

آزمون‌های موضوعی و جامع + پاسخ‌های تشریحی

موج آزمون ریاضه

ویراست سوم

کاظم اجلالی، ارشک حمیدی



رشته
ریاضی

انتگرالگو

پیشگفتار

سال‌هاست که در کشور ما اصلی‌ترین راه ورود به دانشگاه، قبولی در کنکور است. آزمونی که ویژگی اصلی‌اش چهارگزینه‌ای بودن پرسش‌هاست. از این‌رو، رویکرد آموزشی بسیاری از معلمان، به‌ویژه در سال‌های پایانی دوره متوسطه، تدریس مطالب درسی بر پایه پرسش‌های چهارگزینه‌ای است. به همین دلیل، هر چند بعید است شما پیش از سال دوازدهم تحصیل‌تان با پرسش‌های چهارگزینه‌ای دست و پنجه نرم نکرده باشید، اگر قصد ورود به دانشگاه را دارید، گریزی از مواجهه با پرسش‌های چهارگزینه‌ای نیست!

کتاب‌های **موج آزمون** ویژه آمادگی برای کنکور است. کتابی که در دست دارید، مربوط به درس‌های ریاضی ۱ سال دهم، حسابان ۱ سال یازدهم و حسابان ۲ سال دوازدهم است. در این کتاب، همه موضوعات این درس‌ها را در بخش اول تنظیم کرده‌ایم. در هر آزمون، ۱۰ پرسش چهارگزینه‌ای مربوط به همان موضوع را آورده‌ایم. در بخش دوم، چند آزمون جامع مربوط به هر یک از مباحث آورده‌ایم. بخش سوم را به آزمون‌های جامع تألیفی اختصاص داده‌ایم. در این بخش، آزمون‌هایی شبیه کنکورهای سال‌های اخیر آورده‌ایم، که در نتیجه سطح دشواری آن‌ها مختلف و متنوع است. کنکورهای سال‌های اخیر را نیز در بخش چهارم قرار داده‌ایم.

وظیفه خود می‌دانیم از همکاران عزیزمان در نشر الگو، خانم‌ها عاطفه ربیعی و فهیمه گودرزی، دکترین آریس آفانیانس و ابوالفضل علی‌بمانی، برای ویراستاری علمی کتاب، خانم‌ها فاطمه احدی و راضیه صالحی برای صفحه‌آرایی کتاب، خانم الهام اسماعیل‌زاده برای رسم شکل‌ها و خانم سکینه مختار مدیر واحد ویراستاری و حروفچینی تشکر و قدردانی کنیم.

مؤلفان

فهرست

بخش اول: آزمون‌های موضوعی

بازه و مجموعه

- آزمون ۱: بازه ۲
 آزمون ۲: مجموعه ۳

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی

- آزمون ۳: الگو و دنباله ۴
 آزمون ۴: دنباله حسابی (۱) ۵
 آزمون ۵: دنباله حسابی (۲) ۶
 آزمون ۶: دنباله هندسی (۱) ۷
 آزمون ۷: دنباله هندسی (۲) ۸
 آزمون ۸: مجموع جملات دنباله حسابی ۹
 آزمون ۹: مجموع جملات دنباله هندسی ۱۰

توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم

- آزمون ۱۰: توان و ریشه ۱۱
 آزمون ۱۱: اتحاد (۱) ۱۲
 آزمون ۱۲: اتحاد (۲) ۱۳
 آزمون ۱۳: تجزیه (۱) ۱۴
 آزمون ۱۴: تجزیه (۲) ۱۵
 آزمون ۱۵: گویا کردن مخرج‌های گنگ ۱۶
 آزمون ۱۶: بخش‌پذیری و تقسیم ۱۷

معادله، تعیین علامت و نامعادله

- آزمون ۱۷: حل معادله درجه دوم ۱۸
 آزمون ۱۸: روابط بین ضرایب و جواب‌های معادله درجه دوم (۱) ۱۹
 آزمون ۱۹: روابط بین ضرایب و جواب‌های معادله درجه دوم (۲) ۲۰
 آزمون ۲۰: روابط بین ضرایب و علامت جواب‌های معادله درجه دوم ۲۱
 آزمون ۲۱: معادله‌های درجه سوم و درجه چهارم خاص ۲۲

