفر تا ۲۵/۰ s،

الف) نمودارهای سرعت ـ زمان و مکان ـ زمان این ماشین را رسم کنید.



در بازهٔ زمانی ۰ s تا ۵ s داریم:

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_5 - 0}{5\,s - 0} = 2\,m/s^2 \Rightarrow v_5 = 10\,m/s$$

حرکت ماشین اسباب‌بازی در این بازهٔ زمانی با شتاب ثابت انجام می‌شود؛ بنابراین با استفاده از معادله‌های سرعت ـ زمان و مکان ـ زمان برای حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$x_0 = 0\,m \quad , \quad v_0 = 0\,m/s \quad , \quad a = 2\,m/s^2$$

$$v = at + v_0 = (2\,m/s^2)t + 0 = 2t \qquad t = 5s \Rightarrow v = 2(5) = 10\,m/s$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}(2\,m/s^2)t^2 \Rightarrow x = t^2 \qquad t = 5\,s \Rightarrow x_5 = (5)^2 = 25\,m$$

بنابراین معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک در بازهٔ زمانی ۰ s تا ۵ s به صورت $2t$ و سرعت متحرک در پایان این بازه $10\,m/s$ است.

هم‌چنین معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک در این بازهٔ زمانی به صورت t^2 است و متحرک در لحظهٔ $t = 5\,s$ در مکان $25\,m$ قرار دارد.

در بازهٔ زمانی ۵ s تا ۱۵ s، شتاب حرکت ماشین اسباب‌بازی صفر است. پس در این بازهٔ زمانی متحرک با سرعت ثابت $10\,m/s$ حرکت می‌کند.

$$t = 5\,s \xrightarrow{\text{تا}} t = 15\,s \quad , \quad v = 10\,m/s$$

بنابراین با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان برای حرکت با سرعت ثابت داریم:

$$x_5 = 25\,m \quad , \quad \Delta t = 10\,s$$

$$x_{15} = v\Delta t + x_5 = (10\,m/s)(10\,s) + 25\,m = 125\,m$$

بنابراین نمودار مکان ـ زمان ماشین اسباب‌بازی در بازهٔ زمانی ۵ s تا ۱۵ s به صورت خط راست خواهد بود و متحرک در لحظهٔ ۱۵ s در مکان ۱۲۵ m قرار دارد.

در بازهٔ زمانی ۱۵ s تا ۲۵ s متحرک با شتاب ثابت $-۲\ m/s^۲$ در حرکت است. بنابراین با استفاده از معادله‌های سرعت ـ زمان و مکان ـ زمان برای حرکت با شتاب ثابت داریم: $x_{۱۵}=۱۲۵ \quad , \quad v_{۱۵}=۱۰\ m/s$

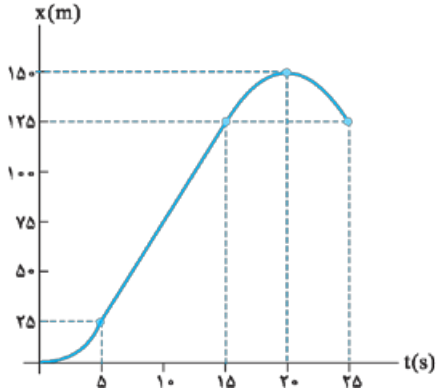
$$v=a\Delta t+v_{۱۵}=(-۲\ m/s^۲)\Delta t+۱۰\ m/s=-۲\Delta t+۱۰ \Rightarrow v_{۲۵}=-۲(۱۰)+۱۰=-۱۰\ m/s$$

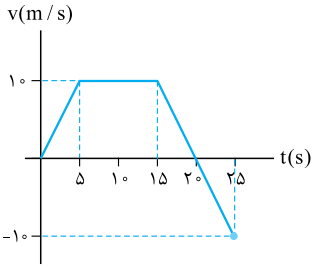
$$x=\frac{۱}{۲}a\Delta t^۲+v_{۱۵}\Delta t+x_{۱۵} \Rightarrow x=\frac{۱}{۲}(-۲\ m/s^۲)\Delta t^۲+(۱۰\ m/s)\Delta t+۱۲۵\ m \Rightarrow x=-\Delta t^۲+۱۰\Delta t+۱۲۵$$

در لحظهٔ ۲۰ s : $\Delta t=۲۰\ s-۱۵\ s=۵\ s \Rightarrow x_{۲۰}=-(۵)^۲+۱۰(۵)+۱۲۵=۱۵۰\ m$

در لحظهٔ ۲۵ s : $\Delta t=۲۵\ s-۱۵\ s=۱۰\ s \Rightarrow x_{۲۵}=-(۱۰)^۲+۱۰(۱۰)+۱۲۵=۱۲۵\ m$

بنابراین نمودارهای سرعت ـ زمان و مکان ـ زمان این ماشین به صورت زیر است:





ب) با توجه به نمودار سرعت ـ زمان، مشخص کنید در کدام یک از بازه‌های زمانی، حرکت ماشین تندشونده، کُندشونده یا با سرعت ثابت است.

در بازهٔ زمانی صفر تا ۵ s، تندی متحرک در حال افزایش و در نتیجه حرکت آن تندشونده است.

در بازهٔ زمانی ۵ s تا ۱۵ s، متحرک با سرعت ثابت در حرکت است.

در بازهٔ زمانی ۱۵ s تا ۲۰ s، تندی متحرک در حال کاهش و در نتیجه حرکت آن کندشونده است.

در بازهٔ زمانی ۲۰ s تا ۲۵ s، تندی متحرک در حال افزایش و در نتیجه حرکت آن تندشونده است.

پ) شتاب متوسط ماشین را پیدا کنید.

با استفاده از رابطهٔ $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ می‌توان شتاب متوسط ماشین را به دست آورد:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_{۲۵}-v_{۰}}{۲۵\ s-۰}=\frac{-۱۰\ m/s-۰}{۲۵\ s}=-۰/۴\ m/s^۲$$

ت) جابه‌جایی ماشین را پیدا کنید.

$$\Delta x_T=x_{۲۵}-x_{۰}=۱۲۵\ m-۰=۱۲۵\ m$$

درس‌نامه

سقوط آزاد

اگر جسمی را در نزدیکی زمین، رها کنیم یا به سمت پایین یا بالا پرتاب کنیم و فقط نیروی وزن بر آن اثر کند (از مقاومت هوا صرف نظر شود.)، جسم حرکتی با شتاب ثابت $(g\simeq ۹/۸\ m/s^۲)$ انجام می‌دهد که به این حرکت، سقوط آزاد گفته می‌شود.

اگر جسم را رها کنیم، معادلات حرکت به صورت زیر می‌شود:

$$\boxed{y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+y_{۰}} \quad , \quad \boxed{v=-gt} \quad , \quad \boxed{v^۲=-۲g(y-y_{۰})} \quad , \quad \boxed{v_{av}=\frac{v}{۲}}$$

مثال **گلوله‌ای را از ارتفاع ۱۵۰ متری سطح زمین رها می‌کنیم. $(g=۱۰\ m/s^۲)$**

الف) پس از ۵ ثانیه گلوله در چه ارتفاعی نسبت به زمین قرار دارد؟

ب) سرعت گلوله پس از این ۵ ثانیه به چند متر بر ثانیه می‌رسد؟

پاسخ الف) با استفاده از رابطهٔ $y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+y_{۰}$ می‌توانیم ارتفاع گلوله را پس از ۵ ثانیه از رهاشدن مشخص کنیم.

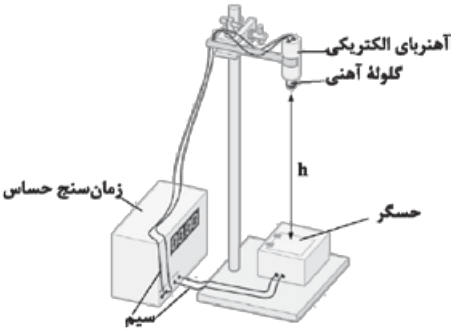
$$y=-\frac{۱}{۲}gt^۲+y_{۰}=-\frac{۱}{۲}\times ۱۰\times(۵)^۲+۱۵۰=-۱۲۵+۱۵۰=۲۵\ m$$

ب) با استفاده از رابطهٔ $v=-gt$، سرعت گلوله را در لحظهٔ $t=۵\ s$ به دست می‌آوریم: $v=-۱۰\times ۵=-۵۰\ m/s$

و این یعنی سرعت گلوله پس از ۵ ثانیه برابر با $۵۰\ m/s$ و به سمت پایین است.

شکل مقابل اسباب انجام آزمایش ساده‌ای را نشان می‌دهد که به کمک آن می‌توان شتاب گرانش را در محل آزمایش اندازه گرفت.

الف) به نظر شما این وسیلهٔ آزمایش چگونه کار می‌کند؟



با قطع‌شدن جریان الکتریکی، میدان مغناطیسی در آهنربای الکتریکی از بین رفته و در نتیجه گلولهٔ آهنی رها می‌شود. به محض رهاشدن گلولهٔ آهنی از آهنربای الکتریکی، زمان‌سنج شروع به کار می‌کند. با سقوط گلوله از ارتفاع h و برخورد با حسگر، بلافاصله زمان‌سنج متوقف می‌شود تا زمان سقوط گلولهٔ آهنی اندازه‌گیری شود (t). با استفاده از معادلات حرکت سقوط آزاد می‌توان شتاب گرانش زمین را به دست آورد.

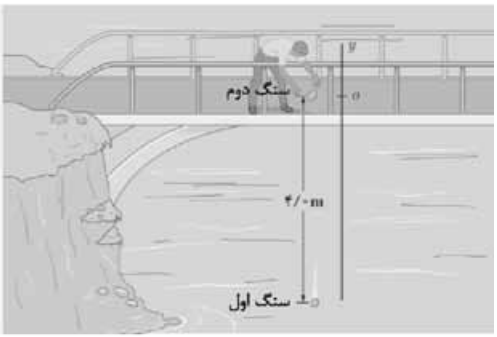
ب) در یک آزمایش نوعی، داده‌های زیر به دست آمده است: $h = ۰/۲۷\ m \quad , \quad t = ۰/۲۳۰\ s$

با توجه به این داده‌ها، اندازهٔ شتاب گرانش در محل آزمایش چه‌قدر به دست می‌آید؟ (اشاره: اگر وسایل مشابهی در آزمایشگاه مدرسه دارید، شتاب گرانش محل خود را به کمک آن اندازه‌گیری کنید.)

جهت مثبت را رو به بالا و محل رهاشدن گلوله را مبدأ مختصات $(y_۰ = ۰)$ در نظر می‌گیریم: $y_۰ = ۰\ m \quad , \quad v_۰ = ۰\ m/s$

$$y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + v_۰t + y_۰ \Rightarrow -h = -\frac{۱}{۲}gt^۲ \Rightarrow g = \frac{۲h}{t^۲} = \frac{۲\times(۰/۲۷\ m)}{(۰/۲۳\ s)^۲} \simeq ۱۰/۲\ m/s^۲$$

شکل مقابل شخصی را نشان می‌دهد که ابتدا سنگی را از بالای پلی به داخل رودخانه‌ای رها کرده است. وقتی سنگ مسافت ۴/۰ m را طی می‌کند. سنگ دیگری دوباره از همان ارتفاع توسط شخص رها می‌شود. توضیح دهید آیا با گذشت زمان و تا قبل از برخورد سنگ اول به سطح آب رودخانه، فاصلهٔ بین دو سنگ کاهش یا افزایش می‌یابد یا تغییری نمی‌کند.



