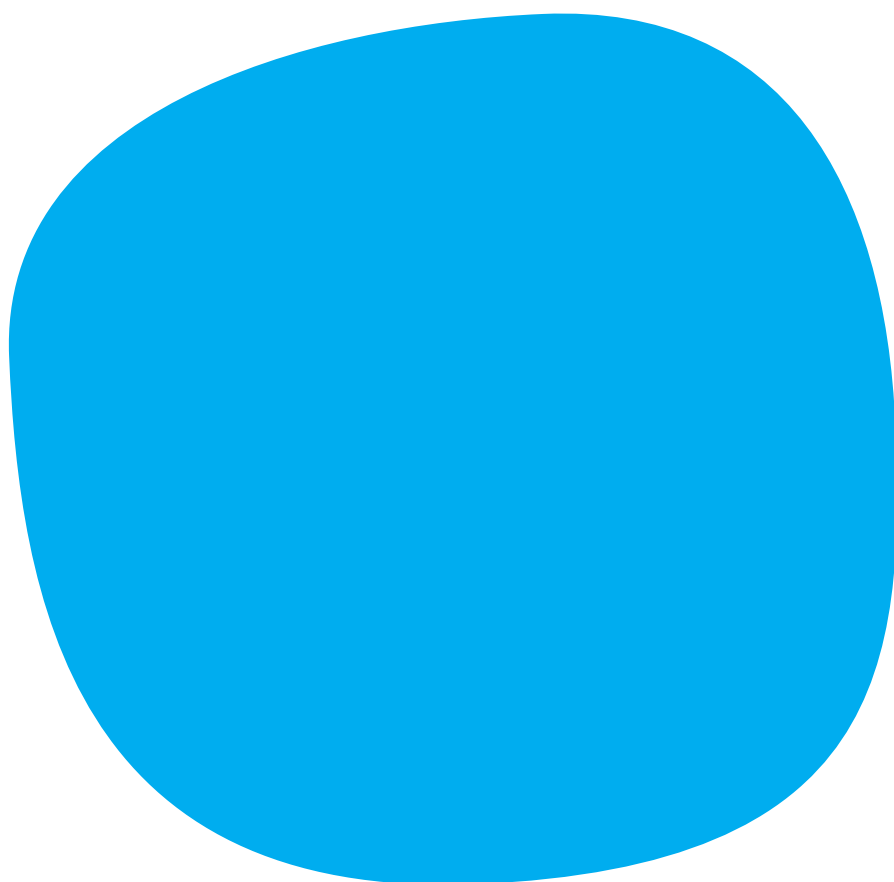


PDF Compressor Free Version

خدا  
دانش  
آگاهی  
:



# تست جامع ریاضی و آمار

رشته انسانی

سرشناسه: لطفی، پژمان  
عنوان و نام پدیدآورندگان: تست جامع ریاضی و آمار انسانی (دهم، یازدهم، دوازدهم)، پژمان لطفی، محمدرضا امیری، فاروق منوچهری، پگاه نادری  
مشخصات نشر: تهران، انتشارات کاگو  
فروست: از مجموعه کتاب‌های مرجع کنکور کاگو  
شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۴۵۰-۵۴۱-۳  
وضعیت فهرست‌نویسی: فیبای مختصر  
شماره کتابشناسی ملی: ۹۲۲۱۶۷۴

## ناشر: کاگو

برند محصول: مرجع کنکور

عنوان: تست جامع ریاضی و آمار انسانی (دهم، یازدهم و دوازدهم)

پدیدآورندگان: پژمان لطفی، محمدرضا امیری، فاروق منوچهری، پگاه نادری

ناظر علمی: سیروس نصیری

مسئول پروژه: سوسن شیروئی

ویراستاران علمی: امیرحسین عباسی، مریم

بیوک‌زاده، راضیه احمدی، حدیث مختوایی

طراحی لی‌اوت و جلد: بهار قربانی

مسئول تولید فنی: بهار قربانی

سرپرست فنی: محبوبه حسین پور چونقرالو

مسئول ویراستاری فنی: مریم فاتحی علیشاه

تیم ویراستاران فنی: فرناز مرزبان - زینب زینی

زهرا سرکاری

تیم فنی: سارا نوری اینانلو - زهرا محمدی - محسن

عبادی - فاطمه جعفری - معصومه هاشمیان

الهام عبدالحمیدی - نرگس اسودی -

فاطمه لشکری - ساره اصغری - سینا نصیری

مسئول واحد چاپ: محسن زلفی‌گل

چاپخانه: خاطره

صحافی: خاطره

نوبت چاپ: دوم ۱۴۰۲

ویرایش: اول

شمارگان: ۳۰۰۰

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۴۵۰-۵۴۱-۳

قیمت کل کتاب: ۳۶۰۰۰ تومان

## این محصول معاف از مالیات می‌باشد.

کلیه حقوق مادی و معنوی این اثر برای انتشارات کاگو محفوظ است. هیچ شخص حقیقی و حقوقی، حق چاپ و تکثیر این اثر را به هر شکل و صورت اعم از دیجیتال، فتوکپی، چاپ کتاب و حتی برداشت از دست‌نویس را ندارد. متخلفین به موجب بنده ماده قانون حمایت از ناشرین تحت پیگرد قانونی قرار می‌گیرند.

فروشگاه: تهران، خیابان انقلاب، خیابان ۱۲ فروردین، کوچه نوروز، پلاک ۳۸، ساختمان کاگو

تلفن: ۰۲۱-۵۳۸۸۵  
پیامک: ۱۰۰۰۵۳۸۸۵  
صندوق پستی: ۱۳۱۴۶۹۳۱۷۱

کاکو: توسعه و انتشار محتوای ناب 021-53885 KGOO.PUB KGOO.IR

### مأموریت کاگو

افزایش سطح دسترسی به محتوای ناب، معتبر و ارزشمند از طریق روش‌های روزآمد و خلاقانه  
توسعه محتوای تجربه متفاوت خواندن، مطالعه و یادگیری مخاطبان

#### دانش آموزان عزیز، معلمان و مشاوران دل‌سوز و صدالبته اساتید و دانشمندان آینده‌سرمینمان!

نزدیک به سی سال است که کاگو، با تمرکز بر تألیف و انتشار کتاب‌های آموزشی، برای شما جویندگان و آموزندگان دانش در ایران می‌کوشد. اکنون، که افتخار این را داشته‌ایم که هم‌گام با مخاطبانمان رشد کنیم و بلوغی نسبی را تجربه کنیم، بر آن شده‌ایم اندوخته‌هایمان را در این زمینه برای ارائه خدماتی تازه روی دایره بریزیم!

ما در این راه، نخست وظایف خود را در جایگاه ناشر بازخوانی کردیم و یقین یافتیم «مدیریت نشر» مهم‌ترین شاخصه هر انتشاراتی است و ساده‌انگارانه است اگر از مدیریت علمی و آکادمیک نشر چشم‌پوشیم. از این‌رو برای کشف، خلق و توسعه بهترین رویکردها و شیوه‌های مدیریتی از بهترین و دست‌اول‌ترین منابع و کارآموده‌ترین اساتید و مشاوران بهره گرفتیم.

#### سپس مهم‌ترین رسالتمان را پیش چشم آوردیم: «تولید محتوای ناب»!

همه‌می‌دانیم مؤلفان کتاب‌های کمک‌درسی و ناشران آموزشی سال‌هاست کتاب‌هایشان را با ساختاری ساده، معطوف و برگرفته از کتاب‌های درسی، منتشر می‌کنند و خوش بینیم اگر تصور کنیم در این راه به محتوای تولیدی همکارانشان حداقل نیم‌نگاهی نداشته‌اند. ثابت بودن محتوای کمک‌درسی و سختی طراحی درسنامه‌ها و آزمون‌های متنوع از یک سو و ایجاد تغییرات ماهیتی در نحوه ورود به دانشگاه‌ها از سوی دیگر، اخیراً کتاب‌های کنکور را مهجور و بی‌جان کرده بود.

با همه این اوصاف، تجربه نشان داد در دوران همه‌گیری کرونا و پس از آن، کتاب در دسترس‌ترین، ارزان‌ترین و سهل‌ترین ابزار آموزش و توسعه دانش بوده و هست. از این رو، ما بر آن شدیم به سیاق دیگر ناشران کمک‌آموزشی عمل نکنیم و طرحی نو دراندازیم. بنابراین، محتوای تولیدی‌مان را بازتعریف کردیم و کوشیدیم این پادشاه بزرگ را ناب بیافرینیم و آن را توسعه بخشیم. ما در این راه هرآنچه با تقلید از آثار و ایده‌های دیگران به رشته تحریر درآمد را محتوا ندانستیم، اما گاه نقطه‌ای سیاه بر صفحه‌ای سفید را بسیار غنی و سرشار از معنا یافتیم! سال‌ها همراه با شما امتحانات و حتی گاه کنکورهای دشواری را از سر گذراندیم تا توانستیم «ناب بودن» را در جایگاه صفتی شایسته، در کنار ارزشمند بودن و اعتبار در مأموریت اصلی کاگو و به تبع آن در محتوای نشرمان بگنجانیم.

منظور ما از کلیدواژه ناب، توسعه دائمی جریان محتوای با ارزش و خالص و کمال یافته است و عبارت معتبر به انتخاب و پردازش محتوای درست و استاندارد اشاره می‌کند و کلیدواژه ارزشمند به معنی کاربردی و ارزش‌آفرین بودن برای مخاطب است.

اکنون افتخار می‌کنیم که توشه سالیانمان و حاصل رنج سی‌ساله‌مان را ناب، ارزشمند و معتبر در قالب محصولی نو برای شما به ارمغان آوردیم و برای به بار نشاندن این صعود، تجربه گذشته و نوآوری را درکوله بارمان گذاشته‌ایم.

**شعار فعلی ما این است که متخصص تولید محتوای ناب، معتبر و ارزشمند هستیم!**

محمد رضا سالکی

مدیرمسئول سازمان انتشاراتی کاگو

## مقدمه مؤلف

کتاب پیش‌رو برای دانش‌آموزان خوب رشتهٔ انسانی تألیف شده است. با امید اینکه بتوانید با مطالعهٔ این کتاب با دنیای ریاضی به راحتی ارتباط برقرار کنید.

در این کتاب سعی شده مطالب مورد نیاز شما با زبانی ساده و روان و توضیحات کامل آورده شود. ترتیب تست‌ها به گونه‌ای است که مطالب به بهترین نحو در ذهن شما جمع‌بندی و تثبیت شود. این نوع دسته‌بندی تست‌ها در هیچ کتاب دیگری نیست و برای اولین بار در این کتاب استفاده شده است. با سپاس از:

آقای منوچهری، خانم نادری و آقای امیری که با تلاش‌های بی‌وقفهٔ خود مرا در تألیف این کتاب یاری کردند و گروه تألیف کاگو که در تمام این پروژه همراه ما بودند.

با آرزوی بهترین‌ها

پژمان لطفی

## ● مفاهیم کلیدی (TBC)

تمام محتوای کلیدی طبقه بندی شده هر درس، منطبق با کتاب های درسی یک عنوان آموزشی، در قالب فهرستی آورده شده است. هر TBC یک کد بکتا و سریالی دارد. محتوای کتاب حاضر بر اساس توالی این کدها آورده شده است. در بخش سؤالات کتاب به صورت [ ۱۱۹ ] و در بخش پاسخنامه به صورت [ ] دیده می شوند. شماره صفحه کتاب درسی مرتبط با هر TBC در مقابل آن در فهرست مفاهیم کلیدی هر فصل آورده شده است.

## ● آزمون تشخیصی (ورودی)

برای هر فصل، یک آزمون تشخیصی به عنوان ورودی فصل طراحی شده است. در آزمون تشخیصی به ازای هر TBC، یک سؤال طراحی شده است که کلیت TBC را پوشش می دهد. در این آزمون شماره هر سؤال، با شماره TBC متناظر آن یکسان است. پاسخ گویی صحیح به این تست ها نشان دهنده آشنایی با کلیات مطالب آن TBC است.

## ● درسنامه

برای هر درس، درسنامه ای کاربردی، کامل و به شکل جمع بندی براساس کدهای TBC نوشته شده است. درسنامه ها پاسخگویی تمام آنچه برای کنکورهای آزمایشی یا سراسری می خواهید، می باشند و شامل نکات، جداول، نمودارها، تصاویر و همچنین تست ها و سؤال های تشریحی هستند.

شما می توانید با استفاده از کدهای TBC، درسنامه متناظر با هر تست یا هر بخش را بیابید و از طریق یافتن نقاط قوت و ضعف (TBC هایی که مشکل دارید)، یادگیری سهل و سریعی را داشته باشید.

## ● تست های نشانه و پاسخنامه آن ها

شماره این تست ها با حاشیه خاکستری ( ) در کتاب نشان داده شده اند و به گونه ای طراحی شده اند که کلیت هر TBC را در سطح کتاب درسی پوشش می دهند. پاسخنامه این تست ها به صورت کاملاً تشریحی و همراه با نقشه حل کامل آن نوشته شده است.

## ● تست های پیشرو و پاسخنامه آن ها

شماره تست های پیشرو با رنگ دوم (آبی) در کتاب مشخص شده اند. این تست ها به گونه ای طراحی شده اند که تیپ های مختلف هر سؤال هر سؤال، نکته ها و ریزمفاهیم مربوط به هر TBC را پوشش می دهند. هدف از این سری تست ها، تسلط کامل بر هر TBC است. پاسخنامه این تست ها شامل نکته های مربوط به حل هر تیپ سؤال، گام بندی ها یا روش های مختلف حل آن تست می باشد.

## ● تست های پیرو و پاسخنامه آن ها

شماره تست های پیرو با رنگ مشکی در کتاب مشخص شده اند و تست های تکراری هر TBC هستند. پاسخنامه این تست ها به صورت خلاصه و با روش های کنکوری نوشته شده است. حل این تست ها موجب تثبیت مفاهیم در ذهن و افزایش سرعت تست زنی می گردد.

## ● زمان مطالعه

برای درسنامه و تست ها به طور کلی «حداکثر» زمان مطالعه آورده شده است. همچنین بعد از انجام مراحل تست زنی، زمان فعالیت شما در مستطیل کناری ثبت می شود تا تفاوت حداکثر زمان قابل انجام و زمان خودتان را متوجه شوید.

## ● علامت بلد بودم / نبودم

در مقابل هر تست نشانه دو مستطیل  قرار داده شده است. شما می توانید وضعیت خود برای حل هر تست را در مقابل آن علامت ✓ یا ✗ بزنید که بتوانید در مراجعات بعدی زمان را صرفه جویی نمایید و یا نقاط ضعف خودتان را ثبت نمایید.