- آزمون ۲۲: معادله‌های گویا (۱) ۲۳
 آزمون ۲۳: معادله‌های گویا (۲) ۲۴
 آزمون ۲۴: تعیین علامت و نامعادله (۱) ۲۵
 آزمون ۲۵: تعیین علامت و نامعادله (۲) ۲۶
 آزمون ۲۶: معادله‌های گنگ (۱) ۲۷
 آزمون ۲۷: معادله‌های گنگ (۲) ۲۸
 آزمون ۲۸: حل هندسی معادله ۲۹

قدرمطلق و جزء صحیح

- آزمون ۲۹: قدرمطلق و ویژگی‌های آن ۳۰
 آزمون ۳۰: معادلات قدرمطلق ۳۱
 آزمون ۳۱: نامعادلات قدرمطلق ۳۲
 آزمون ۳۲: توابع شامل قدرمطلق ۳۳
 آزمون ۳۳: جزء صحیح و ویژگی‌های آن (۱) ۳۴
 آزمون ۳۴: جزء صحیح و ویژگی‌های آن (۲) ۳۵
 آزمون ۳۵: توابع شامل جزء صحیح ۳۶

توابع نمایی و لگاریتمی

- آزمون ۳۶: تابع نمایی (۱) ۳۷
 آزمون ۳۷: تابع نمایی (۲) ۳۸
 آزمون ۳۸: معادلات نمایی ۳۹
 آزمون ۳۹: نامعادلات نمایی ۴۰
 آزمون ۴۰: لگاریتم (۱) ۴۱
 آزمون ۴۱: لگاریتم (۲) ۴۲
 آزمون ۴۲: تابع لگاریتمی (۱) ۴۳
 آزمون ۴۳: تابع لگاریتمی (۲) ۴۴
 آزمون ۴۴: معادلات و نامعادلات لگاریتمی (۱) ۴۵
 آزمون ۴۵: معادلات و نامعادلات لگاریتمی (۲) ۴۶

