

# هوش و خلاقیت ریاضی نهم

از مجموعه مرشد

- بیش از ۱۶۰۰ تست (شامل: آزمون‌های ورودی مدارس تیزهوشان و نمونه‌ی تهران، مسابقات جهانی ریاضی، المپیادها و مسابقات علمی داخلی و خارجی و...)
- پاسخنامه‌ی کلیدی برای هر فصل

وحید اسدی کیا  
اباصلت نوراللهی  
مهندس امیر طهماسبی

**مرشد: مرجع رشد و شکوفایی دانش‌آموزان**

ویژه دانش‌آموزان ممتاز و داوطلبان شرکت در مسابقات  
و آزمون‌های ورودی مدارس تیزهوشان و برتر



**به نام خداوند جان و خرد  
کزین برتر اندیشه برنگذرد**



### به نام خداوند جان و خرد کزین برتر اندیشه برکنند

با توجه به رویکرد جدید سؤالات آزمون‌های ورودی مدارس تیزهوشان در سال‌های اخیر که در طراحی سؤالات آن‌ها، ریاضی، توأم با هوش و خلاقیت و استدلال به کار رفته است، به پیشنهاد دبیر محترم مجموعه «مرشد»، این کتاب را نوشتیم تا علاوه بر این که با مطالعه و تمرین آن، قدرت فکر و تجسم دانش‌آموزان عزیز ارتقا یابد، مجموعه‌ی کاملی از این نوع سؤالات در اختیار همکاران و دانش‌آموزان عزیز قرار گیرد. در تألیف این کتاب از منابع متعددی استفاده شده است که از جمله‌ی آن‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- آزمون‌های ورودی مدارس تیزهوشان و نمونه‌ی تهران و مرکز استان‌های کشور
  - آزمون‌های ورودی روبوکاپ و المپیادهای کامپیوتر
  - مسابقات علمی و المپیادهای ریاضی داخلی کشوری و استانی و المپیادهای خارجی
  - مسایل مسابقات جهانی کانگورو و آزمون‌های بین‌المللی مختلف از قبیل IMC
  - مسایل مسابقات خارجی (کشورهای انگلیس، مجارستان، بلژیک و آفریقای جنوبی و...)
  - مسایل المپیادهای کشوری مبتکران و دانش‌پژوهان جوان
  - برخی از مسایل کنکورهای سراسری، استعداد تحصیلی، GMAT و GRE که با کلمه‌ی (کنکور) یا GMAT در پایان هر سؤال مشخص شده است.
- 

این کتاب در دو جلد تألیف شده است. جلد اول: شامل ۱۶۹۰ سؤال و پاسخنامه‌ی کلیدی

جلد دوم: شامل پاسخنامه‌ی تشریحی و نکات لازم برای حل سؤال‌ها.

مسائل این کتاب، براساس ۵ فصل طبقه‌بندی شده است که به ترتیب عبارت‌اند از: اعداد طبیعی، هوش محاسباتی، هوش تصویری، استدلال و تحلیل، هندسه و تحلیل. در هر فصل، سؤال‌ها از آسان به سخت مرتب گردیده‌اند. برخی از آن‌ها بدون راهنمایی و اشاره به نکته کلیدی قابل حل نیستند که با علامت  $\square$  مشخص شده‌اند تا دانش‌آموزان قبل از اقدام به حل آن‌ها، ابتدا نکته‌ی مورد نظر را مطالعه کنند.

این کتاب در مجموع بیش از ۱۶۰۰ تست را شامل می‌شود و برخی از نکته‌های کلیدی را آموزش می‌دهد. امیدواریم این کتاب مورد توجه خانواده‌ها، دانش‌آموزان عزیز و معلمان گرامی قرار گیرد و در ارتقای سطح علمی دانش‌آموزان مؤثر افتد.

ما به دانش‌آموزان عزیز توصیه می‌کنیم جهت آمادگی بیشتر برای شرکت در آزمون ورودی مدارس تیزهوشان، کتاب مسابقات ریاضی نهم (مرشد نهم) تألیف آقای وحید اسدی‌کیا را به همراه این کتاب مطالعه نمایند.

در پایان، وظیفه خود می‌دانیم از جناب آقای دهقانی مدیر عامل محترم شرکت آموزشی، فرهنگی و انتشاراتی مبتکران که شرایط و امکانات چاپ کتاب را فراهم آوردند، سپاس‌گزاری کنیم. همین‌طور از دبیر محترم مجموعه «مرشد» آقای مهندس هادی عزیززاده که در مراحل تألیف این کتاب مشاور ما بودند، متشکریم.

از خانم لیلا مهرعلی‌پور که زحمت حروف‌چینی و ترسیم شکل‌ها را برعهده داشتند و بهاره خدای (گرافیک) بسیار ممنونیم و برای این عزیزان و سایر همکاران شرکت مبتکران از جمله جناب آقای محسن انصاری مدیر محترم واحد فروش و سرکار خانم کبری مرادی مدیر محترم واحد تولید، آرزوی موفقیت داریم.

وحید اسدی‌کیا

ابا صلت نوراللهی

مهندس امیر طهماسبی

## فهرست

فصل ۱: اعداد طبیعی	۷
پاسخ‌نامه کلیدی	۵۸
فصل ۲: هوش محاسباتی	۶۱
پاسخ‌نامه کلیدی	۱۲۲
فصل ۳: هوش تصویری	۱۲۵
پاسخ‌نامه کلیدی	۲۱۹
فصل ۴: استدلال و تحلیل	۲۲۳
پاسخ‌نامه کلیدی	۲۸۲
فصل ۵: هندسه و تحلیل	۲۸۵
پاسخ‌نامه کلیدی	۳۱۱

## رقم

۱. برای این که شماره‌ی صفحه‌های یک کتاب را درج کنیم به ۳۸۸۹ رقم نیاز داریم. این کتاب چند صفحه دارد؟ (المپیاد ریاضی)

الف) ۱۲۸۴      ب) ۱۲۴۹      ج) ۱۹۹۹      د) ۲۰۰۰      ه) ۱۲۵۰

۲. در شماره‌گذاری صفحه‌های یک کتاب، ۱۹۹۷ بار رقم ۱ به کار رفته است. تعداد صفحه‌های این کتاب در چه محدوده‌ای است؟ (المپیاد کامپیوتر)

الف) ۳۰۰۰-۳۲۰۰      ب) ۲۰۰۰-۲۲۰۰      ج) ۲۵۰۰-۲۷۰۰      د) ۳۵۰۰-۳۷۰۰      ه) ۵۰۰۰-۵۲۰۰

۳. در یک کتاب، اعداد ۴، ۷، ۱۰، ۱۳، ۱۶ و... به ترتیب نوشته شده‌اند، به طوری که هر عدد سه تا بیش‌تر از عدد قبلی است و در هر صفحه صد عدد نوشته شده است. اولین گروه صدتایی از اعداد در صفحه‌ی ۵۲۶ شروع می‌شوند. عدد ۲۰۰۵ در کدام صفحه قرار دارد؟ (مسابقات بین‌المللی ریاضی IMC)

الف) ۵۱۸      ب) ۵۲۶      ج) ۵۳۲      د) ۵۵۴      ه) ۵۷۲

۴. در سال ۲۰۰۸، رقم یکان عدد سال، ۴ برابر رقم هزارگان آن است. حداقل چند سال باید بگذرد تا این وضعیت تکرار شود؟ (مسابقات جوانی ریاضی)

الف) ۱۰      ب) ۲۰      ج) ۱۰۰      د) ۲۰۰۸      ه) جوابی غیر از این‌ها

۵. عدد «متقارن» به عددی می‌گوییم که اگر ارقام آن را از آخر به اول بنویسیم، مقدار آن تغییر نمی‌کند مثل عدد ۳۵۴۵۳. سال ۲۰۰۲ نمونه‌ی یک سال متقارن است. چند سال قبل عددی متقارن بوده است؟ (المپیاد ریاضی)

