پاسخ‌نامه‌ی تشریحی سوالات و مسائل مسابقات

۶

ریاضی ششم دبستان

از مجموعه مرشد

- پاسخ‌نامه‌ی تشریحی ۲۰۰۰ تست (شامل: تیزهوشان، آزمون‌های ورودی مدارسِ برتر تهران، مسابقات جهانی ریاضی، المپیادها و مسابقات علمی داخلی و خارجی و...)
- ۳۵۰ نکته‌ی کلیدی درس ریاضی دوره‌ی ابتدایی که دانش‌آموزان ممتاز باید فراگیرند.
- پاسخ‌نامه‌ی تشریحی سؤالات آمادگی آزمون تیزهوشان
- پاسخ تشریحی آزمون‌های تیزهوشان سال‌های اخیر

وحید اسدی کیا

مرشد: مرجع رشد و شکوفایی دانش‌آموزان

ویژه دانش‌آموزان ممتاز و داوطلبان شرکت در مسابقات
و آزمون‌های ورودی مدارس تیزهوشان و برتر

بسم
الله
الرحمن
الرحیم

مقدمه

به نام خداوند جان و خرد
کزین برتر اندیشه برنگذرد

اگر در جستجوی کتابی هستید که شما را برای شرکت در مسابقات ریاضی یا آزمون‌های ورودی مدارس خاص و تیزهوشان آماده کند، کتاب «**مسابقات ریاضی ششم**» دبستان از مجموعه‌ی مرشد پاسخگوی نیاز شما خواهد بود.

در تألیف این کتاب از منابع متعددی استفاده شده است که از جمله‌ی آن‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- آزمون‌های ورودی مدارس تیزهوشان و نمونه دولتی کشور و مدارس خاص و ممتاز کشور
- آزمون‌های داخلی مدارس تیزهوشان و ممتازِ کشور
- آزمون‌های پیشرفت تحصیلی سمپاد و خانه‌ی ریاضی تهران
- مسایل مسابقات جهانی کانگورو و آزمون جهانی تیمز و ABC
- مسابقات علمی و المپیادهای ریاضی داخلی
- مسابقات و المپیادهای ریاضی کشورهای خارجی (انگلیس، مجارستان، بلژیک و...)
- مسایل المپیادهای ریاضی آمریکا (که جناب آقای محمد برجی اصفهانی در کتاب وزین خود، آن‌ها را در اختیار دانش‌آموزان عزیز قرار داده‌اند)
- مسایل المپیادهای مبتکران و تیزهوشان مبتکران
- پاسخ سؤالات آمادگی آزمون تیزهوشان

مسایل این آزمون‌ها، براساس فصل‌ها و بخش‌های کتاب درسی ششم دبستان طبقه‌بندی شده و از آسان به سخت مرتب گردیده‌اند. برخی از آن‌ها بدون راهنمایی و اشاره به نکته کلیدی قابل حل نیستند که با علامت ☒ مشخص شده‌اند تا دانش‌آموزان قبل از اقدام به حل آن‌ها، ابتدا نکته‌ی مورد نظر را مطالعه کنند.

کتاب مرشد، در مجموع حدود ۲۰۰۰ تست را شامل می‌شود و بیش از ۳۵۰ نکته‌ی کلیدی را آموزش می‌دهد. امیدواریم این کتاب مورد توجه خانواده‌ها، دانش‌آموزان عزیز و معلّمان گرامی قرار گیرد و در ارتقای سطح علمی دانش‌آموزان مؤثر افتد.

در پایان، وظیفه خود می‌دانیم از جناب آقای دهقانی مدیر عامل محترم شرکت آموزشی، فرهنگی و انتشاراتی مبتکران که شرایط و امکانات چاپ کتاب را فراهم آوردند، سپاس‌گزاری کنیم. همین‌طور از آقای مهندس هادی عزیززاده که در تمام مراحل تألیف این کتاب مشاور ما بودند و ویرایش علمی بخش‌هایی از آن را بر عهده گرفتند، متشکریم. از خانم مهندس ندا قدسی و از آقایان دکتر مجید اقبالی و دکتر ناصر کاهه و اباصلت نور اللهی و مهندس کیارش قربانی که در ترجمه یا گردآوری و ویرایش بخشی از مسایل کتاب، ما را یاری کردند، صمیمانه سپاس‌گزاریم. از خانم لیلا مهرعلی‌پور که زحمت حروف‌چینی و ترسیم شکل‌ها را برعهده داشتند بسیار ممنونیم و برای همه‌ی این عزیزان آرزوی موفقیت داریم.

وحید اسدی کیا

فهرست

فصل

۱

عدد و الگوهای عددی

قسمت اول: الگوهای عددی و عددنویسی

درس اول: الگوهای عددی

الگویابی تصویری

۱. **گزینه ب**

نکته ۱: در حل مسایل الگویابی تصویری، با توجه به شکل‌های داده شده، باید رابطه‌ای بین شماره‌ی شکل و تعدادِ خواسته شده در مسئله به دست آورد.

ـ در بعضی مسایل الگویابی که فقط تعداد در شکل بعدی خواسته شده است، می‌توان ارتباط هر شکل را با شکل بعدی پیدا کرد.

ـ در حل مسایل الگویابی، گاهی می‌توان بیش از یک الگو به دست آورد.

با توجه به نکته‌ی (۱)، جدول زیر را تشکیل می‌دهیم:

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	...	۱۰۰
تعداد چندضلعی‌ها	۱	۴	۷	...	(۱۰۰−۱)×۳+۱=۲۹۸
رابطه	(۱−۱)×۳+۱	(۲−۱)×۳+۱	(۳−۱)×۳+۱	...	(شماره‌ی شکل−۱)×۳+۱

۲. **گزینه الف**

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	...	۲۵
تعداد چوب‌کبریت‌ها	۵	۱۳	۲۱	...	(۸×۲۴)+۵=۱۹۷
رابطه	(۸×۰)+۵	(۸×۱)+۵	(۸×۲)+۵	...	۸×(شماره‌ی شکل−۱)+۵

۳. **گزینه ب**

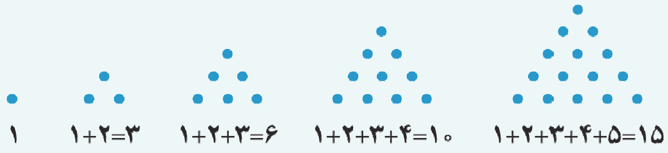
شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	...	۳۰
تعداد چوب‌کبریت	۴	۱۰	۱۸	...	۳۰×۳۳=۹۹۰
رابطه	۱×۴	۲×۵	۳×۶	...	(۳ + شماره شکل) × شماره‌ی شکل

۴. **گزینه ج**

نکته ۲: مجموع اعداد طبیعی متوالی از ۱ تا n برابر است با: $۱+۲+۳+۴+۵+\cdots+n=\frac{n\times(n+۱)}{۲}$

توجه: به رابطه‌ی فوق، رابطه‌ی «گاوس» (نام دانشمند ریاضی) نیز می‌گویند.

نکته ۳: اعداد مثلثی: اعداد مثلثی از مجموع اعداد متوالی طبیعی (شروع از ۱) به دست می‌آیند:

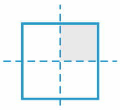


به اعداد ...,۴۵,۳۶,۲۸,۲۱,۱۵,۱۰,۶,۳,۱ که با الگوی فوق حاصل می‌شوند، اعداد مثلثی می‌گویند.

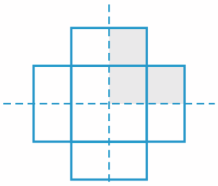
با توجه به نکات گفته شده، شکل صدم از $۵۰۵۰=\frac{۱۰۰\times۱۰۱}{۲}=۱+۲+۳+۴+\cdots+۱۰۰$ دایره تشکیل شده است.