با فرض این‌که مبدأ زمان، لحظهٔ رهاکردن سنگ دوم است، معادلهٔ مکان ـ زمان هر دو سنگ را با استفاده از رابطهٔ زیر به دست می‌آوریم: $y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + v_۰t + y_۰$

برای نوشتن معادلهٔ مکان ـ زمان سنگ اول، ابتدا باید با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی، سرعت آن را در فاصلهٔ ۴ متری زیر پل به دست آوریم:

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = -۲g(y_۲ - y_۱) \Rightarrow v_۲^۲ - ۰^۲ = -۲(۱۰\ m/s^۲)(-۴\ m) \Rightarrow v_۲^۲ = ۸۰$$

$v_۲ = -۴\sqrt{۵}\ m/s = v_۰$ (جهت حرکت سنگ به سمت منفی محور y است.)

پس سرعت گلولهٔ اول در مبدأ زمان $-۴\sqrt{۵}\ m/s$ است. بنابراین معادلهٔ مکان ـ زمان سنگ اول به صورت زیر است:

$$y = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + v_۰t + y_۰ = -\frac{۱}{۲}gt^۲ - ۴\sqrt{۵}t - ۴$$

سنگ دوم از مبدأ مختصات رها می‌شود؛ بنابراین معادلهٔ مکان ـ زمان سنگ دوم به صورت زیر است:

$$v'_۰ = ۰\ m/s \quad , \quad y'_۰ = ۰\ m \Rightarrow y' = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + v'_۰t + y'_۰ = -\frac{۱}{۲}gt^۲$$

چون ارتفاع سنگ دوم همواره بیشتر از سنگ اول می‌باشد، پس فاصلهٔ بین دو سنگ در هر لحظه برابر با $y' - y$ است، بنابراین داریم: فاصلهٔ بین دو سنگ: $y' - y = (-\frac{۱}{۲}gt^۲) - (-\frac{۱}{۲}gt^۲ - ۴\sqrt{۵}t - ۴) = (۴\sqrt{۵}\ m/s)t + ۴\ m$

همان‌طور که از این رابطه مشخص است، فاصلهٔ بین سنگ‌ها در ابتدا ۴ m بوده و با گذشت زمان با سرعت $۴\sqrt{۵}\ m/s$ افزایش می‌یابد.

۱ـ۱ شناخت حرکت

۱ـ با توجه به داده‌های نقشهٔ شکل زیر:

الف) تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط خودرو را پیدا کنید.

$$\Delta t = ۱\,h + \frac{۱}{۳}\,h = \frac{۴}{۳}\,h \quad , \quad l = ۸۸\,km \quad , \quad d = ۶۰\,km$$

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۸۸\,km}{\frac{۴}{۳}\,h} = ۶۶\,km/h$$

$$v_{av} = \frac{|d|}{\Delta t} = \frac{۶۰\,km}{\frac{۴}{۳}\,h} = ۴۵\,km/h$$

ب) مفهوم فیزیکی این دو کمیت چه تفاوتی با یکدیگر دارد؟

تندی متوسط یک متحرک مشخص می‌کند که به طور متوسط در هر ثانیه چه مسافتی را طی کرده است. سرعت متوسط یک متحرک مشخص می‌کند که متحرک به طور متوسط در هر ثانیه چه‌قدر از مبدأ مکان دور شده است.

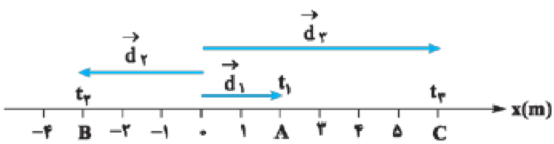
پ) در چه صورت تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط می‌توانست تقریباً با یکدیگر برابر باشد؟

اگر مسیر حرکت خودرو بین دو شهر مستقیم باشد و خودرو بدون تغییر جهت این مسیر را طی کند، آن‌گاه مسافت طی شده و جابه‌جایی خودرو با هم برابر و در نتیجه تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط خودرو نیز با هم برابر خواهد شد.

۲ـ متحرکی مطابق شکل در لحظهٔ $t_۱$ در نقطهٔ A، در لحظهٔ $t_۲$ در نقطهٔ B و در لحظهٔ $t_۳$ در نقطهٔ C قرار دارد.

الف) بردارهای مکان متحرک را در هر یک از این لحظه‌ها روی محور x رسم کنید و برحسب بردار یکه بنویسید.

برای رسم بردار مکان متحرک در هر لحظه، برداری را از مبدأ مکان به مکان جسم در آن لحظه رسم می‌کنیم؛ یعنی داریم:



$$\vec{d}_۱ = (۲\,m)\vec{i} \;,\; \vec{d}_۲ = (-۳\,m)\vec{i} \;,\; \vec{d}_۳ = (۶\,m)\vec{i}$$

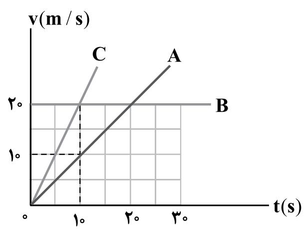
ب) بردار جابه‌جایی متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، $t_۲$ تا $t_۳$ و $t_۱$ تا $t_۳$ به دست آورید.

بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$: $\vec{d}_{۱۲} = \vec{d}_۲ - \vec{d}_۱ = (-۳\,m\vec{i}) - (۲\,m\vec{i}) = (-۳\,m - ۲\,m)\vec{i} = (-۵\,m)\vec{i}$

بازهٔ زمانی $t_۲$ تا $t_۳$: $\vec{d}_{۲۳} = \vec{d}_۳ - \vec{d}_۲ = (۶\,m\vec{i}) - (-۳\,m\vec{i}) = (۶\,m + ۳\,m)\vec{i} = (۹\,m)\vec{i}$

بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۳$: $\vec{d}_{۱۳} = \vec{d}_۳ - \vec{d}_۱ = (۶\,m\vec{i}) - (۲\,m\vec{i}) = (۶\,m - ۲\,m)\vec{i} = (۴\,m)\vec{i}$

۳ـ در شکل مقابل نمودار سرعت ـ زمان سه متحرک نشان داده شده است.



الف) شتاب سه متحرک را به طور کیفی با یکدیگر مقایسه کنید.

اندازهٔ شتاب متحرک در هر لحظهٔ دلخواه برابر با بزرگی شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان در آن لحظه است. با توجه به نمودار صورت سؤال، شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان متحرک A کم‌تر از شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان متحرک C و بیشتر از شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان متحرک B است؛ بنابراین داریم: $a_C > a_A > a_B$

ب) شتاب هر متحرک را به دست آورید.

با توجه به ثابت‌بودن شیب نمودار سرعت ـ زمان برای هر سه متحرک، شتاب لحظه‌ای هر یک از آن‌ها برابر با شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه است؛ یعنی داریم: $a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

$$a_A = \frac{\Delta v_A}{\Delta t_A} = \frac{۲۰\,m/s}{۲۰\,s} = ۱\,m/s^۲ \quad , \quad a_B = \frac{\Delta v_B}{\Delta t_B} = ۰\,m/s^۲ \quad , \quad a_C = \frac{\Delta v_C}{\Delta t_C} = \frac{۲۰\,m/s}{۱۰\,s} = ۲\,m/s^۲$$

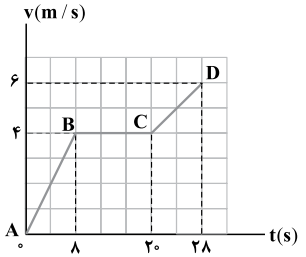
پ) در بازهٔ زمانی ۰ s تا ۱۰ s جابه‌جایی این سه متحرک را پیدا کنید.

جابه‌جایی متحرکی که با شتاب ثابت در حرکت است را می‌توان برای هر بازهٔ زمانی دلخواه به صورت زیر به دست آورد:

$$\Delta x = \left(\frac{v_۱ + v_۲}{۲}\right)\Delta t \qquad \Delta x_A = \left(\frac{۰ + ۱۰\,m/s}{۲}\right)(۱۰\,s) = ۵۰\,m$$

$$\Delta x_B = \left(\frac{۲۰\,m/s + ۲۰\,m/s}{۲}\right)(۱۰\,s) = ۲۰۰\,m \qquad \Delta x_C = \left(\frac{۰ + ۲۰\,m/s}{۲}\right)(۱۰\,s) = ۱۰۰\,m$$

۴- شکل زیر نمودار سرعت ـ زمان متحرکی را که در امتداد محور x حرکت می‌کند در مدت ۲۸ ثانیه نشان می‌دهد.



الف) شتاب در هر یک از مرحله‌های AB، BC و CD چه‌قدر است؟

از آن‌جایی که شیب نمودار سرعت ـ زمان در هر یک از مرحله‌های AB، BC و CD ثابت است، بنابراین شتاب لحظه‌ای متحرک در هر بازهٔ زمانی برابر با شتاب متوسط در آن بازهٔ زمانی است؛ پس داریم:

در مرحلهٔ AB : $a_{AB} = \frac{\Delta v_{AB}}{\Delta t_{AB}} = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} = \frac{۴\ m/s - ۰}{۸\ s - ۰} = ۰/۵\ m/s^۲$

در مرحلهٔ BC، متحرک با سرعت ثابت در حرکت است. بنابراین شتاب متحرک در هر لحظه از این مرحله صفر است.

در مرحلهٔ CD : $a_{CD} = \frac{\Delta v_{CD}}{\Delta t_{CD}} = \frac{v_D - v_C}{t_D - t_C} = \frac{۶\ m/s - ۴\ m/s}{۲۸\ s - ۲۰\ s} = \frac{۲\ m/s}{۸\ s} = ۰/۲۵\ m/s^۲$

ب) شتاب متوسط در بازهٔ زمانی صفر تا ۲۸ ثانیه چه‌قدر است؟

$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_D - v_A}{t_D - t_A} = \frac{۶\ m/s - ۰}{۲۸\ s - ۰} = \frac{۳}{۱۴}\ m/s^۲$

پ) جابه‌جایی متحرک را در این بازهٔ زمانی پیدا کنید.

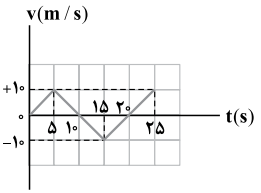
مساحت سطح زیر نمودار سرعت ـ زمان در هر بازهٔ زمانی دلخواه برابر با جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی است؛ بنابراین داریم:

$\Delta x_{AB} = S_{AB} = \frac{۱}{۲}(۴\ m/s)(۸\ s) = ۱۶\ m$ $\qquad$ $\Delta x_{BC} = S_{BC} = (۴\ m/s)(۱۲\ s) = ۴۸\ m$

$\Delta x_{CD} = S_{CD} = (\frac{۴\ m/s + ۶\ m/s}{۲})(۸\ s) = ۴۰\ m$

$\Delta x_{کل} = \Delta x_{AB} + \Delta x_{BC} + \Delta x_{CD} = ۱۶\ m + ۴۸\ m + ۴۰\ m = ۱۰۴\ m$

۵- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی مطابق شکل زیر است.