هندسة تحليلی

آزمون ۴۶: خط راست (۱)..... ۴۷

آزمون ۴۷: خط راست (۲)..... ۴۸

تابع

آزمون ۴۸: مفاهیم اولیه تابع..... ۴۹

آزمون ۴۹: توابع معروف..... ۵۰

آزمون ۵۰: سهمی و تابع درجه دوم (۱)..... ۵۱

آزمون ۵۱: سهمی و تابع درجه دوم (۲)..... ۵۲

آزمون ۵۲: دامنه و برد تابع و تساوی توابع..... ۵۳

آزمون ۵۳: مدل سازی با توابع..... ۵۴

آزمون ۵۴: جبر توابع (۱)..... ۵۵

آزمون ۵۵: جبر توابع (۲)..... ۵۶

آزمون ۵۶: ترکیب توابع (۱)..... ۵۷

آزمون ۵۷: ترکیب توابع (۲)..... ۵۸

آزمون ۵۸: ترکیب توابع (۳)..... ۵۹

آزمون ۵۹: تبدیل نمودار توابع (۱)..... ۶۰

آزمون ۶۰: تبدیل نمودار توابع (۲)..... ۶۱

آزمون ۶۱: توابع یک به یک..... ۶۲

آزمون ۶۲: توابع یکنوا (۱)..... ۶۳

آزمون ۶۳: توابع یکنوا (۲)..... ۶۴

آزمون ۶۴: تابع وارون (۱)..... ۶۵

آزمون ۶۵: تابع وارون (۲)..... ۶۶

آزمون ۶۶: تابع وارون (۳)..... ۶۷

مثلثات

آزمون ۶۷: نسبت های مثلثاتی در مثلث قائم الزاویه..... ۷۰

آزمون ۶۸: نسبت های مثلثاتی در دایره مثلثاتی..... ۷۱

آزمون ۶۹: اتحاد های مثلثاتی (۱)..... ۷۲

آزمون ۷۰: اتحاد های مثلثاتی (۲)..... ۷۳

آزمون ۷۱: واحدهای اندازه گیری زاویه..... ۷۴

آزمون ۷۲: نسبت های مثلثاتی همه زاویه ها (۱)..... ۷۵

آزمون ۷۳: نسبت های مثلثاتی همه زاویه ها (۲)..... ۷۶

آزمون ۷۴: سینوس و کسینوس مجموع دو زاویه (۱)..... ۷۷

آزمون ۷۵: سینوس و کسینوس مجموع دو زاویه (۲)..... ۷۸

آزمون ۷۶: سینوس و کسینوس زاویه 2α (۱)..... ۷۹

آزمون ۷۷: سینوس و کسینوس زاویه 2α (۲)..... ۸۰

آزمون ۷۸: سینوس و کسینوس زاویه 2α (۳)..... ۸۱

آزمون ۷۹: تانژانت مجموع دو زاویه (۱)..... ۸۲

آزمون ۸۰: تانژانت مجموع دو زاویه (۲)..... ۸۳

آزمون ۸۱: توابع مثلثاتی (۱)..... ۸۴

آزمون ۸۲: توابع مثلثاتی (۲)..... ۸۵

آزمون ۸۳: معادلات مثلثاتی (۱)..... ۸۶

آزمون ۸۴: معادلات مثلثاتی (۲)..... ۸۷

آزمون ۸۵: معادلات مثلثاتی (۳)..... ۸۸

حد و پیوستگی

آزمون ۸۶: مفهوم حد و قضایای حد (۱)..... ۸۹

آزمون ۸۷: مفهوم حد و قضایای حد (۲)..... ۹۰

آزمون ۸۸: حالت مبهم $\frac{0}{0}$ برای تابع های گویا و گنگ (۱)..... ۹۱

آزمون ۸۹: حالت مبهم $\frac{0}{0}$ برای تابع های گویا و گنگ (۲)..... ۹۲

آزمون ۹۰: حالت مبهم $\frac{0}{0}$ مثلثاتی (۱)..... ۹۳

آزمون ۹۱: حالت مبهم $\frac{0}{0}$ مثلثاتی (۲)..... ۹۴

آزمون ۹۲: پیوستگی (۱)..... ۹۵

آزمون ۹۳: پیوستگی (۲)..... ۹۶

آزمون ۹۴: حد بی نهایت (۱)..... ۹۷

آزمون ۹۵: حد بی نهایت (۲)..... ۹۸

آزمون ۹۶: مجانب قائم..... ۹۹

آزمون ۹۷: حد در بی نهایت (۱)..... ۱۰۰

آزمون ۹۸: حد در بی نهایت (۲)..... ۱۰۱

آزمون ۹۹: مجانب افقی..... ۱۰۲

آزمون ۱۰۰: حالت های مبهم $\infty - \infty$ و $\infty \times \infty$ (خارج از کتاب

درسی)..... ۱۰۳

مشتق

- آزمون ۱۰۱: مفهوم مشتق (۱) ۱۰۴
- آزمون ۱۰۲: مفهوم مشتق (۲) ۱۰۵
- آزمون ۱۰۳: قواعد مشتق گیری (۱) ۱۰۶
- آزمون ۱۰۴: قواعد مشتق گیری (۲) ۱۰۷
- آزمون ۱۰۵: قواعد مشتق گیری (۳) ۱۰۸
- آزمون ۱۰۶: مشتق تابع مرکب (۱) ۱۰۹
- آزمون ۱۰۷: مشتق تابع مرکب (۲) ۱۱۰
- آزمون ۱۰۸: مشتق تابع مرکب (۳) ۱۱۱
- آزمون ۱۰۹: مشتق پذیری ۱۱۲
- آزمون ۱۱۰: خط مماس بر نمودار تابع ۱۱۳
- آزمون ۱۱۱: آهنگ تغییر ۱۱۴
- آزمون ۱۱۲: مشتق دوم (۱) ۱۱۵
- آزمون ۱۱۳: مشتق دوم (۲) ۱۱۶
- آزمون ۱۱۴: قاعده هوییتال (۱) ۱۱۷
- آزمون ۱۱۵: قاعده هوییتال (۲) ۱۱۸