۵. **گزینه د** تعداد مربع‌ها اعداد مثلثی هستند. پس در شکل بیستم، $۱+۲+۳+۴+\cdots+۲۰=\frac{۲۰\times۲۱}{۲}=۲۱۰$ مربع کوچک وجود دارد.

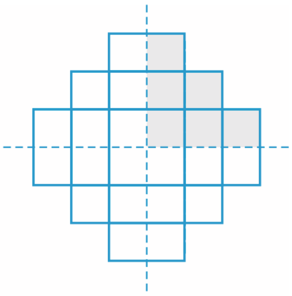
۶. **گزینه د** با توجه به شکل‌های مقابل، مشخص می‌شود که باید چهار برابر عدد مثلثی شصت و ششم را به دست آورد. داریم:



شکل (۱)



شکل (۲)

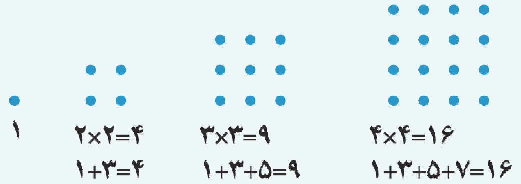


شکل (۳)

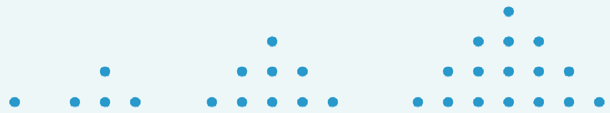
$$۴\times\frac{۶۶\times۶۷}{۲}=۲\times۶۶\times۶۷=۸۸۴۴$$

۷. **گزینه ج**

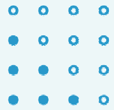
نکته ۴: اعداد مربعی: اعداد مربعی از مجموع اعداد طبیعی فرد متوالی (شروع از ۱) به دست می‌آیند:



ـ اعداد مربعی را می‌توان به صورت زیر نیز چینش کرد:



ـ هر عدد مربعی را می‌توان به صورت مجموع دو عدد مثلثی نوشت. به طور مثال چهارمین عدد مربعی از مجموع سومین و چهارمین عدد مثلثی به دست می‌آید:



چهارمین عدد مثلثی

سومین عدد مثلثی

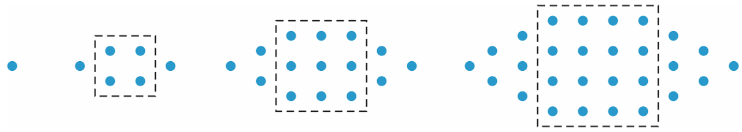
$۶+۱۰=۱۶$

با توجه به نکته‌ی (۴)، در شکل هشتم، تعداد مثلث‌های کوچک $۸\times۸=۶۴$ است.

۸. **گزینه ج** به هر یک از اعداد مربعی، ۴ واحد افزوده شده است:

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	۴	...	۱۰
تعداد دایره‌ها	۵	۸	۱۳	۲۰	...	$۱۰\times۱۰+۴=۱۰۴$
رابطه	$۱\times۱+۴$	$۲\times۲+۴$	$۳\times۳+۴$	$۴\times۴+۴$	...	شماره شکل × شماره شکل +۴

۹. **گزینه الف** تعداد نقاط داخل نقطه‌چین، اعداد مربعی و بیرون آن تعداد نقاط، اعداد مثلثی هستند:



پس تعداد نقاط در شکل هشتاد و سوم، از مجموع هشتاد و سومین عدد مربعی با ۲ برابر هشتاد و دومین عدد مثلثی حاصل می‌شود. داریم:

$$۸۳\times۸۳+۲\times\frac{۸۲\times۸۳}{۲}=۸۳\times(۸۳+۸۲)=۱۳۶۹۵$$

۱۰. **گزینه الف**

نکته ۵: به الگوهای عددی زیر توجه کنید:

$$۱+۲+۱=۴=۲\times۲$$
$$۱+۲+۳+۲+۱=۳\times۳$$
$$۱+۲+۳+۴+۳+۲+۱=۴\times۴$$
$$\vdots$$
$$۱+۲+۳+۴+\cdots+n+\cdots+۱=n\times n$$

با توجه به نکته‌ی (۵)، تعداد مربع‌ها در شکل بیستم برابر است با: $۲۰\times۲۰=۴۰۰$

۱۱. **گزینه ج**

نکته ۶: اعداد مستطیلی: به اعداد ۲,۶,۱۲,۲۰,۳۰,۴۲,۵۶,... اعداد مستطیلی می‌گویند. زیرا:

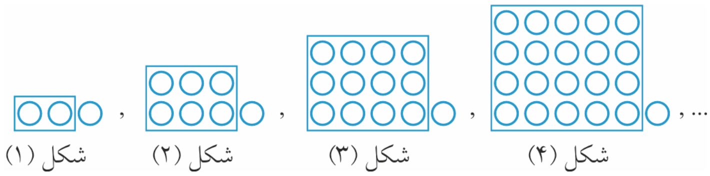
$$۱\times۲=۲, ۲\times۳=۶, ۳\times۴=۱۲, ۴\times۵=۲۰,...$$

ـ هر یک از اعداد مستطیلی، از ضرب دو عدد طبیعی متوالی حاصل می‌شود.

ـ هر عدد مستطیلی، از مجموع اعداد زوج متوالی (شروع از ۲) به دست می‌آید. مثلاً چهارمین عدد مستطیلی برابر است با: $۲+۴+۶+۸=۲۰$

با توجه به نکته‌ی (۶)، ۶۹ اُمین شکل دارای $۶۹\times۷۰=۴۸۳۰$ نقطه است.

۱۲. **گزینه د** با توجه به شکل‌های زیر، می‌توان جدول زیر را کامل کرد:



در واقع به هر یک از اعداد مستطیلی، یک واحد افزوده شده است.

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	...	۱۲
تعداد مهره‌ها	۳	۷	۱۳	...	$(۱۲\times۱۳)+۱=۱۵۷$
رابطه	$(۱\times۲)+۱$	$(۲\times۳)+۱$	$(۳\times۴)+۱$	...	۱ + (یکی بیش‌تر × شماره‌ی شکل)

۱۳. **گزینه د** **روش اول:** از هر یک اعداد مستطیلی ۲ واحد کم شده است:

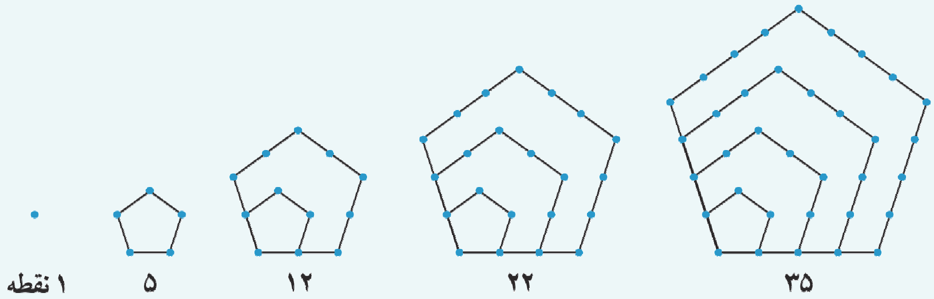
شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	...	۲۸
تعداد مهره‌ها	۴	۱۰	۱۸	...	$(۲۹\times۳۰)-۲=۸۶۷$
رابطه	$(۲\times۳)-۲$	$(۳\times۴)-۲$	$(۴\times۵)-۲$	...	(یک + شماره‌ی شکل) × (۲ + شماره‌ی شکل) –۲

روش دوم:

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	...	۲۸
تعداد مهره‌ها	۴	۱۰	۱۸	...	$(۲۸\times۳۰)+۲۸=۸۶۸$
رابطه	$(۱\times۳)+۲$	$(۲\times۴)+۲$	$(۳\times۵)+۳$	...	شماره‌ی شکل + (شماره‌ی شکل + ۲) × شماره‌ی شکل

۱۴. **گزینه الف**

نکته ۷: اعداد مخمسی: به هر یک از شکل‌های زیر توجه کنید:



به اعداد طبیعی ...,۱,۵,۱۲,۲۲,۳۵,۵۱,۷۰,۹۲ اعداد مخمسی می‌گویند. برای به‌دست آوردن تعداد نقطه‌ها در هر شکل، تعداد نقطه‌هایی را که روی یک ضلعِ بیرونی قرار دارند را در خودش ضرب کرده و حاصل را با مجموع اعداد طبیعی و متوالی کم‌تر از آن جمع می‌کنیم.