الف) نمودار شتاب ـ زمان این متحرک را رسم کنید.

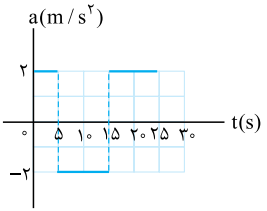
چون در بازه‌های (۰,۵ s)، (۵ s,۱۵ s) و (۱۵ s,۲۵ s) نمودار سرعت ـ زمان خط راست است، بنابراین شتاب متحرک در هر لحظه از بازه‌های زمانی برابر با شتاب متوسط در آن بازهٔ زمانی است. پس داریم:

بازهٔ زمانی ۰ s تا ۵ s : $a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۰\ m/s - ۰}{۵\ s - ۰} = ۲\ m/s^۲$

بازهٔ زمانی ۵ s تا ۱۵ s : $a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(-۱۰\ m/s) - (۱۰\ m/s)}{۱۵\ s - ۵\ s} = \frac{-۲۰\ m/s}{۱۰\ s} = -۲\ m/s^۲$

بازهٔ زمانی ۱۵ s تا ۲۵ s : $a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{(۱۰\ m/s) - (-۱۰\ m/s)}{۲۵\ s - ۱۵\ s} = \frac{۲۰\ m/s}{۱۰\ s} = ۲\ m/s^۲$

بنابراین نمودار شتاب ـ زمان متحرک به صورت زیر است:



ب) اگر $x_۰ = -۱۰\ m$ باشد، نمودار مکان ـ زمان متحرک را رسم کنید.

با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان حرکت با شتاب ثابت، مکان متحرک را در پایان هر بازهٔ ۵ ثانیه‌ای به دست می‌آوریم. این کار را به خاطر این انجام می‌دهیم که در این نقاط یا سرعت تغییر علامت می‌دهد و یا شتاب.

برای بازهٔ زمانی ۰ s تا ۵ s داریم:

$x = \frac{۱}{۲}(۲\ m/s^۲)(۵\ s)^۲ + (۰\ m/s)(۵\ s) + (-۱۰\ m) = ۱۵\ m$

بنابراین متحرک ۵ s پس از شروع حرکت در مکان $x = ۱۵\ m$ قرار دارد.

برای بازهٔ زمانی ۵ s تا ۱۰ s داریم: $x = \frac{۱}{۲}(-۲\ m/s^۲)(۵\ s)^۲ + (۱۰\ m/s)(۵\ s) + (۱۵\ m) = ۴۰\ m$

بنابراین متحرک در لحظهٔ $t = ۱۰\ s$، در مکان $x = ۴۰\ m$ قرار دارد.

برای بازهٔ زمانی ۱۰ s تا ۱۵ s داریم: $x = \frac{۱}{۲}(-۲\ m/s^۲)(۵\ s)^۲ + (۰\ m/s)(۵\ s) + ۴۰\ m = ۱۵\ m$

بنابراین متحرک در لحظهٔ $t = ۱۵\ s$ در مکان $x = ۱۵\ m$ قرار دارد.

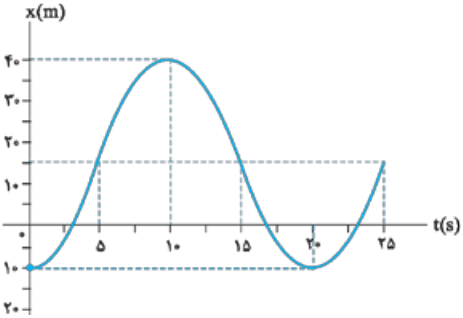
برای بازهٔ زمانی ۱۵ s تا ۲۰ s داریم: $x = \frac{۱}{۲}(۲\ m/s^۲)(۵\ s)^۲ + (-۱۰\ m/s)(۵\ s) + ۱۵\ m = -۱۰\ m$

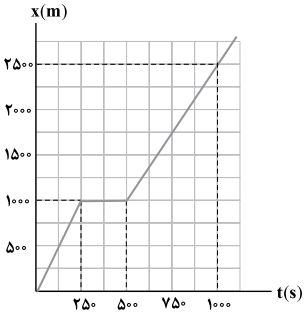
بنابراین متحرک ۲۰ s پس از شروع حرکت در مکان $x = -۱۰\ m$ قرار دارد.

برای بازهٔ زمانی ۲۰ s تا ۲۵ s داریم: $x = \frac{۱}{۲}(۲\ m/s^۲)(۵\ s)^۲ + (۰\ m/s)(۵\ s) + (-۱۰\ m) = ۱۵\ m$

بنابراین متحرک ۲۵ s پس از شروع حرکت در مکان $x = ۱۵\ m$ قرار دارد.

با توجه به نمودار سرعت ـ زمان می‌دانیم که سرعت متحرک در لحظات ۰s، ۱۰s و ۲۰s صفر است. بنابراین شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان در این لحظات باید صفر باشد؛ پس نمودار مکان ـ زمان متحرک به صورت مقابل خواهد بود.





۶- شکل مقابل نمودار مکان ـ زمان حرکت یک دوندهٔ دوی نیمه‌استقامت را در امتداد یک خط راست نشان می‌دهد.

الف) در کدام بازهٔ زمانی دونده سریع‌تر دویده است؟

دونده در بازهٔ زمانی ۰s تا ۲۵۰s سریع‌تر دویده است؛ زیرا شیب نمودار مکان ـ زمان در این بازهٔ زمانی بیشتر است.

ب) در کدام بازهٔ زمانی، دونده ایستاده است؟

موقعیت مکانی دونده در بازهٔ زمانی ۲۵۰s تا ۵۰۰s تغییر نمی‌کند؛ بنابراین دونده در این بازهٔ زمانی ایستاده است.

پ) سرعت دونده را در بازهٔ زمانی ۰s تا ۲۵۰s حساب کنید.

در هر بازهٔ زمانی که نمودار مکان ـ زمان متحرک به صورت خط راست باشد، سرعت متحرک ثابت و برابر با سرعت متوسط در این بازهٔ زمانی است. بنابراین داریم:

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۱۰۰۰\,m - ۰}{۲۵۰s - ۰} = ۴\,m/s$$

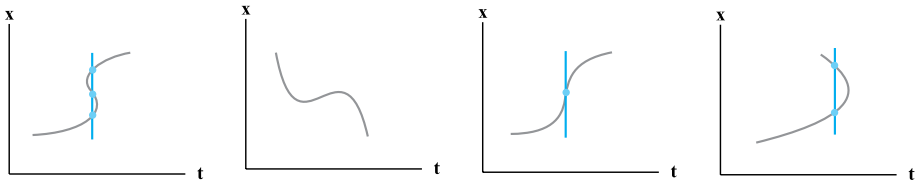
ت) سرعت دونده را در بازهٔ زمانی ۵۰۰s تا ۱۰۰۰s حساب کنید.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۲۵۰۰\,m - ۱۰۰۰\,m}{۱۰۰۰s - ۵۰۰s} = \frac{۱۵۰۰\,m}{۵۰۰s} = ۳\,m/s$$

ث) سرعت متوسط دونده را در بازهٔ زمانی ۰s تا ۱۰۰۰s حساب کنید.

$$v = v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۲۵۰۰\,m - ۰}{۱۰۰۰s - ۰} = ۲/۵\,m/s$$

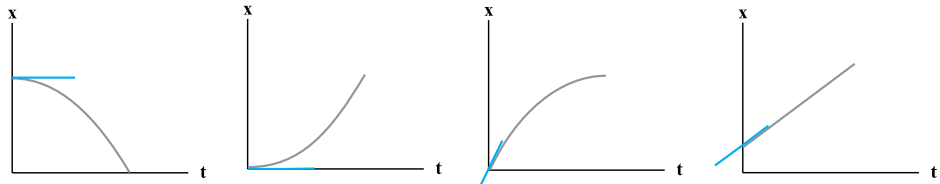
۷- توضیح دهید کدام‌یک از نمودارهای مکان ـ زمان شکل زیر می‌تواند نشان‌دهندهٔ نمودار $x - t$ یک متحرک باشد.



(ت) (پ) (ب) (الف)

تنها نمودار (پ) می‌تواند نشان‌دهندهٔ نمودار مکان ـ زمان متحرکی باشد؛ زیرا یک متحرک در هر لحظه در یک موقعیت مکانی مشخصی قرار دارد و نمی‌تواند در یک زمان در مکان‌های مختلف قرار داشته باشد. بنابراین در نمودارهای مکان ـ زمان اگر خطی موازی با محور مکان رسم کنیم، نباید نمودار را در بیش از یک نقطه قطع کند (رد نمودارهای الف و ت). از طرفی می‌دانیم که شیب مماس بر نمودار $x - t$ همان سرعت متحرک است. چون سرعت نمی‌تواند بی‌نهایت شود، بنابراین شیب مماس بر نمودار $x - t$ نباید بی‌نهایت باشد و این اتفاق در نمودار «ب» رخ داده است. پس این نمودار هم نمی‌تواند نشان‌دهندهٔ نمودار مکان ـ زمان یک متحرک باشد.

۸- توضیح دهید از نمودارهای مکان ـ زمان شکل زیر کدام موارد حرکت متحرکی را توصیف می‌کند که از حال سکون شروع به حرکت کرده و به تدریج بر تندی آن افزوده شده است؟

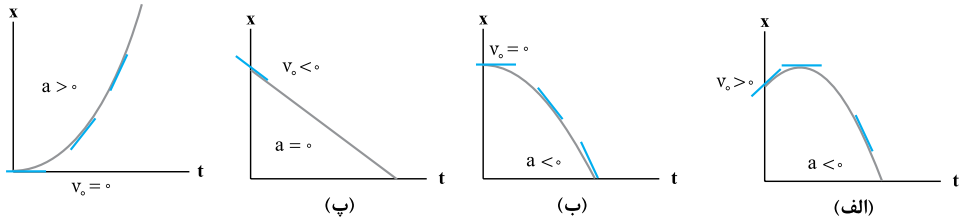


(ت) (پ) (ب) (الف)

شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان در هر لحظه برابر با سرعت متحرک در آن لحظه است.

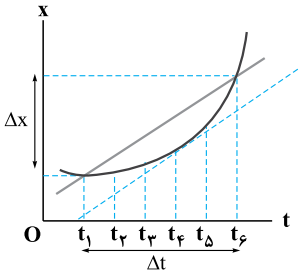
از آن‌جایی که شیب خط مماس بر نمودارهای (پ) و (ت) در لحظهٔ ابتدایی صفر است، بنابراین این دو نمودار مربوط به متحرکی می‌باشد که از حال سکون شروع به حرکت کرده است. در هر دو نمودار تندی متحرک به تدریج افزایش می‌یابد؛ زیرا اندازهٔ شیب خط مماس بر نمودار با گذشت زمان افزایش می‌یابد.

۹- توضیح دهید کدام‌یک از نمودارهای مکان ـ زمان نشان داده شده، حرکت متحرکی را توصیف می‌کند که سرعت اولیهٔ آن در جهت محور x و شتاب آن برخلاف جهت محور x است.