الف) ۱۰      ب) ۱۱      ج) ۱۰۱      د) ۱۲۱      ه) ۱۰۰۱

۶. در چهارم تیرماه سال ۱۳۴۴، تاریخ را می‌توان این‌طور نوشت: ۴۴/۴/۴

در این نوشته، تنها از یک رقم برای نوشتن تاریخ استفاده شده است. حالا به این پرسش پاسخ دهید: در طول یک قرن چند مرتبه چنین وضعی پیش می‌آید که در نوشتن عددهای روز، ماه و دو رقم سمت راست سال، تنها از یک رقم استفاده شده باشد؟

الف) ۴      ب) ۹      ج) ۱۱      د) ۱۳

۷. علی، در روز تولد ۱۰ سالگی‌اش، که مصادف با تاریخ ۹۱/۷/۱۳ است، نکته‌ی جالبی درباره‌ی تاریخ تولدش کشف کرد: حاصل ضرب روز و ماه برابر با ساه شده است ( $۹۱ = ۱۳ \times ۷$ ). علی پس از کمی دقت متوجه شد که تاریخ تولدهای ده سالگی دو برادر کوچک‌ترش نیز همین نکته‌ی جالب را دارا هستند. چنان‌چه بدانیم که سالگرد تولد دو برادر در دو روز متوالی است، تاریخ تولد برادر کوچک‌ترش چه روزی است؟ (مسابقات بین‌المللی ریاضی IMC)

الف) ۹۲/۴/۲۳      ب) ۹۶/۱۲/۸      ج) ۹۶/۸/۱۲      د) ۹۶/۶/۱۶      ه) ۹۶/۴/۲۴

۸. تاریخ هر روز میلادی را می‌توانیم به صورت  $\square\square\square\square.\square\square.\square\square$  بنویسیم؛ مثلاً، امروز ۰۴.۱۴.۲۰۱۶ است. چهار رقم سال دو رقم روز دو رقم ماه

است. می‌گوییم یک روز «عجیب» است اگر هر هشت رقم تاریخش متمایز باشند. اولین روز عجیب بعد از امروز در چه ماهی است؟

(مسابقات جهانی ریاضی)

الف) ۰۳      ب) ۰۶      ج) ۰۷      د) ۰۸      ه) ۱۲

۹. کیلومترشمار یک ماشین عدد ۱۸۷۵۶۹ را نشان می‌دهد، یعنی ماشین ۱۸۷۵۶۹ کیلومتر راه رفته است. همه‌ی رقم‌های این عدد متفاوت هستند. حداقل بعد از چند کیلومتر دیگر باز هم کیلومترشمار عددی را نشان می‌دهد که همه‌ی رقم‌هایشان متفاوت هستند؟

(مسابقات جهانی ریاضی)

الف) بعد از ۷۷۷ کیلومتر      ب) بعد از ۱۲۴۳۱ کیلومتر  
ج) بعد از ۴۳۱ کیلومتر      د) بعد از ۲۱ کیلومتر  
ه) بعد از ۱۱ کیلومتر

۱۰. یک ساعت، زمان را از چپ به راست به ترتیب با ساعت، دقیقه و ثانیه نمایش می‌دهد. یعنی به شکل  $ت:د:س$ . آقای «ایکس» وقت ناهار به خانه‌اش رسید و متوجه شد که شش رقم ساعت دیجیتالی‌اش زمان جالبی را نمایش می‌دهند به طوری که عدد سه رقمی سمت چپ برابر با عدد سه رقمی سمت راست آن است:  $۳۲:۲۱:۱۳$  یعنی  $۱۳۲۱۳۲$

(مسابقات بین‌المللی ریاضی IMC)

در طول یک شبانه‌روز، آقای ایکس چند بار شاهد چنین اتفاقی خواهد بود؟

(فرض بر این است که ساعت AM و PM ندارد، یعنی از  $۰۰:۰۰:۰۰$  تا  $۲۳:۵۹:۵۹$ )

الف) ۱۶      ب) ۳۲      ج) ۶۴      د) ۸۴      ه) ۹۶

۱۱. چند عدد طبیعی وجود دارد که حاصل جمع رقم‌هایش برابر  $۲۰۱۰$  و حاصل ضرب رقم‌هایش  $۲$  است؟

(مسابقات جهانی ریاضی)

الف)  $۲۰۱۰$       ب)  $۲۰۰۹$       ج)  $۲۰۰۸$       د)  $۱۰۰۵$       ه)  $۱۰۰۴$

۱۲. حاصل جمع رقم‌های عددی هفت رقمی برابر  $۶$  است. حاصل ضرب رقم‌های آن چند است؟

(مسابقات جهانی ریاضی)

الف) ۰      ب) ۶  
ج)  $۷$       د)  $۱ \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 6 \times 7$   
ه) ۵

۱۳. تعداد اعداد  $۳$  رقمی که مجموع ارقام آن‌ها برابر با  $۱۵$  باشد چه قدر است؟

(المپیاد کشوری)

الف) ۶۹      ب) ۱۲۵      ج) ۷۳      د) ۹۰      ه) ۱۲۶

۱۴. چند عدد  $۱۰$  رقمی می‌توان با ارقام  $۱$ ،  $۲$  و  $۳$  درست کرد به طوری که در این عددها هر دو رقم متوالی دقیقاً  $۱$  واحد اختلاف داشته باشند؟

(مسابقات جهانی ریاضی)

الف) ۱۶      ب) ۳۲      ج) ۶۴      د) ۸۰      ه) ۱۰۰

۱۵. تعداد بیش‌ترین رقم‌هایی که می‌توان از عدد  $۱۰۰۰$  رقمی  $۲۰۰۸...۲۰۰۸۲۰۰۸$  پاک کرد به طوری که حاصل جمع رقم‌های باقی‌مانده برابر  $۲۰۰۸$  شود، چند تا است؟

(مسابقات جهانی ریاضی)

الف) ۲۶۰      ب) ۵۱۰      ج) ۷۴۶      د) ۱۰۲۰      ه) ۱۳۰



۱۶. چند عدد صحیح مثبت وجود دارد که تعداد ارقام مربع و مکعب آنها یکسان است؟  
الف) ۰ (ب) ۳ (ج) ۴ (د) ۹ (ه) بی نهایت

۱۷. اولین رقم سمت چپ کوچکترین عدد طبیعی که مجموع ارقامش ۲۰۰۶ باشد کدام است؟  
الف) ۱ (ب) ۳ (ج) ۵ (د) ۶ (ه) ۸

۱۸. عددی دو رقمی در نظر بگیرید. حاصل ضرب ارقامش را محاسبه کنید. برای عدد به دست آمده همین کار را انجام دهید و این کار را آنقدر تکرار کنید تا به عددی یک رقمی برسید. با شروع از چند عدد دو رقمی به عدد ۲ می‌رسید؟  
الف) ۲ (ب) ۴ (ج) ۶ (د) ۸ (ه) ۱۰

۱۹. با ارقام ۱ و ۲ و ... ، ۶ چند عدد دو رقمی می‌توان ساخت به طوری که مجموع ارقام هر عدد دو رقمی مضرب ۴ باشد؟ تکرار مجاز است.  
الف) ۷ (ب) ۸ (ج) ۹ (د) ۱۰

۲۰. چند عدد هفت رقمی داریم که ارقامشان فقط ۲ و ۳ باشند و در هیچ جای آنها دو رقم ۳ کنار هم نباشند؟  
(مسابقات بین‌المللی ریاضی IMC)  
الف) ۲۸ (ب) ۳۰ (ج) ۳۴ (د) ۳۸ (ه) ۴۲

### اصل ضرب و تعداد اعداد

۲۱.  چند عدد دو رقمی وجود دارد که با استفاده از دو رقم فرد مختلف ساخته شده‌اند؟  
الف) ۱۵ (ب) ۲۰ (ج) ۲۵ (د) ۳۰ (ه) ۵۰

