

فصل ۱ جبر و معادله

مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی

درس اول:

معادلات درجه دوم

درس دوم:

معادلات گویا و گنگ

درس سوم:

قدرمطلق و ویژگی‌های آن

درس چهارم:

آشنایی با هندسه تحلیلی

درس پنجم:

معمولاً در ریاضیات ما علاقه‌مند به بدست آوردن مجموع جملات دنباله‌ها هستیم. برای دنباله‌ای با جملات a_1, a_2, \dots, a_n مجموع n جمله‌ی اول به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$$

مجموع n جمله‌ی اول را با S_n نشان می‌دهیم (چون S اول کلمه‌ی Sum است). توجه کنید که خود S_n هم یک دنباله است.

مثال اگر $a_n = \sqrt{n} - \sqrt{n+1}$ باشد، حاصل S_{99} را بدست آورید.

پاسخ

$$S_{99} = a_1 + a_2 + \dots + a_{99}$$

$$S_n = (\sqrt{1} - \sqrt{2}) + (\sqrt{2} - \sqrt{3}) + (\sqrt{3} - \sqrt{4}) + \dots + (\sqrt{99} - \sqrt{100})$$

$$= (\sqrt{1} - \sqrt{2}) + (\sqrt{2} - \sqrt{2}) + (\sqrt{2} - \sqrt{3}) + \dots + (\sqrt{99} - \sqrt{100}) = \sqrt{1} - \sqrt{100} = 1 - 10 = -9$$

پس در حالت کلی $S_n = 1 - \sqrt{n+1}$ است.

مجموع جملات دنباله‌ی حسابی:

در تاریخ ریاضیات هست که ریاضی‌دانی آلمانی به نام گاوس زمان نوجوانی‌اش در مدرسه کار جذابی انجام داد. معلم از دانش‌آموزان خواست که مجموع اعداد ۱ تا ۱۰۰ را پیدا کنند و گاوس به سرعت جواب وی را می‌دهد که باعث شگفتی دبیر می‌شود. کاری که او انجام داد این بود که اعداد ۱ تا ۱۰۰ را زیر هم نوشت و آنها را با هم جمع کرد. این طوری:

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 99 + 100$$

$$+ S = 100 + 99 + 98 + \dots + 2 + 1$$

$$2S = 101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101$$

$$2S = 100 \cdot (101) = 10100 \rightarrow S = \frac{10100}{2} = 5050$$

در واقع او با این کار مجموع ۱۰۰ جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و قدر نسبت $d=1$ را پیدا کرد. به روش مشابه کاری که او انجام داد، می‌توانیم ثابت کنیم:

۱) $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ در یک دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و قدر نسبت d مجموع n جمله‌ی اول برابر است با:

۲) $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ اگر در رابطه‌ی بالا به جای a_n قرار دهید $a_1 + (n-1)d$ به رابطه‌ی دوم S_n می‌رسیم:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

نتیجه مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا n برابر است با:

مثال مجموع ۵۰ عدد فرد طبیعی متوالی با شروع از ۱ را بیابید.

پاسخ اعداد فرد طبیعی متوالی تشکیل دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول $a=1$ و قدرنسبت $d=2$ می‌دهند.

$$1, 3, 5, 7, \dots \rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d = 1 + (n-1) \times 2 = 2n - 1$$

$$a_{50} = 2(50) - 1 = 99$$

پس ۵۰ آمین عدد فرد طبیعی برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{n}{2}(1 + 2n - 1) = n^2 \rightarrow S_{50} = 50^2 = 2500$$

حالا مجموع جملات را حساب می‌کنیم:

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

نتیجه مجموع n عدد طبیعی فرد متوالی با شروع از ۱ برابر n^2 است. یعنی:

نکته در یک دنباله می‌دانیم $a_{n+1} = a_n + 2$ است. اگر $a_1 = -4$ باشد، مجموع ۸ جمله اول آن کدام است؟

صفر (۱) ۱۸ (۲) -۴ (۳) -۸ (۴)

پاسخ گزینه «۴»

چون $a_{n+1} - a_n = 2$ یعنی تفاضل هر دو جمله متوالی ۲ می‌شود، پس یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۲ داریم. به علاوه، سوال گفته که جمله سوم برابر ۴- است.

جمله اول ۲ تا d از جمله سوم عقب‌تر است؛ پس برابر $a_1 = -4 - 2(2) = -8$ می‌شود. حال S_8 را پیدا می‌کنیم:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \rightarrow S_8 = \frac{8}{2}(2(-8) + (8-1) \times 2) = 4(-16 + 14) = -8$$

تکانه

اگر مجموع n جمله اول دنباله a_n برابر S_n باشد، در این صورت داریم:

$$S_n - S_{n-1} = a_n$$

مثلاً $S_{11} - S_{10} = a_{11}$ می‌شود.

مثال در دنباله حسابی با جمله اول ۲- و قدرنسبت ۳:

الف) مجموع ۱۵ جمله اول دنباله را بیابید.

ب) مجموع ۱۱ جمله با شروع از جمله هشتم دنباله را بیابید.

ج) مجموع چند جمله اول دنباله برابر ۴۹ خواهد بود؟

پاسخ الف) $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \rightarrow S_{15} = \frac{15}{2}(2(-2) + (14)3) = \frac{15}{2}(-4 + 42) = \frac{15}{2}(38) = 15(19) = 285$

ب) مجموع ۱۱ جمله با شروع از جمله هشتم یعنی مجموع جملات $a_8 + a_9 + \dots + a_{18}$ را باید بدست آوریم. توجه کنید که تعداد جملات بالا ۱۱ تا است زیرا: $18 - 8 + 1 = 11$ می‌شود.

