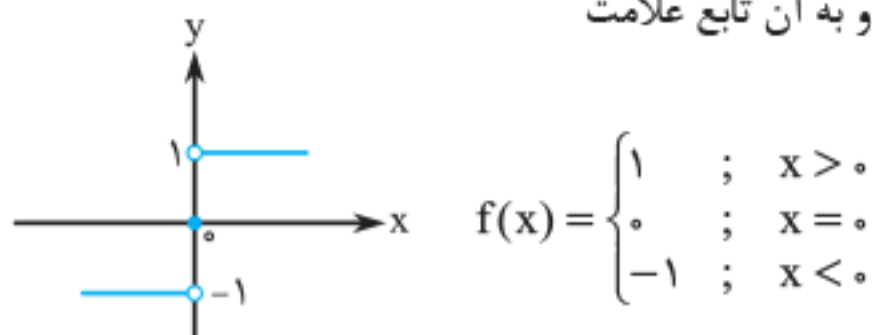




۵. تابع علامت

تابع $y = \text{sign}(x)$ علامت x را مشخص می‌کند و به آن تابع علامت می‌گویند و به صورت مقابل نشان داده می‌شود:



برای نمونه: $\text{sign}(-7) = -1$ ، $\text{sign}(2 - \sqrt{4}) = 0$ ، $\text{sign}(3) = 1$

نکته دامنه تابع علامت همواره \mathbb{R} و برد آن $\{-1, 0, 1\}$ است.

۶. تابع جزء صحیح (براکت)

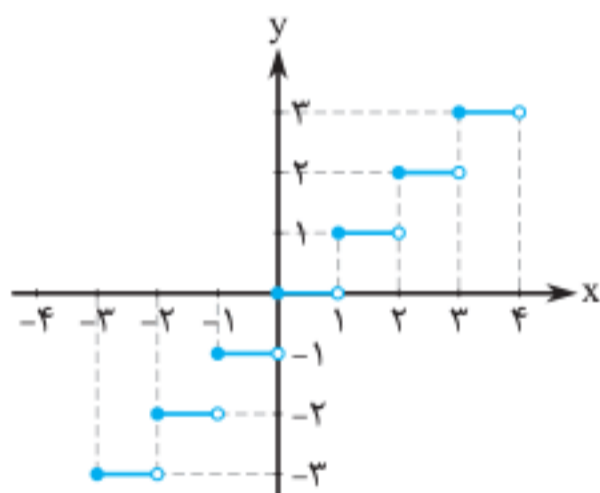
تابع $f(x) = [x]$ را تابع جزء صحیح می‌نامیم. این تابع به ازای هر عددی که واردش شود، جزء صحیح (براکت) آن عدد را بیرون می‌دهد.

برای نمونه:

$$f(-\sqrt{10}) = [-\sqrt{10}] \Rightarrow -4 < -\sqrt{10} < -3 \Rightarrow f(-\sqrt{10}) = [-\sqrt{10}] = -4$$

$$f(\pi) = [\pi] \Rightarrow 3 < \pi < 4 \Rightarrow f(\pi) = [\pi] = 3$$

برای نمونه: نمودار $f(x) = [x]$ به ازای $-3 \leq x < 4$ به صورت زیر است:



نکته دامنه تابع جزء صحیح \mathbb{R} است و برد آن (چون از داخل براکت بیرون می‌آید،) \mathbb{Z} است.

۷. تابع قدرمطلق

$$|x| = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$$

دامنه تابع قدرمطلق همه اعداد می‌تواند باشد ($D_{|x|} = \mathbb{R}$) و برد آن تمام اعداد حقیقی مثبت به همراه صفر می‌باشد. ($R_{|x|} = \mathbb{R}_{x \geq 0}$)



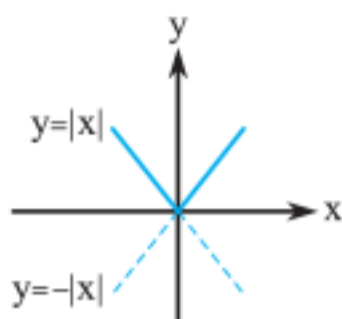
تابع

برای نمونه: می‌خواهیم تابع روبه‌رو را به صورت تابع چند ضابطه‌ای بنویسیم:
 $f(x) = |x - 3|$
 اگر $x - 3$ مثبت یا صفر باشد ($x - 3 \geq 0$)، خروجی آن $x - 3$ و اگر $x - 3$ منفی باشد ($x - 3 < 0$)، خروجی قرینه $x - 3$ است.

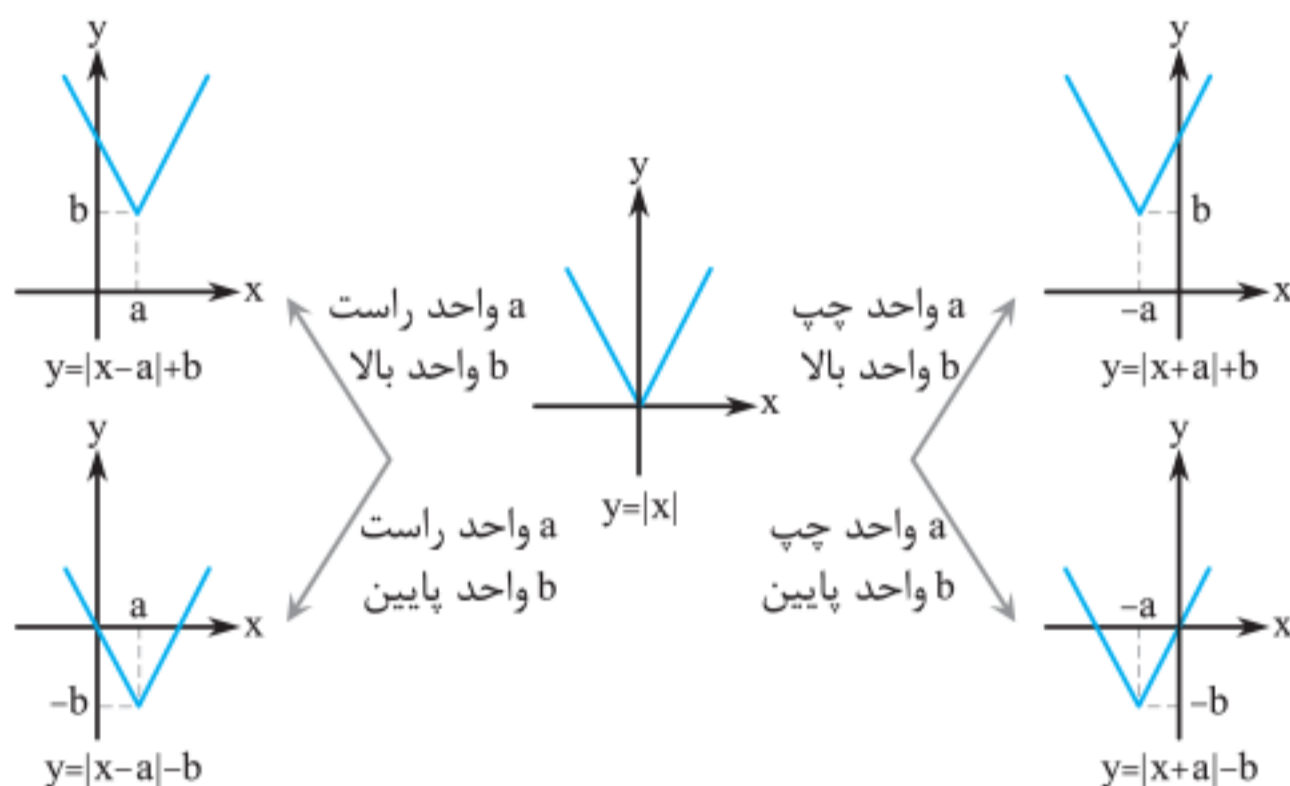
$$f(x) = |x - 3| = \begin{cases} x - 3 & ; x \geq 3 \\ -x + 3 & ; x < 3 \end{cases}$$

رسم توابع قدرمطلق

۱. رسم نمودار تابع $f(x) = \pm|x|$:



۲. رسم نمودار تابع $f(x) = |x \pm a| \pm b$:



برای نمونه: نمودار $y = |x|$ را ۲ واحد به راست و ۳ واحد بالا برده‌ایم. معادله آن برابر است با:

$$f(x) = |x - 2| + 3$$

نکته اگر ضریب x داخل قدرمطلق منفی باشد، بهتر است یک منفی در آن ضرب کنیم.