تنها در نمودار (الف)، سرعت اولیهٔ متحرک مثبت و در جهت مثبت محور x است. هم‌چنین در این نمودار دهانهٔ (تقعر) نمودار به سمت پایین است، پس، شتاب منفی است.

۱۰- شکل زیر نمودار مکان ـ زمان دو خودرو را نشان می‌دهد که در جهت محور x در حرکت‌اند.



الف) در چه لحظه‌هایی دو خودرو از کنار یکدیگر می‌گذرند؟

در لحظات t_1 و t_6؛ زیرا دو خودرو در این لحظات در یک موقعیت مکانی قرار دارند.

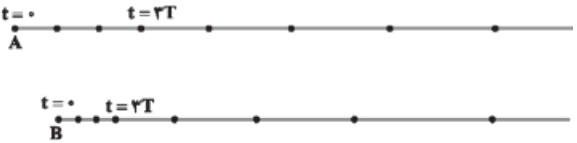
ب) در چه لحظه‌ای تندی دو خودرو تقریباً یکسان است؟

در لحظهٔ t_4؛ زیرا تنها در این لحظه شیب خط مماس بر نمودارهای (۱) و (۲) تقریباً با هم برابر است؛ بنابراین تندی دو خودرو در این لحظه تقریباً با یکدیگر برابر است.

پ) سرعت متوسط دو خودرو را در بازهٔ زمانی t_1 تا t_6 با هم مقایسه کنید.

در بازهٔ زمانی t_1 تا t_6 (Δt)، هر دو خودرو به اندازهٔ Δx جابه‌جا می‌شوند؛ بنابراین طبق رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$، سرعت متوسط دو خودرو در این بازهٔ زمانی با هم برابر است.

۱۱- هر یک از شکل‌های زیر مکان یک خودرو را در لحظه‌های $t = 0$، $t = T$، $t = 2T$، .... و $t = 7T$ نشان می‌دهد. هر دو خودرو در لحظهٔ $t = 3T$ شتاب می‌گیرند. توضیح دهید:



الف) سرعت اولیهٔ کدام خودرو بیشتر است.

هر دو خودرو در بازهٔ زمانی $t = 0\,s$ تا $t = 3T$ با سرعت ثابت حرکت می‌کنند. در این مدت، در هر بازهٔ زمانی یکسان متحرک A مسافت بیشتری را طی کرده است؛ بنابراین سرعت اولیهٔ متحرک A بیشتر است.

ب) سرعت نهایی کدام خودرو بیشتر است.

با توجه به شکل، در بازهٔ $3T$ تا $7T$ جابه‌جایی متحرک B بیشتر از جابه‌جایی متحرک A است.

$$\left.\begin{aligned}\Delta x_A &= (v_{av})_A(4T) = \left(\frac{v_{3A}+v_{7A}}{2}\right)(4T)\\ \Delta x_B &= (v_{av})_B(4T) = \left(\frac{v_{3B}+v_{7B}}{2}\right)(4T)\end{aligned}\right\} \xrightarrow{\Delta x_A < \Delta x_B} v_{3A}+v_{7A} < v_{3B}+v_{7B} \xrightarrow{v_{3A} > v_{3B}} v_{7B} > v_{7A}$$

پ) کدام خودرو شتاب بیشتری دارد.

در لحظهٔ $t = 3T$، سرعت خودرو B کم‌تر از سرعت خودرو A و در لحظهٔ $t = 7T$، سرعت خودرو B بیشتر از خودرو A است. بنابراین در این مدت‌زمان تغییر سرعت خودرو B بیشتر از خودرو A است؛ پس طبق رابطهٔ $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ در بازهٔ زمانی $3T$ تا $7T$ شتاب خودرو B بیشتر از خودرو A است.

۱۲- معادلهٔ حرکت جسمی در SI به صورت $x = t^3 - 3t^2 + 4$ است.

الف) مکان متحرک را در $t = 0\,s$ و $t = 2\,s$ به دست آورید.

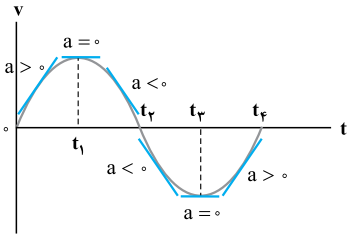
$$t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = (0)^3 - 3(0)^2 + 4 = 4\,m$$

$$t_2 = 2 \Rightarrow x_2 = (2)^3 - 3(2)^2 + 4 = 0\,m$$

ب) سرعت متوسط جسم را در بازهٔ زمانی صفر تا ۲ ثانیه پیدا کنید.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 4\,m}{2\,s - 0} = -2\,m/s$$

۱۳- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی در شکل زیر نشان داده شده است. تعیین کنید در کدام بازه‌های زمانی بردار شتاب در جهت محور x و در کدام بازه‌های زمانی در خلاف جهت محور x است.



شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان در هر لحظه برابر با شتاب حرکت متحرک در آن لحظه است؛ بنابراین مطابق شکل مقابل، شتاب متحرک در بازه‌های زمانی ۰ تا $t_۱$ و $t_۳$ تا $t_۴$ در جهت محور x و در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۳$ در خلاف جهت محور x است.

۲ـ۱ حرکت با سرعت ثابت

۱۴- جسمی با سرعت ثابت بر مسیری مستقیم در حرکت است. اگر جسم در لحظهٔ $t_۱ = ۵/۰\,s$ در مکان $x_۱ = ۶/۰\,m$ و در لحظهٔ $t_۲ = ۲۰/۰\,s$ در مکان $x_۲ = ۳۶/۰\,m$ باشد،

الف) معادلهٔ مکان ـ زمان جسم را بنویسید.

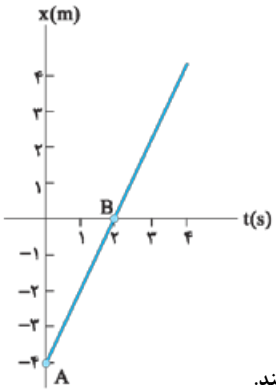
معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک با سرعت ثابت به صورت $x = vt + x_۰$ است؛ از طرفی می‌دانیم که در حرکت با سرعت ثابت، سرعت متحرک در هر لحظه برابر با سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه است. بنابراین معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک به صورت زیر است:

$$v = v_{av} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۳۶\,m - ۶\,m}{۲۰\,s - ۵\,s} = \frac{۳۰\,m}{۱۵\,s} = ۲\,m/s \Rightarrow x = (۲)t + x_۰$$

با قراردادن اطلاعات مربوط به لحظهٔ $t_۱$ داریم: $t_۱ = ۵\,s \quad , \quad x_۱ = ۶\,m \Rightarrow ۶\,m = (۲\,m/s)(۵\,s) + x_۰ \Rightarrow x_۰ = -۴\,m$

بنابراین معادلهٔ مکان ـ زمان به صورت مقابل است: $x = ۲t - ۴$

ب) نمودار مکان ـ زمان جسم را رسم کنید.



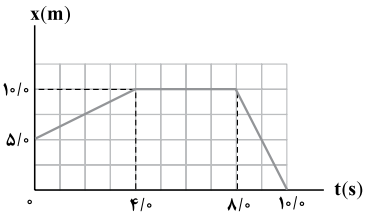
برای رسم نمودار مکان ـ زمان متحرک، مکان اولیهٔ متحرک و لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مختصات عبور می‌کند را مشخص می‌کنیم:

نقطهٔ A : $t = ۰ \Rightarrow x_۰ = -۴\,m$

نقطهٔ B : $x = ۲t - ۴ = ۰ \Rightarrow t = ۲\,s$

(لحظه‌ای که متحرک از مبدأ $(x = ۰)$ مختصات عبور می‌کند.)

۱۵- شکل زیر نمودار مکان ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x حرکت می‌کند.



الف) جابه‌جایی و مسافت پیموده‌شده توسط متحرک در کل زمان حرکت چه‌قدر است؟

جابه‌جایی : $\Delta x = ۰ - ۵\,m = -۵\,m$

برای محاسبهٔ مسافت طی‌شده، حرکت متحرک را به بازه‌های زمانی که جهت حرکت آن تغییر نمی‌کند، تقسیم می‌کنیم. در هر یک از این بازه‌های زمانی مسافت پیموده‌شده برابر قدرمطلق جابه‌جایی متحرک است؛ بنابراین مسافت پیموده‌شده در کل مسیر برابر با مجموع اندازه‌های جابه‌جایی متحرک در این بازه‌های زمانی است؛ یعنی داریم:

$$l = |\Delta x_{(۰,۴)}| + |\Delta x_{(۴,۸)}| + |\Delta x_{(۸,۱۰)}|$$
$$= |۱۰\,m - ۵\,m| + |۱۰\,m - ۱۰\,m| + |۰\,m - ۱۰\,m| = ۵\,m + ۰\,m + ۱۰\,m = ۱۵\,m$$

ب) سرعت متوسط متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی $۰/۰\,s$ تا $۴/۰\,s$، $۴/۰\,s$ تا $۸/۰\,s$ و $۸/۰\,s$ تا $۱۰/۰\,s$ و هم‌چنین در کل زمان حرکت به دست آورید.

برای بازهٔ زمانی $۰\,s$ تا $۴\,s$:
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۰\,m - ۵\,m}{۴\,s - ۰} = \frac{۵\,m}{۴\,s} = ۱/۲۵\,m/s$$

برای بازهٔ زمانی $۴\,s$ تا $۸\,s$:
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۰\,m - ۱۰\,m}{۸\,s - ۴\,s} = ۰\,m/s$$

برای بازهٔ زمانی $۸\,s$ تا $۱۰\,s$:
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰ - ۱۰\,m}{۱۰\,s - ۸\,s} = \frac{-۱۰\,m}{۲\,s} = -۵\,m/s$$

برای کل بازهٔ زمانی:
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰ - ۵\,m}{۱۰\,s - ۰} = \frac{-۵\,m}{۱۰\,s} = -\frac{۱}{۲}\,m/s$$

پ) معادلهٔ حرکت متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی ۰/۰s تا ۴/۰s، ۴/۰s تا ۸/۰s و ۸/۰s تا ۱۰/۰s بنویسید.

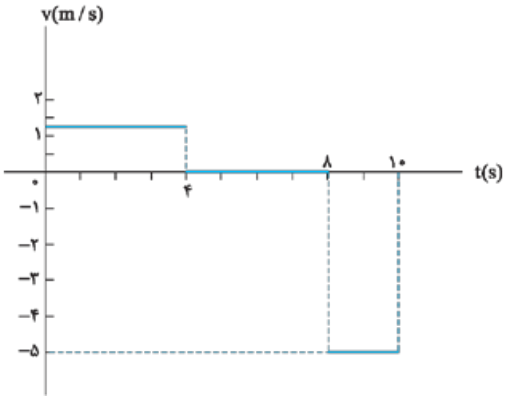
با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان با سرعت ثابت داریم: $x = vt + x_{\circ}$

برای بازهٔ زمانی $\circ s \le t < ۴ s$: $v = ۱/۲۵ m/s \quad , \quad x_{\circ} = ۵ m \Rightarrow x = (۱/۲۵ m/s)t + ۵ m$

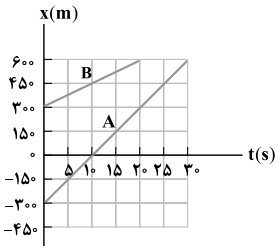
برای بازهٔ زمانی $۴ s \le t < ۸ s$: $v = \circ m/s \quad , \quad x_{\circ} = ۱\circ m \Rightarrow x = ۱\circ m$

برای بازهٔ زمانی $۸ s \le t \le ۱\circ s$: $v = -۵ m/s \quad , \quad x_{\circ} = ۱\circ m \Rightarrow x = -۵(t-۸) + ۱\circ = (-۵ m/s)t + ۵\circ m$

ت) نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم کنید.