۲۲. در چند عدد سه رقمی، هر سه رقم زوج هستند؟  
الف) ۲۵ (ب) ۶۴ (ج) ۷۵ (د) ۱۰۰ (ه) ۱۲۵

۲۳. تعداد اعداد سه رقمی که ارقام آنها تکراری نباشد، در کدام گزینه آمده است؟  
الف) ۶۳۰ (ب) ۶۴۰ (ج) ۶۴۶ (د) ۶۴۸

۲۴.  چند عدد ۵ رقمی داریم که مقلوبشان با خودشان برابر است؟  
الف) ۹۵۰ (ب) ۹۰۰ (ج) ۸۵۰ (د) ۸۰۰

۲۵. در صورتی که تکرار رقم در عدد مجاز باشد، با ارقام ۰، ۳، ۵، ۷ و ۲ چند عدد سه رقمی می‌توان ساخت که بر ۲۵ بخش پذیر باشند؟  
الف) ۱۶ (ب) ۱۷ (ج) ۱۸ (د) ۱۹ (ه) ۲۰

۲۶. با ارقام ۰، ۳، ۵ و ۷ چند عدد ۳ رقمی می‌توان نوشت (بدون ارقام تکراری) که بر ۳ بخش پذیر باشند؟  
الف) ۸ (ب) ۱۰ (ج) ۱۲ (د) ۲۴

۲۷. معلم احمد از او خواسته که عددی ۴ رقمی بیابد به طوری که رقم اول در تقسیم بر ۲ باقی‌مانده ۱ داشته باشد، دومین رقم بر ۳ باقی‌مانده‌اش ۲ شود، رقم سوم باقی‌مانده‌اش بر ۴ سه شود و رقم پنجم در تقسیم بر ۵ باقی‌مانده ۴ بیاورد. چند عدد ۴ رقمی با این شرایط یافت می‌شود؟  
(المپیاد ریاضی)  
الف) ۴۸ (ب) ۶۰ (ج) ۸۰ (د) ۱۲۰ (ه) ۱۴۴

۲۸. با مرتب کردن ارقام ۱، ۲، ۳ و ۴ می توان ۲۴ عدد چهاررقمی ساخت. اگر این اعداد چهاررقمی را از کوچک ترین مقدار تا بیش ترین مقدار مرتب کنیم عدد ۳۱۴۲ چندمین عدد خواهد بود؟

(آزمون ورودی)

- الف) سیزدهمین  
ب) چهاردهمین  
ج) پانزدهمین  
د) شانزدهمین

۲۹. همهی عددهای ۳ رقمی با ارقام فرد که ارقام آن مختلف باشند را در نظر بگیرید. مجموع کل این اعداد چه قدر است؟

(المپیاد ریاضی + مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) ۲۲۲۰۰  
ب) ۳۳۳۰۰  
ج) ۴۴۴۰۰  
د) ۵۵۵۰۰  
ه) ۶۶۶۰۰

۳۰. چند عدد سه رقمی می توان یافت که در آنها، یک رقم مساوی با مجموع دو رقم دیگر باشد؟

(آزمون انتخابی IMC فانهی ریاضی ۹۵-۹۴)

- الف) ۱۲۶  
ب) ۳۷۵  
ج) ۴۲۵  
د) ۴۵۰  
ه) ۳۲۵

۳۱. چند عدد هفت رقمی با ارقام ۲ و ۳ وجود دارند که در آنها هیچ دو رقم ۳ ای کنار هم قرار نداشته باشند؟ (مسابقات ریاضی)

- الف) ۳۵  
ب) ۳۳  
ج) ۳۰  
د) ۲۸

۳۲. عددهای ۱، ۲، ۳، ...، ۱۰۰۰ را به این صورت در یک سطر پشت سر هم می نویسیم. نخست عدد ۱، سپس، عدد ۱۰۰۰، عدد ۲، عدد ۹۹۹، و... برای مثال، ۱۸ رقم نخست در این سطر به این صورت هستند: ۱۱۰۰۰۰۲۹۹۹۳۹۹۸۴۹۹۷۵. در این صورت رقم ۱۴۹۰ام در این سطر چند است؟

(المپیاد کامپیوتر)

- الف) ۹ یا ۰  
ب) ۱ یا ۸  
ج) ۲ یا ۷  
د) ۳ یا ۶  
ه) ۴ یا ۵

۳۳. دنباله ای از عددهای ۱ تا ۱۳۸۳ را از چپ به راست نوشته ایم:

۱, ۲, ۳, ۴, ..., ۱۰, ۱۱, ۱۲, ..., ۱۳۸۲, ۱۳۸۳

از سمت چپ آغاز می کنیم و به تعداد رقم یکان عدد کنونی جلو می رویم. بنابراین، عددهایی که به آنها برمی خوریم،

(المپیاد کامپیوتر)

۱, ۲, ۴, ۸, ... خواهند بود. تعداد این عددها چند تا است؟

- الف) ۲۳۱  
ب) ۳۴۶  
ج) ۳۴۵  
د) ۲۷۷  
ه) ۲۷۸

۳۴. چند جفت رقم از مجموعه ی ۰۰، ۱۱، ۲۲، ...، ۹۹ می توانند دو رقم سمت راست مربع عددی طبیعی باشند؟

(مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) یکی  
ب) دو تا  
ج) سه تا  
د) چهارتا  
ه) بیش از چهارتا

۳۵. مربع های اعداد طبیعی متوالی را پشت سر هم نوشتیم، به دنباله ی ... ۱۴۹۱۶۲۵۳۶۴۹۶۴۸۱ رسیدیم. صدمین رقم این

(مسابقات جهانی ریاضی)

دنباله کدام است؟

- الف) ۱  
ب) ۳  
ج) ۵  
د) ۷  
ه) ۹

۳۶. بعضی از عددهای سه رقمی این خاصیت را دارند که اگر رقم یکانشان را حذف کنیم یک مربع کامل به دست می آید و اگر

رقم صدگانشان را هم حذف کنیم باز هم یک مربع کامل به دست می آید. حاصل جمع همهی عددهای سه رقمی ای که این

(مسابقات جهانی ریاضی)

خاصیت را دارند کدام است؟

- الف) ۱۰۱۳  
ب) ۱۱۷۷  
ج) ۱۴۶۵  
د) ۱۹۹۳  
ه) ۲۰۱۶

۳۷. از یک عدد ۱۳ رقمی، رقم دوم (دهگان) و رقم هفتم آن به صورت زیر داده شده است. مجموع هر سه رقم متوالی ۱۵ است. اختلاف اعداد A و B چند است؟ (آزمون GMAT)

					۶					۵	B	
یکان	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)	(۶)	(۷)	(۸)	(۹)	(۱۰)	(۱۱)	(۱۲)	(۱۳)

- الف) ۱      ب) ۲      ج) صفر      د) ۴

۳۸. از یک عدد ۱۴ رقمی، رقم سوم (صدگان) و رقم هشتم به صورت زیر داده شده‌اند. یکی از ارقام ۸ بار در این عدد تکرار شده است. مجموع هر چهار عدد رقم متوالی، برابر ۲۰ است. حاصل  $A + B$  کدام است؟ (آزمون GMAT)

				A		۸				۶	B		
یکان	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)	(۶)	(۷)	(۸)	(۹)	(۱۰)	(۱۱)	(۱۲)	(۱۳)	(۱۴)

- الف) ۱۴      ب) ۱۶      ج) ۱۲      د) ۶

۳۹. از یک عدد ۱۶ رقمی، رقم دوم (دهگان)، برابر ۴ و رقم چهارم، برابر ۶ است. مجموع هر چهار رقم متوالی برابر ۱۸ است. حاصل عبارت  $2A + B - C + D$  کدام است؟ (آزمون GMAT)

			A		B	C			۶		۴				
یکان	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)	(۶)	(۷)	(۸)	(۹)	(۱۰)	(۱۱)	(۱۲)	(۱۳)	(۱۴)	(۱۵)	(۱۶)

- الف) ۱۲      ب) ۱۵      ج) ۱۶      د) نمی توان مشخص کرد.