راه حل اول: برای بدست آوردن مجموع جملات ۸ تا ۱۸ ام می‌توانیم مجموع ۱۸ جمله اول را منهای مجموع ۷ جمله اول کنیم:

$$a_8 + a_9 + \dots + a_{18} = S_{18} - S_7$$

$$S_{18} = \frac{18}{2}(2(-2) + 17(3)) = 9(-4 + 51) = 423$$

$$S_7 = \frac{7}{2}(2(-2) + 6(3)) = \frac{7}{2}(14) = 49 \rightarrow a_8 + \dots + a_{18} = 423 - 49 = 374$$

راه حل دوم: گفتیم که مجموع n جمله اول یک دنباله می‌شود n برابر میانگین جملات اول و آخر:

$$a_8 + a_9 + \dots + a_{18} = \frac{11(a_8 + a_{18})}{2}$$

$$a_n = a + (n-1)d = -2 + (n-1) \times 3$$

$$a_8 = 19, a_{18} = 49 \rightarrow \text{مجموع} = 11 \left(\frac{19 + 49}{2} \right) = 11 \times 34 = 374$$

راه حل دوم خیلی قشنگ‌تر و منطقی‌تر از راه حل اول به نظر می‌رسد.

ج) $S_n = 49 \Rightarrow \frac{n}{2}[2(-2) + (n-1)(3)] = 49 \Rightarrow \boxed{n=7}$

نکته مجموع جمله‌های پنجم و نهم یک دنباله حسابی برابر ۲۶ است. مجموع ۱۳ جمله اول این دنباله کدام است؟

۱۹۶ (۱) ۱۶۹ (۲) ۱۵۶ (۳) ۱۶۵ (۴)

پاسخ گزینه «۲»

$$a_5 + a_9 = 26 \rightarrow (a + 4d) + (a + 8d) = 26 \rightarrow 2a + 12d = 26$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d) \Rightarrow S_{13} = \frac{13}{2}(2a + 12d) = \frac{13}{2} \times 26 = 169$$

حال مقدار S_{13} را پیدا می‌کنیم:

خیلی از بچه‌ها با دیدن این تست مأیوس می‌شوند و فکر می‌کنند اطلاعات داده شده در صورت سوال کم است. ناامید نشوید! روابطی که بلد هستید رو بنویسید. بالاخره به یه رابطه‌ای بین اون‌ها برای حل تست می‌رسید.



نتیجه در یک دنباله‌ی حسابی با تعداد جملات فرد، مجموع n جمله‌ی اول برابر n برابر جمله‌ی وسط است: $S_n = n$ (جمله وسط)

نکته در یک دنباله‌ی حسابی اگر جمله‌ی بیست و پنجم برابر ۶ باشد، مجموع جملات یازدهم تا سی و نهم کدام است؟

- ۱) ۱۳۷ ۲) ۱۷۴ ۳) ۱۶۸ ۴) ۱۸۴

پاسخ گزینه‌ی ۲

مجموع جملات یازدهم تا سی و نهم را می‌خواهیم که تعدادشان برابر $29 - 11 + 1 = 29$ تا است.

پس مجموع آنها برابر (جمله وسط) ۲۹ است. جمله‌ی وسط جملات یازدهم و سی و نهم هم که برابر $a_{25} = \frac{11+29}{2} = 20$ است. پس

مجموع برابر $29 \times 20 = 580$ می‌باشد.

در یک دنباله‌ی حسابی اگر $S_m = S_n$ باشد، آنگاه $S_{m+n} = 0$ است.



مثلاً اگر $S_7 = S_9$ باشد، آنگاه $S_{16} = 0$ است.

لطفاً در مورد دلیل و منطق پشت این نکته کمی فکر کنید.

نکته در یک دنباله‌ی حسابی با n جمله مجموع سه جمله‌ی اول، مجموع سه جمله‌ی آخر و مجموع کل جملات به ترتیب برابر ۱۲، ۳۸ و ۳۵۰ است. تعداد جملات این دنباله کدام است؟

- ۱) ۴۰ ۲) ۴۱ ۳) ۴۲ ۴) ۴۴

پاسخ گزینه‌ی ۳

سوال گفته $a_1 + a_2 + a_3 = 12$ و $a_n + a_{n-1} + a_{n-2} = 38$ است و $S_n = 350$ می‌باشد و مقدار n را از ما می‌خواهد. حتماً حواستان هست که $(a_1 + a_n)$ با $(a_2 + a_{n-1})$ با $(a_3 + a_{n-2})$ برابرند. پس کاری که می‌کنیم این است که اینها را زیر هم می‌نویسیم و با هم جمع می‌کنیم:

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + a_3 &= 12 \\ + a_n + a_{n-1} + a_{n-2} &= 38 \end{aligned}$$

$$(a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + (a_3 + a_{n-2}) = 50$$

هر سه عبارت برابرند: $(a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) = 50$

$$\Rightarrow 3(a_1 + a_n) = 50 \rightarrow a_1 + a_n = \frac{50}{3}$$

مقدار $a_1 + a_n = \frac{50}{3}$ بدست آمده است. S_n هم که برابر ۳۵۰ است و n را می‌خواهیم، پس دیگر غمی نداریم و سوال به راحتی حل می‌شود:

$$S_n = n \frac{(a_1 + a_n)}{2} = 350 \rightarrow 350 = n \left(\frac{3}{2} \right) = n \times \frac{50}{6} \rightarrow n = \frac{350}{50} \times 6 = 7 \times 6 = 42$$

نکته در بیست جمله‌ی اول از یک دنباله عددی، مجموع جملات ردیف فرد، ۱۳۵ و مجموع جملات ردیف زوج، ۱۵۰ است. جمله اول کدام است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

پاسخ گزینه‌ی ۱

منظور از مجموع جملات ردیف فرد در ۲۰ جمله اول $a_1 + a_3 + \dots + a_{19}$ است. به طور مشابه، مجموع جملات ردیف زوج $a_2 + a_4 + \dots + a_{20}$ می‌باشد.