## ● سؤالات ستاره دار

در کنار بعضی سؤال ها علامت ★ وجود دارد. این علامت نشان دهنده اهمیت یا تکرار بیشتر در کنکورهای اخیر است.

## ● بدفهمی رایج

اشکالات آموزشی پرتکرار و رایج برای دانش آموزان در کلاس درس، در قالب بدفهمی رایج در پاسخنامه ارائه شده اند.

## ● جدول بودجه بندی کنکور بر اساس TBC

در ابتدای هر فصل، جدولی که نشان دهنده تعداد سؤالات هر مبحث و TBC در کنکورهای ۵ سال اخیر است، آورده شده است. با نگاهی به این جدول خیلی سریع متوجه می شوید که کدام TBC و کدام فصل سهم بیشتری از کنکور را به خود اختصاص داده اند.

## ● پیام مشاوره ای

پیش از آغاز تست های هر فصل، پیام مشاوره ای شامل مباحث داخل فصل، پیش نیازهای هر فصل و همچنین اهمیت آن در کنکور آمده است.

## ● TBC پرتکرار

بسته به تکرار شدن یک TBC در آزمون های سراسری ۵ سال اخیر، TBC هایی با علامت + (۱۱۵) مشخص شده اند که دلالت بر اهمیت آن TBC در آزمون سراسری دارد.

## ● جدول ارزش محتوایی کتاب

این جدول برای اولین بار برای نمایش ارزش محتواهای داخل کتاب برای مخاطبان، معلمان و مشاوران طراحی و ارائه شده است. از این طریق مخاطب با حقایق محتوای ارائه شده مواجه شده و او را در برنامه ریزی درسی کمک می کند.

## جدول حقایق ارزش محتوایی کتاب

### Content Facts

تعداد صفحه کتاب	۵۱۲
تعداد کل TBC ها	۷۱
تعداد TBC های پرتکرار	۲۲
تعداد کل تست ها	۱۴۵۴
تعداد تست های نشانه	۲۵۷
تعداد تست های پیشرو	۵۸۴
تعداد تست های پیرو	۶۱۳
تعداد تست های کنکور سراسری	۳۴۳
کل زمان مورد نیاز برای مطالعه	۱۵۶ ساعت و ۱۰ دقیقه
میانگین زمان مورد نیاز برای هر TBC	۱۳۱ دقیقه

## یک دانش آموز متوسط باید چگونه باشد؟

تعداد ساعت مطالعه در هفته	۵ ساعت
تعداد تست مورد نیاز در هفته	۹۰

## چرا باید کتاب‌های مرجع کنکور را بخوانیم؟!

PDF Compressor Free Version

<p>۱. چطور می‌توانم ساده‌تر در رشته مورد نظرم در دانشگاه قبول شوم؟</p> <p>۲. با توجه به محدودیت زمانی من، چطور از عهده اتمام کامل و مؤثر کتاب ریاضی و آمار برآیم؟</p> <p>۳. این کتاب چطور باعث کاهش استرس من در یادگیری کنکور ریاضی و آمار می‌شود؟</p> <p>۴. چرا استفاده از این کتاب برای یادگیری ریاضی و آمار کنکور به درد من می‌خورد؟</p>	<p>پیش‌ها:</p>
<p>پاسخ‌ها:</p>	

۱. نوع ساختار طراحی کتاب به گونه‌ای است که چه با وجود مشاور و چه به صورت خودخوان، مسیر ساده‌ای برای یادگیری هموار می‌سازد. با مراجعه به راهنمای استفاده از کتاب می‌توانید از نحوه کارکرد این ساختار آگاه شوید.

۲. در صورتی که زمان محدودی دارید و یا در اواسط سال شروع به مطالعه و یادگیری نموده‌اید، ساختار دومینویی تست‌های نشانه، پیش‌رو و پیرو به صرفه‌جویی شما در زمان کمک به‌سزایی می‌کند. به طور مثال تست‌های پیش‌رو (شماره آبی) جامع‌ترین و مانع‌ترین تعداد تست‌هایی هستند که شما باید حل نمایید. در صورتی که تستی از این قسمت را اشتباه پاسخ دادید، زمان بیشتری داشتید و یا در دور دوم مرور بودید، تست‌های پیرو (شماره سباه) را در زیر هر تست پیش‌رو (در صورت وجود) پاسخ بدهید. از این طریق ۳۰ تا ۶۰ درصد با توجه به ماهیت درس در زمان خود صرفه‌جویی خواهید کرد.

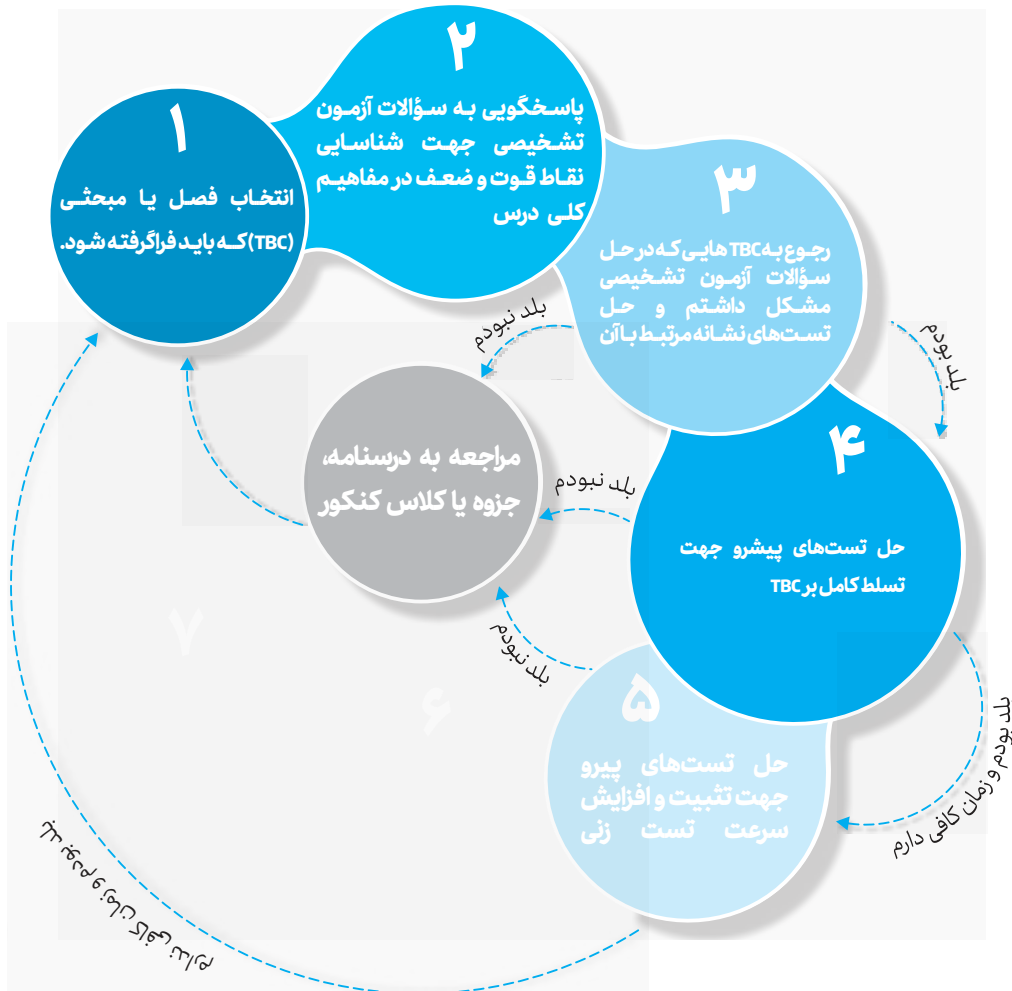
۳. آگاهی از تعداد دقیق مفاهیمی از یک درس که از سال دهم تا دوازدهم باید فراگیرید، به شما آرامش می‌دهد (مثلا ریاضی و آمار ۷۱ مفهوم کلیدی یا TBC دارد). همچنین دانستن این که کدام یک از این ۷۱ مفهوم را می‌دانید یا نمی‌دانید، مشخص‌کننده نقاط قوت و ضعف شماست. اطلاع از وضعیت خود، موجب آرامش و رفع استرس شما می‌شود و بازدهی و کارایی شما را افزایش می‌دهد.

۴. سال‌هاست نویسندگان و ناشران کنکوری با روش‌های تکراری، غیرسازمان یافته و غیرمؤثر کتاب‌هایی نوشته‌اند که کاهش انگیزه، افزایش استرس و عدم توازن زمانی را برای دانش‌آموزان به ارمغان آورده‌اند. بهبود توسعه فرایندهای مؤثر برای طراحی و ساخت محتوای ارزشمند با توجه به دغدغه‌های حل‌نشدهٔ معلمان، مشاوران و دانش‌آموزان فرصتی را مهیا ساخت که این محصول جدید با عنوان «مرجع کنکور» راهی بازار شود.

۱. نوع ساختار طراحی کتاب به گونه‌ای است که چه با وجود مشاور و چه به صورت خودخوان، مسیر ساده‌ای برای یادگیری هموار می‌سازد. با مراجعه به راهنمای استفاده از کتاب می‌توانید از نحوه کارکرد این ساختار آگاه شوید.

۲. در صورتی که زمان محدودی دارید و یا در اواسط سال شروع به مطالعه و یادگیری نموده‌اید، ساختار دومینویی تست‌های نشانه، پیش‌رو و پیرو به صرفه‌جویی شما در زمان کمک به‌سزایی می‌کند. به طور مثال تست‌های پیش‌رو (شماره آبی) جامع‌ترین و مانع‌ترین تعداد تست‌هایی هستند که شما باید حل نمایید. در صورتی که تستی از این قسمت را اشتباه پاسخ دادید، زمان بیشتری داشتید و یا در دور دوم مرور بودید، تست‌های پیرو (شماره سباه) را در زیر هر تست پیش‌رو (در صورت وجود) پاسخ بدهید. از این طریق ۳۰ تا ۶۰ درصد با توجه به ماهیت درس در زمان خود صرفه‌جویی خواهید کرد.

## چرخه مطالعه کنکور ریاضی و آمار



## معادله درجه دوم

### فهرست مفاهیم کلیدی

تدوین مفاهیم کلیدی زیر بر اساس ترتیب ارائه مباحث در کتاب درسی است؛ اما در این فصل بر حسب نیاز، مطالب با ترتیب دیگری بیان شده‌اند.

- ۱ ساختن معادله درجه اول و حل آن (صفحه ۱۰ تا ۱۲ ریاضی و آمار ۱)
- ۲ یادآوری اتحاد و تجزیه (مربع دو جمله‌ای، مزدوج و جمله مشترک) (صفحه ۱۹ ریاضی و آمار ۱)
- ۳ معرفی معادله درجه دوم (صفحه ۱۲ تا ۱۵ ریاضی و آمار ۱)
- ۴ حل معادله درجه دوم به روش تجزیه (صفحه ۲۰ تا ۲۲ ریاضی و آمار ۱)
- ۵ حل معادله درجه دوم به روش ریشه‌گیری (صفحه ۲۰ تا ۲۲ ریاضی و آمار ۱)
- ۶ حل معادله درجه دوم به روش مربع کامل (صفحه ۲۳ تا ۲۷ ریاضی و آمار ۱)
- ۷ حل معادله درجه دوم به روش کلی (صفحه ۲۷ تا ۲۹ ریاضی و آمار ۱)
- ۸ ساختن معادله درجه دوم (صفحه ۲۹ تا ۳۲ ریاضی و آمار ۱)
- ۹ حل مسائل کاربردی با معادله درجه دوم (صفحه ۲۹ تا ۳۲ ریاضی و آمار ۱)
- ۱۰ حل معادلات گویا (صفحه ۳۳ تا ۳۵ ریاضی و آمار ۱)
- ۱۱ حل مسائل کاربردی از طریق معادلات گویا (صفحه ۳۵ تا ۳۸ ریاضی و آمار ۱)



فصل پیش رو به فصل آسون‌ه و امکان اینکه سؤال آسون یا متوسط تو کنکور ازش بیاد خیلی زیاده، پس پایه پای ما پیش بیا و خوب بخونش؛ مطمئن باش میتونی از پس تست‌هاش بریایی.  
این فصل تو کنکور حدوداً ۲ تا تست داره که یکی از این تست‌ها به شکل مستقل از همین فصله و یکی دیگه ترکیب این فصل با فصل‌های دیگه است.  
در ضمن این فصل بیش‌نیاز برای خیلی از مطالب و فصل‌ها مثل تابع.  
پس بزن بریم که کلی کار داریم...