۴۰. چند عدد طبیعی کوچک‌تر از ۱۰۰۰۰۰۰ وجود دارد که چهار رقم آخرشان ۱۹۹۸ است؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) ۱۰۰      ب) ۹۹      ج) ۱۰۱      د) ۱۰۰۱      ه) هیچ کدام

۴۱. یک جفت عدد صحیح را «زیبا» می‌نامیم اگر مجموعشان برابر حاصل ضربشان باشد. چند جفت عدد صحیح «زیبا» وجود دارد؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) ۱      ب) ۲      ج) ۳      د) ۵      ه) بی نهایت

۴۲. یک عدد صحیح مثبت با حداکثر ۹ رقم را یک عدد خوب می‌نامیم. اگر رقم یکان آن ۰ یا ۱، رقم دهگان آن ۰، ۱ یا ۲، رقم صدگان آن ۰، ۱، ۲ یا ۳، رقم هزارگان آن ۰، ۱، ۲، ۳ یا ۴ و به همین ترتیب باشد. بنابراین ده عدد اولیه‌ی خوب عبارت‌اند از: ۱، ۱۰، ۱۱، ۲۰، ۲۱، ۱۰۰، ۱۰۱، ۱۱۰، ۱۱۱ و ۱۲۰. در این صورت ۱۰۰ امین عدد خوب کدام است؟ (مسابقات ریاضی)

- الف) ۴۰۲۰      ب) ۴۱۱۰      ج) ۴۳۱۱      د) ۳۲۰۱

۴۳. عدد a را متعادل گوئیم هرگاه بتوان رقم‌های آن را به دو دسته تقسیم کرد به طوری که مجموع رقم‌های دو دسته مساوی باشد. کوچک‌ترین عدد a، به طوری که a و a+1 متعادل باشند در کدام یک از فاصله‌های زیر قرار می‌گیرند؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) [۱۰۰, ۲۰۰]      ب) [۲۰۰, ۳۰۰]      ج) [۳۰۰, ۴۰۰]      د) [۴۰۰, ۵۰۰]      ه) [۵۰۰, ۶۰۰]

۴۴. چند عدد صحیح نامنفی کوچک‌تر از ۱۰۰ را می‌توان به صورت مجموع ۹ عدد صحیح متوالی نوشت؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) ۱۳      ب) ۱۲      ج) ۱۱      د) ۱۰      ه) ۹

۴۵. با استفاده از رقم‌های ۱، ۲، ۳ و ۴، همگی عددهای چهاررقمی که رقم تکراری نداشته باشند را نوشتیم. در این صورت مجموع همگی این عددها برابر است با:

- (الف) ۵۵۵۵۰ (ب) ۹۹۹۹۰ (ج) ۶۶۶۶۰ (د) ۱۰۰۰۰۰ (ه) ۹۸۷۶۰

۴۶. علی همه عددهای سه رقمی را که ویژگی‌های زیر را دارند نوشت: هر عدد از سه رقم متفاوت تشکیل شده است، و رقم اول یعنی صدگان برابر است با توان دوم نسبت رقم دوم به سوم. علی چند عدد نوشته است؟

- (الف) ۸ (ب) ۴ (ج) ۳ (د) ۲ (ه) ۱

۴۷. با رقم‌های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ و ۶ چند عدد شش رقمی مختلف می‌توان ساخت به طوری که: - عدد رقم تکراری نداشته باشد.

- در سمت راست هر رقم، بیش‌تر از ۲ تا رقم کوچک‌تر از آن، دیده نشود.

مثال: ۳۱۵۴۲۶ شرایط مورد نظر را دارد چون در سمت راست رقم ۳ فقط ۱ و ۲ کوچک‌تر هستند. در سمت راست ۱، رقمی کوچک‌تر از ۱ نیست.

در سمت راست ۵ فقط ۴ و ۲ کوچک‌ترند. در سمت راست ۴ فقط ۲ کوچک‌تر است. در سمت راست ۲ و ۶ هم رقمی کوچک‌تر دیده نمی‌شود.

(المپیاد ریاضی)

- (الف) ۶۴ (ب) ۸۱ (ج) ۱۲۸ (د) ۱۶۲ (ه) ۱۹۲

### رقم یکان

۴۸. رقم یکان  $1! + 2! + 3! + \dots + 999!$  کدام است؟

- (الف) ۱ (ب) ۳ (ج) ۵ (د) ۷ (ه) ۹

۴۹. ☒ رقم صدگان حاصل عبارت  $1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 19 + 20 + 19 + \dots + 4 + 3 + 2 + 1$  برابر است با:

- (الف) ۰ (ب) ۱ (ج) ۴ (د) ۷ (ه) ۸

۵۰. رشته‌های زیر را در نظر بگیرید. رقم یکان حاصل ضرب رشته اول، ۹ و رشته دوم، ۷ و رشته سوم، ۱ است. رقم یکان حاصل ضرب رشته‌ی سی و پنجم چند می‌شود؟

رشته اول  $= 3 \times 3 = 9$

رشته دوم  $= 3 \times 3 \times 3 = 27$

رشته سوم  $= 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

- (الف) ۶ (ب) ۷ (ج) ۹ (د) ۳ (ه) ۱

۵۱. رقم یکان عدد  $1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{111\dots1}_{2002 \text{ رقم}}$  کدام است؟

- (الف) ۰ (ب) ۱ (ج) ۲ (د) ۳ (ه) ۶

۵۲. چند عدد دو رقمی با رقم یکان بزرگ‌تر از صفر وجود دارد که بزرگ‌تر از سه برابر عددی باشد که با جابه‌جا کردن رقم‌های آن عدد به دست می‌آید؟

(مسابقات جهانی ریاضی)

- (الف) ۶ (ب) ۱۰ (ج) ۱۵ (د) ۲۲ (ه) ۳۳

۵۳. عارف از شش رقم ۳، ۷، ۴، ۶، ۲ و ۵ برای ساختن اعداد دو رقمی مثل ۳۷، ۴۴ و... استفاده کرده است. اگر از رقم ۷ در دهگان و رقم ۳ در یکان نتواند استفاده کند، مجموع تمام اعداد دو رقمی ممکن کدام است؟ (المپیاد ریاضی)

- الف) ۱۰۰۰ (ب) ۱۰۴۰ (ج) ۱۰۸۰ (د) ۱۱۲۰ (ه) ۱۱۶۰

۵۴. در دنباله‌ی زیر، هر عدد از عدد قبلی خود یک رقم ۱ بیش‌تر دارد. اگر ۳۰ عدد اول دنباله‌ی  $1, 11, 111, 1111, \dots$  را جمع کنیم، دهگان عدد حاصل چند می‌شود؟ (المپیاد ریاضی)

- الف) ۰ (ب) ۱ (ج) ۲ (د) ۳ (ه) ۴

۵۵.  $N$  یک عدد پنج رقمی است.  $P$  یک عدد شش رقمی است که از گذاشتن رقم ۱ در سمت راست  $N$  به دست می‌آید.  $Q$  یک عدد شش رقمی است که از گذاشتن رقم ۱ در سمت چپ  $N$  به دست می‌آید. اگر  $P = 3Q$  باشد. اختلاف رقم یکان و دهگان و هزارگان عدد پنج رقمی  $N$  کدام است؟ (مسابقات بین‌المللی ریاضی IMC)

- الف) ۰ (ب) ۱ (ج) ۲ (د) ۳ (ه) ۴

### بسط اعداد طبیعی

۵۶. اگر رقم‌های عدد دو رقمی سن پدرم را جابه‌جا کنم، سن خودم به دست می‌آید. کدام عدد زیر ممکن است سن پدرم در زمان تولد من باشد؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) ۲۴ (ب) ۲۵ (ج) ۲۶ (د) ۲۷ (ه) ۲۸