برای نمونه: $y = |7 - 3x|$ را می‌خواهیم به صورت دو ضابطه‌ای بنویسیم، بنابراین داریم:

$$|7 - 3x| = |-(7 - 3x)| = |-7 + 3x| = |3x - 7|$$

$$3x - 7 = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{3}$$

$$y = |3x - 7| = \begin{cases} 3x - 7 & ; x \geq \frac{7}{3} \\ -3x + 7 & ; x < \frac{7}{3} \end{cases}$$



اعمال روی تابع

در جمع، تفریق و ضرب توابع ابتدا اشتراک دامنه‌ها را به دست می‌آوریم، سپس بردها را جمع، تفریق و یا ضرب می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} (f+g)(x) &= f(x) + g(x) \\ (f-g)(x) &= f(x) - g(x) \\ (f \times g)(x) &= f(x) \times g(x) \end{aligned} \right\} \Rightarrow D_f \cap D_g$$

تقسیم دو تابع مانند سه عمل قبلی است، با این تفاوت که مخرج کسر نمی‌تواند صفر باشد.

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\}$$

برای نمونه: اگر $f = \{(-1, 0), (2, 1), (5, 3)\}$ و $g = \{(-1, 4), (1, 0), (4, 1), (2, 0)\}$ باشند، مقدار

$$D_f \cap D_g = \{-1, 2\} \quad \text{و} \quad f \times g \quad \text{و} \quad \frac{f}{g} \quad \text{برابر است با:}$$

$$\left. \begin{aligned} (f \times g)(-1) &= f(-1) \times g(-1) = 0 \times 4 = 0 \\ (f \times g)(2) &= f(2) \times g(2) = 1 \times 0 = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f \times g = \{(-1, 0), (2, 0)\}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = \{-1, 2\} - \{1, 2\} = \{-1\}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(-1) = \frac{f(-1)}{g(-1)} = \frac{0}{4} = 0 \Rightarrow \frac{f}{g} = \{(-1, 0)\}$$

پرسش‌های چهار گزینه‌ای



۱. رابطه $f = \{(3, m^2), (2, 1), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$ به ازای کدام مقدار m یک تابع است؟

- (۱) فقط $m = 2$ (۲) فقط $m = 1$ (۳) فقط $m = -1$ (۴) $m = 2$ یا $m = -1$

۲. در تابع با ضابطه $f(x) = ax^2 + bx - 2$ با شرط $f(1) = -3$ و $f(3) = 7$ ، مقدار b کدام است؟

- (۱) -3 (۲) -2 (۳) -1 (۴) 1

۳. در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{-2x^2 + 8x + 7}$ ، مقدار $f(2 - \sqrt{3})$ کدام است؟ (انسانی ۹۲)

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 6

۴. اگر رابطه $\{(3, a+2b), (5, 4), (7, 2), (3, 7), (5, 2a-b)\}$ یک تابع باشد، $a^2 - b^2$ کدام است؟ (انسانی ۹۸)

- (۱) 2 (۲) 4 (۳) 5 (۴) 6



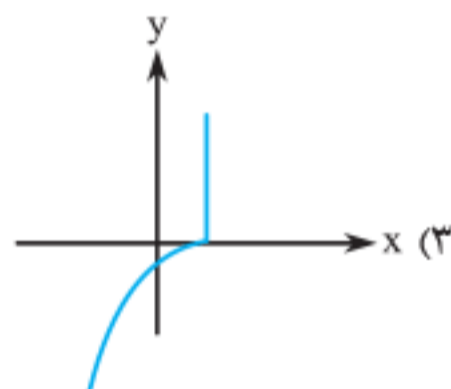
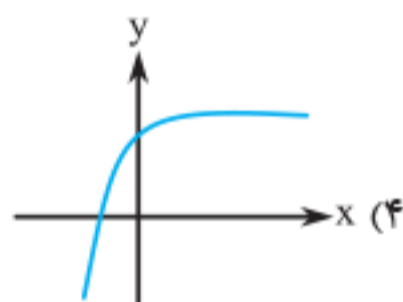
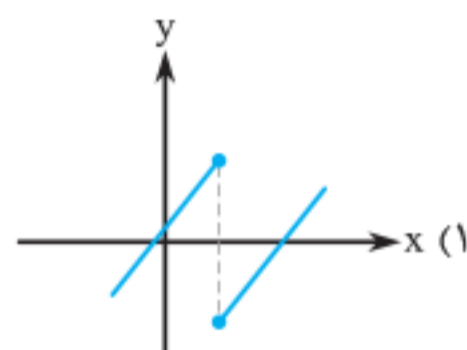
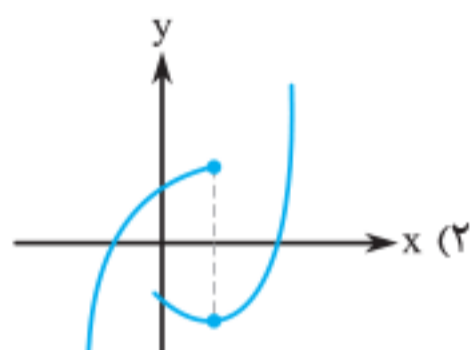
تابع

۵. اگر تابع خطی f از نقطه $(3, 0)$ و تابع خطی g از نقطه $(-2, 0)$ عبور کنند و نسبت شیب خط f به g ، برابر ۲ باشد، در این صورت $\frac{g(0)}{f(0)}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

(انسانی خارج ۹۸)

۶. کدام نمودار، نمایش یک تابع است؟



۷. اگر $f = \{(3, 4), (2, 6), (5, 3), (1, 5)\}$ و $g = \{(5, 6), (1, 2), (3, 2), (4, 1)\}$ باشند، برد تابع $\frac{f+g}{f-g}$ کدام است؟

(انسانی ۹۹)

- (۱) $\{\frac{5}{3}, 2, -3\}$ (۲) $\{\frac{7}{3}, 3, -3\}$ (۳) $\{\frac{5}{3}, 4, -2\}$ (۴) $\{\frac{7}{3}, 3, -2\}$

۸. اگر $f = \{(5, 3), (1, 5), (3, 4), (6, 2)\}$ و $g = \{(3, 2), (5, 6), (1, 2), (2, 1)\}$ باشند، برد تابع $\frac{f+g}{f}$ کدام است؟

(انسانی خارج ۹۹)

- (۱) $\{1/4, 1/5, 3\}$ (۲) $\{1/5, 1/8, 3\}$ (۳) $\{1, 1/4, 4\}$ (۴) $\{1, 2/5, 4\}$

۹. خط $x=1$ محور تقارن سهمی به معادله $f(x) = -2x^2 + bx + c$ است. این سهمی محور y ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع می‌کند. عرض رأس سهمی کدام است؟

(انسانی خارج ۹۰)

- (۱) $3/5$ (۲) ۴ (۳) $4/5$ (۴) ۵

۱۰. رأس سهمی $y = 2x^2 - 4x + c$ روی تابع خطی $f(x) = 2x - 3$ قرار دارد. c کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) ۱

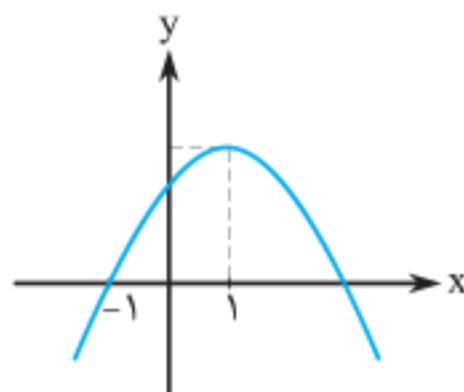
۱۱. می‌خواهیم با یک قطعه سیم به طول ۵۶ متر، زمینی به شکل مستطیل که یک طرف آن دیوار است، محصور شود. بیشترین مساحت زمین محصورشده کدام است؟

(انسانی ۹۸)