کاربردهای مشتق

- آزمون ۱۱۶: ارتباط مشتق و یکنوایی تابع (۱) ۱۱۹
- آزمون ۱۱۷: ارتباط مشتق و یکنوایی تابع (۲) ۱۲۰
- آزمون ۱۱۸: نقاط بحرانی ۱۲۱
- آزمون ۱۱۹: اکسترم‌های نسبی (۱) ۱۲۲
- آزمون ۱۲۰: اکسترم‌های نسبی (۲) ۱۲۳
- آزمون ۱۲۱: اکسترم‌های مطلق (۱) ۱۲۴
- آزمون ۱۲۲: اکسترم‌های مطلق (۲) ۱۲۵
- آزمون ۱۲۳: بهینه‌سازی (۱) ۱۲۶
- آزمون ۱۲۴: بهینه‌سازی (۲) ۱۲۷
- آزمون ۱۲۵: جهت تقعر (۱) ۱۲۸
- آزمون ۱۲۶: جهت تقعر (۲) ۱۲۹

- آزمون ۱۲۷: نقطه عطف (۱) ۱۳۰
- آزمون ۱۲۸: نقطه عطف (۲) ۱۳۱
- آزمون ۱۲۹: رسم نمودار (۱) ۱۳۲
- آزمون ۱۳۰: رسم نمودار (۲) ۱۳۳

بخش دوم: آزمون‌های فصلی

- آزمون ۱۳۱: بازه و مجموعه ۱۳۶
- آزمون ۱۳۲: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۱) ۱۳۷
- آزمون ۱۳۳: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۲) ۱۳۸
- آزمون ۱۳۴: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۳) ۱۳۹
- آزمون ۱۳۵: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۴) ۱۴۰
- آزمون ۱۳۶: الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۵) ۱۴۱
- آزمون ۱۳۷: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم (۱) ۱۴۲
- آزمون ۱۳۸: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم (۲) ۱۴۳
- آزمون ۱۳۹: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم (۳) ۱۴۴
- آزمون ۱۴۰: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم (۴) ۱۴۵
- آزمون ۱۴۱: توان، ریشه، اتحاد، تجزیه و تقسیم (۵) ۱۴۶
- آزمون ۱۴۲: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۱) ۱۴۷
- آزمون ۱۴۳: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۲) ۱۴۸
- آزمون ۱۴۴: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۳) ۱۴۹
- آزمون ۱۴۵: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۴) ۱۵۰
- آزمون ۱۴۶: معادله، تعیین علامت و نامعادله (۵) ۱۵۱
- آزمون ۱۴۷: قدرمطلق و جزء صحیح (۱) ۱۵۲
- آزمون ۱۴۸: قدرمطلق و جزء صحیح (۲) ۱۵۳
- آزمون ۱۴۹: قدرمطلق و جزء صحیح (۳) ۱۵۴
- آزمون ۱۵۰: قدرمطلق و جزء صحیح (۴) ۱۵۵
- آزمون ۱۵۱: توابع نمایی و لگاریتمی (۱) ۱۵۶
- آزمون ۱۵۲: توابع نمایی و لگاریتمی (۲) ۱۵۷
- آزمون ۱۵۳: توابع نمایی و لگاریتمی (۳) ۱۵۸