کل	مجموع	نوبت اول ۱۴۰۲		[سال ۱۴۰۱]		[سال ۱۴۰۰]		[سال ۹۹]		[سال ۹۸]		داخل
		کد	تعداد	کد	تعداد	کد	تعداد	کد	تعداد	کد	تعداد	
۱۸	۱۱	۹/۹/۸	۳	۹/۱۰	۲	۱۰/۱۰/۹	۳	۹/۱۰	۲	۱۰	۱	داخل
	۷	-	-	۹/۱۰	۲	۱۰/۱۰	۲	۹/۱۰	۲	۱۰	۱	خارج

### آزمون تشخیصی فصل

۱ جواب معادله  $\frac{4x+1}{3} - \frac{3x}{4} = \frac{9x}{12}$  کدام است؟

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

۲ در تجزیه عبارت  $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$  کدام عامل وجود ندارد؟

x + 3 (۴)

x - 4 (۳)

x - 3 (۲)

x - 2 (۱)

PDF Compressor Free Version

۳ به ازای کدام مقدار  $m$  معادله  $x^2 - 4x + 3 = mx^2 + 2x$  درجه دوم نیست؟

- ۱) صفر (۱) ۲) ۱ (۲) ۳)  $-6$  (۳) ۴)  $3/4$  (۴)

۴ در حل معادله درجه دوم  $3x^2 - 6x + 3 = 0$  به روش تجزیه عامل  $(x+a)^2$  به وجود آمد. مقدار  $a^2 - a$  کدام است؟

- ۱) ۲ (۱) ۲) ۳ (۲) ۳) ۴ (۳) ۴) ۵ (۴)

۵ در حل معادله  $3x^2 - 21 = 0$  ریشه‌ها متعلق به کدام مجموعه اعداد هستند؟

- ۱) گویا (۱) ۲) گنگ (۲) ۳) حسابی (۳) ۴) طبیعی (۴)

۶ در حل معادله درجه دوم  $2x^2 - 8x - 10 = 0$  به روش مربع کامل، معادله را به صورت  $(x+m)^2 = n^2$  نوشته‌ایم. مقدار  $m+n$  کدام است؟

- ۱) ۴ (۱) ۲) ۳ (۲) ۳) ۲ (۳) ۴) ۱ (۴)

۷ ریشه بزرگ‌تر معادله  $4x^2 + x - 5 = 0$  کدام است؟

- ۱) ۱ (۱) ۲)  $5/4$  (۲) ۳)  $1/4$  (۳) ۴)  $1/2$  (۴)

۸ در معادله درجه دوم  $\sqrt{2}x^2 + \sqrt{6}x + \sqrt{8} = 0$  حاصل عبارت  $S^2 - 3P$  کدام است؟

- ۱)  $\sqrt{3}$  (۱) ۲)  $-3$  (۲) ۳)  $-2$  (۳) ۴)  $\sqrt{2}$  (۴)

۹ در یک شرکت تولیدی قیمت فروش هر واحد کالا ۷ واحد پولی و تابع هزینه کالا  $y = x^2 + 6$  می‌باشد. در کدام فاصله از تعداد کالا و فروش آن،

شرکت در سود خواهد بود؟

- ۱) ۲ تا ۷ (۱) ۲) ۱ تا ۷ (۲) ۳) ۱ تا ۶ (۳) ۴) ۲ تا ۶ (۴)

۱۰ اگر  $x=2$  ریشه معادله  $\frac{x-3}{ax-5} = \frac{a+2}{x-1} - 1$  باشد، چند مقدار صحیح قابل قبول برای  $a$  به دست می‌آید؟

- ۱) سه (۱) ۲) دو (۲) ۳) یک (۳) ۴) هیچ (۴)

۱۱ دو شیر A و B با هم به یک استخر متصل هستند. شیر A، ۱۰ ساعت زودتر از شیر B استخر را پر می‌کند. اگر دو شیر با هم باز باشند، استخر در ۱۲

ساعت پر می‌شود. شیر B به تنهایی در چند ساعت استخر را پر می‌کند؟

- ۱) ۳۴ (۱) ۲) ۳۰ (۲) ۳) ۲۰ (۳) ۴) ۴ (۴)

سوال ۱ ۲ ۳ ۴ ۵ ۶ ۷ ۸ ۹ ۱۰ ۱۱  
گزینه ۴ ۳ ۲ ۱ ۴ ۲ ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ آزمون تشخیصی

۲ یادآوری اتحاد و تجزیه (مربع دو جمله‌ای، مزدوج و جمله مشترک) { حداکثر زمان مطالعه: ۴۵ دقیقه } زمان شما:

- ۱) مربع مجموع دو جمله:  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$  ۲) مربع تفاضل دو جمله:  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$   
۳) مزدوج:  $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$  ۴) یک جمله مشترک:  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

برای درک بهتر به مثال‌های زیر توجه کنید:

- الف)  $(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1 \Rightarrow (2x)^2 + 2(2x)(1) + (1)^2$  مربع مجموع دو جمله  
ب)  $9x^2 - 12x + 4 = (3x-2)^2 = (3x)^2 - 2(3x)(2) + (2)^2$  مربع تفاضل دو جمله  
پ)  $5 - 9x^2 = (\sqrt{5} - 3x)(\sqrt{5} + 3x) = (\sqrt{5})^2 - (3x)^2$  مزدوج  
ت)  $4x^2 - 6x - 4 = (2x+1)(2x-4) = (2x)^2 + (1-4)(2x) + (1)(-4)$  جمله مشترک

سؤال

هر یک از چند جمله‌ای‌ها را با استفاده از اتحادها تجزیه کنید.

- الف)  $x^2 + 6x + 9$  ب)  $x^2 - 4xy + 4y^2$  پ)  $4x^2 - 25$  ت)  $x^2 - x - 6$

پاسخ

- الف)  $x^2 + 6x + 9 \xrightarrow{\text{مربع مجموع دو جمله}} (x+3)^2$   
ب)  $x^2 - 4xy + 4y^2 \xrightarrow{\text{مربع تفاضل دو جمله}} (x-2y)^2$  یا  $(2y-x)^2$   
پ)  $4x^2 - 25 \xrightarrow{\text{مزدوج}} (2x-5)(2x+5)$   
ت)  $x^2 - x - 6 \xrightarrow{\text{جمله مشترک}} (x-3)(x+2)$   
(-۶) ضرب دو عدد غیر مشترک  
(-۱) جمع دو عدد غیر مشترک





PDF Compressor Free Version

معادلات درجه اول

هر معادله‌ای که پس از ساده شدن به صورت  $ax + b = 0$  باشد (a و b اعداد حقیقی و  $a \neq 0$ )، معادله درجه اول نامیده می‌شود.

معادلات  $2x - 1 = 0$ ،  $\sqrt{3}x = 2$  و  $\frac{x+1}{3} - x = 4$  همگی درجه اول هستند ولی معادلات  $3\sqrt{x} + 1 = 0$  و  $3 - x = \frac{x}{x-1}$  درجه اول نیستند، زیرا x زیر رادیکال یا در مخرج است.

حل معادلات درجه اول

معادلات درجه اول در حالت کلی به صورت مقابل حل می‌شوند:  
ابتدا باید معادلات را ساده کنیم و پس از آن معادله را حل کنیم.

$$ax + b = 0 \Rightarrow ax = -b \Rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

سؤال

معادلات زیر را حل کنید.

الف)  $(x-1)^2 - x^2 = 3$

ب)  $(x+1)(x-3) = x^2 + 4x$

پ)  $x(2x+3) = 2x^2 - 4x + 1$

الف)  $(x-1)^2 - x^2 = 3$

مربع دو جمله‌ای  $\rightarrow (x^2 - 2x + 1) - x^2 = 3 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 - x^2 = 3 \Rightarrow -2x = 3 - 1 \Rightarrow -2x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{-2} \Rightarrow x = -1$

ب)  $(x+1)(x-3) = x^2 + 4x$

یک جمله مشترک  $\rightarrow (x)^2 + (1-3)x + (1)(-3)$

$x^2 - 2x - 3 = x^2 + 4x \Rightarrow -2x - 3 = 4x \Rightarrow -2x - 4x = 3 \Rightarrow -6x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{-6} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

پ)  $x(2x+3) = 2x^2 - 4x + 1$

ضرب در برانتز  $\rightarrow 2x^2 + 3x = 2x^2 - 4x + 1 \Rightarrow 3x = -4x + 1 \Rightarrow 3x + 4x = 1 \Rightarrow 7x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{7}$

پاسخ

ابتدا هر یک از معادلات زیر را ساده می‌کنیم:

در معادلات درجه اول کسری ابتدا کل معادله را در مخرج مشترک کسرها (کم م یا کوچک‌ترین مضرب مشترک) ضرب می‌کنیم تا هیچ مخرجی نداشته باشیم.

سؤال

معادله زیر را حل کنید.

$$\frac{x-1}{2} - \frac{x+2}{3} = x$$

مخرج کسرهای ۲ و ۳ هستند، بنابراین مخرج مشترک این اعداد ۶ می‌باشد که بر هر دو عدد بخش پذیر است. این عدد را در کل معادله ضرب می‌کنیم:

$$6 \times \frac{x-1}{2} - 6 \times \frac{x+2}{3} = 6 \times (x) \Rightarrow 3(x-1) - 2(x+2) = 6x \Rightarrow 3x - 3 - 2x - 4 = 6x \Rightarrow 3x - 2x - 6x = 3 + 4 \Rightarrow -5x = 7 \Rightarrow x = -\frac{7}{5}$$

پاسخ

در برخی موارد به جای یک معادله ریاضی، مسئله‌ای ریاضی عنوان می‌شود که می‌بایست آن را به صورت یک معادله ریاضی بنویسیم و سپس حل کنیم.

سؤال

عددی را بیابید که چهار برابر آن به علاوه ۵ از ثلث همان عدد ۱ واحد کمتر باشد.

$4x \rightarrow$  برابر عدد

$\frac{x}{3}$  یا  $\frac{1}{3}x \rightarrow$  ثلث عدد

عدد مورد نظر را x فرض می‌کنیم:

$4x + 5 = \frac{x}{3} - 1$

حال معادله را می‌سازیم:

چون  $4x + 5$  یک واحد کمتر است، پس از ثلث عدد یعنی  $\frac{x}{3}$  هم یک واحد کم می‌کنیم تا برابر شوند، حال به حل معادله می‌پردازیم:

معادله را در عدد ۳ ضرب می‌کنیم.  $4x + 5 = \frac{x}{3} - 1 \rightarrow 3(4x + 5) = 3(\frac{x}{3} - 1) \Rightarrow 12x + 15 = x - 3$

$\Rightarrow 12x + 15 = x - 3 \Rightarrow 12x - x = -3 - 15 \Rightarrow 11x = -18 \Rightarrow x = -\frac{18}{11}$

پاسخ

طول مستطیلی ۲ برابر عرض آن است. اگر محیط ۶۰ متر باشد، مساحت آن کدام است؟

۲۴۰ (۴)

۲۰۰ (۳)

۱۸۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

$$x = 2y$$

پاسخ عرض مستطیل را  $y$  و طول مستطیل را  $x$  فرض می‌کنیم؛ چون طول ۲ برابر عرض است یعنی:

$$\text{عرض مستطیل} = 2 \times (\text{طول} + \text{عرض}) \Rightarrow 2(x + y) = 2(2y + y) = 60 \Rightarrow 2(3y) = 60 \Rightarrow 6y = 60 \Rightarrow y = \frac{60}{6} = 10$$

$$\text{طول} : x = 2y = 2(10) = 20$$

$$\text{مساحت مستطیل} = \text{عرض} \times \text{طول} = 20 \times 10 = 200$$

۱ ۲ ۳ ۴

### ۳ معرفی معادله درجه دوم { حداکثر زمان مطالعه: ۹۰ دقیقه } زمان شما:

معادله درجه دوم: هر معادله به صورت  $ax^2 + bx + c = 0$  که در آن  $a \neq 0$  ضریب  $x^2$ ،  $b$  ضریب  $x$  و  $c$  عدد ثابت است، معادله درجه دوم می‌باشد. در بعضی موارد با توجه به مفاهیم موجود مسئله‌ای عنوان می‌شود که از آن استفاده کرده، معادله‌ای درجه دوم می‌نویسیم و سپس آن را حل می‌کنیم.

### سؤال

با استفاده از مسئله‌های زیر، معادله بنویسید.

الف) عددی را بیابید که مربع آن از ۳ برابر خود آن عدد یک واحد کمتر باشد.

ب) اضلاع یک مربع و یک مثلث متساوی‌الاضلاع برابرند. مجموع مساحت‌های آنها برابر ۱۰۰ می‌باشد.

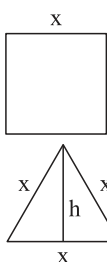
پاسخ الف) عدد مورد نظر را  $x$  فرض می‌کنیم:  $x^2 \rightarrow$  مربع عدد  $3x \rightarrow$  ۳ برابر آن عدد

حال معادله را می‌نویسیم:

چون  $x^2$  یک واحد کمتر است، پس از  $3x$  هم یک واحد کم می‌کنیم تا برابر شوند؛ یعنی:

ب) طول ضلع مربع  $x$  و طول ضلع مثلث نیز  $x$  می‌باشد. حال مساحت هر شکل را به دست می‌آوریم:

$$x^2 = 3x - 1$$



$$S_1 = x^2 \Rightarrow \text{مربع ضلع} = \text{مساحت مربع}$$

ارتفاع مثلث را  $h$  در نظر می‌گیریم. مثلث قائم‌الزاویه‌ای پدید می‌آید که وتر آن  $(x)$ ، یک ضلع زاویه قائمه  $(\frac{x}{2})$  و ضلع دیگر زاویه قائمه همان ارتفاع  $h$  خواهد بود. بنابراین:

$$\Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow \text{رابطه فیثاغورس}$$

$$\text{ارتفاع} \times \text{قاعده} \times \frac{1}{2} = \text{مساحت مثلث} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}x}{2} \xrightarrow{\text{جذر}} h = \frac{\sqrt{3}x}{2}$$

$$\Rightarrow S_2 = \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{3}x}{2} \right) (x) = \frac{\sqrt{3}}{4} x^2$$

$$x^2 + \frac{\sqrt{3}}{4} x^2 = 100$$

حال معادله را می‌نویسیم ولی حل آن مربوط به درس بعدی است:

اگر در یک مسئله مقدار یک ریشه مشخص شده باشد، می‌توان آن را به جای متغیر اصلی جایگذاری کرده و سپس مقدار مجهول دیگر را پیدا کرد.

### سؤال

اگر یکی از جواب‌های معادله  $\frac{x^2 - 3}{2} - \frac{k}{3} = 2x$  برابر  $-1$  باشد،  $k$  را به دست آورید.

پاسخ وقتی یکی از جواب‌ها  $-1$  است، پس می‌توان با جایگذاری  $-1$  به جای  $x$  در معادله، مقدار مجهول  $k$  را به دست آورد:

$$\frac{x^2 - 3}{2} - \frac{k}{3} = 2x \xrightarrow{x=-1} \frac{(-1)^2 - 3}{2} - \frac{k}{3} = 2(-1) \Rightarrow \frac{+1 - 3}{2} - \frac{k}{3} = -2 \Rightarrow \frac{-2}{2} - \frac{k}{3} = -2$$

$$\Rightarrow -1 - \frac{k}{3} = -2 \Rightarrow -\frac{k}{3} = -2 + 1 \Rightarrow -\frac{k}{3} = -1 \Rightarrow k = 3$$

PDF Compressor Free Version

اگر در معادله  $\frac{kx}{2} - \frac{3}{4}x^2 = 1$  یکی از جواب‌ها برابر ۲ باشد،  $k$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{5}{2}$   
 (۲)  $\frac{2}{5}$   
 (۳)  $\frac{2}{3}$   
 (۴)  $\frac{3}{2}$

پاسخ به جای  $x$  مقدار ۲ را قرار می‌دهیم و  $k$  را به دست می‌آوریم:

$$\frac{kx}{2} - \frac{3}{4}x = 1 \xrightarrow{x=2} \frac{k(2)}{2} - \frac{3}{4}(2)^2 = 1 \Rightarrow k - 3 = 1 \Rightarrow k = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴

مجموعه جواب معادله  $2x^2 - ax + 3 = 0$  به صورت  $\{-1, -\frac{3}{4}\}$  می‌باشد. مقدار  $a$  کدام است؟

- (۱) ۵  
 (۲) -۵  
 (۳) ۴  
 (۴) -۴

پاسخ با توجه به مجموعه جواب  $\{-1, -\frac{3}{4}\}$  یعنی مقدار  $x$  در معادله داده شده هم می‌تواند  $-1$  و هم  $-\frac{3}{4}$  باشد. بهترین است که کسر  $-\frac{3}{4}$  را به جای

$x$  قرار ندهیم، زیرا محاسبات با  $x = -1$  ساده‌تر است:

$$2x^2 - ax + 3 = 0 \xrightarrow{x=-1} 2(-1)^2 - a(-1) + 3 = 0 \Rightarrow 2(1) + a + 3 = 0 \Rightarrow a + 5 = 0 \Rightarrow a = -5$$

۱ ۲ ۳ ۴

پیام‌مشاور برای حل همه معادلات درجه دوم و به دست آوردن ریشه جهت راحتی و تسریع در زمان، توصیه می‌کنیم اول خاصیت‌های موجود در دو نکته زیر را بررسی کنید، اگر به یکی از این دو روش حل نشد به سراغ روش‌های دیگر بروید.