به طور مثال در شکل چهارم تعداد نقاط برابر است با: $(۴\times۴)+(۱+۲+۳)=۲۲$

توجه: به دنباله‌هایی از عددهای طبیعی که اولین عدد آن‌ها ۱ و بقیه‌ی اعداد آن‌ها معرف دسته‌ای از چندجمله‌ای‌های منتظم باشد، اعداد مُصَوَّر می‌گویند. اعداد مثلثی، مربعی و مخمسی و مسدسی از این نوع اعداد یعنی مصوّر هستند. روش‌های دیگری نیز برای شمارش نقاط این گونه شکل‌ها وجود دارد.

با توجه به نکته‌ی (۷)، تعداد نقاط در شکل صدم برابر است با: $(۱۰۰\times۱۰۰)+(۱+۲+۳+\cdots+۹۹)=۱۰۰۰۰+\frac{۹۹\times۱۰۰}{۲}=۱۴۹۵۰$

۱۵. **گزینه الف**

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	...	۱۰
تعداد مکعب کوچک	۱	۸	۲۷	...	۱۰×۱۰×۱۰=۱۰۰
رابطه	۱×۱×۱	۲×۲×۲	۳×۳×۳	...	شماره‌ی شکل × شماره‌ی شکل × شماره‌ی شکل

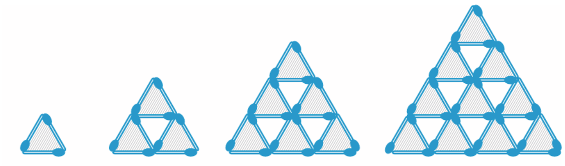
۱۶. **گزینه ج**

شماره‌ی مرحله	۱	۲	۳	...	۶
تعداد مربع	۱	۶	۱۱	...	۱+(۵×۵)=۲۶
رابطه	۱+(۰×۵)	۱+(۱×۵)	۱+(۲×۵)	...	۱+[(شماره‌ی مرحله −۱)×۵]

۱۷. **گزینه ب**

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	...	۱۰
تعداد چوب‌کبریت	۱۲	۴۲	۹۰	...	۹۳۰
رابطه	۳×(۳+۱)	۶×(۶+۱)	۹×(۹+۱)	...	(۱+ شماره‌ی شکل ×۳)× شماره‌ی شکل ×۳

۱۸. **گزینه د** محیط مثلث‌های رنگ شده، با تعداد چوب‌کبریت‌های شکل برابر است:



تعداد مثلث‌های رنگ شده در هر شکل، عدد مثلثی است:

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	۴	...	۱۰
تعداد مثلث‌های رنگی	۱	۱+۲=۳	۱+۲+۳=۶	۱+۲+۳+۴=۱۰	...	۱+۲+۳+…+۱۰=۵۵

پس تعداد چوب‌کبریت‌ها در شکل دهم برابر است با: ۵۵×۳=۱۶۵

۱۹. گزینه هـ با توجه به این که تعداد چوب‌کبریت‌های کل از مجموع چوب کبریت‌های عمودی با افقی به دست می‌آید، می‌توان جدول را به شکل زیر کامل کرد:

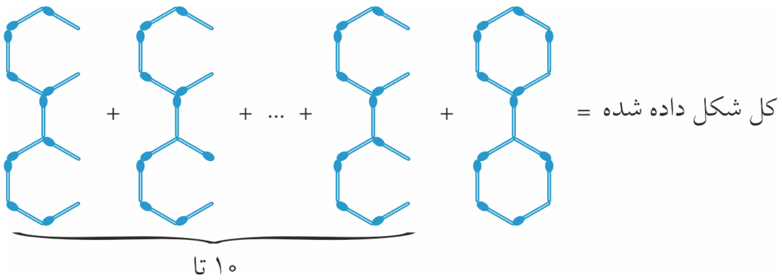
شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	...	۳۰	۳۱
تعداد چوب‌کبریت	۴	۱۲	۲۴	...	۱۸۶۰	۱۹۸۴
رابطه	(۱×۲)+(۱×۲)	(۲×۳)+(۲×۳)	(۳×۴)+(۳×۴)	...	(۳۰×۳۱)+(۳۰×۳۱)	(۳۱×۳۲)+(۳۱×۳۲)

بنابراین اختلاف تعداد چوب‌کبریت‌های شکل ۳۰ اُم و ۳۱ اُم برابر است با: ۱۹۸۴−۱۸۶۰=۱۲۴

۲۰. گزینه الف

طبق الگویِ مقابل، تعداد کل چوب‌کبریت‌های استفاده شده در شکل برابر با:

(۱۱×۱۰)+۱۳=۱۲۳



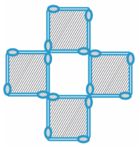
۲۱. گزینه د

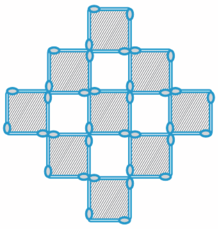
شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	...	۱۰
تعداد سطح‌ها	۶	۱۴	۲۴	...	۱۵۰
رابطه	۲×۱+۱×۴	۲×(۱+۲)+۲×۴	۲×(۱+۲+۳)+۳×۴	...	۲×(۱+۲+۳+…+ شماره‌شکل) + شماره شکل×۴

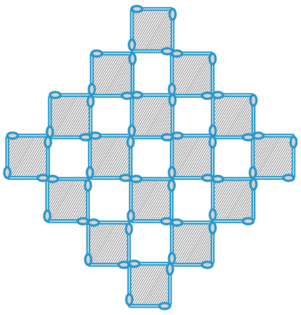
۲۲. گزینه ج

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	...	۱۰
تعداد مربع‌ها	۵	۱۳	۲۵	...	۲۲۱
رابطه	(۱×۱)+(۲×۲)	(۲×۲)+(۳×۳)	(۳×۳)+(۴×۴)	...	عدد مربعی شماره شکل + عدد مربعی شماره بعدی آن

۲۳. گزینه الف کافی است تعداد مربع‌های هاشورخورده (شکل زیر) را به دست آورده و در ۴ ضرب کنیم زیرا همه‌ی چوب‌کبریت‌های شکل، در محیط مربع‌های هاشورخورده به کار رفته‌اند. داریم:


شکل (۱)


شکل (۲)


شکل (۳)

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	...	۱۰
تعداد مربع‌های هاشورخورده	۴	۹	۱۶	...	۱۲۱
رابطه	۲×۲	۳×۳	۴×۴	...	۱۱×۱۱

پس تعداد چوب‌کبریت‌های به کار رفته در شکل دهم برابر است با: ۱۲۱×۴ = ۴۸۴

۲۴. گزینه ه

شکل (۱) → (۱×۱) + (۰×۰) = ۱

شکل (۲) → (۲×۲) + (۱×۱) = ۵

شکل (۳) → (۳×۳) + (۲×۲) = ۱۳

شکل (۴) → (۴×۴) + (۳×۳) = ۲۵

⋮ ⋮

پس در شکل بیستم، (۲۰×۲۰) + (۱۹×۱۹) = ۷۶۱ نقطه وجود دارد.