آزمون ۱۵۴: توابع نمایی و لگاریتمی (۴)	۱۵۹
آزمون ۱۵۵: توابع نمایی و لگاریتمی (۵)	۱۶۰
آزمون ۱۵۶: تابع (۱)	۱۶۱
آزمون ۱۵۷: تابع (۲)	۱۶۲
آزمون ۱۵۸: تابع (۳)	۱۶۳
آزمون ۱۵۹: تابع (۴)	۱۶۴
آزمون ۱۶۰: تابع (۵)	۱۶۵
آزمون ۱۶۱: تابع (۶)	۱۶۶
آزمون ۱۶۲: تابع (۷)	۱۶۷
آزمون ۱۶۳: مثلثات (۱)	۱۶۸
آزمون ۱۶۴: مثلثات (۲)	۱۶۹
آزمون ۱۶۵: مثلثات (۳)	۱۷۰
آزمون ۱۶۶: مثلثات (۴)	۱۷۱
آزمون ۱۶۷: مثلثات (۵)	۱۷۲
آزمون ۱۶۸: مثلثات (۶)	۱۷۳
آزمون ۱۶۹: مثلثات (۷)	۱۷۴
آزمون ۱۷۰: مثلثات (۸)	۱۷۵
آزمون ۱۷۱: مثلثات (۹)	۱۷۶
آزمون ۱۷۲: حد و پیوستگی (۱)	۱۷۷
آزمون ۱۷۳: حد و پیوستگی (۲)	۱۷۸
آزمون ۱۷۴: حد و پیوستگی (۳)	۱۷۹
آزمون ۱۷۵: حد و پیوستگی (۴)	۱۸۰
آزمون ۱۷۶: حد و پیوستگی (۵)	۱۸۱
آزمون ۱۷۷: حد و پیوستگی (۶)	۱۸۲
آزمون ۱۷۸: حد و پیوستگی (۷)	۱۸۳
آزمون ۱۷۹: حد و پیوستگی (۸)	۱۸۴
آزمون ۱۸۰: مشتق (۱)	۱۸۵
آزمون ۱۸۱: مشتق (۲)	۱۸۶
آزمون ۱۸۲: مشتق (۳)	۱۸۷
آزمون ۱۸۳: مشتق (۴)	۱۸۸
آزمون ۱۸۴: مشتق (۵)	۱۸۹
آزمون ۱۸۵: مشتق (۶)	۱۹۰
آزمون ۱۸۶: مشتق (۷)	۱۹۱
آزمون ۱۸۷: مشتق (۸)	۱۹۲
آزمون ۱۸۸: مشتق (۹)	۱۹۳
آزمون ۱۸۹: مشتق (۱۰)	۱۹۴
آزمون ۱۹۰: کاربردهای مشتق (۱)	۱۹۵
آزمون ۱۹۱: کاربردهای مشتق (۲)	۱۹۶
آزمون ۱۹۲: کاربردهای مشتق (۳)	۱۹۷
آزمون ۱۹۳: کاربردهای مشتق (۴)	۱۹۸
آزمون ۱۹۴: کاربردهای مشتق (۵)	۱۹۹
آزمون ۱۹۵: کاربردهای مشتق (۶)	۲۰۰
آزمون ۱۹۶: کاربردهای مشتق (۷)	۲۰۱
آزمون ۱۹۷: کاربردهای مشتق (۸)	۲۰۲
آزمون ۱۹۸: کاربردهای مشتق (۹)	۲۰۳
● بخش سوم: آزمون‌های جامع تألیفی	
آزمون ۱۹۹: جامع (۱)	۲۰۶
آزمون ۲۰۰: جامع (۲)	۲۰۸
آزمون ۲۰۱: جامع (۳)	۲۱۰
آزمون ۲۰۲: جامع (۴)	۲۱۲
آزمون ۲۰۳: جامع (۵)	۲۱۴
آزمون ۲۰۴: جامع (۶)	۲۱۶
آزمون ۲۰۵: جامع (۷)	۲۱۸
آزمون ۲۰۶: جامع (۸)	۲۲۰
آزمون ۲۰۷: جامع (۹)	۲۲۲

● بخش چهارم: آزمون‌های کنکور

- آزمون ۲۰۸: کنکور ریاضی سال ۱۳۹۸ - داخل کشور ۲۲۶
- آزمون ۲۰۹: کنکور ریاضی سال ۱۳۹۸ - خارج از کشور ... ۲۲۸
- آزمون ۲۱۰: کنکور ریاضی سال ۱۳۹۹ - داخل کشور ۲۳۰
- آزمون ۲۱۱: کنکور ریاضی سال ۱۳۹۹ - خارج از کشور ... ۲۳۲
- آزمون ۲۱۲: کنکور ریاضی سال ۱۴۰۰ - داخل کشور ۲۳۴
- آزمون ۲۱۳: کنکور ریاضی سال ۱۴۰۰ - خارج از کشور ... ۲۳۷
- آزمون ۲۱۴: کنکور ریاضی سال ۱۴۰۱ - داخل کشور ۲۳۹
- آزمون ۲۱۵: کنکور ریاضی سال ۱۴۰۱ - خارج از کشور ... ۲۴۱
- آزمون ۲۱۶: کنکور ریاضی سال ۱۴۰۲ (نوبت اول) ۲۴۳