جملات ردیف فرد و زوج را زیر هم می‌نویسیم. یک‌بار مقادیر بدست آمده را از هم کم می‌کنیم:

$$\begin{aligned} a_2 + a_4 + \dots + a_{20} &= 150 \\ - a_1 + a_3 + \dots + a_{19} &= 135 \end{aligned}$$

$$\underbrace{(a_2 - a_1)}_d + \underbrace{(a_4 - a_3)}_d + \dots + \underbrace{(a_{20} - a_{19})}_d = 150 - 135$$

$$\rightarrow 10d = 15 \rightarrow d = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

تعداد جملات سمت چپ ۱۰ تا است، پس:

با این روش قدر نسبت دنباله را بدست آوریم. حالا یک بار دیگر جملات ردیف فرد و زوج را زیر هم می نویسیم و عبارت ها را با هم جمع می کنیم:

$$a_2 + a_4 + \dots + a_{20} = 150$$

$$+ \quad a_1 + a_3 + \dots + a_{19} = 125$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{19} + a_{20} = 285$$

عبارت سمت چپ در واقع همان S_{20} است. پس $S_{20} = 285$ است:

$$S_{20} = \frac{20}{2}(2a + 19d) = 10(2a + 19d) = 20a + 285 = 285 \Rightarrow 20a = 0 \Rightarrow a = 0$$

اگر مجموع n جمله اول در یک دنباله حسابی به صورت $S_n = an^2 + bn + c$ باشد، آنگاه $a = \frac{d}{2}$ و $c = 0$ است.

تذکره

مثال اگر مجموع جملات یک دنباله حسابی به صورت $S_n = 2n^2 + 5n$ باشد.

الف) قدرنسبت را حساب کنید.

ب) جمله ۱۰ام را بدست آورید.

پاسخ

الف) ضریب n^2 برابر $\frac{d}{2}$ است؛ یعنی $\frac{d}{2} = 3$ پس $d = 6$ بدست می آید.

ب) جمله ۱۰ام برابر $S_{10} - S_9$ می باشد:

$$S_{10} = 2(100) + 5(10) = 250$$

$$S_9 = 2(81) + 5(9) = 218 \rightarrow a_{10} = 250 - 218 = 32$$

مجموع جملات دنباله های هندسی:

دنباله های هندسی $a, aq, aq^2, \dots, aq^{n-1}$ را در نظر بگیرید. n جمله اول این دنباله را نوشته ایم و حالا به دنبال مجموع جملات این n جمله هستیم. به طور مشابه با قسمت قبل S_n را به صورت زیر تعریف می کنیم:

$$S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1}$$

می خواهیم مجموع جملات این دنباله را بدست آوریم. طرفین عبارت بالا را در q ضرب می کنیم و از عبارت اولیه کم می کنیم:

$$S_n = a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1}$$

$$qS_n = aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1} + aq^n$$

$$S_n - qS_n = a - aq^n \Rightarrow S_n(1 - q) = a(1 - q^n) \rightarrow S_n = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q}, (q \neq 1)$$

نتیجه را در نکته ی زیر خلاصه می کنیم:

در یک دنباله ی هندسی با جمله عمومی $an = aq^{n-1}$ ، مجموع n جمله ی اول برابر

$$S_n = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q} \quad (q \neq 1)$$

است $S_n = a + aq + aq^2 + \dots + aq^{n-1}$ که از رابطه ی مقابل بدست می آید:

تذکره

مثال در یک دنباله ی هندسی با جمله اول ۲- و قدرنسبت ۳:

الف) مجموع یازده جمله اول را بدست آورید.

ب) مجموع جملات نوزدهم تا سی ام را بدست آورید.

ج) مجموع ۷ جمله سوم را حساب کنید.

پاسخ

الف) به هیچ چیزی نیاز نیست فکر کنیم. فرمول را می نویسیم و مقادیر داده شده را در آن جایگذاری می کنیم:

$$S_{11} = \frac{a(1 - q^{11})}{1 - q} \rightarrow S_{11} = \frac{-2(1 - 3^{11})}{1 - 3} = 1 - 3^{11}$$



ب) اول باید ببینیم از جمله ی نوزدهم تا سی ام چند تا جمله داریم؟ $12 = 1 + 19 + 30$ جمله داریم؛ $n = 12$ است. پس مجموع ۱۲ جمله ی متوالی از دنباله را می خواهیم و می دانیم جمله ی نوزدهم نقش جمله ی اول در این ۱۲ جمله را بازی می کند.

$$S_{12} = \frac{a_{19}(q^{12})}{1-q} \rightarrow S_{12} = \frac{-2 \times 3^{18}(1-3^{12})}{1-3} = 3^{18} - 3^3$$

ج) هفت جمله ی سوم مجموع جملات ۱۵ ام تا ۲۱ ام می باشد. پس $n = 7$ جمله داریم که جمله ی اول از این ۷ جمله همان جمله ی ۱۵ ام است:

$$S_7 = \frac{a_{15}(1-q^7)}{1-q} = \frac{-2 \times 3^{14}(1-3^7)}{1-3} = 3^{14} - 3^{21}$$

مثال در یک دنباله ی هندسی مجموع سه جمله ی اول ۱۳۶ و مجموع شش جمله ی اول ۱۵۳ است. قدرنسبت دنباله را بیابید.

$$S_3 = \frac{a(1-q^3)}{1-q} = 136$$

پاسخ مجموع سه جمله ی اول ۱۳۶ است؛ یعنی:

$$S_6 = \frac{a(1-q^6)}{1-q} = 153$$

به طور مشابه، وقتی مجموع شش جمله اول ۱۵۳ است، داریم:

برای اینکه عبارت ها ساده شوند، باید طرفین این دو تساوی را بر هم تقسیم کنیم:

$$\frac{S_6}{S_3} = \frac{153}{136} = \frac{\frac{a(1-q^6)}{1-q}}{\frac{a(1-q^3)}{1-q}} = \frac{1-q^6}{1-q^3} \xrightarrow{\text{مزدوج}} \frac{153}{136} = \frac{(1-q^3)(1+q^3)}{1-q^3} = 1+q^3 \rightarrow q^3 = \frac{153}{136} - 1 = \frac{153-136}{136} = \frac{17}{136} = \frac{1}{8} \rightarrow q = \frac{1}{2}$$