۲۵. گزینه ب

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	۴	...	۲۰
تعداد مکعب‌ها	۴	۹	۱۶	۲۵	...	۴۴۱
رابطه	۲×۲	۳×۳	۴×۴	۵×۵	...	(۲۰+۱)×(۲۰+۱)

۲۶. گزینه الف برای ساختن مثلث اول، ۳ خلال و برای ساختن هر کدام از مثلث‌های دیگر، ۲ خلال استفاده می‌شود. پس اگر ۳ خلالِ اولیه را کنار بگذاریم، با ۸۹ − ۳ = ۸۶ خلال می‌توان ۸۶ ÷ ۲ = ۴۳ مثلث دیگر ساخت که با مثلث اولیه می‌شود:

۱ + ۴۳ = ۴۴ مثلث

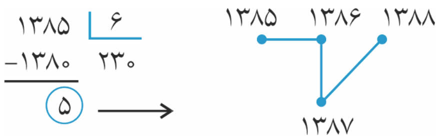
۲۷. گزینه ب

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	...
تعداد میله‌ها	۸+۴	۸+۸+۴	۸+۸+۸+۴	...
رابطه	۱×۸+۴	۲×۸+۴	۳×۸+۴	...

از الگوی به دست آمده مشخص می‌شود که اگر از تعداد چوب‌کبریت‌ها ۴ تا کم کنیم، حاصل باید بر ۸ بخش‌پذیر باشد. در بین گزینه‌ها فقط عدد ۱۴۳۶ این خاصیت را دارد.

۲۸. گزینه ج شکل پس از هر ۶ مرحله، تکرار می‌شود.

باقی‌مانده‌ی تقسیمِ مقابل، شروع مرحله‌ی ۱۳۸۵ را نمایش می‌دهد:



۲۹. گزینه ج تعداد کل سیب‌ها برای ساخت هرم ۶ طبقه، طبق الگوی داده شده برابر است با:

(۱×۱) + (۲×۲) + (۳×۳) + (۴×۴) + (۵×۵) + (۶×۶) = ۹۱

۳۰. گزینه ج

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	...	۵۰
تعداد مربع‌های مشکی	۱	۱+۲ = ۳	۱+۲+۳ = ۶	...	۱+۲+۳+⋯+۵۰ = $\frac{۵۰×۵۱}{۲}$ = ۱۲۷۵
تعداد کل مربع‌ها	۱	۱+۳ = ۴	۱+۳+۵ = ۹	...	۱+۳+۵+۷+⋯+۹۹ = ۵۰×۵۰ = ۲۵۰۰

۳۱. گزینه د تعداد کل مربع‌های کوچک در هر شکل، یک عدد مربعی است. بنابراین در شکل دوازدهم $۱۴۴ = ۱۲ \times ۱۲$ مربع کوچک وجود دارد. از طرفی تعداد مربع‌های رنگ شده در هر شکل نیز یک عدد مثلثی است. و تعداد مربع‌های رنگ شده در شکل دوازدهم با یازدهمین عدد مثلثی برابر است. پس $\frac{۱۱ \times ۱۲}{۲} = ۶۶$ مربع رنگ شده در شکل دوازدهم وجود دارد. بنابراین تعداد مربع‌های رنگ نشده در شکل دوازدهم برابر است با: $۷۸ = ۶۶ - ۱۴۴$ و در نتیجه نسبت $\frac{۶۶}{۷۸} = \frac{۱۱}{۱۳}$ می‌شود.

۳۲. گزینه د

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	...	۱۵
تعداد خانه‌های سیاه	۱	۵	۱۳	...	۴۲۱
رابطه	$\frac{(۱ \times ۱) + ۱}{۲}$	$\frac{(۳ \times ۳) + ۱}{۲}$	$\frac{(۵ \times ۵) + ۱}{۲}$	...	$\frac{(۲۹ \times ۲۹) + ۱}{۲}$

۳۳. گزینه ج تعداد مربع‌های سفید در شکلِ اول $۸ = (۱ \times ۱) - (۳ \times ۳)$ و در شکل دوم $۲۱ = (۲ \times ۲) - (۵ \times ۵)$ و در شکل سوم $۴۰ = (۳ \times ۳) - (۷ \times ۷)$ است. پس تعداد مربع‌های سفید در شکل چهارم برابر است با $۶۵ = (۴ \times ۴) - (۹ \times ۹)$.

۳۴. گزینه د ابتدا گوشه‌های هر شکل را کامل کرده، سپس از تعداد کل، تعداد مربع‌های سیاه را کم کرده و در پایان، ۴ تا از آن کم می‌کنیم:

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	...	۱۰
تعداد مربع‌های سفید	۲۰	۲۸	۳۶	...	۹۲
رابطه	$(۵ \times ۵) - (۱ \times ۱) - ۴$	$(۶ \times ۶) - (۲ \times ۲) - ۴$	$(۷ \times ۷) - (۳ \times ۳) - ۴$	...	(۴ + شماره‌ی شکل)(۴ + شماره‌ی شکل) ۴– (شماره‌ی شکل × شماره‌ی شکل) –

۳۵. گزینه ب طبق الگوی داده شده، در شکل سی و دوم که از مربعی به ضلع ۳۳ واحد تشکیل شده است، ۳۳ مربع روی هر قطر وجود دارد و چون یکی از مربع‌ها مشترک است، پس در شکل سی و دوم $۶۵ = ۱ - ۳۳ \times ۲$ مربع کوچک رنگ شده است. هم‌چنین در شکل بیست و پنجم که از مربعی به ضلع ۲۶ واحد تشکیل شده است، ۲۶ مربع روی هر قطر وجود دارد (و بدون مربع مشترک) پس $۵۲ = ۲۶ \times ۲$ مربع کوچک رنگ شده است که در نتیجه اختلاف آن‌ها $۱۳ = ۵۲ - ۶۵$ مربع است.

۳۶. گزینه د

نکته ۸: تعداد مربع‌ها به هر اندازه در هر مربع به ضلعِ n برابر است با:

$$(۱ \times ۱) + (۲ \times ۲) + (۳ \times ۳) + \cdots + (n \times n)$$

تعداد مربع‌ها در شکل ۱ = ۱

یک مربع ۲×۲ و چهار مربع ۱×۱ تعداد مربع‌ها در شکل ۲ = $۱ + ۴ = ۵$

یک مربع ۳×۳، چهار مربع ۲×۲ و نه مربع ۳×۳ تعداد مربع‌ها در شکل ۳ = $۱ + ۴ + ۹ = ۱۴$

یک مربع ۴×۴، چهار مربع ۳×۳، نه مربع ۲×۲ و شانزده مربع ۱×۱ تعداد مربع‌ها در شکل ۴ = $۱ + ۴ + ۹ + ۱۶ = ۳۰$

⋮

تعداد مربع‌ها در شکل ۸ = $۱ + ۴ + ۹ + ۱۶ + ۲۵ + ۳۶ + ۴۹ + ۶۴ = ۲۰۴$

۳۷. گزینه ب مطابق الگو، در شکل پنجم مربعی به ضلع ۹ خواهیم داشت که از $۸۱ = ۹ \times ۹$ مربعِ کوچک درست شده است و چون در هر شکل، تعداد مربع‌های هاشورخورده یکی بیش‌تر از تعداد مربع‌های هاشورنخورده است، پس ۴۱ مربع هاشورخورده داریم. در نتیجه نسبت مربع‌های هاشورخورده به کلِ مربع‌ها در شکل پنجم، $\frac{۴۱}{۸۱}$ است.