۱۶- شکل مقابل نمودار مکان ـ زمان دو خودرو را نشان می‌دهد که روی خط راست حرکت می‌کنند.



الف) معادلهٔ حرکت هر یک از آن‌ها را بنویسید.

با توجه به معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک با سرعت ثابت $(x = vt + x_{\circ})$، معادلهٔ مکان ـ زمان دو خودروی A و B را به دست می‌آوریم.

خودروی A :

$$v_A = v_{av} = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} = \frac{۶۰۰ m - (-۳۰۰ m)}{۳\circ s - \circ} = \frac{۹۰۰ m}{۳\circ s} = ۳\circ m/s$$

$$v_A = ۳\circ m/s \quad , \quad x_{\circ A} = -۳۰۰ m \Rightarrow x_A = v_A t + x_{\circ A} = (۳\circ m/s)t - ۳۰۰ m$$

خودروی B :

$$v_B = v_{av} = \frac{\Delta x_B}{\Delta t_B} = \frac{۶۰۰ m - ۳۰۰ m}{۲\circ s - \circ} = \frac{۳۰۰ m}{۲\circ s} = ۱۵ m/s$$

$$v_B = ۱۵ m/s \quad , \quad x_{\circ B} = ۳۰۰ m \Rightarrow x_B = v_B t + x_{\circ B} = (۱۵ m/s)t + ۳۰۰ m$$

ب) اگر خودروها با همین سرعت حرکت کنند، در چه زمان و مکانی به هم می‌رسند؟

هنگامی که دو خودرو به هم می‌رسند، موقعیت مکانی آن‌ها یکسان است؛ بنابراین برای پیداکردن زمان رسیدن دو خودرو به هم، معادلهٔ مکان ـ زمان آن‌ها را مساوی هم قرار می‌دهیم؛ یعنی: $x_A = x_B \Rightarrow ۳\circ t - ۳۰۰ = ۱۵t + ۳۰۰ \Rightarrow ۱۵t = ۶۰۰ \Rightarrow t = ۴\circ s$

بنابراین ۴۰ ثانیه پس از مبدأ زمان دو خودرو به یکدیگر می‌رسند.

برای مشخص‌کردن موقعیت مکانی که دو خودرو به هم می‌رسند کافی است زمان رسیدن آن‌ها به یکدیگر را در معادلهٔ مکان ـ زمان یکی از خودروها قرار دهیم:

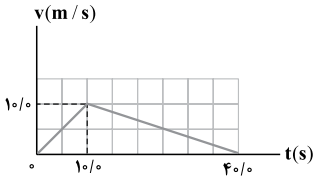
$$x_{A(t=۴\circ s)} = (۳\circ m/s)(۴\circ s) - (۳۰۰ m) = ۹۰۰ m$$

۱۷- دانستن محل قرارگیری یک ماهواره در مأموریت‌های فضایی و اطمینان از این‌که ماهواره در مدار پیش‌بینی‌شده قرار گرفته، یکی از مأموریت‌های کارشناسان فضایی است. بدین منظور تَپ‌های الکترومغناطیسی را که با سرعت نور در فضا حرکت می‌کنند، به طرف ماهوارهٔ مورد نظر می‌فرستند و بازتاب آن توسط ایستگاه زمینی دریافت می‌شود. اگر زمان رفت و برگشت یک تپ ۰/۲۴ ثانیه باشد، فاصلهٔ ماهواره از ایستگاه زمینی، تقریباً چه‌قدر است؟

مدت‌زمان رفت و برگشت یک تپ الکترومغناطیسی $۰/۲۴ s$ است؛ پس $۰/۱۲ s$ طول می‌کشد تا تپ به ماهواره برسد؛ بنابراین فاصلهٔ بین ماهواره از ایستگاه زمینی برابر است با:

$$v_{\text{نور}} = ۳\times۱\circ^{۸} m/s \quad , \quad \Delta t_{\text{رفت}} = \frac{\circ/۲۴ s}{۲} = \circ/۱۲ s \Rightarrow \Delta x = v\Delta t = (۳\times۱\circ^{۸} m/s)(\circ/۱۲ s) = ۳/۶\times۱\circ^{۷} m$$

۱ـ۳ حرکت با شتاب ثابت



۱۸- نمودار $v-t$ متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی ۰/۰ s تا ۵/۰ s چند برابر سرعت متوسط آن در بازهٔ زمانی ۲۵/۰ s تا ۴۰/۰ s است؟

برای متحرکی که با شتاب ثابت در حرکت است، سرعت متوسط در هر بازهٔ زمانی برابر میانگین سرعت متحرک در لحظات ابتدایی و انتهایی بازهٔ زمانی است؛ یعنی:

$$v_{av}=\frac{v_۰+v}{۲}$$

از آن‌جایی که شتاب متحرک در هر بازهٔ زمانی ۰ s تا ۵ s و ۲۵ s تا ۴۰ s ثابت است، بنابراین سرعت متوسط متحرک در بازه‌های مورد نظر به صورت زیر به دست می‌آید:

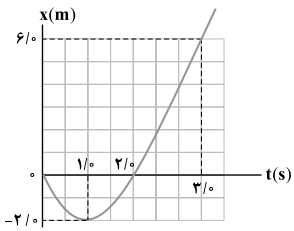
برای بازهٔ زمانی ۰ s تا ۵ s :

$$v_{av}=\frac{v_۰+v}{۲}=\frac{۰\,m/s+۵\,m/s}{۲}=۲/۵\,m/s$$

برای بازهٔ زمانی ۲۵ s تا ۴۰ s :

$$v_{av}=\frac{v_۰+v}{۲}=\frac{۵\,m/s+۰\,m/s}{۲}=۲/۵\,m/s$$

بنابراین سرعت متوسط متحرک در هر دو بازهٔ زمانی با هم برابر است.



۱۹- شکل زیر نمودار مکان ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x با شتاب ثابت در حرکت است.

الف) سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۳/۰ ثانیه، چند متر بر ثانیه است؟

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۶\,m-۰}{۳\,s-۰}=۲\,m/s$$

ب) معادلهٔ مکان ـ زمان متحرک را بنویسید.

معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت در حرکت است از رابطهٔ $x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰$ به دست می‌آید.

متحرک در لحظهٔ $t=۰\,s$ در مبدأ مختصات قرار دارد؛ یعنی $x_۰=۰\,m$ است.

برای مشخص‌کردن مقادیر شتاب (a) و سرعت اولیه $(v_۰)$، داده‌های مربوط به لحظات $t=۱\,s$ و $t=۲\,s$ را در معادلهٔ مکان ـ زمان قرار می‌دهیم:

رابطهٔ (۱) $\quad t=۱\,s\ ,\ x=-۲\,m \Rightarrow -۲=\frac{۱}{۲}a(۱)^۲+v_۰(۱)+\cancel{x_۰}^{\,۰} \Rightarrow -۲=\frac{a}{۲}+v_۰$

رابطهٔ (۲) $\quad t=۲\,s\ ,\ x=۰\,m \Rightarrow ۰=\frac{۱}{۲}a(۲)^۲+v_۰(۲)+\cancel{x_۰}^{\,۰} \Rightarrow ۰=۲a+۲v_۰ \Rightarrow v_۰=-a$

با قراردادن رابطهٔ (۲) در رابطهٔ (۱) داریم: $\quad -۲=\frac{a}{۲}-a \Rightarrow -۲=-\frac{a}{۲} \Rightarrow a=۴\,m/s^۲\ ,\ v_۰=-۴\,m/s$

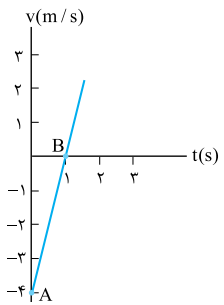
بنابراین معادلهٔ مکان ـ زمان برابر است با: $\quad x=\frac{۱}{۲}(۴\,m/s^۲)t^۲+(-۴\,m/s)t+x_۰=۲t^۲-۴t$

پ) سرعت متحرک را در لحظهٔ $t=۳/۰\,s$ پیدا کنید.

معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت در حرکت است از رابطهٔ $v=at+v_۰$ به دست می‌آید؛ بنابراین داریم:

$$a=۴\,m/s^۲\ ,\ v_۰=-۴\,m/s \Rightarrow v=(۴\,m/s^۲)t-۴\,m/s \xrightarrow{t=۳\,s} v=(۴\,m/s^۲)(۳\,s)+(-۴\,m/s)=۸\,m/s$$

ت) نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم کنید.



برای رسم نمودار سرعت ـ زمان متحرک، کافی است مختصات مربوط به لحظهٔ اولیهٔ حرکت و لحظه‌ای که سرعت متحرک صفر می‌شود را مشخص کنیم:

نقطهٔ A : $t=۰ \Rightarrow v_۰=(۴\,m/s^۲)(۰\,s)-(۴\,m/s)=-۴\,m/s$

لحظه‌ای که سرعت متحرک صفر می‌شود:

نقطهٔ B : $v=(۴\,m/s^۲)t-(۴\,m/s)=۰ \Rightarrow t=۱\,s$

۲۰- متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. در مکان $x=+۱۰\,m$ سرعت متحرک $+۴\,m/s$ و در مکان $x=+۱۹\,m$ سرعت متحرک $+۱۸\,km/h$ است.

الف) شتاب حرکت آن چه‌قدر است؟ $\quad x_۱=۱۰\,m\ ,\ v_۱=۴\,m/s\ ,\ x_۲=۱۹\,m\ ,\ v_۲=۱۸\,km/h=۵\,m/s$

با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_۲^۲-v_۱^۲=۲a(\Delta x) \Rightarrow (۵\,m/s)^۲-(۴\,m/s)^۲=۲a(۱۹\,m-۱۰\,m) \Rightarrow a=\frac{۲۵-۱۶}{۲\times۹}=۰/۵\,m/s^۲$$

ب) پس از چه مدتی سرعت متحرک از $+۴\ m/s$ به سرعت $+۱۸\ km/h$ می‌رسد؟

با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم: $v_۱ = ۴\,m/s\ ,\ a = ۰/۵\,m/s^۲\ ,\ v_۲ = ۱۸\,km/h = ۵\,m/s$

$$v_۲ = at + v_۱ \Rightarrow ۵\,m/s = (۰/۵\,m/s^۲)t + (۴\,m/s) \Rightarrow t = ۲\,s$$

۲۱- خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبزشدن چراغ، خودرو با شتاب $۲\ m/s^۲$ شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت $۳۶\,km/h$ از آن سبقت می‌گیرد.