نکته در معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  اگر  $a + b + c = 0$  (مجموع ضرایب صفر باشد) آنگاه دو ریشه معادله به صورت  $x_1 = 1$  و  $x_2 = \frac{c}{a}$  می‌باشند.

ریشه‌های معادله  $3x^2 - 4x + 1 = 0$  را به دست آورید.

$$3 - 4 + 1 = 0$$

$$x_1 = 1$$

$$x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{3}$$

پاسخ در معادله  $3x^2 - 4x + 1 = 0$  مجموع ضرایب صفر است. یعنی:

پس ریشه‌ها به صورت  $x_1 = 1$  و  $x_2 = \frac{c}{a}$  هستند:

پس مجموعه جواب به صورت  $\{1, \frac{1}{3}\}$  است.

نکته در معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  اگر  $a + c = b$  آنگاه دو ریشه معادله به صورت  $x_1 = -1$  و  $x_2 = -\frac{c}{a}$  می‌باشند.

ریشه‌های معادله  $-2x^2 + 3x + 5 = 0$  را به دست آورید.

پاسخ در معادله  $-2x^2 + 3x + 5 = 0$  خاصیت  $a + c = b$  برقرار است؛ یعنی  $3 = -2 + 5$ ، پس دو ریشه به صورت  $x = -1$  و  $x = -\frac{c}{a}$  هستند:

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{5}{-2} = \frac{5}{2}$$

یعنی مجموعه جواب به صورت  $\{-1, \frac{5}{2}\}$  است.

۴ حل معادله درجه دوم به روش تجزیه { حداکثر زمان مطالعه: ۲۵ دقیقه } زمان شما:

معادلات درجه دوم را به روش‌های فاکتورگیری، اتحاد مربع دو جمله‌ای، اتحاد مزدوج و اتحاد یک جمله مشترک تجزیه می‌کنیم تا به صورت  $p \times q = 0$  درآید، سپس  $p = 0$  یا  $q = 0$  قرار می‌دهیم تا جواب‌ها یا همان ریشه‌ها پیدا شوند.

## PDF Compressor Free Version

معادلات زیر را به روش تجزیه حل کنید.

الف)  $3x^2 = 2x$

ب)  $x^2 - 9 = 0$

ث)  $x^2 - 4x + 4 = 0$

ج)  $x^2 - x - 56 = 0$

ب)  $(x-1)^2 + (x+3)(x-1) = 0$

ت)  $(2x-1)^2 = 9$

ج)  $x^2 + 6x + 9 = 0$

ح)  $4x^2 - 10x + 6 = 0$

پاسخ

هر یک از معادلات را به یکی از روش‌ها تجزیه می‌کنیم و سپس ریشه‌ها را می‌یابیم:

الف)  $3x^2 = 2x \xrightarrow{\text{جمله‌ها را به یک طرف تساوی می‌بریم.}} 3x^2 - 2x = 0$   
مجاز به ساده کردن  $x$  از طرفین تساوی نیستیم.

$$\xrightarrow{\text{از } x \text{ فاکتور می‌گیریم.}} x(3x - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3x - 2 = 0 \Rightarrow 3x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

ب)  $(x-1)^2 + (x+3)(x-1) = 0 \xrightarrow{\text{از } (x-1) \text{ فاکتور می‌گیریم.}} (x-1)((x-1) + (x+3)) = 0$

$$\Rightarrow (x-1)(2x+2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x-1 = 0 \Rightarrow x = 1 \\ 2x+2 = 0 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -\frac{2}{2} \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

پ)  $x^2 - 9 = 0 \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} (x-3)(x+3) = 0 \rightarrow \begin{cases} x-3 = 0 \Rightarrow x = 3 \\ x+3 = 0 \Rightarrow x = -3 \end{cases}$

ت)  $(2x-1)^2 = 9 \xrightarrow{\text{جمله‌ها را به یک طرف تساوی می‌بریم.}} (2x-1)^2 - 9 = 0 \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} [(2x-1)-3][(2x-1)+3] = 0$

$$\xrightarrow{\text{ساده می‌کنیم.}} (2x-4)(2x+2) = 0 \rightarrow \begin{cases} 2x-4 = 0 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{2} \Rightarrow x = 2 \\ 2x+2 = 0 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -\frac{2}{2} \Rightarrow x = -1 \end{cases}$$

ث)  $x^2 - 4x + 4 = 0 \xrightarrow{\text{اتحاد مربع تفاضل دو جمله}} (x-2)^2 = 0 \Rightarrow x-2 = 0 \Rightarrow x = 2$

ج)  $x^2 + 6x + 9 = 0 \xrightarrow{\text{اتحاد مربع مجموع دو جمله}} (x+3)^2 = 0 \Rightarrow x+3 = 0 \Rightarrow x = -3$

ح)  $x^2 - x - 56 = 0 \xrightarrow{\text{اتحاد یک جمله مشترک}} (x-8)(x+7) = 0 \rightarrow \begin{cases} x-8 = 0 \Rightarrow x = 8 \\ x+7 = 0 \Rightarrow x = -7 \end{cases}$

ح)  $4x^2 - 10x + 6 = 0 \Rightarrow (2x)^2 - 5(2x) + 6 = 0 \xrightarrow{\text{اتحاد یک جمله مشترک}} (2x-2)(2x-3) = 0$   
جمله مشترک  $(2x)$

$$\xrightarrow{\text{هر عبارت را برابر صفر قرار می‌دهیم.}} \begin{cases} 2x-2 = 0 \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{2} \Rightarrow x = 1 \\ 2x-3 = 0 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \end{cases}$$

مثلاً اگر معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  را به دو عبارت  $(x-x_1)$  و  $(x-x_2)$  تجزیه کنیم، خواهیم داشت:

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow a(x-x_1)(x-x_2) = 0$$

برای به دست آوردن ریشه، هر عبارت را برابر صفر قرار می‌دهیم و  $x$  را می‌یابیم:

$$\begin{cases} x-x_1 = 0 \Rightarrow x = x_1 \\ x-x_2 = 0 \Rightarrow x = x_2 \end{cases}$$

به این ترتیب دو ریشه  $x_1$  و  $x_2$  خواهیم داشت.

حال می‌خواهیم برعکس عمل کنیم؛ یعنی فرض می‌کنیم دو ریشه را داریم و از روی آنها معادله درجه دوم بنویسیم، پس به صورت زیر عمل می‌کنیم:

ریشه‌ها را  $a$  و  $b$  در نظر می‌گیریم، در نتیجه دو عامل  $(x-a)$  و  $(x-b)$  را در هم ضرب می‌کنیم تا معادله درجه دوم را به دست آوریم.مثلاً می‌خواهیم معادله درجه دومی بنویسیم که  $x = -2$  و  $x = 3$  جواب‌های آن باشد:

$$\begin{cases} x = 3 \Rightarrow x - 3 \\ x = -2 \Rightarrow x + 2 \end{cases} \Rightarrow (x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow x^2 - x - 6 = 0$$

PDF Compressor Free Version

معادله درجه دومی که ریشه هایش  $\frac{2}{3}$  و  $-\frac{1}{2}$  باشند، کدام است؟

$x^2 + 2x - 3 = 0$  (۴)

$x^2 - 3x + 2 = 0$  (۳)

$6x^2 - x - 2 = 0$  (۲)

$6x^2 + x - 2 = 0$  (۱)

پاسخ ابتدا عامل های تجزیه را می یابیم و در هم ضرب می کنیم:

$x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x + \frac{1}{2} \xrightarrow{\times 2} 2x + 1$

$x = \frac{2}{3} \Rightarrow x - \frac{2}{3} \xrightarrow{\times 3} 3x - 2$

$(2x + 1)(3x - 2) = 0 \Rightarrow 6x^2 - 4x + 3x - 2 = 0 \Rightarrow 6x^2 - x - 2 = 0$

حال این عامل ها را در هم ضرب می کنیم:

می توان ریشه ها را در هر گزینه قرار داد و باید به ازای هر دو ریشه دو طرف تساوی برابر شوند و گزینه مطلوب را به دست آورد ولی به خاطر کسری بودن و زمان بر بودن توصیه نمی شود.

۵ حل معادله درجه دوم به روش ریشه گیری { حداکثر زمان مطالعه: ۲۵ دقیقه } زمان شما:

در این روش معادله را به صورت  $x^2 = k$  می نویسیم و از دو طرف جذر می گیریم، پس  $x = \pm\sqrt{k}$  و این در حالتی رخ می دهد که در  $ax^2 + bx + c = 0$  مقدار  $b = 0$  است، پس  $ax^2 + c = 0$ . در این روش سه حالت خواهیم داشت:

$x^2 = k \Rightarrow x = \pm\sqrt{k}$

الف) اگر  $k$  مثبت باشد، دو ریشه قریبه حقیقی خواهیم داشت:

$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$

ب) اگر  $k$  صفر باشد، یک ریشه صفر خواهیم داشت:

$x^2 = k \Rightarrow x^2 = \text{منفی} \Rightarrow$  ریشه ندارد.

پ) اگر  $k$  منفی باشد، ریشه حقیقی نداریم:

از آنجایی که مقدار  $x^2$  نمی تواند برابر مقداری منفی گردد، پس ریشه حقیقی نخواهیم داشت، چون نمی توان جذر گرفت؛ یعنی زیر رادیکال با فرجه زوج، عددی منفی قرار نمی گیرد.

مثلاً در هر معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  اگر  $b = 0$  (در معادله  $x$  نداشته باشیم) و  $a$  و  $c$  مختلف علامت باشند دو ریشه قریبه خواهیم داشت.

هر یک از معادلات زیر را به روش ریشه زوج حل کنید.

الف)  $x^2 + 4 = 0$

ب)  $(x - 1)^2 - 9 = 0$

پ)  $(2x + 1)^2 - 16 = 0$

رت)  $(x + 1)^2 - (3x - 2)^2 = 0$

ث)  $x^2 + 2x + 1 = 4$

ج)  $3x^2 - 15 = 0$

پاسخ هر یک از معادلات را به صورت  $x^2 = k$  درمی آوریم و از دو طرف تساوی جذر می گیریم. ریشه حقیقی نداریم.  $x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^2 = -4$  (الف) توان دوم هر مقداری مثل  $x^2$  یعنی برابر عددی منفی نخواهد بود.

ب)  $(x - 1)^2 - 9 = 0 \Rightarrow (x - 1)^2 = 9 \xrightarrow{\text{جذر}} x - 1 = \pm\sqrt{9} \Rightarrow x - 1 = \pm 3 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 3 \Rightarrow x = 3 + 1 \Rightarrow x = 4 \\ x - 1 = -3 \Rightarrow x = -3 + 1 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$

پ)  $(2x + 1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow (2x + 1)^2 = 16 \xrightarrow{\text{جذر}} 2x + 1 = \pm\sqrt{16} \Rightarrow 2x + 1 = \pm 4$

$\Rightarrow \begin{cases} 2x + 1 = 4 \Rightarrow 2x = 4 - 1 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \\ 2x + 1 = -4 \Rightarrow 2x = -4 - 1 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{2} \end{cases}$

رت)  $(x + 1)^2 - (3x - 2)^2 = 0 \Rightarrow (x + 1)^2 = (3x - 2)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} \sqrt{(x + 1)^2} = \pm\sqrt{(3x - 2)^2} \Rightarrow x + 1 = \pm(3x - 2)$

$\Rightarrow \begin{cases} x + 1 = +(3x - 2) \Rightarrow x - 3x = -2 - 1 \Rightarrow -2x = -3 \Rightarrow x = \frac{-3}{-2} \Rightarrow x = \frac{3}{2} \\ x + 1 = -(3x - 2) \Rightarrow x + 1 = -3x + 2 \Rightarrow x + 3x = 2 - 1 \Rightarrow 4x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \end{cases}$

# پرسش‌های چهارگزینه‌ای

## فصل ۱: معادله درجه دوم

**۲** یادآوری اتحاد و تجزیه (مربع دو جمله‌ای، مزدوج و جمله مشترک) { حداکثر زمان مطالعه: ۳۵ دقیقه } زمان شما:

۱ حاصل  $(\sqrt{2x} - \sqrt{8y})^2$  کدام است؟

- ۱)  $2x^2 - 4xy + 8y^2$  (۱)      ۲)  $2x^2 - 8xy + 8y^2$  (۲)      ۳)  $2x - 4xy + 8y$  (۳)      ۴)  $2x^2 - 16xy + 8y^2$  (۴)

۲ تجزیه عبارت  $x^2 - 5$  کدام است؟

- ۱)  $(x - 5)(x + 5)$  (۱)      ۲)  $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$  (۲)      ۳)  $(5 - x)(x + 5)$  (۳)      ۴)  $(\sqrt{5} - x)(x + \sqrt{5})$  (۴)

۳ یکی از عامل‌های تجزیه عبارت  $x^2 - 6x + 8$  کدام است؟

- ۱)  $x + 2$  (۱)      ۲)  $x + 4$  (۲)      ۳)  $x - 2$  (۳)      ۴)  $x - 6$  (۴)

۴- کدام عامل در تجزیه عبارت  $2x^2 - 5x - 3$  وجود دارد؟

- ۱)  $x + 3$  (۱)      ۲)  $2x + 1$  (۲)      ۳)  $x - 2$  (۳)      ۴)  $2x - 1$  (۴)