۳۸. گزینه ج کسرِ رنگ نشده در هر شکل را نوشته و الگو پیدا می‌کنیم. داریم:

شکل : (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۰)

کسر : $\frac{۰}{۱}, \frac{۱}{۱+۳}, \frac{۱+۲}{۱+۳+۵}, \frac{۱+۲+۳}{۱+۳+۵+۷}, \dots, \frac{۱+۲+۳+\dots+۹}{۱+۳+۵+\dots+۱۹} = \frac{۴۵}{۱۰۰} = \frac{۹}{۲۰}$

۳۹. گزینه الف با تشکیل جدول زیر داریم:

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	۴
تعداد دایره‌های رنگی	$۱\times۱=۱$	$۲\times۲=۴$	$۳\times۳=۹$	$۴\times۴=۱۶$
تعداد دایره‌های سفید	۰	$۱\times۱=۱$	$۲\times۲=۴$	$۳\times۳=۹$
تعداد کل دایره‌ها	$۰+۱=۰$	$۱+۴=۵$	$۴+۹=۱۳$	$۹+۱۶=۲۵$

بنابراین در شکل دهم، $۱۰۰=۱۰\times۱۰$ دایره‌ی رنگی داریم و تعداد کل دایره‌ها $۱۸۱=(۱۰\times۱۰)+(۹\times۹)$ است. در نتیجه نسبت دایره‌های رنگی به کل دایره‌ها در شکل دهم عبارت است از $\frac{۱۰۰}{۱۸۱}$.

۴۰. گزینه الف الگو به صورت زیر است:

$$\begin{tikzcd}
\frac{۲}{۳} \arrow[r, bend left, "\times۲"] \arrow[r, bend right, "\times۳"'] & \frac{۴}{۹} \arrow[r, bend left, "\times۲"] \arrow[r, bend right, "\times۳"'] & \frac{۸}{۲۷} \arrow[r, bend left, "\times۲"] \arrow[r, bend right, "\times۳"'] & \frac{۱۶}{۸۱} \arrow[r, bend left, "\times۲"] \arrow[r, bend right, "\times۳"'] & \frac{۳۲}{۲۴۳}
\end{tikzcd}$$

۴۱. گزینه ج در هر شکل نسبت قسمت رنگ شده به کل را نوشته و بین کسرها الگو پیدا می‌کنیم. داریم: $\frac{۱}{۲}, \frac{۲}{۵}, \frac{۵}{۱۱}, \frac{۱۱}{۲۳}, ?$

مشخص است که غیر از کسر اول، در بقیه‌ی کسرها، صورت هر کسر دو برابر شده و یک واحد به آن افزوده شده و در مخرج قرار گرفته است. در ضمن صورت هر کسر، مخرج کسر قبلی است. پس کسر هاشورخورده در شکل پنجم، $\frac{۲۳}{۴۷}$ است.

۴۲. گزینه ب در مرحله‌ی اول نسبت خانه‌های سیاه به خانه‌های سفید $\frac{۴}{۱}$ می‌باشد، در مرحله دوم ۴ تا به خانه‌های سفید، در مرحله سوم ۴ تا به خانه‌های سیاه و... اضافه می‌شود. حاصل الگو به صورت زیر است:

$$\begin{tikzcd}
\frac{۴}{۱} \arrow[r, bend right, "+۴"'] & \frac{۴}{۵} \arrow[r, bend left, "+۴"] & \frac{۸}{۵} \arrow[r, bend right, "+۴"'] & \frac{۸}{۹} \arrow[r, bend left, "+۴"] & \frac{۱۲}{۹} \arrow[r, bend right, "+۴"'] & \frac{۱۲}{۱۳} \arrow[r, bend left, "+۴"] & \frac{۱۶}{۱۳} \arrow[r, bend right, "+۴"'] & \frac{۱۶}{۱۷} \arrow[r, bend left, "+۴"] & \frac{۲۰}{۱۷} \arrow[r, bend right, "+۴"'] & \frac{۲۰}{۲۱}
\end{tikzcd}$$

۴۳. گزینه د با توجه به جدول زیر، مشخص است که از ستونِ سوم به بعد، اعداد هر ستون از مجموع دو اعدادِ قبل در همان ردیف به دست آمده است. پس در انتهای مرحله‌ی ۱۱، تعداد مثلث‌ها ۱۲۳ می‌باشد:

شماره‌ی شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
تعداد دایره‌ها	۱	۱	۳	۴	۷	۱۱	۱۸	۲۹	۴۷	۷۶	۱۲۳
تعداد مثلث‌ها	۲	۱	۳	۴	۷	۱۱	۱۸	۲۹	۴۷	۷۶	۱۲۳
تعداد مربع‌ها	۰	۲	۱	۳	۴	۷	۱۱	۱۸	۲۹	۴۷	۷۶

درس دوم: الگویابی عددی

۴۴. گزینه ب

$$\begin{tikzcd}
۱ \arrow[r, bend left, "+۰/۵"] & ۱/۵ \arrow[r, bend left, "+۰/۲۵"] & ۱/۷۵ \arrow[r, bend left, "+۰/۱۲۵"] & ۱/۸۷۵
\end{tikzcd}$$

۴۵. گزینه الف دنباله‌ی فیبوناتچی: دو جمله‌ی قبل با هم جمع می‌شوند و جمله‌ی بعدی حاصل می‌شود.

۴۶. گزینه ج

$$\begin{tikzcd} ۳۰ , \arrow[r, bend left, "-۲"] & ۲۸ , \arrow[r, bend left, "-۴"] & ۲۴ , \arrow[r, bend left, "-۶"] & ۱۸ , \arrow[r, bend left, "-۸"] & ۱۰ \end{tikzcd}$$

۴۷. گزینه ج از عدد دوم به بعد، هر عدد برابر است با سه برابر عدد قبل منهای یک: $(۳\times۳)-۱=۸$

$(۳\times۸)-۱=۲۳$, $(۳\times۲۳)-۱=۶۸$, $(۳\times۶۸)-۱=۲۰۳$

۴۸. گزینه د $۱\div۲=۰٫۵\rightarrow۱+۰٫۵=۱٫۵$, $۱٫۵\div۲=۰٫۷۵\rightarrow۱٫۵+۰٫۷۵=۲٫۲۵$, $۲٫۲۵\div۲=۱٫۱۲۵$

$\rightarrow۲٫۲۵+۱٫۱۲۵=۳٫۳۷۵\rightarrow۳٫۳۷۵\div۲=۱٫۶۸۷۵\rightarrow۳٫۳۷۵+۱٫۶۸۷۵=۵٫۰۶۲۵$

۴۹. گزینه ب هر عدد از حاصل‌ضرب ارقام عدد قبلی به دست می‌آید:

$۷۷\rightarrow۷\times۷=۴۹\rightarrow۴\times۹=۳۶\rightarrow۳\times۶=۱۸\rightarrow۱\times۸=۸$

۵۰. گزینه ب

> **نکته ۹:** اگر در دنباله‌ای از اعداد، نتوان رابطه‌ی بین جملات متوالیِ آن پیدا کرد، پس رابطه‌ای بین جملاتِ نامتوالیِ آن (مثلاً یکی در میان) پیدا می‌کنیم. به حل سؤال ۵۰ و ۵۱ و ۵۲ توجه کنید.