نکته به ازای یک مقدار x اعداد $x^2 - 2$ و $2x$ و $x^2 + 4$ ، به ترتیب سه جمله ی اول از یک دنباله هندسی نزولی اند. مجموع هفت جمله ی اول این دنباله، کدام است؟

$$\frac{127}{8} \quad (4)$$

$$\frac{63}{4} \quad (3)$$

$$\frac{125}{16} \quad (2)$$

$$\frac{117}{16} \quad (1)$$

پاسخ گزینه ی ۴

سه جمله ی متوالی از دنباله ی هندسی را داریم. جمله ی وسط واسطه ی هندسی بین جملات کناری است:

$$(2x)^2 = (x^2 + 4)(x^2 - 2) \Rightarrow 4x^2 = x^4 + 2x^2 - 8$$

$$\xrightarrow{\text{همه یک طرف}} x^4 - 2x^2 - 8 = 0 \Rightarrow (x^2 + 2)(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow \text{جملات: } 8, 4, 2 \text{ است. نزولی است.} \\ x = -2 \Rightarrow \text{جملات: } 8, -4, 2 \text{ است. غیر نزولی است.} \end{cases}$$

چون در صورت تست آمده که جملات دنباله نزولی است، پس $x = 2$ صحیح می باشد و جملات دنباله ۲ و ۴ و ۸ خواهند بود. با توجه به نزولی بودن آن واضح است که جمله ی اول $a = 8$ است و قدرنسبت هم $q = \frac{1}{2}$ می باشد. مجموع ۷ جمله اول آن را حساب می کنیم:

$$S_7 = \frac{a(1-q^7)}{1-q} = \frac{8(1-(\frac{1}{2})^7)}{1-\frac{1}{2}} = \frac{8(1-\frac{1}{128})}{\frac{1}{2}} = 16(1-\frac{1}{128}) = 16 - \frac{1}{8} = \frac{128-1}{8} = \frac{127}{8}$$

نکته بین اعداد ۸ و $\frac{40}{5}$ سه عدد چنان درج شده که ۵ جمله حاصل تشکیل دنباله ی هندسی با قدرنسبت مثبت می دهند. مجموع این ۵ جمله کدام است؟

$$117/5 \quad (4)$$

$$112/5 \quad (3)$$

$$107/5 \quad (2)$$

$$105/5 \quad (1)$$

پاسخ گزینه ی ۱

این پنج جمله مطابق شکل مقابل هستند:

$$8, a_2, a_3, a_4, \frac{40}{5}$$

$$\begin{matrix} \xrightarrow{\times q} & \xrightarrow{\times q} & \xrightarrow{\times q} & \xrightarrow{\times q} \end{matrix}$$

$$q^f = \frac{f_0 / \Delta}{\lambda} = \frac{\frac{\lambda 1}{\lambda}}{\lambda} = \frac{\lambda 1}{\lambda^2} = \left(\frac{\lambda}{\lambda}\right)^f \rightarrow q = \begin{cases} \frac{3}{2} \\ -\frac{3}{2} \end{cases}$$

می توان فهمید که $8 \times q^f = 40/5$ است؛ پس:

سؤال گفته قدرنسبت مثبت است؛ پس $q = \frac{3}{2}$ خواهد بود.

$$S_\Delta = \frac{a(1-q^\Delta)}{1-q} = \frac{\lambda((1-\frac{3}{2})^\Delta)}{1-\frac{3}{2}} = \frac{\lambda(1-\frac{243}{32})}{-\frac{1}{2}} = -16(1-\frac{243}{32}) = -16 + \frac{243}{2} = \frac{243-32}{2} = \frac{211}{2} = 105.5$$

نکته حاصل عبارت $\frac{t^8 - t^7 - t^6 - \dots - t + 1}{t^6 - t^3 + 1}$ به ازای $t = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$ کدام است؟

۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

پاسخ گزینه ۳

برویم سراغ صورت کسر، صورت را برعکس بنویسیم:
 نه جمله از یک دنباله هندسی با جمله اول $a = 1$ و قدرنسبت $q = -t$ را می بینیم که با هم جمع می شوند. مجموع آنها را حساب می کنیم:

$$S_9 = \frac{a(1-q^9)}{1-q} = \frac{1(1-(-t)^9)}{1-(-t)} = \frac{1+t^9}{1+t}$$

حالا می رویم سراغ مخرج عبارت $1-t^3+t^6$ سه جمله از یک دنباله هندسی با جمله اول $a = 1$ و قدرنسبت $q = -t^3$ هستند که با هم

$$S_3 = \frac{a(1-q^3)}{1-q} = \frac{1(1-(-t)^3)}{1-(-t^3)} = \frac{1-t^9}{1+t^3}$$

جمع می شوند. مجموع این ۳ جمله را هم حساب می کنیم:

حال مقادیر به دست آمده را در کسر به جای صورت و مخرج جایگذاری می کنیم:

$$\frac{t^8 - t^7 + t^6 - \dots - t + 1}{t^6 - t^3 + 1} = \frac{1+t^9}{1+t} \cdot \frac{1+t^3}{1+t} = \frac{(1+t)(1-t+t^2)}{1+t} = 1-t+t^2$$

حال در عبارت بدست آمده $t = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$ قرار می دهیم:

$$1 - \left(\frac{1 + \sqrt{17}}{2}\right) + \left(\frac{1 + \sqrt{17}}{2}\right)^2 = \frac{1 - \sqrt{17}}{2} + \frac{1 + 17 + 2\sqrt{17}}{4} = \frac{2 - 2\sqrt{17} + 1 + 17 + 2\sqrt{17}}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

مثال ثابت کنید $1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1} = \frac{a^n - 1}{a - 1}$

پاسخ مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی با جمله اول $a = 1$ و قدرنسبت $d = a$ را می خواهیم.

$$S_n = 1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1} = \frac{1(1-a^n)}{1-a} \rightarrow 1 + a + a^2 + \dots + a^{n-1} = \frac{a^n - 1}{a - 1}$$

نتیجه $a^n - 1 = (a - 1)(a^{n-1} + a^{n-2} + \dots + a^2 + a + 1)$ است.

مثال حاصل $1 + x^2 + x^4 + \dots + x^{14}$ به ازای $x = \sqrt{2}$ را بیابید.