۵- تجزیه عبارت  $4x^2 + 4x - 3$  کدام است؟

- ۱)  $(2x + 3)(2x - 1)$  (۱)      ۲)  $(4x - 1)(x + 2)$  (۲)      ۳)  $(2x + 1)(4x - 3)$  (۳)      ۴)  $(x + 1)(4x + 3)$  (۴)

۶- تجزیه عبارت  $x^2 - 8x + 16$  به صورت  $(x + a)^2$  می‌باشد و تجزیه عبارت  $x^2 - x - 6$  به صورت  $(x - b)(x - c)$  است. حاصل  $abc$  کدام است؟

- ۱) ۶ (۱)      ۲) -۱۲ (۲)      ۳) -۱۸ (۳)      ۴) ۲۴ (۴)

۷- در حل معادله  $(x + 2)(x - 3) = x - 3$  به روش تجزیه، یکی از عامل‌ها کدام است؟

- ۱)  $x + 2$  (۱)      ۲)  $x + 3$  (۲)      ۳)  $x + 1$  (۳)      ۴)  $x - 2$  (۴)

۸- در حاصل عبارت  $(x - 1)(x + 2)(x + 1)(x - 4)$  ضریب  $x^2$  کدام است؟

- ۱) ۹ (۱)      ۲) -۹ (۲)      ۳) ۲ (۳)      ۴) -۲ (۴)

**۱** ساختن معادله درجه اول و حل آن { حداکثر زمان مطالعه: ۷۵ دقیقه } زمان شما:

۹ مجموعه جواب معادله  $4x(x + 1) = (2x - 1)^2$  کدام است؟

- ۱)  $\{8, 1\}$  (۱)      ۲)  $\{\frac{1}{8}\}$  (۲)      ۳)  $\{8\}$  (۳)      ۴)  $\{-8\}$  (۴)

۱۰- در معادله  $(2x + 3)^2 = (x - 6)(4x + 1)$  مقدار  $x^2$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{49}{9}$  (۱)      ۲)  $\frac{49}{25}$  (۲)      ۳)  $\frac{25}{49}$  (۳)      ۴)  $\frac{9}{49}$  (۴)

۱۱ ★ جواب معادله  $\frac{2x-1}{3} - \frac{2-x}{4} = -5$  کدام است؟

- ۱) ۵ (۱)      ۲) -۵ (۲)      ۳)  $\frac{50}{11}$  (۳)      ۴)  $-\frac{50}{11}$  (۴)

۱۲ اگر چهار برابر عددی مساوی ۲ برابر آن عدد منهای ۶ باشد، آن عدد کدام است؟

- ۱) ۳ (۱)      ۲) -۳ (۲)      ۳)  $\frac{1}{3}$  (۳)      ۴)  $-\frac{1}{3}$  (۴)

۱۳ ★ محیط مستطیلی ۸۲ است. اگر از طول آن ۷ واحد کم کنیم، باقی‌مانده یک مربع می‌شود. ضلع کوچک‌ترین مستطیل کدام است؟

- ۱) ۱۶ (۱)      ۲) ۱۷ (۲)      ۳) ۱۸ (۳)      ۴) ۱۹ (۴)

۱۴- اگر  $a \neq 2b$  جواب معادله  $a(x - 1) - 2bx + 2b = 0$  کدام است؟

- ۱)  $a$  (۱)      ۲)  $b$  (۲)      ۳) -۱ (۳)      ۴) ۱ (۴)

۱۵- جواب معادله  $\frac{1}{1-x} = 0.5$  کدام است؟

- ۱) -۱ (۱)      ۲) ۱ (۲)      ۳) ۵ (۳)      ۴) -۵ (۴)

۱۶- اگر در معادله  $\frac{kx}{2} - \frac{3}{4}x = 1$  مجموعه جواب برابر  $\{2\}$  باشد، مقدار  $k$  چقدر است؟

- ۱)  $\frac{5}{2}$  (۱)      ۲)  $\frac{2}{5}$  (۲)      ۳)  $\frac{2}{2}$  (۳)      ۴)  $\frac{2}{3}$  (۴)



۱۷- عددی در ۵ ضرب، بعد عدد ۴ با حاصل ضرب جمع، پس از آن مجموع بر ۳ تقسیم و سپس ۲ از خارج قسمت کم و باقی مانده ۱ می‌گردد. آن عدد چند است؟

### PDF Compressor Free Version

۶ (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۸- نصف عددی را از دو برابر آن عدد کسر نموده، باقی مانده ۱۵ شده است. مکعب آن عدد کدام است؟

۱ (۱) ۱۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۰۰۰ (۴)

۱۹- مجموع ۳ برابر عددی با نصف آن عدد برابر است با ربع عدد ۷. آن عدد کدام است؟

۰/۲۵ (۱) ۰/۵ (۲) ۰/۷۵ (۳) ۱ (۴)

۲۰- به ۳ برابر عددی اگر چهار واحد اضافه گردد و از نصف حاصل همان عدد کم شود، باقی مانده ۵ می‌گردد. آن عدد کدام است؟

۶ (۱) ۸ (۲) ۱۴ (۳) ۱۹ (۴)

۲۱- مجموع دو عدد زوج متوالی ۶۶ شده، حاصل ضرب ارقام عدد بزرگ‌تر کدام است؟

۶ (۱) ۸ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴)

۲۲- حاصل ضرب عدد  $x$  در ۱۴ به اندازه ۸۴ واحد از حاصل ضرب همان عدد در ۱۷ کمتر است.  $x$  کدام است؟

۲۴ (۱) ۲۶ (۲) ۲۸ (۳) ۳۰ (۴)

۲۳- از حاصل ضرب دو عدد، مجموع همان دو عدد کسر گردیده و تفاضل آن دو عدد به دست آمده است. یکی از این دو عدد کدام است؟

۲ (۱) ۱ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴)

۲۴- نرخ کرایه نوعی سواری برای هر کیلومتر مسافت، مبلغ ۱۵۰۰ ریال به اضافه ورودی ثابت ۶۰۰۰ ریال است. با پرداخت ۳۰۰۰۰ ریال، چند کیلومتر از این

نوع سواری می‌توان استفاده نمود؟

۴ (۱) ۵ (۲) ۱۶ (۳) ۲۰ (۴)

۲۵- در یک تولیدی پوشاک مدیر ۳ برابر کارگران و  $\frac{3}{4}$  سرمایه‌گذار حقوق دریافت می‌کند. اگر این تولیدی ۳ مدیر در بخش‌های مختلف، ۶ کارگر و یک

(مشابه کتاب درسی)

سرمایه‌گذار داشته باشد و حقوق پرداختی در ماه ۱۹ میلیون تومان باشد، حقوق هر کارگر چقدر است؟

۱ (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{5}$  (۴)

۲۶- در یک باشگاه ورزشی حقوق مربی ۴ برابر حقوق تدارکات و  $\frac{4}{5}$  حقوق مدیرعامل می‌باشد. این باشگاه ۱ مدیرعامل، ۳ مربی و ۴ تدارکاتچی دارد که

(مشابه کتاب درسی)

مجموع حقوق ماهانه آنها ۸۴ میلیون تومان است. حقوق مدیرعامل چقدر است؟

۲۴ (۱) ۲۰ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴)

### ۳ معرفی معادله درجه دوم { حداکثر زمان مطالعه: ۲۵ دقیقه } زمان شما:



۲۷- اگر معادله  $(m^2 - 4)x^3 + (m - 2)x^2 + 3x + 1 = 0$  یک معادله درجه دوم باشد، مجموع ضرایب کدام است؟

۱ (۱) صفر (۲) -۲ (۳) ۳ (۴) ۲



۲۸- مجموعه جواب معادله  $3x^2 + x - 2 = 0$  به صورت  $\{-1, -\frac{b}{a}\}$  می‌باشد،  $b$  کدام است؟

۱ (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $-\frac{4}{3}$  (۳)  $-\frac{5}{3}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۲۹- یکی از ریشه‌های معادله  $ax^2 - (a - 1)x - 1 = 0$  کدام است؟

۱ (۱)  $\frac{a-1}{a}$  (۲)  $-\frac{1}{a}$  (۳)  $-\frac{a}{a-1}$  (۴)

۳۰- اگر  $x^2 + 2x - 3 = 0$  باشد، مجموعه جواب کدام است؟

۱ (۱)  $\{1, 3\}$  (۲)  $\{-1, -3\}$  (۳)  $\{1, -3\}$  (۴)  $\{-1, 3\}$

(مشابه کتاب درسی)

۳۱- یکی از ریشه‌های معادله  $6x^2 + 5x - 1 = 0$  کدام است؟

۱ (۱) -۶ (۲)  $-\frac{1}{6}$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)

۳۲- حاصل ضرب دو ریشه معادله  $2x^2 + 3x = 0$  کدام است؟

۱ (۱) صفر (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $-\frac{3}{2}$  (۴)  $-\frac{5}{2}$

### ۴ حل معادله درجه دوم به روش تجزیه { حداکثر زمان مطالعه: ۲۰ دقیقه } زمان شما:



۳۳- مجموع ریشه‌ها در حل معادله درجه دوم  $x^2 - 3 = 0$  کدام است؟

۱ (۱)  $2\sqrt{3}$  (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۲

۳۴- در معادله درجه دوم  $x^2 - 6x - 16 = 0$  مجموع مربعات ریشه‌ها کدام است؟

- ۵۶ (۱)      ۶۴ (۲)      ۶۸ (۳)      ۷۲ (۴)

**PDF Compressor Free Version**

۳۵- معادله درجه دوم  $x^2 + 5x + 6 = 0$  به صورت  $(x - 2a)(x + 3b) = 0$  تجزیه می‌شود. مقدار  $ab$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۱ (۲)       $\frac{2}{3}$  (۳)       $-\frac{2}{3}$  (۴)

۳۶★ در تجزیه معادله  $ax^2 - 12x - b = 0$  عبارت را به صورت  $(3x - 2)^2 = 0$  نوشته‌ایم، مقدار  $ax + b$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۳۷★ در معادله درجه دوم  $-ax^2 + ax - 6 = 0$  یکی از ریشه‌ها ۲- می‌باشد. فاصله دو ریشه چقدر است؟

- ۳ (۱)      ۴ (۲)      ۵ (۳)      ۶ (۴)

**۵ حل معادله درجه دوم به روش ریشه‌گیری** { حداکثر زمان مطالعه: ۲۵ دقیقه } زمان شما:

۳۸ ریشه کوچک‌تر معادله  $(2x - 3)^2 - 16 = 0$  کدام است؟

- $-\frac{7}{2}$  (۱)       $-4$  (۲)       $-3$  (۳)       $-\frac{1}{2}$  (۴)

۳۹- اگر مجموع ریشه‌های  $(2x - a)^2 = 7$  برابر ۶- باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۴۰- معادله  $(x - a)^2 = b + 2$  دارای ریشه مضاعف  $x = -1$  می‌باشد،  $a + b$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

۴۱- معادله  $(2x + 1)^2 = k - 9$  ریشه مضاعف دارد. ریشه بزرگ‌تر معادله  $(x - 1)^2 = k$  کدام است؟

- ۹ (۱)      ۶ (۲)      ۴ (۳)      ۲ (۴)

۴۲★ به ازای کدام مقدار  $m$  معادله  $(m - 4)x^2 + (m^2 - 9)x - m = 0$  دارای دو ریشه قرینه است؟

- صفر (۱)      ۴ (۲)      ۳ (۳)       $-3$  (۴)

۴۳- در حل معادله  $ax^2 + c = 0$  به روش ریشه زوج در چه حالتی دو ریشه قرینه داریم؟

- ۱)  $c$  منفی      ۲)  $a$  مثبت      ۳)  $a$  و  $c$  هم علامت      ۴)  $a$  و  $c$  مختلف علامت

**۶ حل معادله درجه دوم به روش مربع کامل** { حداکثر زمان مطالعه: ۲۵ دقیقه } زمان شما:

۴۴ در حل معادله  $2x^2 - 12x + 7 = 0$  به روش مربع کامل کدام عدد به دو طرف تساوی اضافه می‌شود؟

- ۱۶ (۱)      ۹ (۲)      ۶ (۳)      ۴ (۴)

۴۵ در حل معادله  $x^2 = 12x - 11$  به روش مربع کامل از کدام عدد جذر گرفته می‌شود؟

- ۶ (۱)      ۹ (۲)      ۱۲ (۳)      ۲۵ (۴)

۴۶★ در حل معادله  $\frac{1}{4}(x^2 + 3x) - 2(x + 1) = x(x + 1)$  به روش مربع کامل از چه عددی جذر گرفته می‌شود؟

- $\frac{25}{4}$  (۱)       $\frac{16}{9}$  (۲)      ۶ (۳)      ۵ (۴)

۴۷★ در حل معادله درجه دوم  $2x^2 = 8x + 10$  از طرفین معادله  $(x + a)^2 = b$  جذر می‌گیریم. حاصل  $a - b$  کدام است؟

- ۱۱ (۱)      ۹ (۲)       $-9$  (۳)       $-11$  (۴)

۴۸★ در حل معادله  $(2x - 1)(x + 2) = -2(x + 1)$  به روش مربع کامل، کدام مقدار را به دو طرف معادله اضافه می‌کنیم؟

- $\frac{49}{36}$  (۱)       $\frac{9}{49}$  (۲)       $\frac{36}{4}$  (۳)       $\frac{4}{25}$  (۴)

۴۹- در حل معادله  $x^2 - 4x - k = 0$  به روش مربع کامل به عبارت  $(x + a)^2 = 3$  رسیده‌ایم، مقدار  $k$  کدام است؟

- ۱ (۱)       $-2$  (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

**۷ حل معادله درجه دوم به روش کلی** { حداکثر زمان مطالعه: ۸۰ دقیقه } زمان شما:

۵۰ ریشه کسری معادله  $2x^2 + 5x - 3 = 0$  کدام است؟

- $\frac{2}{3}$  (۱)       $\frac{1}{2}$  (۲)       $-\frac{3}{2}$  (۳)       $-\frac{2}{5}$  (۴)

۵۱ درباره معادله  $(x + 5)(x - 1) = x(2 - x)$  کدام عبارت درست است؟

۱) دو ریشه حقیقی دارد.      ۲) یک ریشه مضاعف دارد.

۳) یک ریشه ساده دارد.      ۴) ریشه ندارد.