$$\begin{tikzcd} ۷ , \arrow[rr, bend left, "+۴"] & ۴ , \arrow[rr, bend right, "\times۲"'] & ۱۱ , \arrow[rr, bend left, "+۴"] & ۸ , \arrow[rr, bend right, "\times۲"'] & ۱۵ , \arrow[rr, bend left, "+۴"] & ۱۶ , \arrow[rr, bend right, "\times۲"'] & \boxed{۱۹} , & ۳۲ \end{tikzcd}$$

۵۱. گزینه الف

$$\begin{tikzcd} ۶۳ , \arrow[rr, bend right, "-۴"'] & ۳۵ , \arrow[rr, bend left, "-۵"] & ۵۹ , \arrow[rr, bend right, "-۴"'] & ۳۰ , \arrow[rr, bend left, "-۵"] & ۵۵ , \arrow[rr, bend right, "-۴"'] & ۲۵ , \arrow[rr, bend left, "-۵"] & ۵۱ , & \boxed{۲۰} \end{tikzcd}$$

۵۲. گزینه الف جملات یکی در میان با هم ارتباط دارند:

$$\begin{tikzcd} ۱۶ , \arrow[rr, bend right, "+۱۷"'] & ۱۴ , \arrow[rr, bend left, "+۱۳"] & ۳۳ , \arrow[rr, bend right, "+۱۷"'] & ۲۷ , \arrow[rr, bend left, "+۱۳"] & ۵۰ , \arrow[rr, bend right, "+۱۷"'] & ۴۰ , \arrow[rr, bend left, "+۱۳"] & ۶۷ , \arrow[rr, bend right, "+۱۷"'] & ۵۳ , \arrow[rr, bend left, "+۱۳"] & ۸۴ , & \boxed{۶۶} \end{tikzcd}$$

۵۳. گزینه د اعداد نوشته شده، شمارنده‌های (مقسوم‌علیه‌های) عدد ۳۶ هستند.

۵۴. گزینه ج

> **نکته ۱۰:** پیدا کردن الگو با استفاده از به دست آوردن اختلاف (تفاضل) جملات متوالی: در این روش با به‌دست آوردن اختلاف (تفاضل) جملات متوالیِ الگوی داده شده، در چند مرحله می‌توان به یک الگو یا عدد ثابت رسید و سپس با تکمیل کردن هر مرحله‌ی قبل، الگو را کامل کرد. به حل سؤال ۵۴ و ۵۵ توجه کنید.

با توجه به نکته‌ی (۱۰) داریم:

$$\begin{tikzcd} ۱ \arrow[rr, bend right] & & ۳ \arrow[rr, bend right] & & ۱۰ \arrow[rr, bend right] & & ۳۷ \arrow[rr, bend right] & & ۱۴۴ \arrow[rr, bend right] & & \boxed{۵۷۱} \\ & ۲ \arrow[rr, bend right] & & ۷ \arrow[rr, bend right] & & ۲۷ \arrow[rr, bend right] & & ۱۰۷ \arrow[rr, bend right] & & ۴۲۷ & \\ & & ۵ \arrow[rr, bend right, "\times۴"'] & & ۲۰ \arrow[rr, bend right, "\times۴"'] & & ۸۰ \arrow[rr, bend right, "\times۴"'] & & ۳۲۰ & & \end{tikzcd}$$

۵۵. گزینه ج

۱/۷۵ ، ۶/۲۵ ، ۱۲/۲۵ ، ۱۹/۷۵ ، ۲۸/۷۵ ، $\boxed{۳۹/۲۵}$

۴/۵ ، ۶ ، ۷/۵ ، ۹ ، ۱۰/۵

۱/۵ ، ۱/۵ ، ۱/۵ ، ۱/۵

۵۶. گزینه ج مجموع ارقام در هر عدد را در نظر بگیرید:

عدد:	۵/۱۲۳	۴/۰۶	۴/۰۴۱	۳/۰۴۱	۲/۰۱۴
جمع رقم‌ها:	۱۱	۱۰	۹	۸	۷

در میان گزینه‌ها، فقط مجموع ارقام ۶/۳۲۱، عدد ۱۲ می‌شود.

۵۷. گزینه الف دهمین عدد، ۱۰×۱۰ = ۱۰۰ است.

۵۸. گزینه د هر عدد طبیعی ۳ مرتبه در خودش ضرب و از حاصل یک واحد کم شده است. پس دهمین عدد، (۱۰×۱۰×۱۰) − ۱ = ۹۹۹ است.

۵۹. گزینه الف

۰ , ۲ , ۶ , ۱۲ , ۲۰ , ۳۰ , ۴۲ , ... , $\boxed{۳۸۰}$

↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓

۰×۱ ، ۱×۲ ، ۲×۳ ، ۳×۴ ، ۴×۵ ، ۵×۶ ، ۶×۷ ، ۱۹×۲۰

۶۰. گزینه ج تعداد اعداد نوشته شده تا عدد ۱۲ برابر است با ۷۸ تا. زیرا $۱+۲+۳+۴+\cdots+۱۲ = \frac{۱۲\times۱۳}{۲} = ۷۸$. یقیناً هشتاد و یکمین عدد ۱۳ است زیرا بعد از ۱۲ باید ۱۳ بار عدد ۱۳ را بنویسیم.

۶۱. گزینه د

نکته ۱۱: در هر سری عددی از دنباله‌ی اعداد طبیعی داریم:

عددِ nاُم = اولین عدد + (n − ۱) × فاصله‌ی دو عدد متوالی

با استفاده از نکته‌ی (۱۱) داریم:

عدد صدم = اولین عدد + (۱۰۰ − ۱) × ۳ = ۱ + (۹۹ × ۳) = ۲۹۸

۶۲. گزینه ب

نکته ۱۲: برای به دست آوردن تعداد دنباله‌ای از اعداد طبیعی که اختلاف هر دو عدد متوالی آن، مقدار ثابتی است، از رابطه‌ی مقابل استفاده می‌کنیم:

تعداد = (عدد اول - عدد آخر) ÷ (فاصله‌ی دو عدد متوالی) + ۱

طبق نکته‌ی (۱۲) داریم:

$\frac{۵۲۸-۳}{۷}+۱=۷۶$

۶۳. گزینه د با توجه به رابطه‌ی نکته‌ی (۱۱)، اگر در دنباله‌ی (۱) از عدد مورد نظر، ۷ واحد کم کنیم، حاصل باید بر ۱۵ بخش‌پذیر باشد زیرا در دنباله‌ی ...,۷,۲۲,۳۷,۵۲، فاصله‌ی هر دو عدد متوالی، ۱۵ است. همچنین در دنباله‌ی (۲) اگر از عدد مورد نظر، ۱۰ واحد کم کنیم، حاصل باید بر ۹ بخش‌پذیر باشد زیرا در دنباله‌ی ...,۱۰,۱۹,۲۸,۳۷، فاصله‌ی هر دو عدد متوالی ۹ است. در میان گزینه‌ها، فقط عدد ۳۵۲ این دو ویژگی را دارد.

۶۴. گزینه د اگر دقت کنید، متوجه می‌شوید که اختلاف اعداد تغییر نمی‌کند! زیرا به هر دو عدد، عدد سوم اضافه می‌شود، پس مجموع تغییر کرده ولی اختلاف دو عدد جدید، نسبت به قبل ثابت و بدون تغییر می‌ماند. پس با شروع از {۲۰,۱,۳} و ۲۰۱۳ بار نوشتن «لیست جمع» حداکثر اختلاف بین دو عدد در لیست همان ۲۰ − ۱ = ۱۹ می‌باشد.