- (۱) ۳۶۴ (۲) ۳۷۸ (۳) ۳۹۲ (۴) ۴۰۶



(انسانی ۹۶)

۱۲. شکل زیر نمودار تابع $y = -2x^2 + ax + b$ است. کدام است b ؟

۲ (۱)

۴ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)

۱۳. اگر طول رأس سهمی $y = x^2 - 6x + 5$ دو برابر طول رأس سهمی $f(x) = 2x^2 - cx + 7$ باشد، مقدار c کدام است؟ $\frac{3}{2}$ (۱)

-۲۴ (۲)

-۶ (۳)

۶ (۴)

۱۴. اگر عدد حقیقی x بین دو عدد صفر و ۳ تغییر کند، بیشترین مقدار اختلاف سه برابر آن عدد با مربع خودش کدام است؟ $\frac{3}{2}$ (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{9}{2}$ (۴)۱۵. هزینه ثابت ساخت یک نوع کالا ۳۰۰۰۰ تومان و هزینه تولید هر کالا ۲۰۰ تومان است. اگر تابع سود روزانه به صورت $p(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 250x - 15000$ باشد، بیشترین درآمد روزانه به ازای فروش چه تعداد از این کالا حاصل می‌شود؟

۳۷۵ (۱)

۶۷۵ (۲)

۷۰۰ (۳)

۸۱۵ (۴)

۱۶. اگر x تعداد واحد کالا باشد، معادله درآمد به صورت $R(x) = 100x - 0.1x^2$ و معادله هزینه $C(x) = 400 + 60x$ است. ماکزیمم سود کدام است؟ (انسانی خارج ۹۵)

۲۴۰۰ (۱)

۳۲۰۰ (۲)

۳۶۰۰ (۳)

۴۸۰۰ (۴)

۱۷. تابع فروش به صورت $x = 3600 - 20p$ و معادله هزینه به صورت $C(x) = 24000 + 80x$ مدل‌سازی ریاضی شده است که در آن x تعداد واحد کالا و p قیمت هر واحد کالا است. ماکزیمم سود کدام است؟

۲۲۰۰۰ (۱)

۲۴۰۰۰ (۲)

۲۶۰۰۰ (۳)

۲۸۰۰۰ (۴)

۱۸. اگر تابع درآمد به صورت $y = -\frac{1}{3}x^2 + 28x$ و تابع هزینه $y = 16x + 55$ باشد، ماکسیمم مقدار سود، کدام است؟ (انسانی خارج ۹۸)

۴۵ (۱)

۴۸ (۲)

۵۳ (۳)

۵۷ (۴)

۱۹. یک کارگاه نوعی کالا تولید و هر واحد آن را ۲۴۰ ریال، می‌فروشد. اگر صاحب کارگاه در هر روز، x واحد کالا تولید کرده و تابع هزینه آن $C(x) = x^2 + 60x + 200$ باشد، بیشترین سود روزانه آن، کدام است؟ (انسانی خارج ۹۹)

۵۶۰۰ (۱)

۶۱۰۰ (۲)

۷۹۰۰ (۳)

۸۱۰۰ (۴)



تابع

۲۰. بیشترین مساحت از بین مستطیل‌هایی که محیطشان ۳۶ می‌باشد، کدام است؟

- ۷۲ (۱) ۸۰ (۲) ۸۱ (۳) ۱۰۰ (۴)

۲۱. سهمی $f(x) = -x^2 + 2x + 8$ محور طول‌ها را در دو نقطه A و B قطع می‌کند. طول پاره خط AB کدام است؟

- $\sqrt{20}$ (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

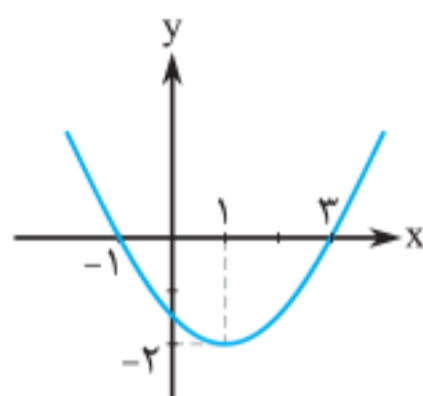
۲۲. خط گذرنده از دو نقطه $(2, 5)$ و $(-1, 3)$ ، خط به معادله $y + x + 3 = 0$ را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

(انسانی ۹۲)

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

(انسانی ۹۲)

۲۳. معادله سهمی شکل زیر کدام است؟



$$y = x^2 - x - 3 \quad (1)$$

$$y = 2x^2 + x - 1 \quad (2)$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2} \quad (3)$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} \quad (4)$$

۲۴. نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ را ۲ واحد به سمت راست و ۳ واحد به سمت پایین انتقال می‌دهیم. معادله منحنی جدید کدام است؟

(انسانی ۹۳)

$$y = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 1 \quad (2)$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 1 \quad (1)$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3 \quad (4)$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3 \quad (3)$$

۲۵. به ازای کدام مقادیر m ، خط به معادله $y = mx + m - 3$ از ناحیه دوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

- $0 \leq m \leq 3$ (۱) $m \geq 3$ (۲) $m \leq 0$ (۳) هیچ مقدار m (۴)

۲۶. شیب خط گذرا بر مبدأ مختصات و نقطه برخورد دو خط به معادلات $2y - 3x = 12$ و $3y + x = 7$ کدام است؟

(انسانی ۹۶)

$$\frac{4}{3} \quad (4)$$

$$\frac{7}{3} \quad (3)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (1)$$

۲۷. خط d از نقطه $A(-2, 4)$ و نقطه تلاقی دو خط به معادلات $2x + y = 5$ و $3y - x + 6 = 0$ گذشته است.

(انسانی ۹۷)

شیب خط d کدام است؟

$$2 \quad (4)$$

$$1 \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$-2 \quad (1)$$

۲۸. در خط گذرنده بر دو نقطه $(4, 5)$ و $(2, -3)$ علامت شیب و عرض از مبدأ چگونه است؟

(انسانی خارج ۹۲)

(۲) شیب منفی - عرض از مبدأ منفی

(۱) شیب منفی - عرض از مبدأ مثبت

(۴) شیب مثبت - عرض از مبدأ منفی

(۳) شیب مثبت - عرض از مبدأ مثبت



۲۹. خط به معادله $y + 3x = 11$ با منحنی به معادله $y = x^2 + 1$ در دو نقطه A و B مشترک هستند. فاصله این دو نقطه کدام است؟

- (۱) $6\sqrt{5}$ (۲) $5\sqrt{10}$ (۳) $8\sqrt{5}$ (۴) $7\sqrt{10}$

۳۰. دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = x^2 - 2x - 2$ و $g(x) = \frac{|x|}{x}$ ، در نقطه‌ای با کدام طول، مشترک‌اند؟ (انسانی ۹۹)

- (۱) $1 - \sqrt{2}$ و ۳ (۲) $1 + \sqrt{2}$ و -۱ (۳) $1 + \sqrt{2}$ و ۳ (۴) $1 - \sqrt{2}$ و -۱

۳۱. نمودار $y = \frac{|2x|}{x}$ و خط $y = 2x - 1$ در دو نقطه A و B، مشترک‌اند. میانگین طول نقاط A و B، کدام است؟ (انسانی خارج ۹۹)

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) صفر (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۱

۳۲. سهمی $y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$ با خط $y = 13 - x$ ، در دو نقطه به طول‌های ۲ و ۸، متقاطع‌اند. مختصات رأس این سهمی، کدام است؟ (انسانی ۹۹)

- (۱) (۹، ۱) (۲) (۳، ۹) (۳) (۳، ۱۲) (۴) (۴، ۱۳)