پاسخ یک دنباله هندسی با جمله اول $a = 1$ و قدرنسبت $q = x^2$ داریم. تعداد جملات را می خواهیم که برابر $1 + \frac{14-0}{2} = 8$ است. چون

توان ها تشکیل یک دنباله حسابی می دهند و تعداد آنها برابر $1 +$ جمله اول - جمله آخر است. پس مجموع ۸ جمله از دنباله هندسی را می خواهیم:

$$S_n = \frac{a(1-q^8)}{1-q} = \frac{1(1-(x^2)^8)}{1-x^2} = \frac{1-x^{16}}{1-x^2} \xrightarrow{\text{فاصله}} \frac{x=\sqrt{2}}{1-(\sqrt{2})^2} = \frac{1-2^8}{1-2} = \frac{1-256}{-1} = 255$$

سری اول

دنباله‌ی حسابی

(نوبتی ۹۲)

۱- در دنباله‌ی حسابی $\dots, 5, 0, -5$ ، مجموع بیست جمله اول کدام است؟

- (۱) ۶۵۰ (۲) ۷۵۰ (۳) ۸۵۰ (۴) ۹۵۰

(تجربی ۱۹)

۲- در یک تصاعد عددی جمله‌ی m ام به صورت $a_n = \frac{2}{3}n - 5$ است. مجموع ۱۵ جمله‌ی اول این تصاعد کدام است؟

- (۱) ۹۰ (۲) ۱۰۵ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۳۵

۳- در یک میوه‌فروشی پرتقال‌ها در ردیف بالا ۵ تا، زیر آن ۸ تا، ردیف بعدی ۱۱ تا و ... اگر پرتقال‌ها در ۱۲ ردیف چیده شده باشند، تعداد کل پرتقال‌ها کدام است؟

- (۱) ۲۴۸ (۲) ۳۵۸ (۳) ۲۵۸ (۴) ۳۴۸

(نوبتی ۹۳)

۴- در دنباله‌ی حسابی $\dots, 9, 15, 21$ حداقل چند جمله آن را باید جمع کنیم تا حاصل از ۳۰۰ بیشتر شود؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

۵- در یک دنباله‌ی حسابی با جملات $a_1 = 4 + k$ ، $a_2 = 2k + 3$ و $a_3 = 11$ ، مجموع n جمله‌ی اول ۲۴۷ است، n کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۶ (۴) ۱۹

۶- بر محیط دایره‌ای ۳۰ نقطه وجود دارد. از هر نقطه به نقاط دیگر وصل می‌کنیم. تعداد کل وترهای متمایز کدام است؟

- (۱) ۴۱۵ (۲) ۴۳۰ (۳) ۴۳۵ (۴) ۴۲۵

۷- در یک دنباله‌ی حسابی جملات سوم و هفتم به ترتیب ۱۰ و ۱۸ می‌باشند. مجموع ۳۰ جمله‌ی اول کدام است؟

- (۱) ۱۰۰۰ (۲) ۱۱۰۰ (۳) ۱۰۵۰ (۴) ۱۰۲۵

۸- مجموع اعداد فرد و طبیعی که مضرب ۳ بوده و دو رقمی باشند، کدام است؟

- (۱) ۸۵۵ (۲) ۷۴۵ (۳) ۹۴۵ (۴) ۹۵۵

۹- مجموع ۶ جمله‌ی اول یک دنباله حسابی با جمله‌ی دوم آن برابر است. جمله‌ی سوم چند برابر جمله‌ی پنجم است؟

- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۳) $\frac{14}{5}$ (۴) $\frac{14}{9}$

۱۰- در دنباله‌ی حسابی $\dots, 3, 2x+3, 2x+9, 3x$ ، مجموع جملات منفی کدام است؟

- (۱) -۱۳۵ (۲) -۱۵۰ (۳) -۷۵ (۴) -۲۷۰

۱۱- در یک دنباله‌ی حسابی $S_7 = 4S_1$ است. حاصل $\frac{a_{10}}{a_7}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) $\frac{7}{5}$ (۳) $\frac{19}{7}$ (۴) $\frac{9}{4}$

۱۲- در یک تصاعد حسابی جمله‌های سوم و نهم قرینه‌اند. اگر جمله‌ی یازدهم برابر ۲۰ باشد، مجموع ۶ جمله اول کدام است؟

- (۱) ۱۸۰ (۲) -۱۸۰ (۳) ۶۰ (۴) -۶۰

۱۳- بین ۱۰ و ۲۰ چند واسطه‌ی حسابی درج کنیم تا جمع واسطه‌ها ۶۰ شود؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱



۱۴- مجموع ۱۵ جمله اول یک دنباله حسابی ۱۸۰ است. مجموع جملات سوم و سیزدهم کدام است؟

- ۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۲۱ ۴) ۲۴

۱۵- در یک دنباله‌ی حسابی جمله دهم، نصف جمله چهارم است. حداکثر چند جمله را از این دنباله جمع کنیم تا حاصل منفی شود؟

- ۱) ۳۰ ۲) ۳۱ ۳) ۱۵ ۴) ۱۶

۱۶- در دنباله‌ای حسابی $a_1 = 12 + \sqrt{3}$ و $a_7 = 10 + \sqrt{3}$ می‌باشند. مجموع سه جمله‌ی چهارم چه قدر از مجموع سه جمله‌ی پنجم بیشتر است؟

- ۱) ۱۲ ۲) ۱۴ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

۱۷- در یک دنباله‌ی حسابی که دارای ۱۱ جمله است، جمله ششم برابر ۲۱ است. مجموع جملات این دنباله چه قدر است؟

- ۱) ۲۰۱ ۲) ۲۱۱ ۳) ۲۲۱ ۴) ۲۳۱

۱۸- در بیست جمله‌ی اول از دنباله‌ای عددی، مجموع جملات ردیف فرد ۱۳۵ و مجموع جملات ردیف زوج ۱۵۰ می‌باشد. جمله اول کدام است؟

- ۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۹- در یک دنباله‌ی عددی مجموع ۴ جمله اول ۱۵ و مجموع ۵ جمله بعدی آن ۳۰ است. جمله‌ی یازدهم این تصاعد کدام است؟