۶۵. گزینه الف رقم‌ها را بخوانید و بنویسید!

$$۱\xrightarrow{\text{یکی یک}}۱۱\xrightarrow{\text{دو تا یک}}۲۱\xrightarrow{\text{یکی ۴ و یکی ۱}}۱۲۱۱\xrightarrow{\text{یکی ۱ و یکی ۴ و دو تا یک}}۱۱۱۲۲۱$$

پس عدد بعدی می‌شود: سه تا ۱ و دو تا ۲ و یکی یک ← ۳۱۲۲۱۱

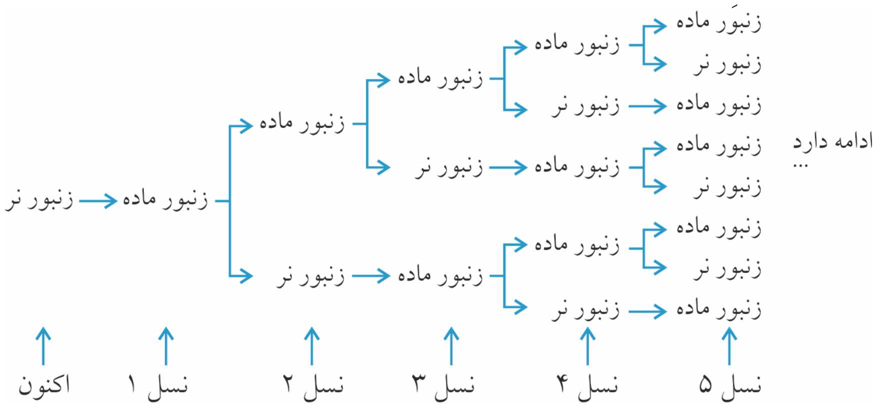
۶۶. گزینه الف اعداد به صورت مقابل می‌شوند: $۱۲,۵,۲۵,۲۹,۸۵,\underbrace{۸۹,۱۴۵,۴۲,۲۰,۴,۱۶,۳۷,۵۸},\underbrace{۸۹,۱۴۵,۴۲,۲۰,...}$

مشاهده می‌شود اعداد ۸۹ ، ۱۴۵، ۴۲، ۲۰، ۴، ۱۶، ۳۷ و ۵۸ از عدد پنجم به بعد تکرار می‌شوند. پس می‌توان نوشت:

$$۲۰۰۵-۵=۲۰۰۰\rightarrow \begin{array}{r|l} ۲۰۰۰ & ۸ \\ \cline{2-2} -۲۰۰۰ & ۲۵۰ \\ \cline{1-1} \textcircled{۰} & \end{array}$$

باقی‌مانده صفر شده است. پس ۲۰۰۵ اُمین عدد، همان هشتمین عددِ تکرار شونده یعنی ۵۸ است.

۶۷. گزینه الف اولین نسل قبل یک زنبور عسل نر، یک مادر (ماده) وجود دارد. دومین نسل قبلیِ یک زنبور عسل نر، یک زنبور پدر (نر) و یک زنبور مادر (ماده) وجود دارد و... به نمودارِ شاخه‌ای زیر توجه کنید:



تعداد زنبورها برابر می‌شود با ۱، ۲، ۳، ۵، ۸ و... که مشخص است هر عدد از مجموع دو عدد قبلی به دست می‌آید. پس داریم:

$$۱,۲,۳,۵,۸,۱۳,۲۱,۳۴,۵۵,\boxed{۸۹}$$

پس نتیجه می‌شود در ۱۰ نسل قبل، ۸۹ زنبور (جد) وجود داشته است.

۶۸. گزینه ج با توجه به جدول زیر داریم:

مرحله	۱	۲	۳	...	(?)
تعداد مثلث	۵	۹	۱۳	...	۴۵
رابطه	۵	$۵+(۱\times۴)$	$۵+(۲\times۴)$	...	$۵+((?-۱)\times۴)$

اگر علامت سؤال را ☐ در نظر بگیریم، داریم: $\Rightarrow ۵+((\square-۱)\times۴)=۴۵\rightarrow(\square-۱)\times۴=۴۰$

$\Rightarrow \boxed{}-۱=۱۰\Rightarrow\boxed{?}=۱۱$ در مرحله‌ی یازدهم

الگویابی در چینش اعداد

۶۹. گزینه هـ عددها، ۷ تا ۷ تا تکرار شده‌اند. پس با تقسیم بر ۷ و به دست آوردن باقی‌مانده داریم:

$$\begin{array}{r|l} ۱۰۰۰ & ۷ \\ \cline{2-2} \vdots & ۱۴۲ \\ \cline{1-1} \textcircled{۶} & \end{array}$$

با توجه به باقی‌مانده‌ی ۶، عدد ۱۰۰۰ در ستون ششم یعنی F قرار می‌گیرد.

۷۰. گزینه ب با تکرار هر ۷ عدد، دوباره به A می‌رسیم. پس داریم:

$$\begin{array}{r|l} ۳۰۰ & ۷ \\ \cline{2-2} \vdots & ۴۲ \\ \cline{1-1} \textcircled{۶} & \end{array}$$

با قرار دادن ۶ عدد باقی‌مانده در ستون‌ها، عدد ۳۰۰ در ستون D قرار می‌گیرد. ⟵ ⑥

توجه: در واقع باقی‌مانده‌ی تمامِ اعدادِ موجود در ستون D بر عدد ۷، عدد ۶ است و چون عـدد ۳۰۰ نیـز در تقسـیم بـر ۷، باقی‌مانده‌ی ۶ می‌آورد، پس در ستون D قرار می‌گیرد.

۷۱. گزینه الف هر دو ردیف متوالی، شامل ۸ عدد می‌باشد. یعنی هر عدد بعد از ۸ بار به حالت قبلی‌اش در ردیف بـالایی خـود بازمی‌گردد. به طور مثال عدد ۸۹، ۸ تا از عدد ۹۷ کم‌تر و عدد ۸۱، ۸ تا از عدد ۸۹ کم‌تر است و همگـی در یـک سـتون (T) قـرار گرفته‌اند. چون باقی‌مانده‌ی تقسیم عدد ۲۵ بر ۸، مساوی ۱ است، پس عدد ۲۵ نیز در ستون T قرار می‌گیرد. در ضمن همه‌ی اعدادی که در این ستون قرار گرفته‌اند، در تقسیم بر ۸، باقی‌مانده‌ی ۱ دارند.

۷۲. گزینه هـ یکان اعداد در جدول، ۱۰ تا ۱۰ تا تکرار می‌شوند. پس اعدادی که در تقسیم بر ۱۰، باقی‌مانده‌ی یکسـان دارنـد، در یک ستون قرار می‌گیرند. از طرفی باقی‌مانده‌ی تقسیم هر عدد بر ۱۰، با یکان آن عدد برابر است و چون یکان عـدد ۱۶۳، ۳ اسـت، پس در ستون E قرار می‌گیرد. (یعنی تمام اعدادی که در ستون E قرار می‌گیرند، یا دارای یکان ۳ هستند یا دارای یکان ۶ هستند.)

۷۳. گزینه ب همه‌ی اعداد ستون اول در تقسیم بر ۱۶، باقی‌مانده‌ی ۱۵ می‌آورند. اعداد ستون دوم به صورت یکی در میـان در تقسیم بر ۱۶، یا دارای باقی‌مانده‌ی ۱ هستند یا دارای باقی‌مانده‌ی ۱۳ هستند. همه‌ی اعداد ستون سوم در تقسیم بر ۸، بـاقی‌مانـده‌ی ۳ دارند. اعداد ستون چهارم در تقسیم بر ۱۶ دارای باقی‌مانده‌ی ۵ یا ۹ می‌باشند. همه‌ی اعداد ستون پنجم در تقسیم بر ۱۶ باقی‌مانده‌ی ۷ دارند. عدد ۱۹۸۵ در تقسیم بر ۱۶، باقی‌مانده‌ی ۱ دارد. پس در ستون دوم یعنی B قرار می‌گیرد.