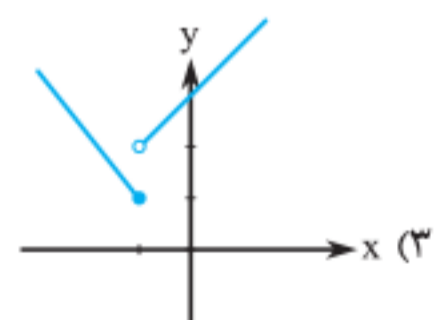
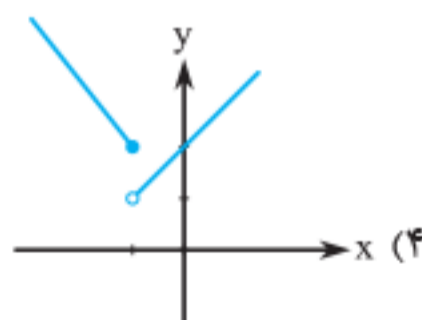
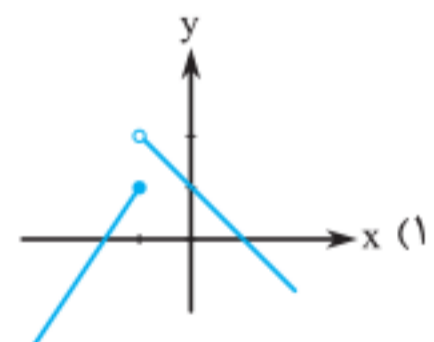
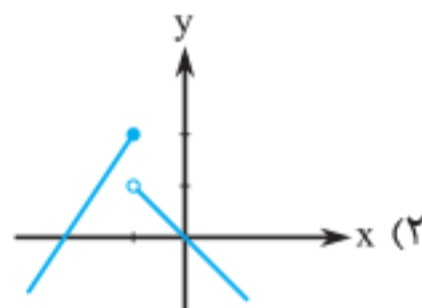
۳۳. بیشترین مقدار اختلاف مربع نصف عددی از ۶ برابر همان عدد، کدام است؟ (انسانی خارج ۹۴)

- (۱) ۳۶ (۲) ۳۸ (۳) ۴۲ (۴) ۴۸

۳۴. در تابع ثابت $f(x) = c$ با دامنه اعداد حقیقی، اگر $2f(a - b) = f(a)f(b) + 1$ باشد، مقدار c کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۳۵. نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -x+1 & ; x > -1 \\ x+2 & ; x \leq -1 \end{cases}$ در کدام گزینه آمده است؟



۳۶. زوج مرتب $(1, n^2 + n - 1)$ روی نیمساز ناحیه اول و سوم قرار دارد. مجموع مقادیر ممکن n کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) -۳

۳۷. اگر تابع $f(x) = (a-1)x + b + 2$ یک تابع همانی باشد، $a - b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) -۳ (۳) ۴ (۴) -۴



تابع

۳۸. اگر در تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} a - bx & ; x < -2 \\ -bx^2 + ax + \frac{3}{4} & ; -2 \leq x < 1 \end{cases}$ ، $f(-2) = 4$ و $f(\frac{1}{4}) = 1$ باشند،

دوتایی مرتب (a, b) کدام است؟

- (۱) $(1, -1)$ (۲) $(-1, 1)$ (۳) $(-1, -1)$ (۴) $(1, 1)$

۳۹. اگر $\text{sign}(\sqrt{2} - k) = -1$ باشد، k کدام می تواند باشد؟

- (۱) -1 (۲) صفر (۳) 1 (۴) 2

۴۰. اگر $f(x) = \sqrt{3x+1}$ و $g(x) = |x^2 - 10x|$ باشند، حاصل $\frac{(g-f)(1)}{f^2(0)}$ کدام است؟ (انسانی ۹۵)

- (۱) 6 (۲) 7 (۳) 10 (۴) 12

۴۱. در تابع $f(x) = [x + \frac{3}{4}] - [-x]$ ، مقدار $f(\frac{9}{4}) + f(\frac{-1}{4})$ کدام است؟ (انسانی ۹۸)

- (۱) 4 (۲) 5 (۳) 6 (۴) 7

۴۲. در تابع $f(x) = 2[x] + [-x]$ ، مقدار $f(-\frac{1}{4}) + f(\frac{3}{4})$ ، کدام است؟ (انسانی خارج ۹۸)

- (۱) -2 (۲) -1 (۳) صفر (۴) 1

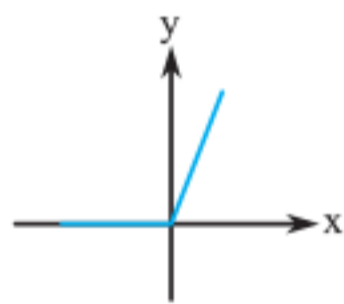
۴۳. اگر $f(x) = [2x - 1]$ باشد، مقدار $f(-\frac{3}{4}) + f(\frac{\sqrt{5}}{4})$ ، کدام است؟ (انسانی ۹۹)

- (۱) صفر (۲) 1 (۳) -1 (۴) -2

۴۴. اگر $f(x) = [1 - \frac{x}{2}]$ باشد، مقدار $f(\sqrt{2}) + f(-\frac{3}{2})$ ، کدام است؟ (انسانی خارج ۹۹)

- (۱) صفر (۲) 2 (۳) -1 (۴) 1

۴۵. شکل زیر نمودار کدام تابع است؟ (انسانی ۹۸)



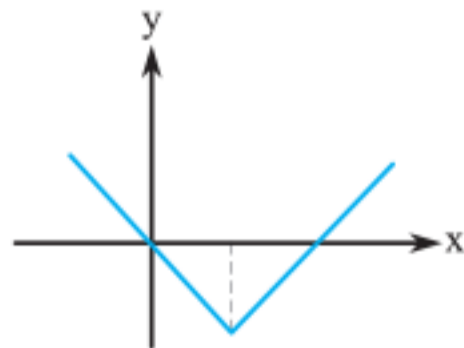
(۱) $y = x - |x|$

(۲) $y = x + |x|$

(۳) $y = |x - 1| - 1$

(۴) $y = 1 - |x - 1|$

۴۶. شکل مقابل، نمودار کدام تابع است؟ (انسانی خارج ۹۸)



(۱) $y = -|x - 2| + 2$

(۲) $y = x + 2|x|$

(۳) $y = 2x - |x|$

(۴) $y = |x - 2| - 2$

۴۷. اگر $f = \{(3, n^2 - 2n), (m, 8), (2n - 5, t), (4, 3m + 2)\}$ یک تابع ثابت سه عضوی باشد،

(انسانی ۹۸) $m + n + t$ کدام است؟

- (۱) 10 (۲) 11 (۳) 12 (۴) 14



۴۸. اگر $f = \{(2, 5), (3, 4), (4, 6), (1, 7)\}$ و $g = \{(1, 3), (2, 6), (5, 2), (4, 9)\}$ باشند، برد تابع $g - f$ کدام است؟

(انسانی ۹۸)

- (۱) $\{-4, 1, 3\}$ (۲) $\{-4, 2, 3\}$ (۳) $\{-4, 1, 2, 3\}$ (۴) $\{1, 2, 3, 4\}$

۴۹. اگر هر سه زوج مرتب $(n^2 - 3n, 4)$ و $(20, n^2 + n)$ و $(1, m + n)$ بر روی نیمساز ناحیه اول و سوم باشند، m کدام است؟

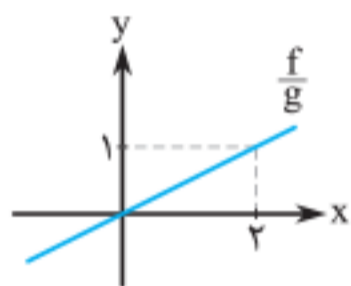
(انسانی خارج ۹۸)

- (۱) -3 (۲) -2 (۳) 2 (۴) 6

۵۰. اگر $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ ، $g(x) = x^2 + ax + 6$ ، $D_f = \mathbb{R}$ و $D_h = \mathbb{R} - \{2, b\}$ باشند، مقدار $a + b$ کدام است؟

- (۱) -2 (۲) -3 (۳) -4 (۴) -5

۵۱. اگر $f(x) = x^2$ و نمودار $(\frac{f}{g})(x)$ به صورت زیر باشد، ضابطه تابع $g(x)$ کدام است؟



- (۱) $2x$ (۲) $\frac{x}{2}$ (۳) $\frac{1}{2x}$ (۴) $\frac{2}{x}$

۵۲. اگر $f = \{(2, 3), (-1, 4), (1, 2)\}$ ، $g = \{(2, a), (4, -1), (1, 2)\}$ و $\frac{f}{g} = \{(1, 1)\}$ باشند، آن‌گاه مقدار a کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) -1 (۴) صفر