الف) در چه لحظه و در چه مکانی خودرو به کامیون می‌رسد؟ با فرض این‌که مبدأ مختصات محل توقف خودرو و مبدأ زمان لحظهٔ سبقت‌گرفتن کامیون از خودرو است، معادلهٔ مکان ـ زمان هر دو متحرک را به دست می‌آوریم و سپس آن‌ها را برابر هم قرار می‌دهیم تا لحظهٔ رسیدن خودرو به کامیون به دست آید. کامیون با سرعت ثابت در حرکت است؛ بنابراین معادلهٔ مکان ـ زمان آن به صورت زیر است:

$$v_۱ = ۳۶\,km/h = ۱۰\,m/s\ ,\ x_{۰۱} = ۰\,m \Rightarrow x_۱ = v_۱t + x_{۰۱} = (۱۰\,m/s)t$$

خودرو با شتاب ثابت از مبدأ مختصات شروع به حرکت می‌کند؛ بنابراین معادلهٔ مکان ـ زمان آن به صورت زیر است:

$$v_{۰۲} = ۰\,m/s\ ,\ x_{۰۲} = ۰\,m\ ,\ a_۲ = ۲\,m/s^۲ \Rightarrow x_۲ = \frac{۱}{۲}a_۲t^۲ + v_{۰۲}t + x_{۰۲} = \frac{۱}{۲}(۲\,m/s^۲)t^۲ = t^۲$$

لحظهٔ رسیدن خودرو به کامیون: $x_۱ = x_۲ \Rightarrow ۱۰t = t^۲ \Rightarrow t^۲ - ۱۰t = ۰ \Rightarrow t(t-۱۰) = ۰$

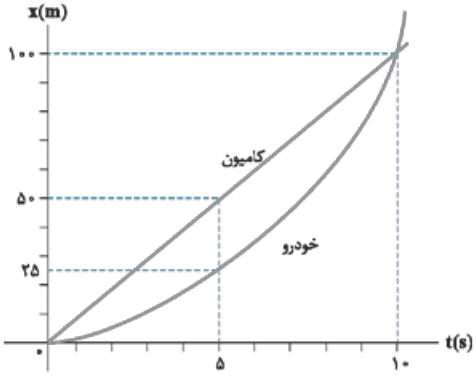
$$\Rightarrow \begin{cases} t = ۰\,s \Rightarrow \text{لحظهٔ سبقت‌گرفتن کامیون از خودرو در پشت چراغ قرمز} \\ t = ۱۰\,s \Rightarrow \text{لحظهٔ رسیدن خودرو به کامیون} \end{cases}$$

برای به دست آوردن موقعیت مکانی رسیدن خودرو به کامیون کافی است، زمان به دست آمده را در معادلهٔ مکان ـ زمان خودرو یا کامیون قرار دهیم: $t = ۱۰\,s \Rightarrow x_۲ = t^۲ = (۱۰)^۲ = ۱۰۰\,m$

بنابراین خودرو پس از طی مسافت ۱۰۰ متر از پشت چراغ قرمز به کامیون می‌رسد.

ب) نمودار مکان ـ زمان را برای خودرو و کامیون در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

مکان دو متحرک را برای لحظات $t = ۰\,s$ ، $t = ۵\,s$ و $t = ۱۰\,s$ به دست می‌آوریم و در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم:



مکان / زمان	کامیون $x_۱ = ۱۰t\,(m)$	خودرو $x_۲ = t^۲\,(m)$
$t = ۰\,s$	۰	۰
$t = ۵\,s$	۵۰	۲۵
$t = ۱۰\,s$	۱۰۰	۱۰۰

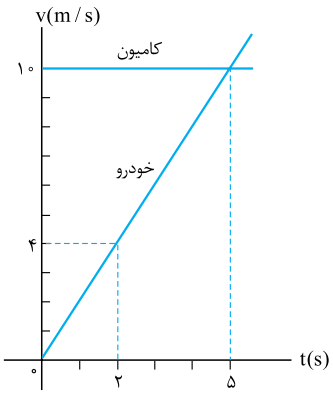
پ) نمودار سرعت ـ زمان را برای خودرو و کامیون در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

حرکت خودرو با شتاب ثابت است. در نتیجه معادلهٔ سرعت ـ زمان آن به صورت $v = at + v_۰$ است؛ پس داریم:

$$v_{۰۲} = ۰\,m/s\ ,\ a_۲ = ۲\,m/s^۲ \Rightarrow v_۲ = a_۲t + v_{۰۲} = (۲\,m/s)t$$

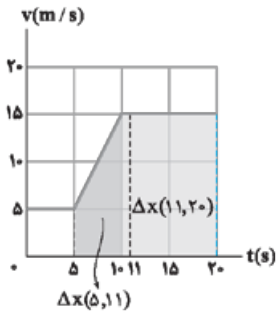
از طرفی کامیون با سرعت ثابت $۳۶\,km/h$ در حرکت است؛ بنابراین داریم: $v_۱ = ۳۶\,km/h = ۱۰\,m/s$

حال سرعت دو متحرک را برای لحظات $t = ۰\,s$ ، $t = ۲\,s$ ، $t = ۵\,s$ به دست می‌آوریم و اطلاعات به دست آمده را در نمودار سرعت ـ زمان رسم می‌کنیم:



سرعت / زمان	کامیون $v_۱\,(m/s)$	خودرو $v_۲ = ۲t\,(m/s)$
$t = ۰\,s$	۱۰	۰
$t = ۲\,s$	۱۰	۴
$t = ۵\,s$	۱۰	۱۰

۲۲- شکل نشان داده شده نمودار سرعت ـ زمان خودرویی را نشان می‌دهد که روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند.



الف) شتاب خودرو را در هر یک از لحظه‌های $t = ۳\,s$ ، $t = ۸\,s$ ، $t = ۱۱\,s$ و $t = ۱۵\,s$ به دست آورید.

در بازهٔ زمانی $۰\,s$ تا $۵\,s$، خودرو با سرعت ثابت $۵\,m/s$ در حرکت است؛ بنابراین شتاب حرکت خودرو در لحظهٔ $t = ۳\,s$، صفر است. در بازهٔ زمانی $۵\,s$ تا $۱۰\,s$ خودرو با شتاب ثابت در حرکت است؛ در نتیجه شتاب حرکت خودرو در هر لحظه از این بازهٔ زمانی برابر با شتاب متوسط در این بازهٔ زمانی است. بنابراین شتاب خودرو در لحظهٔ $t = ۸\,s$ برابر است با:

$$a_{(t=۸\,s)} = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۱۵\,m/s - ۵\,m/s}{۱۰\,s - ۵\,s} = \frac{۱۰\,m/s}{۵\,s} = ۲\,m/s^۲$$

در بازهٔ زمانی $۱۰\,s$ تا $۲۰\,s$ خودرو با سرعت ثابت $۱۵\,m/s$ در حرکت است؛ بنابراین شتاب حرکت خودرو در لحظات $t = ۱۱\,s$ و $t = ۱۵\,s$ صفر است.

ب) شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰\,s$ تا $t_۲ = ۲۰\,s$ را به دست آورید.

$$a_{av} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۱۵\,m/s - ۵\,m/s}{۲۰\,s - ۰\,s} = \frac{۱۰\,m/s}{۲۰\,s} = ۰/۵\,m/s^۲$$

پ) در هر یک از بازه‌های زمانی $t_۱ = ۵\,s$ تا $t_۲ = ۱۱\,s$ و $t_۳ = ۱۱\,s$ تا $t_۴ = ۲۰\,s$ خودرو چه‌قدر جابه‌جا شده است؟

مساحت بین نمودار سرعت ـ زمان و محور زمان در هر بازهٔ زمانی برابر با جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی است. بنابراین داریم:

برای بازهٔ زمانی $۵\,s$ تا $۱۱\,s$:
$$\Delta x_{(۵,۱۱)} = \left(\frac{۵\,m/s + ۱۵\,m/s}{۲} \times ۵\,s\right) + (۱۵\,m/s) \times (۱\,s) = ۵۰\,m + ۱۵\,m = ۶۵\,m$$

برای بازهٔ زمانی $۱۱\,s$ تا $۲۰\,s$:
$$\Delta x_{(۱۱,۲۰)} = (۱۵\,m/s \times ۹\,s) = ۱۳۵\,m$$

ت) سرعت متوسط خودرو در بازه‌های $t_۱ = ۵\,s$ تا $t_۲ = ۱۱\,s$ و $t_۳ = ۱۱\,s$ تا $t_۴ = ۲۰\,s$ را به دست آورید.

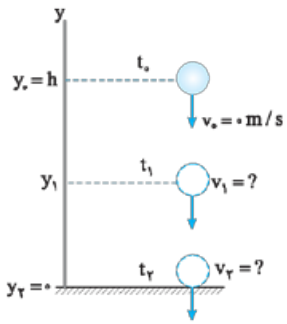
با استفاده از رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$، سرعت متوسط خودرو را در هر بازهٔ زمانی به دست می‌آوریم:

برای بازهٔ زمانی $۵\,s$ تا $۱۱\,s$:
$$v_{av} = \frac{\Delta x_{(۵,۱۱)}}{\Delta t} = \frac{۶۵\,m}{۶\,s} \simeq ۱۰/۸۳\,m/s$$

برای بازهٔ زمانی $۱۱\,s$ تا $۲۰\,s$:
$$v_{av} = \frac{\Delta x_{(۱۱,۲۰)}}{\Delta t} = \frac{۱۳۵\,m}{۹\,s} = ۱۵\,m/s$$

۴ـ۱ حرکت سقوط آزاد

۲۳- گلوله‌ای را باید از چه ارتفاعی رها کنیم تا پس از ۴/۰ ثانیه به زمین برسد؟ سرعت گلوله در نیمهٔ راه و هم‌چنین در لحظهٔ برخورد به زمین چه‌قدر است؟ مقاومت هوا را نادیده بگیرید.



جهت بالا را مثبت و مبدأ مکان را روی سطح زمین فرض می‌کنیم.

$$t_۰ = ۰\,s \quad , \quad y_۰ = h = ? \quad , \quad v_۰ = ۰ \quad , \quad t_۲ = ۴\,s \quad , \quad y_۲ = ۰\,m$$

$$y_۲ = -\frac{۱}{۲}gt_۲^۲ + v_۰t + y_۰ \xrightarrow{t_۲ = ۴\,s} ۰ = -\frac{۱}{۲}(۱۰\,m/s^۲)(۴\,s)^۲ + (۰\,m/s)(۴\,s) + h \Rightarrow ۰ = -۸۰ + h \Rightarrow h = ۸۰\,m$$

با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ جابه‌جایی برای حرکت سقوط آزاد می‌توان سرعت گلوله را در نیمهٔ راه به دست آورد:

$$v_۱^۲ - v_۰^۲ = -۲g(y_۱ - y_۰) \Rightarrow v_۱^۲ - ۰^۲ = -۲(۱۰\,m/s^۲)(۴۰\,m - ۸۰\,m) \Rightarrow v_۱^۲ = (۸۰۰\,m^۲/s^۲)$$

$$\Rightarrow v_۱ = \pm\sqrt{۸۰۰} = \pm ۲۰\sqrt{۲}\,m/s$$

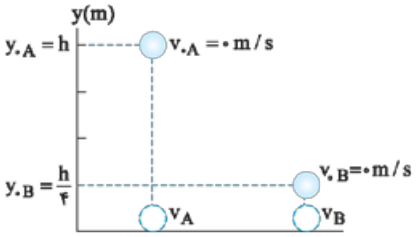
چون گلوله به سمت پایین در حرکت است، $v_۱ = -۲۰\sqrt{۲}\,m/s$ قابل قبول است.