۵۷. عددی که با حذف رقم یکان عدد طبیعی  $a$  به دست می‌آید،  $\frac{1}{14}$  خود  $a$  است، چند عدد طبیعی این خاصیت را دارند؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) ۰ (ب) ۱ (ج) ۲ (د) ۳ (ه) ۴

۵۸. فرض کنید  $x$ ،  $y$  و  $z$  رقم‌های متمایز هستند و حاصل جمع عددهای دورقمی  $xx$ ،  $yy$  و  $zz$  برابر است با  $\overline{zyx}$ . رقم  $x$  کدام است؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۷ (د) ۸ (ه) ۹

۵۹. امیر در سال ۱۳۸۸ متوجه شد که سن او برابر با مجموع ارقام سال تولدش است. سن امیر در چه محدوده‌ای است؟

- الف) ۱۱ تا ۱۵ (ب) ۱۶ تا ۲۰ (ج) ۲۱ تا ۲۵ (د) ۲۶ تا ۳۰

۶۰. از عددی که دست کم دو رقم دارد، آخرین رقم را حذف می‌کنیم. عدد حاصل  $n$  بار کوچک‌تر از عدد اولیه است. بزرگ‌ترین مقدار ممکن برای  $n$  کدام است؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) ۹ (ب) ۱۰ (ج) ۱۱ (د) ۱۹ (ه) ۲۰

۶۱. علی عددی پنج رقمی انتخاب کرد و یکی از رقم‌هایش را حذف کرد تا عددی چهاررقمی به دست بیاید. حاصل جمع عدد پنج رقمی و عدد چهاررقمی برابر ۵۲۷۱۳ شد. حاصل جمع رقم‌های عدد پنج‌رقمی علی کدام است؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) ۲۶ (ب) ۲۰ (ج) ۲۳ (د) ۱۹ (ه) ۱۷

۶۲. رقم‌های یک عدد سه رقمی از چپ به راست،  $h$ ،  $t$  و  $u$  با فرض  $h > u$  هستند. اگر رقم‌ها را به ترتیب عکس نوشته و عدد حاصل را از عدد اصلی کم کنیم، رقم یکان حاصل، ۴ می‌شود. دو رقم دیگر از راست به چپ عبارت‌اند از: (مسابقات ریاضی)

الف) ۵ و ۹ (ب) ۵ و ۹ (ج) مشخص نیستند. (د) ۴ و ۵ (ه) ۴ و ۵

۶۳. رضا می‌خواست دو عدد دو رقمی را در هم ضرب کند. متأسفانه، اشتباه کرد و عدد اولی را در عددی ضرب کرد که با جابه‌جا کردن رقم یکان و دهگان عدد دومی درست شده بود. جواب ۳۸۱۶ تا بیش‌تر از جواب درست بود. جواب درست چه بود؟ (مسابقات جهانی ریاضی)

الف) ۷۶۳۲ (ب) ۵۷۲۴ (ج) ۴۸۲۳ (د) ۱۹۰۸ (ه) ۱۰۰۷

۶۴. یک عدد سه رقمی با ارقام متمایز داریم. اگر تفاضل بین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین اعدادی که می‌توان با جابه‌جایی ارقام آن به دست آورد را حساب کنیم، عدد حاصل برابر با همان عدد سه رقمی اصلی می‌شود. در این صورت رقم صدگان آن عدد کدام است؟ (المپیاد ریاضی + مسابقات بین‌المللی ریاضی IMC)

الف) ۲ (ب) ۴ (ج) ۵ (د) ۷ (ه) ۸

۶۵. علی به پدرش گفت: «اگر من عدد دو رقمی سن خودم را برعکس بنویسم، عدد حاصل برابر سن شما می‌شه». پدرش نیز گفت: «فردا سالروز تولد منه و سن من فردا دو برابر سن تو می‌شه». با فرض این که تاریخ تولد این دو در یک روز نباشد، سن علی چه قدر است؟ (مسابقات بین‌المللی ریاضی IMC)

الف) ۲۷ (ب) ۲۹ (ج) ۳۱ (د) ۳۵ (ه) ۳۷

۶۶. امیر و رضا در یک ساختمان زندگی می‌کنند که در هر طبقه‌ی آن ۱۰ آپارتمان قرار دارد. آپارتمان‌ها به ترتیب با شماره‌های ۱ تا ۱۰ در طبقه‌ی اول، ۱۱ تا ۲۰ در طبقه‌ی دوم، ۲۱ تا ۳۰ در طبقه‌ی سوم، تا آخر قرار دارند. شماره‌ی آپارتمان رضا با شماره‌ی طبقه‌ی امیر برابر است و نیز مجموع شماره‌های آپارتمان‌های آن‌ها ۲۳۹ است. شماره‌ی آپارتمان امیر کدام است؟ (مسابقات بین‌المللی ریاضی IMC)

الف) ۲۰۷ (ب) ۲۱۱ (ج) ۲۱۳ (د) ۲۱۵ (ه) ۲۱۷

۶۷. برای عدد طبیعی  $n$  مقدار  $S(n)$  را مجموع ارقام و  $u(n)$  را رقم یکان عدد، تعریف می‌کنیم. چند عدد طبیعی وجود دارد که  $n = S(n) + u^2(n)$  است؟ (المپیاد ریاضی)

الف) ۲ (ب) ۳ (ج) ۴ (د) ۵ (ه) ۶

۶۸.  $q$  کوچک‌ترین عدد گویای مثبت است که بسط اعشاری  $q^3$  به شکل  $abcabcabc\dots$  است که  $a, b$  و  $c$  ارقامی از بین ۰، ۱، ۲، ...، ۹ هستند.  $a + b + c$  چند است؟ (المپیاد ریاضی)

الف) ۹ (ب) ۱۰ (ج) ۱۷ (د) ۱۸ (ه) ۲۷

۶۹. چند عدد دو رقمی وجود دارد که اگر جای ارقام آن را با هم عوض کنیم، عدد حاصل حداقل ۳ برابر شود؟ (مسابقات بین‌المللی ریاضی IMC)

الف) ۳ (ب) ۵ (ج) ۶ (د) ۸ (ه) ۱۰

۷۰. عددی را «هفتالو» می‌نامیم که بتوان رقمی از آن را حذف کرد، به طوری که عدد اولیه هفت برابر عدد حاصل باشد. چند عدد هفتالوی سه رقمی وجود دارد؟ (المپیاد ریاضی)

الف) ۱ (ب) ۲ (ج) ۳ (د) ۴ (ه) ۵

۷۱. آیا عدد طبیعی وجود دارد، به نحوی که اگر رقم سمت چپ آن را حذف کنیم عدد حاصل به ترتیب: (I) ۵۷ بار کوچک تر شود. (II) ۵۸ بار کوچک تر شود. (III) ۳۵ بار کوچک تر شود. (المپیار ریاضی)

الف) خیر، خیر، خیر (ب) بله، خیر، خیر (ج) خیر، بله، خیر (د) بله، خیر، بله (ه) بله، بله، بله

۷۲. ABC عددی ۳ رقمی است که در رابطه‌ی زیر صدق می‌کند. حاصل جمع سه رقم A، B و C برابر است با: (المپیار ریاضی)

$\begin{array}{r} ABC \\ + ABC \\ + ABC \\ \hline CCC \end{array}$	(ب) ۱۴	الف) ۱۳
	(د) ۱۶	ج) ۱۵
		ه) ۱۷

۷۳. در این جمع، حروف مختلف برای اعداد مختلف استفاده شده‌اند. اگر حرف O نشان دهنده‌ی عدد ۷ باشد، حرف U چه عددی را نمایش می‌دهد؟ (المپیار ریاضی)

$\begin{array}{r} T W O \\ + T W O \\ \hline F O U R \end{array}$	(ب) ۶	الف) ۵
	(د) ۳	ج) ۴
		ه) ۲

۷۴. در جمع BAD + MAD + DAM، حروف متفاوت نشان‌گر ارقام متفاوت هستند که از بین اعداد ۱، ۳، ۸ و ۹ انتخاب می‌شوند. بیش‌ترین مقداری که حاصل جمع می‌تواند داشته باشد، چند است؟ (المپیار ریاضی)