۵۳. اگر $f = \{(1, 2), (2, 4), (4, 5), (3, 3)\}$ و $g = \{(3, 2), (2, 3), (6, 1), (1, 8)\}$ باشند، برد تابع $g \times f$ کدام است؟

(انسانی خارج ۹۸)

- (۱) $\{6, 8, 12\}$ (۲) $\{3, 6, 12, 16\}$ (۳) $\{6, 12, 16\}$ (۴) $\{6, 8, 12, 16\}$

۵۴. اگر $f(x) = |2x - 3|$ باشد، مقدار $f(\sqrt{2} + 1) + f(\sqrt{2} - 1)$ کدام است؟

(انسانی ۹۶)

- (۱) 2 (۲) 4 (۳) 5 (۴) $4\sqrt{2}$

۵۵. در تابع پلکانی $f(x) = \begin{cases} (2k - 5)x + 6 & ; x \geq 0 \\ 4k - 3 & ; x < 0 \end{cases}$ مقدار $f(2) + f(-2)$ کدام است؟

(انسانی ۹۵)

- (۱) 13 (۲) 12 (۳) 10 (۴) 9

پاسخ‌نامه تشریحی

۱. گزینه «۳»

$$m^2 = m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m - 2)(m + 1) = 0 \Rightarrow m = 2 \quad \times, \quad m = -1 \quad \checkmark$$

۲. گزینه «۱»

$$\begin{aligned} f(1) = -3 &\Rightarrow a + b - 2 = -3 \\ f(3) = 7 &\Rightarrow 9a + 3b - 2 = 7 \end{aligned} \Rightarrow \begin{cases} a + b = -1 \\ 9a + 3b = 9 \end{cases} \xrightarrow{\times(-3)} \begin{cases} -3a - 3b = 3 \\ 9a + 3b = 9 \end{cases}$$

$$6a = 12 \Rightarrow a = 2$$



تابع

$$-3(2) - 3b = 3 \Rightarrow -6 - 3b = 3 \Rightarrow -3b = 9 \Rightarrow b = -3$$

۲. گزینه «۳»

$$\begin{aligned} f(2 - \sqrt{3}) &= \sqrt{-2(2 - \sqrt{3})^2 + 8(2 - \sqrt{3}) + 7} = \sqrt{-2(4 - 4\sqrt{3} + 3) + 16 - 8\sqrt{3} + 7} \\ &= \sqrt{-2(7 - 4\sqrt{3}) + 23 - 8\sqrt{3}} = \sqrt{-14 + 8\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 23} = \sqrt{9} = 3 \end{aligned}$$

۴. گزینه «۳»

$$\times(-2) \begin{cases} a + 2b = 7 \\ 2a - b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a - 4b = -14 \\ 2a - b = 4 \end{cases}$$

$$-5b = -10 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow a + 4 = 7 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5$$

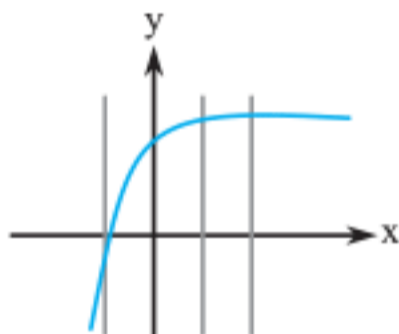
۵. گزینه «۴»

$$f: (3, 0) \Rightarrow y = mx + h_1 \Rightarrow 3m + h_1 = 0 \Rightarrow h_1 = -3m \Rightarrow f(x) = mx - 3m$$

$$g: (-2, 0) \Rightarrow y = m'x + h_2 \Rightarrow -2m' + h_2 = 0 \Rightarrow h_2 = 2m' \Rightarrow g(x) = m'x + 2m'$$

$$\frac{m'}{m} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{g(0)}{f(0)} = \frac{2m'}{-3m} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{3}$$

۶. گزینه «۴»



شکلی تابع است که هر خط عمودی حداکثر آن را در یک نقطه قطع کند که این ویژگی فقط در شکل گزینه «۴» دیده می‌شود. در شکل گزینه «۴» هر خط عمودی، شکل را دقیقاً در یک نقطه قطع می‌کند پس تابع است.

۷. گزینه «۲»

$$D_f \cap D_g = \{3, 5, 1\}$$

$$f + g = \{(3, 6), (5, 9), (1, 7)\}$$

$$f - g = \{(3, 2), (5, -3), (1, 3)\}$$

$$\frac{(f+g)}{(f-g)} = \left\{ \left(3, \frac{6}{2} \right), \left(5, \frac{9}{-3} \right), \left(1, \frac{7}{3} \right) \right\} \Rightarrow R_{\frac{f+g}{f-g}} = \left\{ 3, -3, \frac{7}{3} \right\}$$

۸. گزینه «۱»

$$f = \{(5, 3), (1, 5), (3, 4), (6, 2)\}$$

$$g = \{(3, 2), (5, 6), (1, 2), (2, 1)\}$$

$$f + g = \{(5, 3+6), (1, 5+2), (3, 4+2)\}$$

$$\frac{f+g}{f} = \left\{ \left(5, \frac{9}{3} \right), \left(1, \frac{7}{5} \right), \left(3, \frac{6}{4} \right) \right\}$$



$$R_{\frac{f+g}{f}} = \{3, 1/4, 1/5\}$$

۹. گزینه «۴»

$$f(0) = -2(0^2) + b(0) + c = 3 \Rightarrow c = 3$$

طبق فرض سؤال داریم:

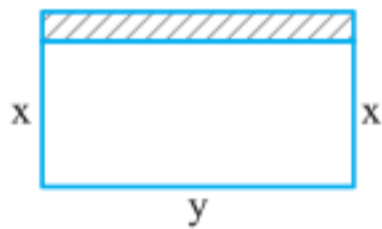
$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-b}{-4} = 1 \Rightarrow -b = -4 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow -2x^2 + 4x + 3 \Rightarrow -2(1)^2 + 4(1) + 3 = 5$$

۱۰. گزینه «۴»

$$x = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow f(x) = 2(1) - 3 = -1$$

$$y = 2 - 4 + c = -1 \Rightarrow -2 + c = -1 \Rightarrow c = 1$$

۱۱. گزینه «۳»



$$P = 2x + y = 56 \Rightarrow y = 56 - 2x, S = xy = x(56 - 2x) \Rightarrow S = 56x - 2x^2$$

$$x = \frac{-56}{-4} = 14 \Rightarrow 56(14) - 2(14)^2 = 392$$

۱۲. گزینه «۴»

$$x = \frac{-a}{-4} = 1 \Rightarrow -a = -4 \Rightarrow a = 4$$

$$y = -2x^2 + 4x + b \xrightarrow{(-1,0)} -2 - 4 + b = 0 \Rightarrow -6 + b = 0 \Rightarrow b = 6$$

۱۳. گزینه «۴»

$$x = \frac{6}{2} = 3, x = \frac{c}{4} \times 2 \Rightarrow \frac{c}{2} = 3 \Rightarrow c = 6$$

۱۴. گزینه «۲»

بیشترین مقدار اختلاف، همان ماکزیمم تابع یا همان عرض رأس سهمی می‌باشد، پس داریم:

$$3x - x^2 \Rightarrow \max = \frac{-\Delta}{2a} = \frac{-b^2 + 4ac}{4a} = \frac{-9 - 4(-1)(0)}{-4} = \frac{-9}{-4} = \frac{9}{4}$$

۱۵. گزینه «۲»

$$\text{هزینه} = 200x + 30000$$

$$\text{درآمد} = \text{هزینه} + \text{سود} \Rightarrow \text{هزینه} - \text{درآمد} = \text{سود}$$

$$\Rightarrow \underbrace{-\frac{1}{3}x^2 + 250x - 150000}_{\text{سود}} + \underbrace{200x + 300000}_{\text{هزینه}} = -\frac{1}{3}x^2 + 450x + 150000 \Rightarrow x = -\frac{450}{-\frac{2}{3}} = \frac{1350}{2} = 675$$