## پاسخنامه تشریحی

هر کدام از حالت‌ها را در نظر بگیریم داریم:

$$abc = (-4)(3)(-2) \text{ یا } (-4)(-2)(3) = 24$$

[۲] ۳ ۷

ابتدا  $(x-3)$  را به طرف چپ تساوی می‌بریم و از آن فاکتور می‌گیریم:

$$(x+2)(x-3) - (x-3) = 0$$

$$\xrightarrow{\text{فاکتور از } (x-3)} (x-3)(x+2-1) = 0 \Rightarrow (x-3)(x+1) = 0$$

عامل‌های تجزیه  $(x+1)$  و  $(x-3)$  می‌باشند.

[۲] ۲ ۸

روش اول

$$۱) (x-1)(x+2) \xrightarrow{\text{یک جمله مشترک}} x^2 + (2-1)x + (2)(-1)$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 2$$

$$۲) (x+1)(x-4) \xrightarrow{\text{یک جمله مشترک}} x^2 + (1-4)x + (1)(-4)$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x - 4$$

دو عبارت را در هم ضرب می‌کنیم:

$$(x^2 + x - 2)(x^2 - 3x - 4)$$

$$= x^4 - 3x^3 - 4x^2 + x^3 - 3x^2 - 4x - 2x^2 + 6x + 8$$

$$= x^4 - 2x^3 - 9x^2 + 2x + 8 \Rightarrow \text{ضرب } x^2 \text{ برابر } (-9) \text{ است.}$$

$$۱) (x-1)(x+1) \xrightarrow{\text{مزدوج}} x^2 - 1$$

روش دوم

$$۲) (x+2)(x-4) \xrightarrow{\text{جمله مشترک}} x^2 - 2x - 8$$

حال در ضرب دو عبارت به دست آمده فقط جملاتی را ضرب می‌کنیم که در آنها

 $x^2$  ساخته می‌شود:

$$(x^2 - 1)(x^2 - 2x - 8) \Rightarrow -8x^2 - x^2 = -9x^2$$

[۱] ۲ ۹

$$4x(x+1) = 4x^2 + 4x$$

$$(2x-1)^2 = (2x)^2 - 2(2x)(1) + (1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$$

$$4x^2 + 4x = 4x^2 - 4x + 1 \Rightarrow 4x = -4x + 1$$

$$\Rightarrow 4x + 4x = 1 \Rightarrow 8x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{8}$$

[۱] ۴ ۱۰

ابتدا حاصل ضرب  $(4x+1)(x-6)$  را به دست می‌آوریم:

$$(4x+1)(x-6) = 4x^2 - 24x + x - 6 = 4x^2 - 23x - 6$$

حاصل  $(2x+3)^2$  را با اتحاد مربع مجموع دو جمله‌ای به دست می‌آوریم:

$$(2x+3)^2 = (2x)^2 + 2(2x)(3) + (3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$$

این دو عبارت را مساوی قرار می‌دهیم:

$$4x^2 - 23x - 6 = 4x^2 + 12x + 9 \Rightarrow -23x - 6 = 12x + 9$$

حال معادله درجه اول به وجود آمده را حل می‌کنیم:

$$-23x - 12x = 9 + 6 \Rightarrow -35x = 15 \Rightarrow x = -\frac{15}{35} \Rightarrow x = -\frac{3}{7}$$

در تست  $x^2$  مورد نظر است؛ پس:

$$x = -\frac{3}{7} \Rightarrow x^2 = \left(-\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{9}{49}$$

{راهنمای علائم}



سوالات سخت و چالشی

[۳ و ۲۱]

کد مفاهیم کلیدی

## پاسخنامه تشریحی فصل اول

[۲] ۲ ۱

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \Rightarrow \text{اتحاد مربع تفاضل ۲ جمله‌ای}$$

$$(\sqrt{2x} - \sqrt{4y})^2 = (\sqrt{2x})^2 - 2(\sqrt{2x})(\sqrt{4y}) + (\sqrt{4y})^2$$

$$= 2x^2 - 2\sqrt{16xy} + 4y^2 = 2x^2 - 2(4)xy + 4y^2$$

$$= 2x^2 - 8xy + 4y^2$$

[۲] ۲ ۲

$$x^2 - 5 \xrightarrow{\text{مزدوج}} (\sqrt{x^2} - \sqrt{5})(\sqrt{x^2} + \sqrt{5})$$

$$= (x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})$$

[۲] ۳ ۳

طبق اتحاد جمله مشترک  $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$  عبارت داده شده را تجزیه می‌کنیم:

$$x^2 - 6x + 8 \xrightarrow{\text{جمله مشترک}} \begin{cases} + = \text{ضرب ۲ عدد} \\ - = \text{جمع ۲ عدد} \end{cases}$$

$$x^2 - 6x + 8 = (x-2)(x-4)$$

[۲] ۲ ۴

هر عامل را برابر صفر قرار می‌دهیم و مقدار  $x$  را می‌یابیم.  $x$  به دست آمده را در عبارت اصلی قرار می‌دهیم اگر صفر شد آن عامل در تجزیه وجود دارد.

$$۱) x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$$

$$2x^2 - 5x - 3 \xrightarrow{x=-3} 2(-3)^2 - 5(-3) - 3$$

$$= 2(9) + 15 - 3 = 30 \neq 0$$

پس  $(x+3)$  عامل تجزیه نیست.

$$۲) 2x + 1 = 0 \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$2x^2 - 5x - 3 \xrightarrow{x=-\frac{1}{2}} 2\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 5\left(-\frac{1}{2}\right) - 3$$

$$= 2\left(\frac{1}{4}\right) + \frac{5}{2} - 3 = \frac{1}{2} + \frac{5}{2} - 3 = \frac{6}{2} - 3 = 3 - 3 = 0 \checkmark$$

پس  $(2x+1)$  یکی از عامل‌های تجزیه است.

[۲] ۱ ۵

$$4x^2 + 4x - 3 = (2x)^2 + 2(2x) - 3$$

$$\xrightarrow{\text{یک جمله مشترک}} (2x+3)(2x-1)$$

ضرب دو عدد (-۳)  
جمع دو عدد (+۲)

[۲] ۴ ۶

$$x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2 = (x+a)^2$$

پس  $a = -4$ .سپس  $x^2 - x - 6$  را تجزیه می‌کنیم:

$$x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2) = (x-b)(x-c)$$

$$\begin{cases} b = 3 \\ c = 3 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} b = -2 \\ c = -2 \end{cases}$$

۱۶ [۱] [۲]

چون مجموعه جواب به صورت  $\{2\}$  می باشد، پس در معادله  $X = 2$  اقرار می دهیم:

$$\frac{kx}{2} - \frac{3}{4}x = 1 \xrightarrow{x=2} \frac{k(2)}{2} - \frac{3}{4} \times (2) = 1$$

$$\Rightarrow k - \frac{3}{2} = 1 \Rightarrow k = 1 + \frac{3}{2} \Rightarrow k = \frac{2}{2} + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

۱۷ [۴] [۱]

عدد مورد نظر را  $X$  فرض می کنیم و گام به گام معادله ای تشکیل می دهیم:

عدد  $5$  ضرب  $\Leftarrow \Delta X \Leftarrow 4$  با حاصل ضرب جمع  $\Leftarrow \Delta X + 4$

$\Leftarrow$  مجموع بر  $3$  تقسیم  $\Leftarrow \frac{\Delta X + 4}{3}$  از  $2$  خارج قسمت کم  $\Leftarrow \frac{\Delta X + 4}{3} - 2$

$\Leftarrow$  باقی مانده  $1$  می گردد  $\Leftarrow \frac{\Delta X + 4}{3} - 2 = 1$

حال به حل معادله می پردازیم:

$$\frac{\Delta X + 4}{3} - 2 = 1 \Rightarrow \frac{\Delta X + 4}{3} = 1 + 2 \Rightarrow \frac{\Delta X + 4}{3} = 3$$

طرفین وسطین  $\rightarrow \Delta X + 4 = 3 \times 3$

$$\Rightarrow \Delta X + 4 = 9 \Rightarrow \Delta X = 9 - 4 \Rightarrow \Delta X = 5 \Rightarrow X = \frac{5}{5} = 1$$

۱۸ [۴] [۱]

آن عدد را  $X$  در نظر می گیریم: نصف عدد:  $\frac{X}{2}$  دو برابر آن عدد:  $2X$

نصف عدد را از دو برابر آن کسر می کنیم:

$$2X - \frac{X}{2} = 15$$

حال به حل معادله می پردازیم:

برای از بین بردن مخرج، کل معادله را در عدد  $2$  ضرب می کنیم:

$$2(2X) - 2\left(\frac{X}{2}\right) = 2(15) \Rightarrow 4X - X = 30 \Rightarrow 3X = 30 \Rightarrow X = 10$$

مکعب این عدد مورد نظر است، پس:

$$X^3 = (10)^3 = 1000$$

۱۹ [۲] [۱]

عدد مورد نظر را  $X$  فرض می کنیم:

$3X$  برابر عدد:  $\frac{X}{2}$  نصف عدد:  $\frac{X}{2}$  ربع عدد  $7$ :  $\frac{X}{4}$

حال معادله ای تشکیل می دهیم:

$$3X + \frac{X}{4} = \frac{X}{4}$$

مخرج مشترک بین مخرج کسرها یعنی  $2$  و  $4$ ، عدد  $4$  خواهد بود، مخرج مشترک یا همان کم م باید عددی باشد که بر همه مخرج ها بخش پذیر باشد، این عدد را در کل معادله ضرب می کنیم:

$$4(3X) + 4\left(\frac{X}{4}\right) = 4\left(\frac{X}{4}\right) \Rightarrow 12X + 2X = X \Rightarrow 14X = X$$

$$\Rightarrow X = \frac{X}{14} \Rightarrow X = \frac{1}{14} \text{ یا } 0/5$$

۲۰ [۱] [۱]

عدد مورد نظر را  $X$  می گیریم:

به  $3$  برابر عددی  $4$  واحد اضافه:  $3X + 4$

از نصف حاصل همان عدد کم:  $\frac{3X + 4}{2} - X$

حال معادله ای تشکیل می دهیم:

$$\frac{3X + 4}{2} - X = 5$$

برای حل معادله، کل آن را در عدد  $2$  ضرب می کنیم:

$$2\left(\frac{3X + 4}{2}\right) - 2(X) = 2(5) \Rightarrow 3X + 4 - 2X = 10$$

$$\Rightarrow 3X - 2X = 10 - 4 \Rightarrow X = 6$$

۲۱ [۳] [۱]

یک عدد زوج مثلاً  $X$  در نظر می گیریم، دو عدد زوج متوالی فاصله شان از هم  $2$  واحد است، پس عدد زوج متوالی بعدی برابر  $X + 2$  خواهد بود.

۱۱ [۴] [۱]

برای از بین بردن مخرج ها کل معادله را در کم م  $3$  و  $4$  یعنی عدد  $12$  ضرب می کنیم:

$$12 \times \frac{2X - 1}{3} - 12 \times \frac{2 - X}{4} = 12 \times (-5)$$

$$\Rightarrow 4(2X - 1) - 3(2 - X) = -60$$

$$\Rightarrow 8X - 4 - 6 + 3X = -60 \Rightarrow 11X - 10 = -60$$

$$\Rightarrow 11X = -60 + 10 \Rightarrow 11X = -50 \Rightarrow X = -\frac{50}{11}$$

۱۲ [۲] [۱]

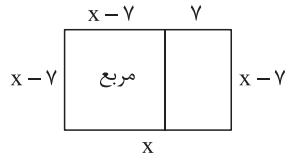
ابتدا معادله را می سازیم و سپس آن را حل می کنیم، عدد مورد نظر را  $X$  فرض می کنیم:

$$4X = 2X - 6 \Rightarrow 4X - 2X = -6 \Rightarrow 2X = -6$$

$$\Rightarrow X = -\frac{6}{2} \Rightarrow X = -3$$

۱۳ [۲] [۱]

طول مستطیل را  $X$  فرض می کنیم، به شکل دقت کنید:



طبق شکل طول مستطیل  $X$  و عرض آن  $X - 7$  می شود.

با استفاده از محیط مستطیل و جایگزینی طول و عرض مقدار  $X$  را می یابیم:

عرض + طول =  $2$  (محیط مستطیل)

$$\Rightarrow \text{محیط} = 2(X + (X - 7)) \xrightarrow{\text{محیط} = 82} 82 = 2(2X - 7)$$

$$\Rightarrow 4X - 14 = 82 \Rightarrow 4X = 82 + 14$$

$$\Rightarrow 4X = 96 \Rightarrow X = \frac{96}{4} = 24$$

بنابراین:  $X = 24$

عرض:  $X - 7 = 24 - 7 = 17$

ضلع کوچک تر مستطیل همان عرض آن یعنی  $17$  می باشد.

۱۴ [۴] [۱]

ابتدا معادله را گسترده می نویسیم و بعد با معلوم و مجهول کردن، مقدار مجهول را از معلوم تقسیم بر ضریب مجهول به دست می آوریم:

$$a(x - 1) - 2bx + 2b = 0 \Rightarrow ax - a - 2bx + 2b = 0$$

از  $X$  فاکتور می گیریم:  $\rightarrow ax - 2bx = a - 2b$  معلوم، مجهول

$\rightarrow$  معلوم تقسیم بر ضریب مجهول  $\rightarrow (a - 2b)x = a - 2b$

$$x = \frac{a - 2b}{a - 2b} \Rightarrow x = 1$$

(شرط  $a \neq 2b$  به این جهت در صورت تست آورده شده که یعنی مخرج کسر صفر نمی گردد.)

۱۵ [۱] [۱]

به جای عدد  $0/5$  قرار می دهیم:

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - \frac{1}{x} = 2 \Rightarrow -\frac{1}{x} = 2 - 1 \Rightarrow -\frac{1}{x} = 1$$

طرفین تساوی را در  $0 \neq X$  ضرب می کنیم تا مخرج  $X$  از بین برود:

$$X \times \left(-\frac{1}{X}\right) = X \times (1) \Rightarrow -1 = X \text{ یا } X = -1$$



۲۶ [۲] [۱]

حقوق تدارکات را  $X$  فرض می‌کنیم، پس حقوق مربی که ۴ برابر آنها است  $4X$  می‌باشد، از آنجایی که حقوق مدیرعامل  $\frac{5}{4}$  حقوق مربی است؛ پس حقوق مدیرعامل  $\frac{5}{4}(4X) = 5X$  می‌باشد.

$$4 = \text{تدارکاتچی} + 3 \text{ مربی} + 1 \text{ مدیرعامل}$$

$$\Rightarrow 5X + 3(4X) + 4(X) = 84 \Rightarrow 21X = 84$$

حقوق هر تدارکاتچی: میلیون  $4 = X \Rightarrow X = \frac{84}{21}$

میلیون  $20 = 5(4) = 5X = \text{حقوق مدیرعامل}$

۲۷ [۱] [۳]

معادله داده شده درجه سوم است برای آنکه تبدیل به درجه دوم گردد ضرب  $X^3$  باید صفر باشد:

$$m^2 - 4 = 0 \Rightarrow m^2 = 4 \xrightarrow{\text{جذر}} m = \pm 2$$

حال در معادله  $(m-2)x^2 + 3x + 1 = 0$  اگر ضرب  $X^2$  صفر شود، معادله درجه دوم نخواهد بود.