الف) ۳۰۶۵ (ب) ۳۰۵۶ (ج) ۲۰۶۵ (د) ۲۶۰۵ (ه) ۲۰۵۶

۷۵. در عمل ضرب زیر، یک عدد دو رقمی با رقم دهگان ۹ در یک عدد سه رقمی ضرب شده است تا حاصل یک عدد چهاررقمی با رقم صدگان ۲ تولید شود. چند جواب برای عدد سه رقمی وجود دارد؟ (مسابقات بین‌المللی ریاضی IMC)

$\begin{array}{r} \square \square \square \\ \times \quad 9 \square \\ \hline \square 2 \square \square \end{array}$	(ب) ۴	الف) ۵
	(د) ۲	ج) ۳
		ه) ۱

۷۶. حروف در مجموع زیر به جای رقم‌ها به کار رفته‌اند. حروف متفاوت به جای ارقام متفاوت قرار دارند. T چه رقمی است؟

$\begin{array}{r} THIS \\ + IS \\ \hline HARD \end{array}$	(ب) ۵	الف) ۱
	(د) ۸	ج) ۶

۷۷. A، B و C سه رقم متمایز از بین {۰, ۱, ..., ۹} هستند و می‌دانیم که جمع زیر درست است. A + B + C کدام است؟ (المپیار ریاضی)

$\begin{array}{r} CAAB \\ + BAA \\ \hline ACBC \end{array}$	(ب) ۱۶	الف) ۷
	(د) ۲۱	ج) ۱۹
		ه) ۲۴

۷۸. فرض کنید در مجموع زیر هر حرف انگلیسی نماینده‌ی عددی یک رقمی است:

$\begin{array}{r} SUAVE \\ SAGE \\ + SAGE \\ \hline 46933 \end{array}$	(ب) ۳	الف) ۱
	(د) ۷	ج) ۵
	(ه) ۹	

(مسابقات جهانی ریاضی)

در این صورت U نشان دهنده‌ی چه رقمی می‌تواند باشد؟

۷۹. در ضرب زیر هر حرف به جای یک رقم قرار گرفته و حروف یکسان، رقم‌های یکسانی می‌باشند و حروف مختلف رقم‌های مختلف هستند. رقم  $a$  چند است؟

$$\begin{array}{r} ab \\ \times ba \\ \hline ca \\ + dcb \\ \hline dbda \end{array}$$

- الف) ۱  
ب) ۳  
ج) ۲  
د) ۴

۸۰. ارقام ستاره‌دار در حاصل ضرب زیر نامعلوم هستند و لزوماً برابر نیستند. مجموع ارقام حاصل ضرب چه قدر است؟ اعدادی که داخل دایره قرار دارند، از ده بر یک حاصل شده‌اند.

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \textcircled{2} \textcircled{8} \\ * * * * \\ \times \quad \quad 9 \\ \hline 1 * 0 * * \end{array}$$

- الف) ۵  
ب) ۹  
ج) ۱۸  
د) ۲۷  
ه) ۳۶

۸۱. یک عدد دو رقمی را انتخاب کرده‌ایم. اگر آن را مقلوب نموده (یعنی جای یکان و دهگان را عوض کنیم) و با عدد اولیه جمع کنیم حاصل ۱۳۲ می‌شود. مجموع ارقام این عدد دو رقمی کدام است؟

(آزمون ورودی)

- الف) ۱۵  
ب) ۱۴  
ج) ۱۲  
د) ۱۳

۸۲. چند عدد سه رقمی این خاصیت را دارند که اگر از آن‌ها ۲۹۷ واحد کم کنیم، عددی سه رقمی به دست می‌آید که همان رقم‌های عدد اولیه را به ترتیب برعکس دارد؟ یعنی عدد حاصل، مقلوب عدد اولیه می‌شود.

(مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) ۶  
ب) ۷  
ج) ۱۰  
د) ۶۰  
ه) ۷۰

۸۳. در تفریق زیر در هر کدام از مربع‌ها یکی از ارقام ۳، ۴، ۵ و ۸ و در هر کدام از دایره‌ها یکی از ارقام ۱، ۳، ۷ و ۹ قرار می‌گیرند. مجموع ارقام عدد چهاررقمی‌ای که به وسیله مربع‌ها نشان داده شده، چند است؟

(المپیاد ریاضی + تیزهوشان)

$$\begin{array}{r} \square \square \square \square \\ - \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \\ \hline 3 \ 6 \ 9 \ 9 \end{array}$$

- الف) ۱۷  
ب) ۱۸  
ج) ۲۰  
د) ۲۳  
ه) ۲۴

۸۴. در شکل زیر  $a$ ،  $b$  و  $c$  هر کدام یک رقم هستند. مقدار  $a+b+c$  برابر است با:

(المپیاد ریاضی)

$$\begin{array}{r} a \ b \ c \\ + a \ c \ b \\ \hline c \ 4 \ a \end{array}$$

- الف) ۲۰  
ب) ۱۹  
ج) ۱۸  
د) ۱۷  
ه) ۱۶

۸۵. دو عدد سه رقمی درهم ضرب شده‌اند. هر ستاره نشان دهنده‌ی یک رقم است. عدد سه رقمی دوم چند است؟ (المپیاد ریاضی)

$$\begin{array}{r} **5 \\ 1** \\ \hline 2**5 \\ 13*** \\ \hline **77* \end{array}$$

- الف) ۱۴۰  
ب) ۱۸۹  
ج) ۱۸۰  
د) ۱۵۵  
ه) ۱۴۷

۸۶. در رابطه‌ی  $\frac{E \times I \times G \times H \times T}{F \times O \times U \times R} = T \times W \times O$ ، هر حرف نشان‌دهنده‌ی عددی حسابی کوچک‌تر از ۱۰ است و فقط حروف

(المپیاد ریاضی)

یکسان دارای مقدار برابر می‌باشند. برای حاصل  $T \times H \times R \times E \times E$  چند مقدار مختلف به دست می‌آید؟

- الف) ۱  
ب) ۲  
ج) ۳  
د) ۴  
ه) ۵



۸۷. در هر مربع از شکل زیر، اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ را طوری قرار داده‌ایم که حاصل جمع آن‌ها ۹۹۹ شده است. اگر

(المپیاد ریاضی)

$$\begin{array}{r} \square \square \square \\ + \square \square \square \\ + \square \square \square \\ \hline ۹۹۹ \end{array}$$

از هر عدد فقط یک بار استفاده شود و جابه‌جایی اعداد در ستون اشکالی نداشته باشد. در این صورت:

(الف) فقط یک مدل وجود دارد و محدودیتی برای قرار گرفتن عدد ۱ در ستون‌های مختلف وجود دارد.

(ب) مدل‌های مختلف وجود دارد و محدودیتی برای قرار گرفتن عدد ۱ در ستون‌های مختلف وجود ندارند.

(ج) فقط یک مدل وجود دارد و حتماً ۱ در ستون صدگان قرار دارد.

(د) مدل‌های مختلفی وجود دارد و حتماً ۱ در ستون یکان قرار دارد.

(ه) مدل‌های مختلفی وجود دارد و حتماً ۱ در ستون صدگان قرار دارد.