۱۶. گزینه «۳»

$$\text{سود} = 100x - 0.1x^2 - 400 - 60x \Rightarrow \text{سود} = 40x - 0.1x^2 - 400$$

$$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{-40}{-\frac{1}{5}} = 200 \Rightarrow 40(200) - 0.1(40000) - 400 = 3600$$



تابع

۱۷. گزینه «۳»

$$20p = 3600 - x \xrightarrow{\div 20} p = 180 - \frac{x}{20}$$

$$\text{سود} = 180x - \frac{x^2}{20} - 24000 - 80x = 100x - \frac{x^2}{20} - 24000$$

$$\Rightarrow x = \frac{-100}{-\frac{1}{10}} = 1000 \Rightarrow (100)(1000) - \frac{(1000)^2}{20} - 24000 = 26000$$

۱۸. گزینه «۳»

تابع سود از فرمول مقابل به دست می آید:

هزینه درآمد سود
 $y = R - C$

$$y = \left(\frac{-1}{3}x^2 + 28x\right) - (16x + 55)$$

$$y = \frac{-1}{3}x^2 + 28x - 16x - 55 \Rightarrow \text{سود } y = -\frac{1}{3}x^2 + 12x - 55$$

سود یک تابع درجه ۲ (سهمی است) و مقدار ماکسیمم سود، عرض رأس سهمی است.

$$y = \frac{-1}{3}x^2 + 12x - 55$$

S: رأس سهمی

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-12}{2\left(\frac{-1}{3}\right)} = \frac{12}{\frac{2}{3}} = \frac{36}{2} = 18$$

$$y = \frac{-1}{3}(18)^2 + 12 \times 18 - 55 = 18 \left(\frac{-18}{3} + 12 \right) - 55$$

$$= 18 \times 6 - 55 = 108 - 55 = 53$$

۱۹. گزینه «۳»

هزینه درآمد سود
 $y = R(x) - C(x)$

$$\text{سود: } y = (240x) - (x^2 + 60x + 200) = 240x - x^2 - 60x - 200$$

$$\Rightarrow y = -x^2 + 180x - 200$$

S: رأس

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{180}{2(-1)} = 90$$

$$y = -(90)^2 + 180(90) - 200 = 8100 - 200 = 7900$$



۲۰. گزینه «۳»

$$P = 2(x + y) = 36 \Rightarrow 2x + 2y = 36 \Rightarrow x + y = 18 \Rightarrow y = 18 - x$$

$$S = xy = x(18 - x) = 18x - x^2 \Rightarrow x = \frac{-18}{-2} = 9 \Rightarrow S_{\max} = (18)(9) - 81 = 81$$

۲۱. گزینه «۳»

$$f(x) = -x^2 + 2x + 8 \xrightarrow{\div(-1)} x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\Rightarrow x = 4, x = -2 \text{ (ریشه‌های سهمی)}$$

سهمی محور x ها را قطع می‌کند پس y ها صفر هستند:

$$A(4, 0), B(-2, 0) \Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \sqrt{(4 + 2)^2 + (0 - 0)^2} = \sqrt{36} = 6$$

۲۲. گزینه «۱»

$$y + x + 3 = 0 \Rightarrow y + x = -3$$

$$m = \frac{5 - 3}{2 + 1} = \frac{2}{3} \Rightarrow y - 3 = \frac{2}{3}(x + 1)$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{2}{3} + 3 \Rightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{11}{3} \xrightarrow{\times 3} 3y = 2x + 11$$

$$\begin{cases} 3y - 2x = 11 \\ y + x = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3y - 2x = 11 \\ 2y + 2x = -6 \end{cases}$$

$$\Delta y = 5 \Rightarrow y = 1$$

۲۳. گزینه «۴»

با توجه به نمودار می‌دانیم رأس سهمی $(-2, 1)$ است، پس داریم:

$$x = 1 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a} = 1 \Rightarrow -b = 2a \quad \text{①}$$

طبق ① دو گزینه «۳» و «۴» می‌توانند جواب مورد نظر باشند که با جای‌گذاری مقدار x در دو معادله، مقدار y به دست می‌آید و پاسخ درست گزینه «۴» است.

۲۴. گزینه «۱»

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 \Rightarrow \frac{1}{2}(x - 2)^2 - 3 = \frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) - 3 = \frac{x^2}{2} - 2x + 2 - 3 = \frac{x^2}{2} - 2x - 1$$

۲۵. گزینه «۱»

$$\begin{cases} \text{شیب} \geq 0 \Rightarrow m \geq 0 \\ \text{عرض از مبدأ} \leq 0 \Rightarrow m - 3 \leq 0 \Rightarrow m \leq 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 0 \leq m \leq 3$$



تابع

۲۶. گزینه «۱»

$$\begin{cases} 2y - 3x = 12 \\ 3y + x = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2y - 3x = 12 \\ 9y + 3x = 21 \end{cases}$$

$$11y = 33 \Rightarrow y = 3$$

$$6 - 3x = 12 \Rightarrow -6 = 3x \Rightarrow x = -2$$

$$A(-2, 3), B(0, 0) \Rightarrow m = \frac{0 - 3}{0 + 2} = -\frac{3}{2}$$

۲۷. گزینه «۲»

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3y - x = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y = 5 \\ 6y - 2x = -12 \end{cases}$$

$$7y = -7 \Rightarrow y = -1$$

$$2x - 1 = 5 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

$$A(-2, 4), B(3, -1) \Rightarrow m = \frac{-1 - 4}{3 + 2} = \frac{-5}{5} = -1$$

۲۸. گزینه «۴»

$$m = \frac{5 + 3}{4 - 2} = \frac{8}{2} = 4$$

$$y + 3 = 4(x - 2) \Rightarrow y = 4x - 8 - 3 \Rightarrow y = 4x - 11 \Rightarrow$$
 شیب مثبت، عرض از مبدأ منفی

۲۹. گزینه «۴»

$$\begin{cases} y = 11 - 3x \\ y = x^2 + 1 \end{cases} \Rightarrow 11 - 3x = x^2 + 1 \Rightarrow 0 = x^2 - 10 + 3x \Rightarrow (x + 5)(x - 2) = 0 \Rightarrow x = -5, x = 2$$

$$A(2, 5), B(-5, 26)$$

$$|AB| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} = \sqrt{49 + 441} = \sqrt{490} = \sqrt{49 \times 10} = 7\sqrt{10}$$

۳۰. گزینه «۱»

تابع $g(x) = \frac{|x|}{x}$ یک تابع دوضابطه‌ای است.

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x}{x} = 1 & ; x > 0 \\ \frac{-x}{x} = -1 & ; x < 0 \end{cases} \Rightarrow g(x) = \begin{cases} 1 & ; x > 0 \\ -1 & ; x < 0 \end{cases}$$

حال برای یافتن نقاط تلاقی توابع $f(x)$ و $g(x)$ ، یکبار $f(x)$ را برابر ۱ و بار دیگر برابر -۱ قرار می‌دهیم:

$$f(x) = 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = 1 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 1)(x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \quad \times \\ x = +3 \quad \checkmark \end{cases}$$

(معادله با شرط $x > 0$ حل شده، پس x مثبت قابل قبول است.)



تابع

$$\Rightarrow b = 13 - 8 = 5$$

$$\frac{a=4}{b=5} \rightarrow y = \frac{-1}{2}x^2 + 4x + 5$$

$$\Rightarrow S \text{ (رأس سهمی)} \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-\frac{1}{2})} = \frac{-4}{-1} = 4 \\ y = (-\frac{1}{2})(4)^2 + 4(4) + 5 = 8 + 5 = 13 \end{array} \right.$$

پس $(4, 13)$ رأس سهمی است.

۳۲. گزینه «۱»

$$6x - \frac{x^2}{4} \Rightarrow x = \frac{-6}{-\frac{1}{2}} = 12 \Rightarrow 6(12) - \frac{(12)^2}{4} = 72 - \frac{144}{4} = 72 - 36 = 36$$

۳۴. گزینه «۱»

$$a - b = c$$

$$a = c$$

$$b = c$$

$$2c = c \times c + 1 \Rightarrow 2c = c^2 + 1 \Rightarrow c^2 - 2c + 1 = 0 \Rightarrow (c-1)^2 = 0 \Rightarrow c = 1$$

چون تابع ثابت است، پس داریم:

۳۵. گزینه «۱»

با توجه به تابع دوضابطه‌ای، شکل گزینه «۱» صحیح است.