یعنی:  $m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2$

پس اگر  $m = 2$  باشد هم ضرب  $X^2$  و هم ضرب  $X$  صفر می‌شود و معادله درجه اول  $3x + 1 = 0$  خواهد بود. نتیجه اینکه  $m = -2$  قابل قبول است. با قرار دادن  $m = -2$  در معادله اصلی داریم:

$$(m^2 - 4)x^3 + (m - 2)x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$\xrightarrow{m=-2} (0)x^3 - 4x^2 + 3x + 1 = 0 \Rightarrow -4x^2 + 3x + 1 = 0$$

$a + b + c = -4 + 3 + 1 = 0 \Rightarrow$  مجموع ضرایب

۲۸ [۲] [۳]

از آنجایی که در معادله  $3x^2 + x - 2 = 0$  خاصیت  $a + c = b$  برقرار است یعنی  $1 = (-2) + 3$  پس ریشه‌ها به صورت  $x = -1$  و  $x = -\frac{c}{a}$  می‌باشند.

$$x = -1 \quad x = -\frac{c}{a} = -\frac{-2}{3} \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

پس طبق مجموعه داده شده  $\{-1, -\frac{b}{a}\}$  نتیجه می‌گیریم که:

$$-\frac{b}{a} = \frac{2}{3} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} -3b = 4 \Rightarrow b = -\frac{4}{3}$$

۲۹ [۳] [۳]

در معادله درجه دوم  $ax^2 - (a-1)x - 1 = 0$  از آنجایی که مجموع ضرایب صفر است ( $a + b + c = 0$ )، یعنی:

$$a + [-(a-1)] + (-1) = 0 \Rightarrow a - a + 1 - 1 = 0$$

پس یکی از ریشه‌ها همواره یک و ریشه دیگر  $\frac{c}{a}$  خواهد بود.

$$x_2 = \frac{c}{a} = -\frac{1}{a}$$

۳۰ [۳] [۳]

در  $x^2 + 2x - 3 = 0$  ضرایب به صورت  $a = 1$ ،  $b = 2$  و  $c = -3$  می‌باشد. از آنجایی که  $a + b + c = 0$  می‌باشد، پس ریشه‌ها به صورت  $x_1 = 1$  و

$$x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{1} = -3$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-3}{1} = -3$$

حال با تشکیل معادله و حل آن مقدار  $X$  را به دست می‌آوریم:

$$(X) + (X + 2) = 66 \Rightarrow 2X + 2 = 66 \Rightarrow 2X = 66 - 2$$

$$\Rightarrow 2X = 64 \Rightarrow X = \frac{64}{2} \Rightarrow X = 32$$

اعداد  $X$  و  $X + 2$  زوج متوالی‌اند؛ پس این دو عدد ۳۲ و ۳۴ هستند. عدد بزرگ‌تر ۳۴ می‌باشد و ضرب ارقام آن  $3 \times 4 = 12$  است.

۲۲ [۳] [۱]

در این تست  $14X$  از  $17X$  به اندازه ۸۴ واحد کمتر است؛ پس ۲ حالت پیش می‌آید: (۱) می‌توان ۸۴ واحد از  $17X$  کم کنیم تا برابر  $14X$  گردد.

(۲) می‌توان ۸۴ واحد به  $14X$  اضافه کنیم تا برابر  $17X$  گردد.

حالت (۱) را انتخاب و معادله می‌نویسیم:

$$14X = 17X - 84 \Rightarrow 14X - 17X = -84 \Rightarrow -3X = -84$$

$$\Rightarrow X = \frac{-84}{-3} = 28$$

۲۳ [۱] [۳]

دو عدد مورد نظرا  $X$  و  $Y$  فرض می‌کنیم:

حاصل ضرب دو عدد:  $XY$  مجموع دو عدد:  $X + Y$

تفاضل دو عدد:  $X - Y$

حال معادله‌ای تشکیل می‌دهیم:

$$xy - (x + y) = x - y \Rightarrow xy - x - y = x - y$$

$$\Rightarrow xy - x - x = 0 \Rightarrow xy - 2x = 0 \Rightarrow x(y - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

با حل معادله یکی از آن اعداد یعنی  $Y = 2$  به دست می‌آید.

۲۴ [۳] [۳]

مقدار یا همان تعداد کیلومتر را  $X$  در نظر می‌گیریم:

$1500X$  یعنی پس از مسافت  $X$  کیلومتر هزینه چقدر می‌شود، باید به این مقدار  $6000$  ریال هزینه ثابت ورودی اضافه گردد، پس یک معادله به صورت  $Y = 1500X + 6000$  خواهیم داشت.

در این معادله  $X$  مسافت پیموده شده به کیلومتر و  $Y$  هزینه استفاده از این نوع سواری به ازای پیمودن مسافت  $X$  کیلومتر است که این هزینه به ریال می‌باشد.

در این تست مقدار هزینه یعنی  $Y$  داده شده  $30000$  ریال و  $X$  مسافت پیموده شده را خواسته، بنابراین در معادله  $Y = 1500X + 6000$  مقدار  $Y$  را جایگزین

و  $X$  را می‌یابیم:

$$Y = 1500X + 6000 \xrightarrow{Y=30000} 30000 = 1500X + 6000$$

$$\Rightarrow 30000 - 6000 = 1500X \Rightarrow 1500X = 24000 \Rightarrow X = \frac{24000}{1500} = 16$$

پس با پیمودن ۱۶ کیلومتر باید  $16 \times 1500 = 24000$  ریال هزینه پیمودن و  $6000$  ریال هزینه ورودی پرداخت که روی هم می‌شود  $30000$  ریال.

۲۵ [۱] [۳]

اگر حقوق مدیر را  $X$  فرض کنیم، حقوق هر کارگر ثلث حقوق مدیر یعنی

$$\frac{X}{3} \text{ و حقوق سرمایه‌گذار } \frac{4}{3} \text{ حقوق مدیر یعنی } \frac{4}{3}X \text{ خواهد بود؛ بنابراین:}$$

$$19 = 3(X) + 6\left(\frac{X}{3}\right) + \frac{4}{3}X = 19$$

$$\Rightarrow 3X + 2X + \frac{4}{3}X = 19$$

$$\Rightarrow 5X + \frac{4}{3}X = 19 \xrightarrow{\times 3} 15X + 4X = 57$$

$$\Rightarrow 19X = 57 \Rightarrow X = \frac{57}{19} = 3$$

در نتیجه حقوق کارگر  $1 = \frac{X}{3} = \frac{3}{3}$  میلیون تومان خواهد بود.

[۴] ۳۶

تجزیه معادله از مربع کامل دو جمله‌ای به صورت  $(3x-2)^2 = 0$  بوده است:  
 $(3x-2)^2 = 0 \rightarrow (3x)^2 - 2(3x)(2) + (2)^2 = 0$   
 $\Rightarrow 9x^2 - 12x + 4 = 0$

با مقایسه ۳ جمله‌ای ایجاد شده با  $ax^2 - 12x - b = 0$  داریم:

$$\begin{cases} 9x^2 - 12x + 4 = 0 \\ ax^2 - 12x - b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 9 \\ -b = 4 \Rightarrow b = -4 \end{cases}$$

از طرفی وقتی  $(3x-2)^2 = 0$  می‌باشد پس تنها ریشه معادله به صورت زیر

$$3x - 2 = 0 \Rightarrow 3x = 2 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

به دست می‌آید:

$$ax + b \Rightarrow \begin{cases} a = 9 \\ x = \frac{2}{3} \\ b = -4 \end{cases} \Rightarrow 9\left(\frac{2}{3}\right) + (-4) = 3(2) - 4 = 6 - 4 = 2$$

[۴] ۳۷

مقدار  $x = -2$  را در معادله قرار می‌دهیم تا مجهول  $a$  را پیدا کنیم:

$$-ax^2 + ax - 6 = 0 \xrightarrow{x=-2} -a(-2)^2 + a(-2) - 6 = 0$$

$$-a(4) - 2a - 6 = 0 \Rightarrow -4a - 2a - 6 = 0$$

$$\Rightarrow -6a - 6 = 0 \Rightarrow -6a = 6 \Rightarrow a = \frac{6}{-6} \Rightarrow a = -1$$

حال مقدار  $a = -1$  قرار می‌دهیم و تجزیه می‌کنیم تا ریشه‌ها را بیابیم:

$$-ax^2 + ax - 6 = 0 \xrightarrow{a=-1} -(-1)x^2 + (-1)x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 6 = 0 \xrightarrow{\text{یک جمله مشترک}} (x-3)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-3=0 \Rightarrow x=3 \\ x+2=0 \Rightarrow x=-2 \end{cases} \xrightarrow{\text{فاصله ریشه‌ها}} \frac{3-(-2)}{3-(-2)} = 1 \text{ واحد}$$

[۵] ۳۸

به روش خاصیت ریشه زوج معادله را حل می‌کنیم:

$$(2x-3)^2 - 16 = 0 \Rightarrow (2x-3)^2 = 16 \xrightarrow{\text{جذر}} 2x-3 = \pm 4$$

$$\begin{cases} 2x-3 = 4 \Rightarrow 2x = 4+3 \Rightarrow 2x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{2} \\ 2x-3 = -4 \Rightarrow 2x = -4+3 \Rightarrow 2x = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

ریشه کوچک‌تر  $x = -\frac{1}{2}$

[۵] ۳۹

از دو طرف معادله جذر می‌گیریم:

$$(2x-a)^2 = 7 \xrightarrow{\text{جذر}} 2x-a = \pm\sqrt{7}$$

$$1) 2x-a = \sqrt{7} \Rightarrow 2x = \sqrt{7} + a \Rightarrow x_1 = \frac{\sqrt{7} + a}{2}$$

$$2) 2x-a = -\sqrt{7} \Rightarrow 2x = -\sqrt{7} + a \Rightarrow x_2 = \frac{a - \sqrt{7}}{2}$$

حال مجموع ریشه‌های  $x_1$  و  $x_2$  را برابر  $-6$  قرار می‌دهیم:

$$x_1 + x_2 = \frac{\sqrt{7} + a}{2} + \frac{a - \sqrt{7}}{2} = \frac{2a}{2} = a$$

$$a = -6$$

[۵] ۴۰

اگر معادله درجه دوم دارای ریشه مضاعف  $x = m$  باشد، می‌توان معادله را به صورت  $(x-m)^2 = 0$  نوشت، بنابراین:

$$x = -1 \xrightarrow{\text{ریشه مضاعف}} (x+1)^2 = 0$$

[۳] ۳۱

در معادله  $6x^2 + 5x - 1 = 0$  ضرایب به صورت  $a = 6$ ،  $b = 5$  و  $c = -1$  می‌باشد.

از آنجایی که  $a + c = b$  پس ریشه‌ها به صورت  $x_1 = -1$  و  $x_2 = -\frac{c}{a}$  است.

$$6x^2 + 5x - 1 = 0$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = -\frac{c}{a} = -\frac{-1}{6} = \frac{1}{6}$$

[۳] ۳۲

در معادلات درجه دوم وقتی  $c = 0$  است، یعنی  $ax^2 + bx = 0$  فاکتورگیری از  $x$  داریم  $x(ax + b) = 0$ . در این صورت یکی از ریشه‌ها همواره صفر و ریشه دیگر از حل معادله  $ax + b = 0$  به دست می‌آید.

برای حل معادله  $2x^2 + 3x = 0$  از  $x$  فاکتور می‌گیریم:

$$2x^2 + 3x = 0 \Rightarrow x(2x + 3) = 0$$

$$x = 0$$

$$2x + 3 = 0 \Rightarrow 2x = -3 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$$

چون یکی از ریشه‌ها صفر است، پس حاصل ضرب ریشه‌ها صفر خواهد بود.

[۴] ۳۳

معادله  $x^2 - 3 = 0$  را با اتحاد مزدوج تجزیه می‌کنیم:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$x^2 - 3 = 0 \Rightarrow (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0$$

$$\begin{cases} x - \sqrt{3} = 0 \Rightarrow x = \sqrt{3} \\ x + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow x = -\sqrt{3} \end{cases}$$

دو ریشه قرینه هم هستند، پس مجموع آنها صفر است:

$$\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$$

[۴] ۳۴

معادله را به روش یک جمله مشترک تجزیه می‌کنیم و ریشه‌ها را به دست می‌آوریم:

$$x^2 - 6x - 16 = 0 \xrightarrow{\text{جمع دو عدد } (-6) \text{ ضرب دو عدد } (-16)} (x-8)(x+2) = 0$$

$$\begin{cases} x-8=0 \Rightarrow x=8 \\ x+2=0 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$$

مجموع مربعات ریشه‌ها:

$$x_1^2 + x_2^2 = (8)^2 + (-2)^2 = 64 + 4 = 68$$

[۴] ۳۵

معادله  $x^2 + 5x + 6 = 0$  را با اتحاد یک جمله مشترک تجزیه می‌کنیم:

$$x^2 + 5x + 6 = 0 \Rightarrow (x+2)(x+3) = 0$$

حال با مقایسه خواهیم داشت:

$$\begin{cases} (x-2a)(x+3b) = 0 \\ (x+2)(x+3) = 0 \end{cases}$$

دو حالت در نظر می‌گیریم:

$$1) x+2 = x-2a \Rightarrow -2a = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{-2} = -1$$

$$2) x+3 = x+3b \Rightarrow 3b = 3 \Rightarrow b = \frac{3}{3} = 1$$

$$a \times b = (-1)(1) = -1$$

پس داریم:

$$1) x+2 = x+3b \Rightarrow 3b = 2 \Rightarrow b = \frac{2}{3}$$

$$2) x+3 = x-2a \Rightarrow -2a = 3 \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

$$a \times b = \left(-\frac{3}{2}\right)\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{-6}{6} = -1$$



[۶] ۴۵

$$x^2 = 12x - 11 \Rightarrow x^2 - 12x = -11$$

چون ضریب  $x^2$  یک است، پس کافی است به طرفین تساوی مقدار زیر را اضافه کنیم.