۸۸. مسئله‌ی زیر، چند دسته جواب دارد؟

$$\begin{array}{r} B A D \\ + B A D \\ \hline G O O D \end{array}$$

(ب) ۱

(الف) ۴

(د) ۳

(ج) ۲

۸۹. هر علامت مثلثی در شکل زیر نشان‌دهنده‌ی یک رقم بین ۱ تا ۹ است. علامت مثلثی هیچ دو رقمی یکسان نیست. عدد

(مسابقات بین‌المللی ریاضی IMC)

دورقمی که باید به جای علامت سؤال‌ها قرار گیرد کدام است؟

$$\begin{array}{r} \triangle \triangle \triangle \\ \times \triangle \triangle \\ \hline \triangle \triangle \triangle \triangle \triangle \\ \triangle \triangle \triangle \triangle \triangle \\ \hline ۳ \quad ۲ \quad ۸ \quad ۳ \quad ۲ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \triangle \triangle \triangle \\ \times \quad ? \quad ? \\ \hline \triangle \triangle \triangle \triangle \triangle \\ \triangle \triangle \triangle \triangle \triangle \\ \hline ۳ \quad ۳ \quad ۱ \quad ۵ \quad ۶ \end{array}$$

(الف) ۲۴

(ب) ۳۲

(ج) ۳۶

(د) ۴۲

(ه) ۴۶

### اعداد زوج و فرد

۹۰. درون جعبه‌ای هفت کارت هست. اعداد ۱ تا ۷ را روی این کارت‌ها نوشته‌ایم به طوری که روی هر کارت دقیقاً یک عدد

هست. نفر اول ۳ کارت را به تصادف از جعبه بیرون می‌کشد و نفر دوم هم ۲ کارت بیرون می‌کشد. ۲ کارت در جعبه باقی

می‌ماند. نفر اول به دومی می‌گوید: «من می‌دانم که مجموع اعداد کارت‌های شما زوج است.» مجموع اعداد کارت‌های نفر

(مسابقات جهانی ریاضی)

اول کدام است؟

(ه) ۱۵

(د) ۹

(ج) ۶

(ب) ۱۲

(الف) ۱۰

۹۱. در یک خیابان، خانه‌های یک سمت با اعداد فرد متوالی ۱ تا ۳۹ شماره‌گذاری شده‌اند و خانه‌های سمت دیگر با اعداد زوج

(مسابقات جهانی ریاضی)

متوالی ۲ تا ۳۴ شماره‌گذاری شده‌اند. چند خانه در این خیابان وجود دارد؟

(ه) ۷۳

(د) ۳۶

(ج) ۲۸

(ب) ۳۸

(الف) ۳۷

۹۲. هجده دانش‌آموز در مسابقه‌ی تیس شرکت کرده‌اند. آن‌ها را جفت جفت جدا کرده و جفت‌ها را از ۱ تا ۹ شماره‌گذاری

می‌کنیم. هر جفت با شماره‌ی زوج از یک پسر و یک دختر و هر جفت با شماره‌ی فرد از دو پسر تشکیل شده است. چند تا

(مسابقات جهانی ریاضی)

از شرکت‌کنندگان پسر هستند؟

(ه) ۱۸

(د) ۱۱

(ج) ۱۴

(ب) ۱۲

(الف) ۱۰

۹۳. در مسیر امیررضا از خانه به مدرسه ۱۷ درخت وجود دارد. یک روز امیررضا درخت‌ها را به ترتیب زیر علامت‌گذاری کرد. موقع رفتن به مدرسه با شروع از اولین درخت، درخت‌ها را یک در میان با گچ سفید علامت گذاشت و موقع برگشتن از مدرسه با شروع از اولین درخت، درخت‌ها را سه تا در میان با گچ سفید علامت گذاشت. چند درخت علامت نخورده‌اند؟  
(مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) ۴ (ب) ۵ (ج) ۶ (د) ۷ (ه) ۸

۹۴. عددی شش رقمی داریم که حاصل جمع رقم‌هایش زوج است و حاصل ضرب رقم‌هایش فرد است. کدام حکم درباره‌ی این عدد درست است؟  
(مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) دو یا چهار رقم این عدد زوج هستند. (ب) چنین عددی وجود ندارد.  
ج) این عدد می‌تواند شش‌رقم متمایز داشته باشد. (د) تعداد رقم‌های فرد این عدد فرد است.  
ه) هیچ‌کدام

۹۵. چهار کیسه پر از سکه‌های ۱، ۳، ۵ و ۷ دلاری داریم. به چند حالت مختلف می‌توانیم از ۶ تا سکه برای پرداخت ۲۵ دلار استفاده کنیم؟  
(المپیاد ریاضی)

- الف) ۰ حالت (ب) ۱ حالت (ج) ۲ حالت (د) ۳ حالت (ه) ۴ حالت

۹۶. هر کدام از عددهای  $x$  و  $y$  سه رقمی هستند.  $x$  از رقم‌های ۱ و ۲ و ۳ تشکیل شده و  $y$  از رقم‌های ۴ و ۵ و ۶ می‌دانیم که  $x + y$  زوج است و رقم دهگان  $x$  هم ۲ است. رقم یکان حاصل ضرب  $x$  و  $y$  کدام است؟  
(مسابقات جهانی ریاضی)

- الف) ۲ (ب) ۶ (ج) ۵ (د) ۴  
ه) نمی‌توان با قطعیت معین کرد.

۹۷. چند عدد سه رقمی وجود دارد که هیچ دو رقم مجاور در این اعداد فرد نباشند؟ به عنوان مثال اعداد ۱۴۳، ۲۳۶، ۴۴۸ و ۴۶۳ خاصیت مورد نظر را دارند.  
(المپیاد ریاضی)

- الف) ۵۰۰ (ب) ۵۵۰ (ج) ۶۰۰ (د) ۶۵۰ (ه) ۷۰۰

۹۸. در جدول زیر اعداد  $a, b, c, d$  و  $e$  همان اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ هستند با ترتیبی دیگر. اگر اختلاف هر دو عددی را که در یک ستون قرار دارند به دست آورده و سپس اعداد حاصل را با هم جمع کنیم حاصل جمع برابر با کدام یک از اعداد زیر نمی‌تواند باشد؟

- الف) ۴ (ب) ۶ (ج) ۸ (د) ۹ (ه) ۱۲

۱	۲	۳	۴	۵
a	b	c	d	e

۹۹. در دنباله‌ای از اعداد طبیعی، حاصل جمع هر سه عضو متوالی زوج است و حاصل جمع هر چهار عدد متوالی فرد است. بیش‌ترین طول چنین دنباله‌ای چه می‌تواند باشد؟  
(مسابقات جهانی ریاضی)

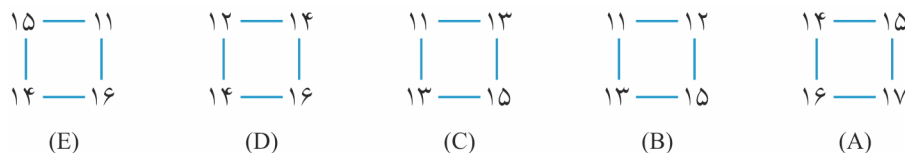
- الف) ۵ (ب) ۶ (ج) ۱۲ (د) ۴ (ه) هیچ‌کدام

۱۰۰. کدام یک از مجموع‌های زیر برابر با ۲۰۰۳ است؟  
(مسابقات جهانی ریاضی)

- الف)  $۱۶۲ + ۲۶۲ + ۳۳۲$  (ب)  $۱۶۲ + ۲۶۲ + ۳۳۲$  (ج)  $۱۵۲ + ۲۷۲ + ۳۳۲$  (د)  $۱۷۲ + ۲۵۲ + ۳۳۲$  (ه)  $۱۷۲ + ۲۴۲ + ۳۴۲$

۱۰۱. ماشین حسابی داریم که فقط می‌تواند یک عدد زوج و یک عدد فرد را با هم جمع کند یا در هم ضرب کند. برای محاسبه  $۱۳۸۵ \times ۲۰۰۵$  حداقل چند بار باید از عمل ضرب یا جمع این ماشین حساب استفاده کنیم؟  
 الف) یک      ب) دو      ج) سه      د) چهار

۱۰۲. پروفیسور در یک دست‌نوشته‌ی قدیمی خواند که می‌توان روی مربع مقابل پشت سر هم این عمل را انجام داد: «ضلعی دلخواه از مربع را انتخاب کرده و بعد به هر کدام از عددهای روی رأس‌هایش عدد ۱ را اضافه کرد.»  
 در ادامه‌ی کتاب هم خواند که اگر در هر مرحله یکی از ترکیب‌های:



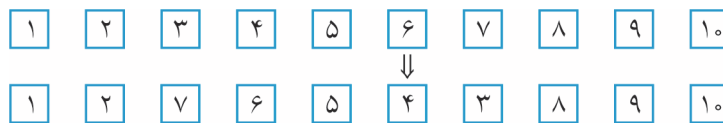
را به دست آورد، به ترتیب از A تا E فردی ساده‌لوح، کندذهن، سعادتمند، باهوش و فناناپذیر خواهد بود. پروفیسور کدام نمی‌تواند باشد؟

الف) باهوش      ب) سعادتمند      ج) کندذهن      د) ساده‌لوح      ه) فناناپذیر

۱۰۳. ۱۰ کارت با شماره‌های ۱، ۲، ۳، ...، ۱۰ به ترتیب روی میز گذاشته شده‌اند:



در هر حرکت حق داریم ۵ کارت متوالی (کنار هم) را برداریم و در همان‌جا ولی به ترتیب عکس روی میز بگذاریم. مثلاً:



(المپیاد ریاضی)

بعد از چند حرکت به کدام یک از حالت زیر می‌توان رسید؟

- الف) ۱-۱۰-۹-۸-۷-۶-۵-۴-۳-۲      ب) ۲-۴-۶-۸-۱۰-۱-۳-۵-۷-۹  
 ج) ۱۰-۵-۹-۴-۸-۳-۷-۲-۶-۱      د) ۱۰-۹-۸-۷-۶-۵-۴-۳-۲-۱  
 ه) ۲-۴-۶-۸-۱۰-۹-۷-۵-۳-۱

۱۰۴. علی چند برگ متوالی از کتابی را جدا کرد. شماره‌ی نخستین صفحه‌ی کنده شده ۱۸۳ است و می‌دانیم: شماره‌ی آخرین صفحه‌ی جدا شده هم با همین رقم‌ها منتها به ترتیبی دیگر نوشته شده است. علی چند صفحه از کتاب را جدا کرده است؟  
 الف) ۱۴۲      ب) ۱۳۸      ج) ۱۳۶      د) ۱۲۸      ه) ۱۲۶

۱۰۵. یک کتاب داستان ۲۱۰ صفحه دارد که صفحه‌های آن به ترتیب از ۱ تا ۲۱۰ شماره‌گذاری شده‌اند و از ۲۰ داستان تشکیل شده است. هر داستان از یک صفحه‌ی جدید شروع می‌شود و تعداد صفحه‌های هیچ دو داستانی یکسان نیست. حداکثر چند داستان وجود دارد که شماره‌ی صفحه‌ی شروع آن، عددی فرد است؟  
 الف) ۹      ب) ۱۰      ج) ۱۴      د) ۱۵      ه) ۱۶

۱۰۶. کتابی ۳۰ داستان دارد که هر کدامشان در صفحه‌ی جدیدی شروع شده‌اند. تعداد صفحه‌های هر داستان ۱ تا ۳۰ صفحه است و تعداد صفحه‌های هیچ دو داستانی یکی نیست. داستان اول از صفحه‌ی ۱ شروع می‌شود. بیش‌ترین تعداد ممکن داستان‌هایی که از صفحه‌ای فرد شروع می‌شوند، کدام است؟  
 الف) ۱۵      ب) ۱۸      ج) ۲۰      د) ۲۱      ه) ۲۳

۱۰۷. در برکه‌ای ۷ قطعه سنگ وجود دارد که از چپ به راست با اعداد ۱ تا ۷ شماره‌گذاری شده‌اند. قورباغه‌ای روی سنگ شماره‌ی یک نشسته است. فاصله‌ی سنگ‌ها به گونه‌ای است که اگر قورباغه روی سنگ  $i$  باشد می‌تواند حداکثر تا  $i$  سنگ جلو بپرد. به چند طریق ممکن است قورباغه، بدون برگشت به سمت چپ، به سنگ شماره‌ی ۷ برود؟ (المپیاد ریاضی)

الف) ۱۰      ب) ۱۱      ج) ۱۲      د) ۱۳      ه) ۱۴

۱۰۸. سه دسته سنگ‌ریزه داریم. در هر حرکت می‌توانیم به یکی از دسته‌ها به تعداد مجموع سنگ‌ریزه‌های دو دسته‌ی دیگر سنگ‌ریزه اضافه کنیم یا به همین تعداد از سنگ‌ریزه‌های آن برداریم. به چند طریق می‌توان از دسته‌هایی که ۱۹۹۳، ۱۹۹ و ۱۹ سنگ‌ریزه دارند، پس از انجام چند حرکت، دسته‌ای خالی به دست آورد؟ (مسابقات ریاضی)

الف) ۱      ب) ۲      ج) ۳      د) هیچ طریق

۱۰۹. در شکل زیر دو بلوک نشان داده شده است.

بلوک A: هر عدد به عنوان ورودی به این بلوک داده شود در خروجی آن، همان عدد به علاوه یک ظاهر می‌شود:

$$+1 \text{ (عدد ورودی)} \rightarrow \boxed{A} \rightarrow \text{عدد ورودی}$$

بلوک B: هر عدد به عنوان ورودی به این بلوک داده شود در خروجی آن، عدد ورودی به توان ۲ می‌رسد:

$$^2 \text{ (عدد ورودی)} \rightarrow \boxed{B} \rightarrow \text{عدد ورودی}$$

حال به ترکیب ماشین‌های زیر توجه کنید. در ورودی این زنجیره‌ی ماشین، عدد طبیعی  $n$  داده می‌شود و در خروجی عدد  $p$  ظاهر می‌شود.

$$n \rightarrow \boxed{A} \rightarrow \boxed{B} \rightarrow \boxed{A} \rightarrow \boxed{B} \rightarrow \dots \rightarrow \boxed{B} \rightarrow \boxed{A} \rightarrow p$$

کدام گزینه در مورد این زنجیره و عدد خروجی آن درست می‌باشد؟ (تعداد بلوک‌های B برابر ۱۳۹۰ تا است.) (المپیاد ریاضی)

الف) جمع تعداد بلوک‌های A و B عددی زوج می‌باشد.

ب) عدد  $p$  همیشه زوج می‌باشد.

ج) عدد  $p$  همیشه فرد می‌باشد.

د)  $n+p$  همیشه فرد است.

ه)  $n+p$  همیشه زوج است.

۱۱۰. ۷ نفر با شماره‌های ۱ تا ۷ در یک صف ایستاده‌اند. می‌دانیم بین افراد ۱ و ۵ یک نفر، بین افراد ۱ و ۷ سه نفر، بین افراد ۱ و ۳ یک نفر، بین افراد ۲ و ۴ یک نفر و بین افراد ۶ و ۴ یک نفر وجود دارد. این ۷ نفر به چند حالت می‌توانند در صف ایستاده باشند؟

الف) ۴      ب) ۸      ج) ۱۲      د) ۱۴      ه) ۱۶

۱۱۱. از بین اعداد طبیعی و متمایز  $a$ ،  $b$  و  $c$ ، دو عدد زوج و یک عدد فرد می‌باشد. زوجیت حاصل کدام یک از عبارت‌های زیر همواره ثابت است؟ (کنکور)

الف)  $ab+c$       ب)  $\frac{abc}{4}$       ج)  $\frac{a(b+c)}{2}$       د)  $a(b+c)$

۱۱۲. در صورتی که  $a$  و  $b$  اعداد صحیح و فرد و  $c$  یک عدد صحیح زوج باشد، کدام یک از موارد زیر حتماً نادرست است؟ (کنکور)

الف)  $(a-b)^2 c$ ، یک عدد زوج است.      ب)  $(a-b)(a-c)^2$ ، یک عدد زوج است.

ج)  $(a+b-1)(c-b)^2$ ، یک عدد فرد است.      د)  $(b-c)^2(b+c+a)$ ، یک عدد فرد است.