۳۶. گزینه «۱»

$$x = y \Rightarrow n^2 + n - 1 = 1 \Rightarrow n^2 + n - 2 = 0 \Rightarrow (n+2)(n-1) = 0$$

$$\Rightarrow n = -2, n = 1 \Rightarrow -2 + 1 = -1$$

۳۷. گزینه «۳»

$$a - 1 = 1 \Rightarrow a = 2, b + 2 = 0 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow a - b = 2 + 2 = 4$$

۳۸. گزینه «۴»

$$f(-3) = 4 \Rightarrow a + 3b = 4 \Rightarrow a = 4 - 3b$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 1 \Rightarrow -b\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{a}{2} + \frac{3}{4} = 1 \Rightarrow \frac{-b}{4} + \frac{a}{2} = 1 - \frac{3}{4} \xrightarrow{\times 4} -b + 2a = 1$$

$$\Rightarrow -b + 2(4 - 3b) = 1 \Rightarrow -b + 8 - 6b = 1 \Rightarrow -7b = -7 \Rightarrow b = 1, a = 1 \Rightarrow (a, b) = (1, 1)$$

۳۹. گزینه «۴»

$$\text{sign}(\sqrt{2} - k) = -1 \Rightarrow \sqrt{2} - k < 0 \Rightarrow \sqrt{2} < k \Rightarrow k \text{ می‌تواند } 2 \text{ باشد}$$

۴۰. گزینه «۲»

$$\frac{(g-f)(1)}{f'(0)} = \frac{g(1) - f(1)}{f'(0)} = \frac{9 - 2}{1} = \frac{7}{1} = 7$$



$$f(x) = -1 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = -1 \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4(1)(-1) = 8$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{8}}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{2+2\sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{2} \quad \times \\ \frac{2-2\sqrt{2}}{2} = 1 - \sqrt{2} \quad \checkmark \end{cases}$$

(چون معادله با شرط $x < 0$ حل شده، پس جواب منفی قابل قبول است.)

۳۱. گزینه «۳»

ابتدا تابع قدرمطلق را به صورت دوضابطه‌ای می‌نویسیم:

$$y = \frac{|2x|}{x} = \begin{cases} \frac{2x}{x} & ; x > 0 \\ -\frac{2x}{x} & ; x < 0 \end{cases} \Rightarrow y = \begin{cases} 2 & ; x > 0 \\ -2 & ; x < 0 \end{cases}$$

برخورد تابع قدرمطلق (دوضابطه‌ای) با خط $y = 2x - 1$:

$$\begin{cases} 2x - 1 = 2 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \Rightarrow A \left| \frac{3}{2} \right. \\ 2x - 1 = -2 \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \Rightarrow B \left| -\frac{1}{2} \right. \end{cases}$$

$$B \text{ و } A \text{ میانگین طول} = \frac{\frac{3}{2} + (-\frac{1}{2})}{2} = \frac{1}{2}$$

۳۲. گزینه «۴»

ابتدا در خط $y = 13 - x$ طول نقاط تلاقی $(x = 2, x = 8)$ را قرار می‌دهیم تا مختصات نقاطی که سهمی و خط متقاطع‌اند به دست آید.

$$y = 13 - x \begin{cases} x = 2 \Rightarrow y = 13 - 2 = 11 \Rightarrow A(2, 11) \\ x = 8 \Rightarrow y = 13 - 8 = 5 \Rightarrow B(8, 5) \end{cases} \rightarrow \text{نقاط تلاقی}$$

نقاط A و B در سهمی صدق می‌کنند. بنابراین:

$$y = \frac{-1}{2}x^2 + ax + b \xrightarrow{A(2, 11)} 11 = \frac{-1}{2}(2)^2 + 2a + b \Rightarrow 11 = -2 + 2a + b \Rightarrow 2a + b = 13$$

$$y = \frac{-1}{2}x^2 + ax + b \xrightarrow{B(8, 5)} 5 = \frac{-1}{2}(8)^2 + 8a + b \Rightarrow 5 = -32 + 8a + b \Rightarrow 8a + b = 37$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 13 \\ 8a + b = 37 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a - b = -13 \\ 8a + b = 37 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \hline 6a = 24 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow 2a + b = 13 \end{matrix}$$

تابع

در این فصل مباحث تابع خطی، تعیین ضابطه تابع، بهینه‌سازی و سهمی از کتاب درسی ریاضی و آمار سال دهم و انواع تابع و اعمال روی توابع از کتاب درسی ریاضی و آمار سال یازدهم آورده شده است.





پایه دهم و یازدهم

تابع

مفهوم تابع

مجموعه‌ای از زوج‌های مرتب است که در آن مؤلفه‌های اول (دامنه) هیچ دو زوج مرتبی با یکدیگر مساوی نباشند و اگر مؤلفه‌های اول مساوی باشند، حتماً مؤلفه‌های دوم (برد) هم برابر باشند.

تعیین مقدار تابع

اگر به جای x در تابع، مقدار عددی قرار دهیم، حاصل آن را مقدار تابع می‌گویند.

نمودار تابع

اگر خطی موازی محور y ها رسم شود و آن نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند، آن نمودار تابع است.

تعیین دامنه تابع

- اگر تابع خطی یا چندجمله‌ای باشد، به‌ازای همه مقادیر \mathbb{R} درست است.
- اگر تابع کسری باشد، دامنه تابع $\{ \text{مخرج کسر} \} - \mathbb{R}$ است.
- اگر تابع رادیکالی باشد، در صورتی که فرجه رادیکال زوج باشد، دامنه تابع به‌ازای مقادیر زیر رادیکال بزرگ‌تر و مساوی صفر است و اگر فرجه فرد باشد، رادیکال را در نظر نمی‌گیریم، سپس دامنه تابع را تعیین می‌کنیم.

برای نمونه:

$$\text{الف) } y = \frac{1}{3+x}$$

$$\text{دامنه تابع: } 3+x=0 \Rightarrow x=-3 \Rightarrow D: \mathbb{R} - \{-3\}$$

$$\text{ب) } y = \sqrt{3-x}$$

$$\text{دامنه تابع: } 3-x \geq 0 \Rightarrow 3 \geq x \Rightarrow D: (-\infty, 3]$$

$$\text{پ) } y = \frac{x-1}{\sqrt{3-2x}}$$

نکته وقتی که رادیکال با فرجه زوج در مخرج کسر باشد، زیر رادیکال فقط بزرگ‌تر از صفر می‌شود.

$$\text{دامنه تابع: } 3-2x > 0 \Rightarrow 3 > 2x \Rightarrow \frac{3}{2} > x \Rightarrow D: (-\infty, \frac{3}{2})$$



تابع

۲ تابع خطی

اگر $A \begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} x_2 \\ y_2 \end{vmatrix}$ را دو نقطه روی محورهای مختصات در نظر بگیریم، طول پاره خط (فاصله دو نقطه) برابر است با:

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

شیب خط از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\text{شیب خط: } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

معادله خط گذرنده از دو نقطه A و B یا ضابطه تابع به صورت زیر است:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

برای نمونه: اگر $A \begin{vmatrix} 5 \\ -2 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \end{vmatrix}$ باشد:

$$m = \frac{2 - (-2)}{3 - 5} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$y - (-2) = -2(x - 5) \Rightarrow y + 2 = -2x + 10$$

پس معادله خط (ضابطه تابع) برابر است با:

$$y = -2x + 10 - 2 \Rightarrow y = -2x + 8$$

↓
عرض از مبدأ

نکته ۱ منظور از عرض از مبدأ یعنی به جای x ، صفر قرار دهیم و طول از مبدأ یعنی به جای y ، صفر قرار دهیم.

۲ اگر معادله خط $ax + by + c = 0$ باشد، شیب خط برابر با $m = \frac{-a}{b}$ است.