● بخش پنجم: پاسخ‌های تشریحی

- پاسخ‌های تشریحی ۲۴۵

● بخش ششم: پاسخنامه کلیدی

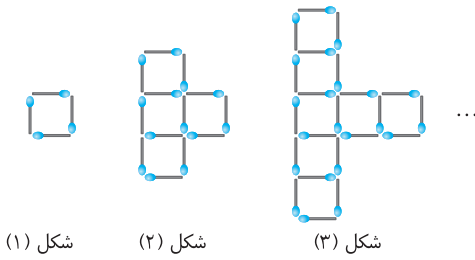
- پاسخنامه کلیدی ۴۴۹

الگو و دنباله

آزمون ۳

محل انجام محاسبات

۲۱- تعداد چوب کبریت‌های به کار رفته برای ساختن شکل چهاردهم در الگوی مقابل چقدر است؟



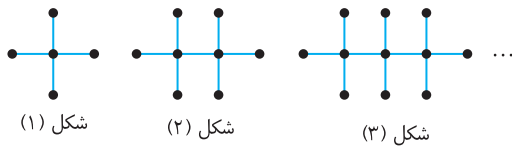
(۱) ۱۰۳

(۲) ۱۱۲

(۳) ۱۲۱

(۴) ۱۳۰

۲۲- تعداد نقاط شکل بیستم در الگوی مقابل چقدر است؟



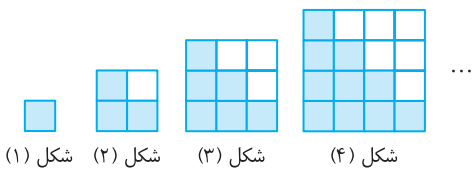
(۱) ۶۰

(۲) ۶۱

(۳) ۶۲

(۴) ۶۴

۲۳- در الگوی مقابل، اختلاف تعداد مربع‌های رنگ شده و رنگ نشده در شکل سی‌ام چقدر است؟



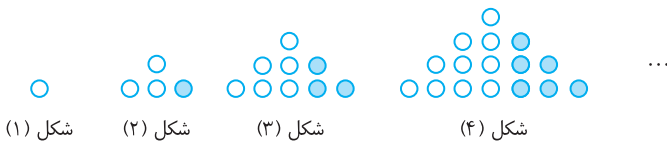
(۱) ۱۵

(۲) ۲۰

(۳) ۳۰

(۴) ۳۵

۲۴- در الگوی زیر، در چه شکلی نسبت تعداد گوی‌های رنگی به تعداد کل گوی‌ها برابر با $\frac{1}{17}$ است؟



(۱) ۱۸

(۲) ۱۷

(۳) ۱۶

(۴) ۱۵

۲۵- در الگوی زیر، در شکل چندم تعداد گوی‌های رنگی برابر با ۱۱۳ است؟



(۱) ۱۷

(۲) ۱۵

(۳) ۱۶

(۴) ۱۴

۲۶- همه جمله‌های دنباله با جمله عمومی $a_n = \frac{2n-k}{5n+3}$ با هم برابرند. مقدار k کدام است؟

(۱) $-\frac{3}{5}$ (۲) $-\frac{4}{5}$ (۳) $-\frac{6}{5}$ (۴) $-\frac{7}{5}$

۲۷- کدام یک می‌تواند جمله عمومی دنباله $2, 3, 10, 15, \dots$ باشد؟

(۱) $n+1$ (۲) $n^2 - (-1)^n$ (۳) $3n^2 - 8n + 7$ (۴) $2n^2 - 5n + 5$

۲۸- در یک دنباله با جمله عمومی a_n ، $a_1 = 1$ و به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ رابطه $a_{n+1} = \frac{n}{n+1} a_n$ برقرار است. مقدار a_{100} کدام است؟

(۱) $\frac{1}{99}$ (۲) $\frac{1}{100}$ (۳) $\frac{1}{101}$ (۴) $\frac{1}{102}$

۲۹- اگر بزرگ‌ترین جمله دنباله با جمله عمومی $a_n = -3n^2 + 12n + c$ برابر ۸ باشد، مقدار c کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) -۸ (۳) ۲۰ (۴) -۴