- ۱) $7/5$ ۲) ۸ ۳) $8/5$ ۴) ۹

۲۰- مجموع همه اعداد سه رقمی که باقیمانده تقسیم آنها به ۴ برابر ۲ است، کدام است؟

- ۱) ۱۳۲۷۵۰ ۲) ۱۳۳۷۵۰ ۳) ۱۳۳۷۵۰ ۴) ۱۳۳۲۵۰

۲۱- مجموع چند جمله‌ی دنباله حسابی $12, 9, 6, \dots$ برابر با صفر است؟

- ۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) ۱۰

۲۲- در یک دنباله‌ی عددی، مجموع بیست جمله اول سه برابر مجموع دوازده جمله اول آن است. اگر جمله‌ی سوم برابر ۶ باشد، جمله دهم کدام است؟

- ۱) ۳۲ ۲) ۳۶ ۳) ۳۴ ۴) ۳۸

۲۳- مقدار x از معادله $1 + 5 + 9 + \dots + x = 231$ برابر کدام است؟

- ۱) ۴۳ ۲) ۳۹ ۳) ۴۱ ۴) ۳۷

۲۴- مجموع تمام اعداد بخش‌پذیر ۷ بین ۱۰۰ و ۲۰۰ کدام است؟

- ۱) ۱۲۷۰ ۲) ۱۳۰۷ ۳) ۲۱۰۷ ۴) ۲۰۰۷

سری دوم

۲۵- در یک دنباله‌ی حسابی a_5 از a_8 دوازده واحد کمتر است. اگر مجموع جملات ششم و دهم برابر ۶۰ باشد، حداقل چند جمله از این دنباله را جمع کنیم تا حاصل بیشتر از ۳۰۰ شود؟

- ۹ (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۳ (۴)

۲۶- در یک دنباله‌ی عددی با جمله‌ی اول $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ اگر یک واحد به قدرنسبت اضافه شود، آنگاه به مجموع ۵۰ جمله اول چه قدر افزوده می‌شود؟

- ۱۰۲۵ (۱) ۱۰۵ (۲) ۱۲۲۵ (۳) ۱۱۵۰ (۴)

۲۷- مجموع چند جمله از دنباله ۱, ۳, ۵, ۷, ... برابر جمله ۶۱ام است؟

- ۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

۲۸- یک دنباله‌ی حسابی ۱۹ جمله دارد و مجموع سه جمله وسط ۱۵ است. جمع کل جملات کدام است؟

- ۸۵ (۱) ۹۵ (۲) ۱۰۵ (۳) ۱۱۵ (۴)

۲۹- در دنباله‌ی حسابی ... ۱۴, ۱۰, ۶, ۲ حداقل باید چند جمله‌ی اول را با هم جمع کنیم تا حاصل آن از مجموع ۱۵ جمله اول دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n = 4n - 6$ بیشتر باشد؟

- ۱۳ (۱) ۱۴ (۲) ۱۲ (۳) ۱۱ (۴)

۳۰- در یک دنباله‌ی حسابی مجموع جملات چهارم و بیست و ششم برابر ۴۲ است. مجموع جملات دهم تا بیستم این دنباله کدام است؟

- ۲۲۱ (۱) ۲۳۱ (۲) ۲۱۱ (۳) ۲۰۱ (۴)

۳۱- مجموع ۵ جمله‌ی اول از یک دنباله حسابی صعودی ۶۰ و مجموع دو جمله بزرگتر سه برابر مجموع سه جمله کوچک‌تر است قدرنسبت آن کدام است؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴)

۳۲- مجموع هشت جمله‌ی اول دنباله حسابی ... $1, 3x+1, x, 3x+1, \dots$ برابر ۲۲۰ است. جمله پنجم این دنباله کدام است؟

- ۲۸ (۱) ۲۵ (۲) ۳۱ (۳) ۳۴ (۴)

۳۳- در دنباله‌های حسابی $(2, 9, 16, 23, \dots)$ و $(12, 17, 22, 27, \dots)$ چند عدد سه رقمی مشترک کوچک‌تر از ۳۰۰ موجود است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۳۴- در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع ۵ جمله اول آن، $\frac{1}{3}$ مجموع پنج جمله‌ی بعدی است. جمله دوم چند برابر جمله اول است؟

- $\frac{3}{2}$ (۱) $\frac{5}{2}$ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۵- مجموع n جمله‌ی اول یک دنباله عددی به صورت $S_n = \frac{n(n-3)}{4}$ است. مجموع جملاتی از این دنباله که از جمله بیست و پنجم شروع و به جمله سی و پنجم ختم شوند، کدام است؟

- ۱۳۲ (۱) ۱۴۵ (۲) ۱۴۸ (۳) ۱۵۴ (۴)

۳۶- در یک دنباله‌ی عددی مجموع جملات دهم و هفدهم و سی‌ام برابر ۱۸۰ است؛ مجموع ۳۷ جمله‌ی اول تصاعد کدام است؟

- ۲۲۱۰ (۱) ۲۲۲۰ (۲) ۱۸۴۰ (۳) ۱۸۶۰ (۴)

۳۷- در یک دنباله‌ی حسابی $S_8 - S_5 = 7$ است. حاصل $a_7 + a_6 + \dots + a_1$ چه قدر است؟

- ۱۴ (۱) $\frac{14}{3}$ (۲) ۴۹ (۳) $\frac{49}{3}$ (۴)

۳۸- در یک دنباله‌ی حسابی مجموع ۴ جمله اول ۸۰ و مجموع ۱۰ جمله‌ی بعدی ۳۴۰ است. مجموع ۱۰ جمله اول کدام است؟

- ۲۶۰ (۴) ۱۹۰ (۳) ۲۳۰ (۲) ۲۷۰ (۱)

۳۹- حاصل $S = 100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + \dots + 2^2 - 1^2$ مضرب چند عدد اول است؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۴۰- اعداد طبیعی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که آخرین جمله‌ی هر دسته مجذور کامل باشد. $(1), (2, 3, 4), (5, 6, 7, 8, 9), \dots$ مجموع جملات دسته دهم کدام است؟

- ۱۸۴۸ (۴) ۱۷۲۹ (۳) ۱۷۱۰ (۲) ۱۶۹۱ (۱)