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{-12}{2}\right)^2 = (-6)^2 = 36$$

$$x^2 - 12x + 36 = -11 + 36$$

$$(x-6)^2 = +25 \Rightarrow \sqrt{(x-6)^2} = \sqrt{+25}$$

$$x-6 = \pm 5$$

پس از عدد ۲۵ جذر گرفته می‌شود.

[۶] ۴۶

معادله را به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$x(x+1) - 2(x^2+3x) = \frac{1}{4} \Rightarrow x^2 + x - 2x^2 - 6x = \frac{1}{4}$$

$$-x^2 - 5x = \frac{1}{4}$$

طرفین تساوی را در منفی ضرب می‌کنیم تا ضریب  $x^2$  یک گردد:

$$x^2 + 5x = -\frac{1}{4}$$

ضریب  $x$  یعنی  $b = 5$  را بر ۲ تقسیم و به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

این عدد را به دو طرف تساوی اضافه می‌کنیم:

$$x^2 + 5x + \frac{25}{4} = -\frac{1}{4} + \frac{25}{4} \Rightarrow x^2 + 5x + \frac{25}{4} = \frac{24}{4}$$

$$\Rightarrow x^2 + 5x + \frac{25}{4} = 6$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = 6$$

سمت چپ اتحاد مربع دو جمله‌ای خواهد بود:

وقتی می‌خواهیم این معادله را حل کنیم (روش ریشه زوج)، از دو طرف معادله جذر می‌گیریم، یعنی از عدد ۶ جذر می‌گیریم.

[۶] ۴۷

ابتدا طرفین تساوی را بر ضریب  $x^2$  یعنی ۲ تقسیم می‌کنیم:

$$2x^2 = 8x + 10 \xrightarrow{\div 2} x^2 = 4x + 5 \Rightarrow x^2 - 4x = 5$$

مقدار  $\left(\frac{b}{2}\right)^2$  را به طرفین تساوی اضافه می‌کنیم:

$$\left(\frac{-4}{2}\right)^2 = (-2)^2 = 4 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 5 + 4$$

$$\Rightarrow \underbrace{x^2 - 4x + 4}_{\text{اتحاد مربع دو جمله‌ای}} = 9$$

$$(x-2)^2 = 9$$

بامقایسه معادله به دست آمده با  $(x+a)^2 = b$  مقادیر  $a$  و  $b$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} (x-2)^2 = 9 \\ (x+a)^2 = b \end{cases} \Rightarrow a = -2, b = 9$$

$$a-b = -2-9 = -11$$

[۶] ۴۸

ابتدا معادله را به صورت  $ax^2 + bx + c = 0$  می‌نویسیم:

$$(3x-1)(x+2) = -2(x+1) \Rightarrow 3x^2 + 6x - x - 2 = -2x - 2$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 6x - x = -2x \Rightarrow 3x^2 + 6x - x + 2x = 0$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 7x = 0$$

معادله را بر ضریب  $x^2$  تقسیم می‌کنیم:

$$3x^2 + 7x = 0 \xrightarrow{\div x} x^2 + \frac{7}{3}x = 0$$

با مقایسه معادله به دست آمده با  $(x-a)^2 = b+2$  مقادیر  $a$  و  $b$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} (x+1)^2 = 0 \\ (x-a)^2 = b+2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a = +1 \Rightarrow a = \frac{1}{-1} = -1 \\ b+2 = 0 \Rightarrow b = -2 \end{cases}$$

$$a+b = -1-2 = -3$$

[۵] ۴۱

هر معادله به صورت  $(x+a)^2 = 0$  دارای ریشه مضاعف  $x = -a$  می‌باشد. پس اگر  $(2x+1)^2 = k-9$  ریشه مضاعف داشته باشد:

$$k-9 = 0 \Rightarrow k = 9$$

حال معادله  $(x-1)^2 = k$  را با  $k = 9$  به روش ریشه زوج (ریشه‌گیری) حل می‌کنیم:

$$(x-1)^2 = 9 \xrightarrow{\text{جذر}} x-1 = \pm 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1 = 3 \Rightarrow x = 3+1 = 4 \\ x-1 = -3 \Rightarrow x = -3+1 = -2 \end{cases}$$

[۵] ۴۲

در هر معادله درجه دوم  $ax^2 + bx + c = 0$  اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  مختلف‌العلامت باشند، دو ریشه قرینه خواهیم داشت؛ بنابراین:

$$(m-4)x^2 + (m^2-9)x - m = 0$$

$$b = 0 \Rightarrow m^2 - 9 = 0 \Rightarrow m^2 = 9 \Rightarrow m = \pm 3$$

حال مقادیر  $m = 3$  و  $m = -3$  را در معادله قرار می‌دهیم، اگر  $a$  و  $c$  مختلف‌العلامت باشند ۲ ریشه قرینه خواهیم داشت:

$$b = 0 \Rightarrow (m-4)x^2 - m = 0$$

$$m = 3 \Rightarrow (3-4)x^2 - 3 = 0 \Rightarrow -x^2 - 3 = 0 \Rightarrow a = -1, c = -3$$

چون  $a$  و  $c$  هم علامت هستند، پس ریشه نخواهیم داشت.

$$m = -3 \Rightarrow (-3-4)x^2 - (-3) = 0 \Rightarrow -7x^2 + 3 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} -7x^2 = -3 \Rightarrow x^2 = \frac{3}{7} \xrightarrow{\text{جذر}} x = \pm \sqrt{\frac{3}{7}}$$

به وضوح مشاهده گردید که با مختلف‌العلامت بودن  $a$  و  $c$  دو ریشه قرینه داریم.

[۵] ۴۳

$$ax^2 + c = 0 \Rightarrow ax^2 = -c \Rightarrow x^2 = -\frac{c}{a}$$

این معادله زمانی دارای جواب است که  $x^2$  برابر مقداری مثبت باشد تا بتوان از دو طرف جذر گرفت و به دو ریشه قرینه رسید.

بنابراین  $-\frac{c}{a}$  باید مثبت باشد، یعنی  $\frac{c}{a}$  منفی باشد، پس  $a$  و  $c$  باید مختلف‌العلامت باشند تا  $\frac{c}{a}$  منفی و  $-\frac{c}{a}$  مثبت گردد.

مثلاً:  $1) a = +2 = \text{مثبت}$  و  $c = -6 = \text{منفی}$

$$ax^2 + c = 0 \Rightarrow 2x^2 - 6 = 0 \Rightarrow 2x^2 = 6 \Rightarrow x^2 = \frac{6}{2} \Rightarrow x^2 = 3$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{3}$$

$$2) a = \text{مثبت} = 12$$
 و  $c = \text{منفی} = -3$

$$ax^2 + c = 0 \Rightarrow -3x^2 + 12 = 0 \Rightarrow -3x^2 = -12 \Rightarrow x^2 = \frac{-12}{-3}$$

$$\Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

[۶] ۴۴

برای حل معادله  $2x^2 - 12x + 7 = 0$  ابتدا باید ضریب  $x^2$  را به یک تبدیل کنیم، پس کافی است همه جملات را بر ۲ تقسیم کنیم.

$$\frac{2x^2}{2} - \frac{12x}{2} + \frac{7}{2} = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + \frac{7}{2} = 0$$

به دو طرف تساوی مقدار  $\left(\frac{b}{2}\right)^2 = \left(\frac{-6}{2}\right)^2 = 9$  می‌افزاییم.

$$4 \quad -2x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$a=-2, b=4, c=-5$$

$$\Delta = (4)^2 - 4(-2)(-5) = 16 - 40 = -24$$

$\Delta$  منفی شده یعنی ریشه حقیقی ندارد.

[۷] ۲ ۵۴

ریشه مضاعف زمانی رخ می‌دهد که  $\Delta = 0$  است و خود ریشه مضاعف از

$$\text{رابطه } x = -\frac{b}{2a}$$

$$2mx^2 - 4mx + 3 = 0 \Rightarrow a = 2m, b = -4m, c = 3$$

$$x = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = -\frac{-4m}{2(2m)} = \frac{4m}{4m} = 1$$

[۷] ۳ ۵۵

ریشه مضاعف در هر معادله درجه دوم  $x = -\frac{b}{2a}$  می‌باشد.

$$x(2x - 5) = a \Rightarrow 2x^2 - 5x = a \Rightarrow a = 2, b = -5$$

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-5}{2(2)} = \frac{5}{4}$$

[۷] ۲ ۵۶

ریشه مضاعف از رابطه  $x = -\frac{b}{2a}$  به دست می‌آید؛ چون  $b = -3m$  دارای

مجهول است پس ابتدا باید مقدار  $m$  را به دست آوریم. چون معادله ریشه مضاعف دارد، پس  $\Delta = 0$ .

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (-3m)^2 - 4(9)(m) = 0$$

$$\Rightarrow 9m^2 - 36m = 0 \Rightarrow m(9m - 36) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m = 0 \Rightarrow \text{غ ق ق} \\ m \neq 0 \Rightarrow \text{تست} \end{array} \right.$$

$$9m - 36 = 0 \Rightarrow 9m = 36 \Rightarrow m = \frac{36}{9} \Rightarrow m = 4 \text{ ق ق}$$

پس  $m = 4$  را در معادله قرار می‌دهیم و سپس ریشه مضاعف را به دست می‌آوریم:

$$9x^2 - 3mx + m = 0 \xrightarrow{m=4} 9x^2 - 12x + 4 = 0$$

ریشه مضاعف از رابطه  $x = -\frac{b}{2a}$  به دست می‌آوریم:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-12}{2(9)} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$$

[۷] ۳ ۵۷

وقتی تفاضل دو ریشه صفر است یعنی دو ریشه با هم برابرند یا ریشه مضاعف

$$ax^2 - 12x + 9 = 0$$

است؛ پس  $\Delta = 0$  خواهد بود:

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-12)^2 - 4(a)(9) = 0$$

$$\Rightarrow 144 - 36a = 0 \Rightarrow -36a = -144 \Rightarrow a = \frac{-144}{-36} = 4$$

حال با  $a = 4$  مقدار ریشه مضاعف را به دست می‌آوریم:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{-12}{2(4)} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$$

[۷] ۳ ۵۸

**روش اول** وقتی معادله فقط دارای یک ریشه  $x = a$  می‌باشد، پس آن

ریشه مضاعف است و  $\Delta = 0$  خواهد بود. در این صورت معادله به صورت

$$x = a \Rightarrow (x - a)^2 = 0$$

نوشته می‌شود؛ بنابراین:

$$x = -\frac{2}{3} \Rightarrow x - \left(-\frac{2}{3}\right) \Rightarrow x + \frac{2}{3} \xrightarrow{\times 3} 3x + 2 \xrightarrow{\text{توان } 2} (3x + 2)^2 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{اتحاد مربع دو جمله‌ای}} 9x^2 + 2(3x)(2) + 4 = 0$$

$$\Rightarrow 9x^2 + 12x + 4 = 0$$

**روش دوم** کافی است در هر گزینه ریشه مضاعف  $x = -\frac{b}{2a}$  را به دست آورده

گزینه‌ای مطلوب است که  $x = -\frac{b}{2a}$  به دست آید.

ضریب  $x$  یعنی  $b = \frac{y}{3}$  را بر ۲ تقسیم و به توان ۲ می‌رسانیم، این عدد را به دو طرف تساوی اضافه می‌کنیم:

$$\left(\frac{b}{y}\right)^2 = \left(\frac{y}{y}\right)^2 = \left(\frac{y}{y}\right)^2 = \frac{49}{36}$$

[۶] ۱ ۴۹

ابتدا عدد ثابت را به سمت راست می‌بریم:

$$x^2 - 4x = k \Rightarrow \left(x - \frac{4}{2}\right)^2 = \left(x - 2\right)^2 = 4$$

$$x^2 - 4x + 4 = k + 4 \Rightarrow (x - 2)^2 = k + 4$$

اتحاد مربع دو جمله‌ای

حال با مقایسه معادله  $(x - 2)^2 = k + 4$  و عبارت  $(x + a)^2 = 3$  مقدار

$$\left\{ \begin{array}{l} (x + a)^2 = 3 \\ (x - 2)^2 = k + 4 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = -2 \\ k + 4 = 3 \Rightarrow k = 3 - 4 = -1 \end{array} \right.$$

[۷] ۲ ۵۰

در معادله  $2x^2 + 5x - 3 = 0$  ضرایب به صورت  $a = 2, b = 5, c = -3$  می‌باشد.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (5)^2 - 4(2)(-3) = 25 + 24 = 49$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(5) \pm \sqrt{49}}{2(2)} = \frac{-5 \pm 7}{4}$$

$$x_1 = \frac{-5 + 7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = \frac{-5 - 7}{4} = -\frac{12}{4} = -3$$

[۷] ۱ ۵۱

ابتدا ساده می‌کنیم:

$$(x + 5)(x - 1) = x(2 - x) \Rightarrow x^2 - x + 5x - 5 = 2x - x^2 \Rightarrow x^2 - x + 5x - 5 - 2x + x^2 = 0$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 2x - 5 = 0 \Rightarrow a = 2, b = 2, c = -5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (2)^2 - 4(2)(-5) = 4 + 40 = 44$$

چون  $\Delta$  مثبت شده است، پس دو ریشه حقیقی متمایز داریم.

[۷] ۴ ۵۲

وقتی ریشه‌ها مساویند پس  $\Delta = 0$  است:

$$x^2 + 4x - a - 1 = 0 \Rightarrow a = 1, b = 4, c = -a - 1$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (4)^2 - 4(1)(-a - 1) = 0$$

$$\Rightarrow 16 + 4a + 4 = 0 \Rightarrow 4a + 20 = 0 \Rightarrow 4a = -20$$

$$\Rightarrow a = \frac{-20}{4} = -5$$

[۷] ۳ ۵۳

علامت  $\Delta$  نشان‌دهنده تعداد ریشه‌های معادله درجه دوم است.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$1 \quad 3x^2 + x - 2 = 0$$

$$\xrightarrow{a=3, b=1, c=-2} \Delta = (1)^2 - 4(3)(-2) = 1 + 24 = 25$$

$\Delta$  مثبت شده پس دو ریشه حقیقی متمایز دارد.

$$2 \quad x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$\xrightarrow{a=1, b=-6, c=9} \Delta = (-6)^2 - 4(1)(9) = 36 - 36 = 0$$

$\Delta$  صفر شده پس دو ریشه مساوی یا ریشه مضاعف دارد.

$$3 \quad -x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$\xrightarrow{a=-1, b=3, c=-2} \Delta = (3)^2 - 4(-1)(-2) = 9 - 8 = 1$$

$\Delta$  مثبت و دو ریشه حقیقی متمایز دارد.