۳۰- چند جمله از ابتدای دنباله با جمله عمومی $a_n = \log_7 \frac{n}{n+1}$ را جمع کنیم تا حاصل برابر -۳ شود؟

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

دنباله حسابی (۱)

محل انجام محاسبات

- ۳۱- در یک دنباله، $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 1$ ، $a_n - a_{n+1} = 2$. در این دنباله مقدار $\frac{a_{10}}{a_5}$ کدام است؟
- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{3}{2}$
- ۳۲- اگر در دنباله‌ای حسابی $7a_4 - 4a_5 + 3a_6 = 124$ ، مقدار قدرنسبت دنباله کدام است؟
- (۱) -۳ (۲) -۴ (۳) -۶ (۴) -۸
- ۳۳- در دنباله حسابی $\dots, 4x-2, 3x-4, 2x-1$ جمله چهارم کدام است؟
- (۱) -۱۹ (۲) -۲۲ (۳) -۲۳ (۴) -۲۵
- ۳۴- چندمین جمله از دنباله حسابی $\dots, 5, 2, -1$ برابر ۲۱۸ است؟
- (۱) هفتاد و یکم (۲) هفتاد و چهارم (۳) هفتاد و پنجم (۴) هفتاد و هشتم
- ۳۵- در دنباله حسابی $\dots, 10, 6, 2$ چند جمله کوچک‌تر از ۵۰۰ وجود دارد؟
- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۲۵ (۳) ۱۲۶ (۴) ۱۲۸
- ۳۶- سه زاویه مثلثی دنباله‌ای حسابی تشکیل داده‌اند. میانگین اندازه بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زاویه‌های این مثلث کدام است؟
- (۱) 45° (۲) 60° (۳) 75° (۴) 90°
- ۳۷- زاویه‌های یک پنج‌ضلعی دنباله‌ای حسابی تشکیل داده‌اند. اگر اندازه کوچک‌ترین زاویه برابر 86° باشد، اندازه بزرگ‌ترین زاویه کدام است؟
- (۱) 110° (۲) 115° (۳) 120° (۴) 130°
- ۳۸- در جدول زیر، بین دو عدد $\sqrt{3}-5$ و $\sqrt{3}+5$ ، چهار واسطه حسابی می‌نویسیم. کوچک‌ترین عددی که نوشته‌ایم کدام است؟
- | | | | |
|--------------|--|--|--------------|
| $\sqrt{3}-5$ | | | $\sqrt{3}+5$ |
|--------------|--|--|--------------|
- (۱) $\sqrt{3}-4$ (۲) $\sqrt{3}-3$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{3}-1$
- ۳۹- مجموع سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی برابر ۱۵ و حاصل ضرب آن‌ها برابر ۴۵ است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟
- (۱) $\pm \frac{1}{2}$ (۲) ± 2 (۳) ± 3 (۴) ± 4
- ۴۰- جمله نخست دنباله‌ای حسابی برابر قدرنسبت این دنباله است و حاصل ضرب نه جمله نخست این دنباله برابر $10^8 \times 10!$ است. جمله دهم این دنباله کدام است؟
- (۱) ۹۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۹۰۰ (۴) ۱۰۰۰

آزمون ۵

دنباله حسابی (۲)

محل انجام محاسبات

۴۱- جمله عمومی دنباله‌ای حسابی به صورت $a_n = \frac{5-2n}{3}$ است. قدرنسبت دنباله چقدر از جمله اول کمتر است؟

- (۱) $-\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{5}{3}$

۴۲- در دنباله‌ای حسابی $a_1 + a_3 = 16$ و $a_2 + a_5 + a_8 = 51$. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۴۳- جمله عمومی دنباله حسابی $a, 2a-1, 1-3a, \dots$ کدام است؟

- (۱) $1 - \frac{n}{2}$ (۲) $n - \frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{2} - n$ (۴) $\frac{n}{2} + 1$

۴۴- اگر $a+b, a+c, b+c$ سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی باشند، کدام گزینه دنباله‌ای حسابی را نشان می‌دهد؟