با استفاده از رابطهٔ سرعت ـ زمان برای حرکت سقوط آزاد، می‌توان سرعت گلوله را در هنگام برخورد با سطح زمین به دست آورد:

لحظهٔ برخورد گلوله با سطح زمین $t_۲ = ۴\,s$ ، $v_۰ = ۰\,m/s$

$$v_۲ = -gt + v_۰ = -(۱۰\,m/s^۲)(۴\,s) + ۰\,m/s = -۴۰\,m/s$$

۲۴- الف) گلولهٔ A را در شرایط خلأ از ارتفاع h و بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. سه ثانیه بعد گلولهٔ B را از ارتفاع $\frac{h}{۴}$ و بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. نسبت سرعت گلولهٔ A به سرعت گلولهٔ B در لحظهٔ رسیدن به زمین چه‌قدر است؟



جهت بالا را مثبت و مبدأ مکان را روی سطح زمین در نظر می‌گیریم:

با استفاده از رابطهٔ سرعت ـ جابه‌جایی برای حرکت سقوط آزاد، سرعت گلولهٔ A و B را هنگام رسیدن به سطح زمین به دست می‌آوریم:

برای گلولهٔ A:
$$v_A^۲ - v_{۰A}^۲ = -۲g(y_A - y_{۰A}) \Rightarrow v_A^۲ - ۰^۲ = -۲g(۰-h) = ۲gh \Rightarrow v_A = \pm\sqrt{۲gh}$$

سرعت گلولهٔ A در هنگام برخورد با سطح زمین به سمت پایین است، بنابراین $v_A = -\sqrt{۲gh}$ قابل قبول است.

برای گلولهٔ B:
$$v_B^۲ - v_{۰B}^۲ = -۲g(y_B - y_{۰B}) \Rightarrow v_B^۲ - ۰^۲ = -۲g(۰ - \frac{h}{۴}) = \frac{gh}{۲} \Rightarrow v_B = \pm\sqrt{\frac{gh}{۲}}$$

سرعت گلولهٔ B هنگام برخورد با سطح زمین به سمت پایین است، پس $v_B = -\sqrt{\frac{gh}{۲}}$ قابل قبول است.

بنابراین نسبت سرعت گلولهٔ A به سرعت گلولهٔ B در هنگام برخورد با سطح زمین برابر است با:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{-\sqrt{۲gh}}{-\sqrt{\frac{gh}{۲}}} = \sqrt{۴} = ۲ \Rightarrow v_A = ۲v_B$$

ب) اگر دو گلوله هم‌زمان به زمین برسند، مدت‌زمان سقوط هر گلوله و ارتفاع h را پیدا کنید.

اگر مدت‌زمان سقوط گلولهٔ A برابر t_A باشد، مدت‌زمان سقوط گلولهٔ B برابر $t_B = t_A - ۳$ است. با استفاده از معادله‌های سرعت ـ زمان دو گلوله داریم:
$$v_A = -gt_A \quad , \quad v_B = -gt_B = -g(t_A - ۳)$$

از قسمت (الف) این مسئله می‌دانیم که سرعت گلولهٔ A در هنگام برخورد با سطح زمین دو برابر سرعت گلولهٔ B هنگام برخورد با سطح زمین است؛ یعنی:
$$v_A = ۲v_B \Rightarrow -gt_A = -۲g(t_A - ۳) \Rightarrow t_A = ۲t_A - ۶ \Rightarrow t_A = ۶\,s$$

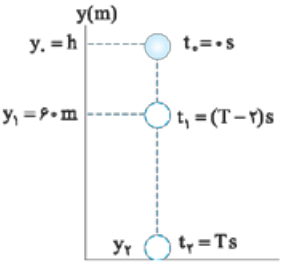
بنابراین مدت‌زمان سقوط گلولهٔ B برابر است با:
$$t_B = t_A - ۳\,s = ۶\,s - ۳\,s = ۳\,s$$

برای محاسبهٔ ارتفاع h، کافی است زمان t_A به دست آمده را در معادلهٔ مکان ـ زمان گلولهٔ A قرار دهیم:
$$\cancel{y_A^۰} = -\frac{۱}{۲}g(t_A)^۲ + \cancel{v_{۰A}t_A^۰} + y_A^h \xrightarrow{t_A = ۶\,s} ۰ = -\frac{۱}{۲}(۱۰\,m/s^۲)(۶\,s)^۲ + h \Rightarrow h = ۱۸۰\,m$$

۲۵- سنگی از بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ به طرف زمین رها می‌شود.

الف) اگر سنگ در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت خود ۶۰ متر را طی کند، ارتفاع ساختمان چند متر است؟

جهت بالا را مثبت و مبدأ مکان را در سطح زمین در نظر می‌گیریم. اگر مدت‌زمان سقوط سنگ را T و ارتفاع ساختمان را h فرض کنیم، معادلهٔ ارتفاع ـ زمان سنگ را برای لحظات $t_۱$ و $t_۲$ به صورت زیر داریم:



رابطهٔ (۱) $y_۱ = ۶۰\,m = -\frac{۱}{۲}g(T-۲)^۲ + h$:ارتفاع سنگ پس از $(T-۲)$ ثانیه

رابطهٔ (۲) $y_۲ = ۰\,m = -\frac{۱}{۲}g(T)^۲ + h$: ارتفاع سنگ پس از T ثانیه

با کم‌کردن رابطهٔ (۲) از رابطهٔ (۱) داریم:
$$۶۰\,m - ۰\,m = -\frac{۱}{۲}g(T^۲ - ۴T + ۴) + \frac{۱}{۲}gT^۲ \Rightarrow ۶۰ = ۲gT - ۲g = ۲g(T-۱) \Rightarrow T = ۴\,s$$

بنابراین مدت‌زمان سقوط گلوله برابر ۴ s است.

با قراردادن مقدار $T = ۴\,s$ در رابطهٔ (۲)، ارتفاع اولیهٔ رهاشدن سنگ به دست می‌آید:
$$۰ = -\frac{۱}{۲}(۱۰\,m/s^۲)(۴\,s)^۲ + h \Rightarrow h = ۸۰\,m$$

ب) سرعت سنگ درست پیش از برخورد به زمین چه‌قدر است؟

با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان داریم:
$$v = -gt = -(۱۰\,m/s^۲)(۴\,s) = -۴۰\,m/s$$

۱ در جمله‌های زیر، عبارت مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید. (۰/۷۵)

الف) برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند، بردار (جابه‌جایی ـ مکان) نامیده می‌شود.

ب) بردار شتاب متوسط همواره با بردار (جابه‌جایی ـ تغییر سرعت) هم‌جهت است.

پ) در حرکت با (شتاب ـ سرعت) ثابت بر خط راست، سرعت متوسط و سرعت لحظه‌ای با هم برابرند.

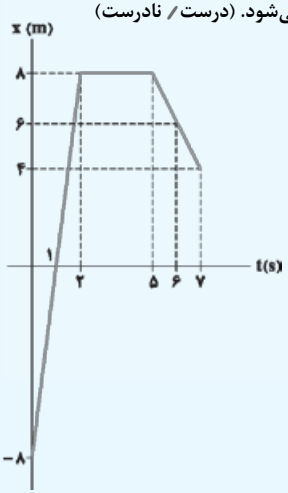
۲ درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. (۰/۷۵)

الف) اگر سرعت متوسط یک متحرک صفر باشد، مسافت طی‌شده توسط آن صفر است. (درست / نادرست)

ب) در حرکت تندشونده، شتاب حرکت همواره مثبت است. (درست / نادرست)

پ) اگر تندی متحرک در هر نقطه از مسیرش ثابت باشد، حرکت آن با سرعت ثابت انجام می‌شود. (درست / نادرست)

۳ با توجه به نمودار مکان ـ زمان مقابل، به سؤالات زیر پاسخ دهید. (۲)



الف) بردار مکان متحرک در مبدأ زمان را بنویسید.

ب) متحرک در چه لحظه‌هایی از مبدأ مکان عبور می‌کند؟

پ) متحرک در چه بازهٔ زمانی متوقف شده است؟

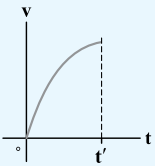
ت) مسافت طی‌شدهٔ متحرک از $t = ۱\,s$ تا $t = ۶\,s$ چند متر است؟

ث) در چه بازهٔ زمانی جهت حرکت متحرک منفی است؟

ج) بردار جابه‌جایی متحرک را در کل حرکت بنویسید.

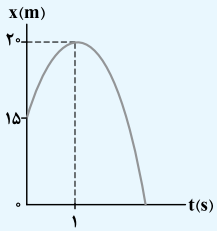
۴ گزینهٔ درست را انتخاب کنید. (۱)

الف) نمودار سهمی شکل مقابل، نمودار سرعت ـ زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. حرکت متحرک تا لحظهٔ t' چگونه است؟



۱) کندشونده با شتاب ثابت
۲) تندشونده با شتاب ثابت
۳) کندشونده با شتاب متغیر
۴) تندشونده با شتاب متغیر

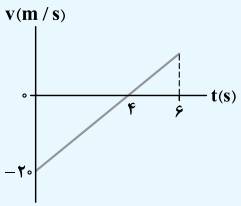
ب) نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی خط راست در حرکت است، مطابق سهمی شکل مقابل است. این متحرک با چه سرعتی برحسب متر بر ثانیه از مبدأ مکان عبور می‌کند؟



۱) ۵−
۲) ۱۰−
۳) ۱۵−
۴) ۲۰−

۵ معادلهٔ حرکت جسمی که روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = ۳t - ۴t^۲ + t^۳$ است. سرعت متوسط جسم در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۲\,s$ تا $t_۲ = ۴\,s$ را محاسبه کنید. (۰/۵)

۶ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی مانند شکل مقابل است. متحرک پس از ۶ s: (۱)



الف) چه‌قدر جابه‌جا شده است؟

ب) چه مسافتی را طی کرده است؟

پ) در این بازهٔ زمانی تندی متوسط چند متر بر ثانیه است؟

۷ خودروی A که با سرعت ثابت $۲۰\,m/s$ در حرکت است، از خودروی B که با سرعت $۱۰\,m/s$ حرکت می‌کند، سبقت می‌گیرد. در همین لحظه، خودروی B با شتاب ثابت $۲\,m/s^۲$ به سرعت خود می‌افزاید. (۱/۵)

الف) پس از طی چه مسافتی نسبت به محل سبقت، خودروی B به خودروی A می‌رسد؟

ب) نمودار شتاب ـ زمان هر خودرو را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