۷۴. گزینه ب روش اول: در هر ردیف، به تعداد شماره‌ی همان ردیف، عدد نوشته شده است. پس در ۲۰ ردیـف اول، تعـداد اعداد نوشته شده می‌شود: $۱+۲+۳+۴+\dots+۲۰=۲۱۰$ و چون از عدد ۲ شروع شده است، پس آخرین عددِ ردیف بیستم، ۲۱۱ است.

روش دوم: به آخرین عددِ هر ردیف توجه کنید:

ردیف	۱	۲	۳	۴	...	۲۰
آخرین عدد	$۱+۱$	$(۱+۲)+۱$	$(۱+۲+۳)+۱$	$(۱+۲+۳+۴)+۱$	...	$(۱+۲+۳+\dots+۲۰)+۱=\frac{۲۰\times۲۱}{۲}+۱=۲۱۱$

۷۵. گزینه هـ به آخرین عدد هر ردیف توجه کنید:

ردیف	۱	۲	۳	۴	...
آخرین عدد	$\frac{۱\times۲}{۲}=۱$	$\frac{۲\times۳}{۲}=۳$	$\frac{۳\times۴}{۲}=۶$	$\frac{۴\times۵}{۲}=۱۰$	...

از طرفی عدد $\frac{۶۴۰}{۲}=۳۲۰$ می‌شود پس ۳۲۰ آخرین عددِ ردیف نمی‌تواند باشد. در مقایسه با الگوی به دست آمده نمی‌تـوان عـددی یافت که $\frac{\square\times(\square+۱)}{۲}$ مساوی ۳۲۰ شود. با توجه به این که $۲۵\times۲۵=۶۲۵$ می‌شود، می‌توان فهمید که $\square$ از ۲۵ بزرگ‌تر است.

از طرفی $\frac{۲۵\times۲۶}{۲}=۳۲۵$ و $\frac{۲۴\times۲۵}{۲}=۳۰۰$ است. پس عدد ۳۰۰ آخرین عدد در ردیف ۲۴ اُم است و ۳۰۱ اولین عـدد در ردیـف ۲۵ اُم است. پس ۳۲۰ در ردیف ۲۵ اُم و در ستون بیستم قرار دارد.

۷۶. گزینه ج با توجه به اعدادِ وسط در هر ردیف، ساختار آن‌ها به صورت زیر می‌باشد:

$(۰\times۰)+(۱\times۱)=۱$: عدد وسط در ردیف (۱)

$(۱\times۱)+(۲\times۲)=۵$: عدد وسط در ردیف (۲)

$(۲\times۲)+(۳\times۳)=۱۳$: عدد وسط در ردیف (۳)

$(۳\times۳)+(۴\times۴)=۲۵$: عدد وسط در ردیف (۴)

⋮ ⋮ ⋮

پس عدد وسط در ردیف ۶۱ اُم برابر است با: $(۶۰\times۶۰)+(۶۱\times۶۱)=۳۶۰۰+۳۷۲۱=۷۳۲۱$

۷۷. گزینه ب ردیف‌ها با شماره‌ی زوج، عدد وسط ندارند. در ردیف‌های فرد داریم:

عدد وسط در ردیف (۱) : $(۰\times۰)+(۱\times۱)=۱$

عدد وسط در ردیف (۳) : $(۱\times۱)+(۲\times۲)=۵$

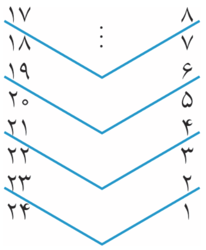
عدد وسط در ردیف (۵) : $(۲\times۲)+(۳\times۳)=۱۳=\left[(\frac{۵-۱}{۲}\times\frac{۵-۱}{۲})+(\frac{۵+۱}{۲}\times\frac{۵+۱}{۲})\right]$

عدد وسط در ردیف (۷) : $(۳\times۳)+(۴\times۴)=۲۵=\left[(\frac{۷-۱}{۲}\times\frac{۷-۱}{۲})+(\frac{۷+۱}{۲}\times\frac{۷+۱}{۲})\right]$

⋮ ⋮

عدد وسط در ردیف (۵۱) : $\left[(\frac{۵۱-۱}{۲}\times\frac{۵۱-۱}{۲})+(\frac{۵۱+۱}{۲}\times\frac{۵۱+۱}{۲})\right]=(۲۵\times۲۵)+(۲۶\times۲۶)=۶۲۵+۶۷۶=۱۳۰۱$

۷۸. گزینه ج اگر روزنامه ۲۴ صفحه داشته باشد، صفحات ۱ و ۲، ۲۳ و ۲۴ در یک برگِ آن و صفحات ۳ و ۴، ۲۱ و ۲۲ در یک برگ آن و صفحات ۵ و ۶ ، ۱۹ و ۲۰ نیز در یک برگ آن قرار می‌گیرند. (مطابق شکل مقابل)



۷۹. گزینه الف به شکل توجه کنید. صندلی‌ها با عددهای زوج در سمت راست سالن قرار گرفته‌اند. عدد ۱۰۰ زوج است پس پارسا باید یک عدد زوج را انتخاب کند تا به فربد نزدیک باشد. هر صندلی با صندلی کناری، دو عدد فاصله دارد و هم‌چنین هر صندلی با صندلی پشتی خود، ۲۰ تا فاصله دارد. در شکل زیر مشخص شده است که صندلی ۱۱۸ نزدیک‌ترین صندلی به صندلی شماره‌ی ۱۰۰ است:

عقب سالن

۱۲۰	۱۱۸	…	۱۱۰	۱۰۸	۱۰۶	۱۰۴	۱۰۲	← ردیف ششم
۱۰۰	۹۸	…	۹۰	۸۸	۸۶	۸۴	۸۲	← ردیف پنجم
⋮	⋮		⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	
۴۰	۳۸	…	۳۰	۲۸	۲۶	۲۴	۲۲	← ردیف دوم
۲۰	۱۸	…	۱۰	۸	۶	۴	۲	← ردیف اول

جلوی سالن

صندلی‌های سمت راست سالن

الگویابی و مجموع

۸۰. گزینه د با الگویابیِ ساده، مشخص می‌شود که ردیف بیستم شکل از ۳۹ ستاره تشکیل شده است. برای به دست آوردن تعداد ستاره‌های ۲۰ ردیف اول، باید اعداد فرد از ۱ تا ۳۹ را با هم جمع کنیم با استفاده از این نکته که مجموع اعداد فرد طبیعی از ۱ تا عددی فرد، برابر است با حاصل‌ضرب تعداد در تعدادشان، داریم:

$$\underbrace{۱+۳+۵+\cdots+۳۹}_{۲۰\text{ عدد}}=۲۰\times۲۰=۴۰۰$$

۸۱. گزینه ج با توجه به نکته‌ی گفته شده در سؤال قبل داریم:

مجموع اعداد در ردیف (۱) $=۱\times۱=۱$

مجموع اعداد در ردیف (۲) $=۲\times۲=۴$

مجموع اعداد در ردیف (۳) $=۳\times۳=۹$

⋮ ⋮

مجموع اعداد در ردیف (۹) $=۹\times۹=۸۱$

مجموع اعداد در ردیف (۱۰) $=۱۰\times۱۰=۱۰۰$

$\xrightarrow{}$ اختلاف $\Rightarrow ۱۰۰-۸۱=۱۹$