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

۳ برای تعیین نقطه تلاقی دو خط از دستگاه معادله استفاده می‌کنیم:

$$m_1 = m_2$$

۴ دو خط موازی دارای شیب‌های مساوی هستند:

$$m_1 = \frac{-1}{m_2}$$

۵ دو خط عمود بر هم شیب‌هایشان عکس و قرینه یکدیگر است:

۳ نمودار تابع درجه دوم (سهمی)

اگر ضریب x^2 یعنی a مثبت باشد، سهمی رو به بالا و اگر ضریب x^2 یعنی a منفی باشد، سهمی رو به پایین

است. محور تقارن $x = \frac{-b}{2a}$ و مقدار رأس سهمی $y = \frac{4ac - b^2}{4a}$ می‌باشد، (برای پیدا کردن y می‌توان

$$y = ax^2 + bx + c$$

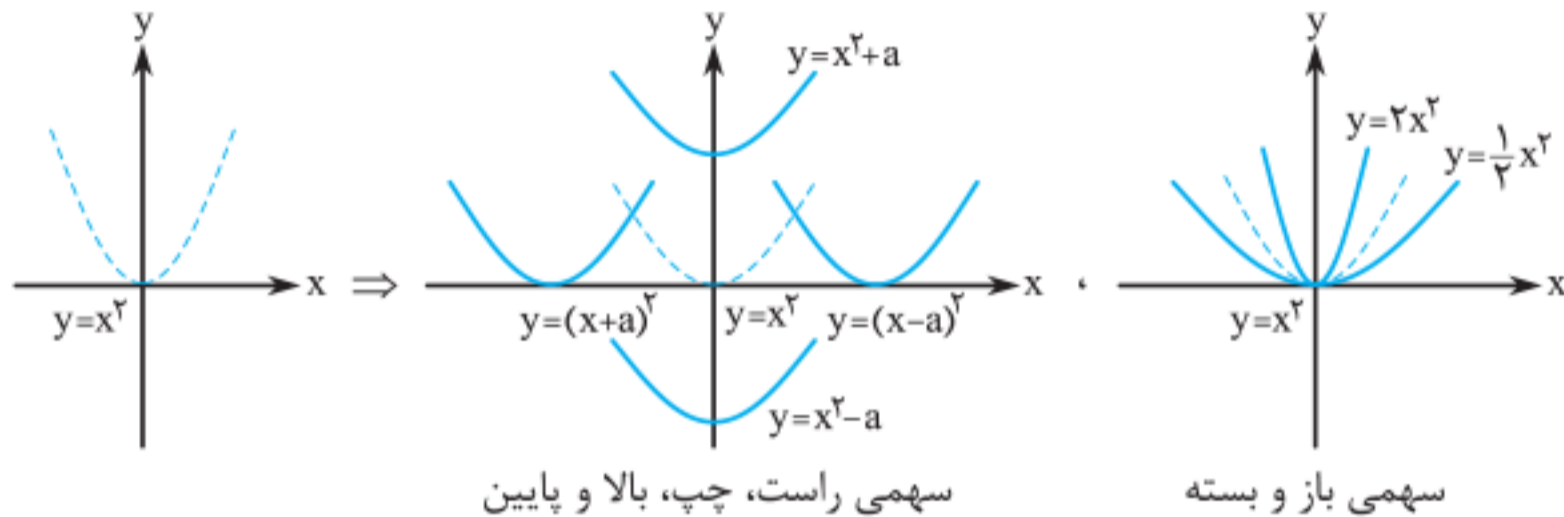
مقدار x را در معادله سهمی قرار داد.) رأس سهمی همان $S(x, y)$ است.



نکته محل برخورد سهمی با محور x ها، یعنی $y = 0$ و محل برخورد سهمی با محور y ها، یعنی $x = 0$ است.

روش انتقال نمودار $y = x^2$

اگر به x مقداری اضافه یا کم شود، سهمی چپ و راست می‌رود. اگر بعد از x^2 عددی اضافه و کم شود، سهمی بالا و پایین می‌رود. اگر ضریب x^2 از یک کمتر شود، سهمی بازتر و اگر از یک بیشتر شود، سهمی بسته‌تر می‌شود.



بهینه‌سازی (ماکزیم و مینیم)

در مسائل بهینه‌سازی، با استفاده از رابطه بین متغیرها، یک متغیر را برحسب دیگری پیدا می‌کنیم و مقدار آن را در تابع اصلی جای گذاری می‌کنیم که در این حالت، تابع اصلی برحسب یکی از متغیرها به یک تابع درجه دوم تبدیل می‌شود، سپس مینیمم یا ماکزیمم تابع اصلی را با استفاده از رابطه $y = \frac{4ac - b^2}{4a}$ به دست می‌آوریم.

نکته در مسائل بازاریابی مربوط به بهینه‌سازی داریم:

قیمت کالا \times تعداد کالا = درآمد
 هزینه - درآمد = سود

سود = نقطه سر به سر

انواع تابع

۱. تابع ثابت

تابعی که ضابطه‌اش $f(x) = c$ (c عددی ثابت است) باشد، تابع ثابت گفته می‌شود. برد تابع ثابت فقط یک عضو دارد و آن هم $R_f = \{c\}$ است.

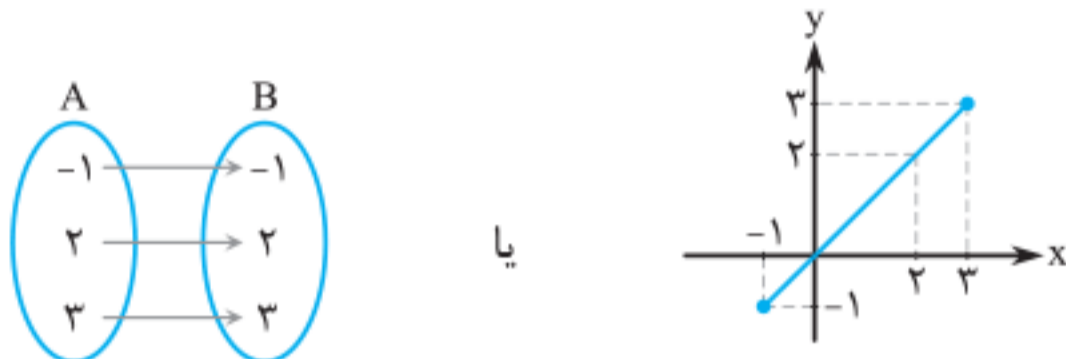




تابع

۲. تابع همانی

تابعی که ضابطه‌اش $f(x) = x$ است. در تابع همانی هر عضوی از دامنه که وارد تابع شود دقیقاً همان عضو از تابع خارج می‌شود. دامنه و برد تابع همانی با هم برابر است $D_f = R_f$. (نیمساز ناحیه اول و سوم)



۳. تابع چند ضابطه‌ای

تابعی که برای هر قسمت دامنه ضابطه مختلف دارد. به این تابع‌ها که بیش از یک ضابطه دارند توابع چندضابطه‌ای می‌گوییم.

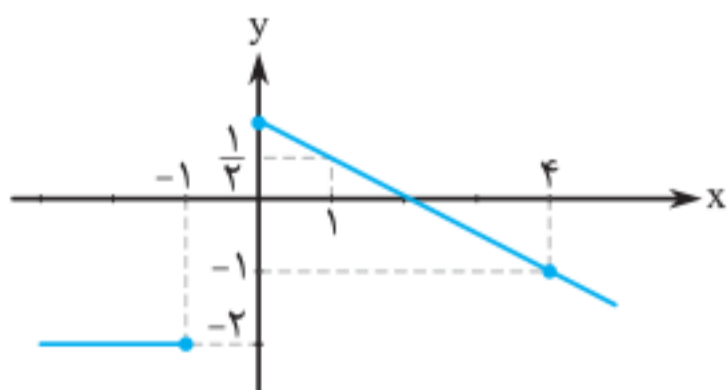
برای نمونه:

تابع زیر دارای دو بخش A و B است. بخش A یک خط راست است و بخش B تابع ثابت می‌باشد. به ازای $x \geq 0$ عددگذاری می‌کنیم.

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 1 & ; x \geq 0 \\ -2 & ; x < -1 \end{cases}$$

x	0	1	4
f(x)	1	$-\frac{1}{2}(1) + 1 = \frac{1}{2}$	-1

بنابراین نمودار تابع به صورت زیر است:



۴. تابع پلکانی

نوعی تابع چندضابطه‌ای است که ضابطه آن‌ها عددی ثابت است.