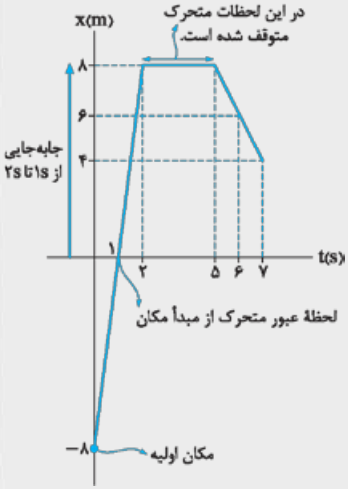
۸ معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = -2t + 4$ است. بزرگی سرعت متوسط متحرک در ۲ ثانیهٔ سوم چند متر است؟ (۱)

۹ بیشینهٔ شتاب یک خودرو در حین ترمزکردن در جادهٔ خیس $2\ m/s^2$ است. اگر این خودرو با سرعت $72\ km/h$ در حرکت باشد و راننده ناگهان مانعی را در فاصلهٔ ۴۵ متری خود ببیند، آیا می‌تواند خودرو را به موقع متوقف کند؟ (۱)

۱۰ از ارتفاع ۱۵متری سطح زمین، جسمی را در شرایط خلأ با سرعت $10\ m/s$ به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. سرعت جسم هنگام برخورد به زمین چند m/s است؟ $(g = 10\ m/s^2)$ (۰/۵)

پاسخ سوالات امتحانی

۱ الف) مکان؛ ب) تغییر سرعت؛ پ) سرعت ۲ الف) نادرست؛ ممکن است متحرکی یک مسیر را به صورت رفت و برگشتی طی کرده باشد. در این صورت با وجود آن‌که سرعت متوسط آن صفر است، اما مسافت طی‌شدهٔ آن صفر نیست.؛ ب) نادرست؛ اگر سرعت متحرک منفی باشد، برای این‌که حرکت آن تندشونده باشد، باید شتاب حرکت آن منفی باشد.؛ پ) نادرست؛ ممکن است متحرکی بر روی مسیری خمیده با تندی ثابت حرکت کند که در این صورت سرعت متحرک ثابت نخواهد بود. ۳ الف) با توجه به شکل زیر، مکان اولیهٔ متحرک $x = -8\ m$ است؛ پس بردار مکان آن در مبدأ زمان به صورت $(-8m)\vec{i}$ می‌باشد.



ب) متحرک در لحظهٔ $t = 1s$ از مبدأ مکان $(x = 0)$ عبور می‌کند.؛ پ) متحرک در بازهٔ زمانی $t = 2s$ تا $t = 5s$ در مکان $x = 8\ m$ بوده و ثابت است.؛ ت) متحرک در بازهٔ زمانی $t = 1s$ تا $t = 2s$ از $x = 0$ به $x = 8\ m$ رفته است و در بازهٔ زمانی $t = 2s$ تا $t = 5s$ متوقف است و در نهایت در بازهٔ $t = 5s$ تا $t = 6s$ در خلاف جهت محور xها از $x = 8\ m$ تا $x = 6\ m$ رفته است.

بنابراین مسافت طی‌شده برابر است با:

$$\ell = |\Delta x_1| + |\Delta x_2| + |\Delta x_3| = |8m| + |0m| + |-2m|$$

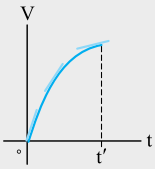
$$= 8\ m + 2\ m = 10\ m$$

ث) در بازهٔ زمانی $t = 5s$ تا $t = 7s$، x متحرک دائماً در حال کاهش است. بنابراین متحرک در این بازهٔ زمانی در جهت منفی حرکت می‌کند.

ج) بردار جابه‌جایی متحرک در کل حرکت برابر است با:

$$\vec{d} = 4m\vec{i} - (-8m\vec{i}) = 12m\vec{i}$$

۴ الف) گزینهٔ «۴»؛ با توجه به نمودار صورت سؤال، در هر لحظه اندازهٔ سرعت در حال افزایش است و در نتیجه حرکت تندشونده است. از طرفی چون شیب نمودار در هر لحظه تغییر می‌کند، شتاب متحرک نیز متغیر است.



ب) گزینهٔ «۴»؛ در لحظهٔ $t = 1s$، سرعت متحرک صفر می‌شود. متحرک در لحظهٔ $t = 2s$ دوباره به مکان اولیه $(x = 15\ m)$ می‌رسد. بنابراین برای بازهٔ زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 2s$ داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2 + v_0 \times \Delta t \Rightarrow -5 = \frac{1}{2} \times a \times (1)^2 + 0 \Rightarrow a = -10\ m/s^2$$

حال می‌توانیم با استفاده از رابطهٔ $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$، سرعت متحرک را هنگام عبور از مبدأ مکان به دست آوریم. فقط باید در نظر داشت که جابه‌جایی از لحظهٔ تغییر جهت تا لحظهٔ عبور از مبدأ برابر با $-20\ m$ و سرعت متحرک در لحظهٔ تغییر جهت صفر است:

$$v^2 - 0^2 = 2 \times (-10\ m/s^2)(-20\ m) \Rightarrow v^2 = 400 \Rightarrow v = \pm 20\ m/s \xrightarrow[\text{منفی محور x حرکت می‌کند}]{\text{متحرک در هنگام عبور از مبدأ مکان در جهت}} v = -20\ m/s$$

۵ ابتدا مکان متحرک در لحظات داده‌شده را به دست می‌آوریم:

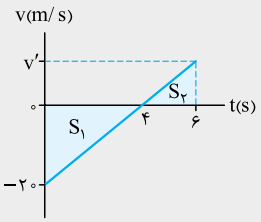
$$t_1 = 2s \Rightarrow x_1 = 3(2) - 4(2)^2 + (2)^3 = -2\ m$$

$$t_1 = 4s \Rightarrow x_2 = 3(4) - 4(4)^2 + (4)^3 = 12\ m$$

حالا سرعت متوسط جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{12\ m - (-2\ m)}{4\ s - 2\ s} = \frac{14\ m}{2\ s} = 7\ m/s$$

۶ ابتدا نمودار صورت سؤال را کمی کامل‌تر می‌کنیم، برای این کار از تشابه دو مثلث ۱ و ۲ که مساحت آن‌ها را به ترتیب S_1 و S_2 نامیده‌ایم، استفاده می‌کنیم:



$$\frac{۴}{(۶-۴)}=\frac{۲۰}{v'} \Rightarrow \frac{۴}{۲}=\frac{۲۰}{v'} \Rightarrow v'=۱۰\,m/s$$

الف) مساحت زیرنمودار $v-t$ با در نظر گرفتن علامت برابر با جابه‌جایی متحرک است.

$$\Delta x=-S_1+S_2=-\frac{۲۰\times ۴}{۲}+\frac{۲\times ۱۰}{۲}=-۴۰+۱۰=-۳۰\,m$$

ب) مساحت زیر نمودار $v-t$ بدون در نظر گرفتن علامت برابر با مسافت طی‌شده است.

$$\ell=S_1+S_2=\frac{۲۰\times ۴}{۲}+\frac{۲\times ۱۰}{۲}=۴۰+۱۰=۵۰\,m$$

پ) تندی متوسط برابر با مسافت طی‌شده تقسیم بر زمان است:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{۵۰\,m}{۶\,s}=\frac{۲۵}{۳}\,m/s$$

۷ الف) ابتدا معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک را می‌نویسیم. متحرک A با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

$$x_A=v_At+x_{\circ A} \Rightarrow x_A=۲۰t$$

متحرک B با شتاب ثابت حرکت می‌کند:

$$x_B=\frac{۱}{۲}a_Bt^۲+v_{\circ B}t+x_{\circ B} \Rightarrow x_B=\frac{۱}{۲}\times ۲t^۲+۱۰t+۰ \Rightarrow x_B=t^۲+۱۰t$$

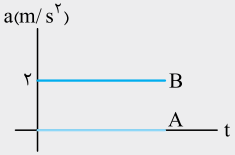
وقتی خودروی B به خودروی A برسد، مکان دو خودرو مساوی می‌شود؛ پس:

$$x_A=x_B \Rightarrow ۲۰t=t^۲+۱۰t \Rightarrow t(t-۱۰)=۰ \Rightarrow \begin{cases} t=۰ \text{ (غیرقابل قبول است زیرا همان لحظهٔ سبقت گرفتن اولیه است.)} \\ t=۱۰\,s \end{cases}$$

در $t=۱۰\,s$ دو خودرو به هم می‌رسند. اگر $t=۱۰\,s$ را در یکی از معادله‌ها قرار دهیم، فاصلهٔ محل رسیدن خودروی B به خودروی A از محل سبقت به دست می‌آید:

$$x_A=۲۰\times ۱۰=۲۰۰\,m$$

ب)



۸ با توجه به این‌که معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرک به صورت $v=-۲t+۴$ است، داریم:

$$v_\circ=۴\,m/s \;,\; a=-۲\,m/s^۲$$

ابتدا جابه‌جایی در ۲ ثانیهٔ سوم را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$t_1=۴\,s \text{ تا } t_2=۶\,s$$

$$t_1=۴\,s \Rightarrow x_1=\frac{۱}{۲}(-۲\,m/s^۲)(۴\,s)^۲+(۴\,m/s)(۴\,s)+x_\circ=x_\circ$$

$$t_2=۶\,s \Rightarrow x_2=\frac{۱}{۲}(-۲\,m/s^۲)(۶\,s)^۲+(۴\,m/s)(۶\,s)+x_\circ=-۱۲\,m+x_\circ$$

$$\Rightarrow \Delta x=x_2-x_1=-۱۲\,m+x_\circ-x_\circ=-۱۲\,m$$

حالا با داشتن جابه‌جایی متحرک می‌توانیم، سرعت متوسط متحرک را به دست آوریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-۱۲\,m}{۲\,s}=-۶\,m/s$$

صورت سؤال از ما بزرگی سرعت متوسط را خواسته که می‌شود $۶\,m/s$.

۹ برای این‌که بفهمیم خودرو به مانع برخورد می‌کند یا نه، باید بررسی کنیم که خودرو پس از طی چه مسافتی با اندازهٔ شتاب $-۲\,m/s^۲$ می‌ایستد. برای این کار از معادلهٔ مستقل از زمان کمک می‌گیریم:

$$v_\circ=۷۲\,km/h=۲۰\,m/s$$

$$v^۲-v_\circ^۲=۲a\Delta x \Rightarrow ۰-(۲۰\,m/s)^۲=۲\times(-۲\,m/s^۲)\Delta x \Rightarrow -۴۰۰=-۴\times\Delta x \Rightarrow \Delta x=\frac{-۴۰۰}{-۴}=۱۰۰\,m$$

با توجه به این‌که $\Delta x<۴۵$ است، بنابراین خودرو به مانع برخورد می‌کند.

۱۰ جابه‌جایی، سرعت اولیه و شتاب حرکت جسم را داریم و سرعت نهایی را می‌خواهیم:

$$v^۲-v_\circ^۲=-۲g\Delta y \Rightarrow v^۲-(۱۰\,m/s)^۲=-۲\times(۱۰\,m/s^۲)(-۱۵\,m)$$

$$\Rightarrow v^۲-۱۰۰=۳۰۰ \Rightarrow v^۲=۴۰۰ \Rightarrow v=\pm ۲۰\,m/s \xrightarrow[\text{حرکت به سمت پایین}]{\text{درلحظهٔ برخورد، جهت}} v=-۲۰\,m/s$$