۴۱- در دنباله‌ای عددی $S_n = \left(\frac{n}{2} - \frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{9}$ است. حاصل $a_3 + a_5 + a_7 + a_9$ کدام است؟

- $\frac{25}{3}$ (۴) $\frac{26}{3}$ (۳) $\frac{29}{3}$ (۲) $\frac{28}{3}$ (۱)

۴۲- جمله‌ی n ام یک دنباله‌ی حسابی $2 + 3bn$ و مجموع n جمله‌ی اول آن $2n - an^2$ است. حاصل $a - b$ کدام است؟

- $-\frac{7}{3}$ (۴) $\frac{7}{3}$ (۳) $-\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۱)

۴۳- در دنباله‌ی عددی $16, \dots, c, 8, b, a$ مجموع جملاتی که عددی دو رقمی هستند، کدام است؟

- ۱۱۸۸ (۴) ۱۱۹۶ (۳) ۱۳۰۰ (۲) ۱۲۰۰ (۱)

۴۴- مجموع n جمله‌ی اول یک دنباله عددی از رابطه‌ی $S_n = n^2 + 2n$ به دست می‌آید. مجموع جملات هفتم و هشتم و نهم چقدر است؟

- ۷۶ (۴) ۳۶ (۳) ۵۱ (۲) ۷۲ (۱)

۴۵- مجموع n جمله اول دنباله‌ی عددی $S_n = \frac{n(9n-5)}{6}$ است. قدر نسبت این دنباله کدام است؟

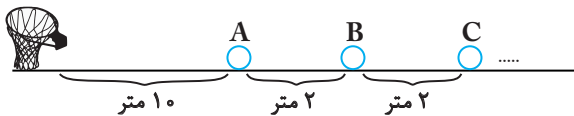
- $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{4}{3}$ (۳) ۳ (۲) $\frac{2}{3}$ (۱)

۴۶- در یک دنباله‌ی عددی با جمله‌ی اول a اگر ۲ واحد از قدر نسبت کم کنیم و ۵ واحد به جمله‌ی اول اضافه کنیم، آنگاه از مجموع ۳۰ جمله اول چقدر کاسته می‌شود؟

- ۷۲۰ (۴) ۹۷۰ (۳) ۸۷۰ (۲) ۷۸۰ (۱)

۴۷- مطابق شکل تعدادی توپ بر روی یک خط مستقیم و به فاصله‌ی ۲ متر از هم قرار دارند. فاصله‌ی توپ اول از سبد ۱۰ متر است.

اگر دونه کنار توپ A باشد و هر توپ را برداشته و به سبد بیندازد و مجدداً به طرف توپ بعدی برود و آن را داخل سبد بیندازد در مجموع ۷۱۰ متر دویده است. او چند توپ در سبد انداخته است؟



- ۱۲ (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴)



سری سوم

۴۸- در یک دنباله‌ی حسابی با ۱۸ جمله مجموع سه جمله‌ی اول و سه جمله‌ی آخر ۳۷ است. مجموع ۱۸ جمله کدام است؟

- (۱) ۱۱۱
- (۲) ۱۲۱
- (۳) ۹۱
- (۴) ۱۳۱

۴۹- مجموع n جمله‌ی اول دنباله‌ی عددی از رابطه $S_n = n^2 + n$ بدست می‌آید. اگر a_1, a_2, \dots, a_k جملات متوالی این دنباله باشند، حاصل $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{99}$ چقدر است؟

- (۱) ۲۵۰۰
- (۲) ۲۵۵۰
- (۳) ۴۹۰۰
- (۴) ۵۰۰۰

۵۰- جمع جملات دنباله‌ی حسابی از رابطه‌ی $S_n = (a-2)n^3 + 3n^2 + (b-1)n + b + a$ محاسبه می‌شود؛ جمله‌ی هشتم این تصاعد کدام است؟

- (۱) ۳۸
- (۲) ۴۶
- (۳) ۳۴
- (۴) ۴۲

۵۱- در دو دنباله‌ی حسابی به صورت $\begin{cases} 2, 5, 8, \dots \\ 1, 5, 9, \dots \end{cases}$ مجموع اعداد مشترک در بازه‌ی (۲۰۰, ۳۰۰) کدام است؟

- (۱) ۲۰۰۸
- (۲) ۲۰۱۰
- (۳) ۲۰۱۲
- (۴) ۲۰۱۴

۵۲- اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات در هر دسته، برابر شماره‌ی آن دسته باشد. (۱), (۳, ۵), (۷, ۹, ۱۱), ... مجموع دو جمله‌ی اول و آخر دسته‌ی سی‌ام، کدام است؟

- (۱) ۱۷۰۰
- (۲) ۱۷۵۰
- (۳) ۱۸۰۰
- (۴) ۱۸۵۰

۵۳- در الگوی زیر تعداد جملات هر دسته از یک الگوی حسابی پیروی می‌کند. نهمین جمله در دسته‌ی یازدهم کدام است؟ (کانون)

(۱۰, ۱۴), (۱۸, ۲۲, ۲۶, ۳۰, ۳۴), (۳۸, ۴۲, ۴۶, ۵۰, ۵۴, ۵۸, ۶۲, ۶۶), ...

- (۱) ۶۲۲
- (۲) ۶۴۲
- (۳) ۶۶۲
- (۴) ۶۸۲

۵۴- اعداد طبیعی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر شماره‌ی آن دسته باشد (تجربی قارج از کشور ۹۴) (۱), (۲, ۳), (۴, ۵, ۶), (۷, ۸, ۹, ۱۰), ... مجموع جملات در دسته‌ی بیستم کدام است؟

- (۱) ۴۰۱۰
- (۲) ۴۰۲۰
- (۳) ۴۰۳۰
- (۴) ۴۰۴۰

۵۵- اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر با شماره‌ی آن دسته باشد: (۱), (۳, ۵), (۷, ۹, ۱۱), ... جمله‌ی آخر در دسته‌ی بیستم کدام است؟

- (۱) ۴۱۵
- (۲) ۴۱۹
- (۳) ۴۲۱
- (۴) ۴۲۳

۵۶- در یک تصاعد حسابی $S_{10} = S_8$ است؛ حاصل S_{18} کدام است؟

- (۱) ۲۰
- (۲) ۴۵
- (۳) صفر
- (۴) ۲۳

سری اول

دنباله هندسی

درس اول: مجموع جملات دنباله‌های حسابی و هندسی

۵۷- در دنباله‌ی $3 + 9 + 27 + \dots$ حاصل ۶ جمله‌ی اول کدام است؟

- (۱) ۱۰۹۵ (۲) ۱۰۹۲ (۳) ۱۰۹۴ (۴) ۱۰۹۳

۵۸- مجموع چند جمله‌ی دنباله‌ی هندسی $6, -12, 24, \dots$ برابر ۱۰۲۶ است؟

- (۱) ۹ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۱۲

۵۹- دنباله‌ی هندسی $\dots, \frac{1}{3}, 2, x, \dots$ غیرنزولی است. مجموع شش جمله‌ی اول آن کدام است؟ (ریاضی ۱۸۶)

- (۱) $\frac{41}{32}$ (۲) $\frac{21}{16}$ (۳) $\frac{11}{8}$ (۴) $\frac{23}{16}$

۶۰- در تصاعد هندسی $1, 2, 4, \dots$ مجموع چهارده جمله‌ی اول چند برابر مجموع هفت جمله‌ی اول آن است؟ (تجربی قارج ۹۰)

- (۱) ۶۵ (۲) ۶۳ (۳) ۱۲۷ (۴) ۱۲۹

۶۱- در یک دنباله‌ی هندسی $a_1 = 3$ و $a_1 = (a_2)^2$ ، مجموع ۴ جمله‌ی اول آن کدام است؟

- (۱) $\frac{20}{9}$ (۲) $\frac{40}{9}$ (۳) $\frac{30}{9}$ (۴) $\frac{50}{9}$

۶۲- در یک دنباله‌ی هندسی مجموع هشت جمله‌ی اول $\frac{5}{4}$ مجموع چهار جمله‌ی اول آن است؛ جمله‌ی هفتم چند برابر جمله‌ی اول است؟ (ریاضی ۱۸۵)

- (۱) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{5}{32}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۶۳- حاصل $\frac{t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1}$ به ازای $t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ کدام است؟ (ریاضی ۹۳)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۶۴- سه جمله‌ی متوالی یک دنباله هندسی صعودی با جملات مثبت x و $x-1$ و $\frac{x}{4}$ می‌باشد. مجموع ۱۰ جمله‌ی اول دنباله چند

برابر مجموع ۵ جمله اول آن است؟

- (۱) ۳۳ (۲) $\frac{31}{22}$ (۳) $\frac{33}{22}$ (۴) ۲

۶۵- در یک دنباله‌ی هندسی صعودی به صورت $\dots, b, 9, a, 4, \dots$ مجموع شش جمله‌ی اول این دنباله کدام است؟ (ریاضی قارج از کشور ۱۸۹)

- (۱) $81\frac{3}{8}$ (۲) $81\frac{7}{8}$ (۳) $82\frac{3}{8}$ (۴) $83\frac{1}{8}$

۶۶- مجموع سه جمله‌ی اول یک دنباله‌ی هندسی نزولی ۵ برابر جمله‌ی دوم است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) $3 - \sqrt{2}$ (۲) $2 + \sqrt{3}$ (۳) $3 + \sqrt{2}$ (۴) $2 - \sqrt{3}$

۶۷- در یک دنباله‌ی هندسی مجموع جملات دوم و سوم برابر ۵ و مجموع جملات پنجم و ششم برابر ۴۰ است. مجموع ۶ جمله‌ی

اول دنباله چه قدر است؟

- (۱) $62/5$ (۲) $56/5$ (۳) $54/5$ (۴) $52/5$

۶۸- جمله عمومی یک دنباله به صورت $a_n = 6 \times 3^{n-1}$ می‌باشد. چند جمله‌ی اول این دنباله را با هم جمع بزنیم تا مجموع آنها ۶۵۵۲ باشد؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸



۶۹- حاصل $A = (1+x+x^2+\dots+x^8)(1-x+x^2-\dots+x^8)$ به ازای $x = \sqrt{2}$ کدام است؟

- ۵۱۶ (۴) ۵۱۲ (۳) ۵۱۱ (۲) ۵۰۷ (۱)

۷۰- بین دو عدد ۳۲۴ و ۴ سه عدد چنان درج شده است که پنج عدد حاصل تشکیل یک دنباله‌ی هندسی دهند. مجموع این ۵

(ریاضی قاج از کشور ۹۱)

عدد مثبت کدام است؟

- ۴۸۸ (۴) ۴۸۶ (۳) ۴۸۴ (۲) ۴۸۲ (۱)

۷۱- حاصل عبارت $\frac{(a-1)(a^3+a^2+a+1)}{a^2+1}$ به ازای $a = \sqrt{10}$ کدام است؟

- $4\sqrt{5}$ (۴) ۹ (۳) ۸ (۲) ۷ (۱)

۷۲- حاصل عبارت $(x^7-x^6+\dots+1)(x^7+x^6+\dots+1)$ به ازای $x = \sqrt{3}$ کدام است؟

- ۹۸۰ (۴) ۱۰۱۰ (۳) ۱۰۲۰ (۲) ۱۰۴۰ (۱)

۷۳- بین دو عدد ۲ و $16\sqrt{2}$ شش عدد چنان درج شده‌اند به طوری که هشت عدد حاصل دنباله‌ی هندسی تشکیل داده‌اند. مجموع این

(ریاضی قاج از کشور ۸۸)

هشت عدد کدام است؟

- $36(\sqrt{2}+1)$ (۴) $30(\sqrt{2}+1)$ (۳) $48\sqrt{2}$ (۲) $30(2+\sqrt{2})$ (۱)

۷۴- در یک دنباله‌ی هندسی صعودی مجموع ۱۲ جمله‌ی اول ۲۷۳ برابر مجموع ۴ جمله‌ی اول است. جمله‌ی پنجم چند برابر جمله‌ی

دوم است؟

- ۱۶ (۴) ۱۶ (۳) -۸ (۲) ۸ (۱)