- (۱) b, a, c (۲) b, c, a (۳) a, c, b (۴) a, b, c

۴۵- در دنباله حسابی $196, 192, 188, \dots$ نخستین جمله کوچک‌تر از 10 چندمین جمله است؟

- (۱) ۴۶ (۲) ۴۷ (۳) ۴۸ (۴) ۴۹

۴۶- در دنباله‌ای حسابی، جمله دهم 32 واحد کمتر از دومین جمله است. اگر جمله چهارم دنباله برابر 15 باشد، چند

جمله از دنباله مثبت هستند؟

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۵

۴۷- اگر جواب‌های معادله $(x-a)(x^2 - 8x + 12) = 0$ جمله‌های متوالی دنباله‌ای حسابی باشند، a چند مقدار مختلف

ممکن است باشد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۴۸- اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای دنباله‌ای حسابی تشکیل می‌دهند. نسبت طول ضلع بلندتر زاویه قائمه به طول ضلع کوتاه‌تر

زاویه قائمه این مثلث کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۴۹- مجموع چهار جمله متوالی دنباله‌ای حسابی برابر صفر و مجموع مربعات آن‌ها برابر 80 است. حاصل ضرب بزرگ‌ترین

و کوچک‌ترین این اعداد کدام است؟

- (۱) -18 (۲) -27 (۳) -36 (۴) -45

۵۰- بین دو عدد $m^2 + 3m + 4$ و $m^2 + 4$ ، تعداد $m-1$ عدد را طوری درج می‌کنیم که اعداد حاصل، یک دنباله

حسابی تشکیل دهند. قدرنسبت دنباله حاصل کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

دنباله هندسی (۱)

محل انجام محاسبات

- ۵۱- در دنباله‌ای با جمله عمومی a_n می‌دانیم $a_{n+1} = \frac{3}{2} a_n$. اگر $a_3 = 3$ ، مقدار a_{29} کدام است؟
- (۱) $\frac{3^{27}}{2^{26}}$ (۲) $\frac{3^{28}}{2^{27}}$ (۳) $\frac{3^{29}}{2^{28}}$ (۴) $\frac{3^{30}}{2^{29}}$
- ۵۲- اگر $\sqrt{a}, \sqrt[4]{2}, \sqrt[3]{2}$ سه جمله نخست دنباله‌ای هندسی باشند، جمله سیزدهم این دنباله کدام است؟
- (۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $2\sqrt[6]{2}$ (۳) $2\sqrt[3]{2}$ (۴) $4\sqrt[6]{2}$
- ۵۳- واسطه حسابی جواب‌های معادله‌ای درجه دوم $4/5$ و واسطه هندسی جواب‌های آن $1/5$ است. این معادله کدام است؟
- (۱) $4x^2 - 36x + 9 = 0$ (۲) $4x^2 + 36x + 9 = 0$ (۳) $x^2 - 18x + 9 = 0$ (۴) $x^2 + 18x + 9 = 0$
- ۵۴- در دنباله‌ای هندسی با جملات مثبت می‌دانیم $a_1 a_6 = 27$ و $a_4 a_9 = 9$. مقدار a_5 کدام است؟
- (۱) ۳ (۲) ۹ (۳) ۲۷ (۴) ۸۱
- ۵۵- در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت $-\frac{1}{2}$ ، مجموع جملات پنجم و هشتم چند برابر مجموع جملات هفتم و هشتم است؟
- (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۱۲
- ۵۶- حاصل ضرب پنج جمله متوالی دنباله‌ای هندسی برابر 1024 است. جمله وسط کدام است؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸
- ۵۷- بین دو عدد $\sqrt{2}$ و $16\sqrt{2}$ هفت واسطه هندسی درج می‌کنیم (جمله اول $\sqrt{2}$ است). جمله سوم دنباله حاصل کدام است؟
- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $8\sqrt{2}$ (۳) $32\sqrt{2}$ (۴) $64\sqrt{2}$
- ۵۸- جمله هشتادونهم دنباله حسابی $\dots, -\frac{95}{8}, -12, \dots$ با جمله ششم دنباله هندسی $\dots, 243, \dots$ برابر است. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟
- (۱) -3 (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) $\frac{1}{3}$
- ۵۹- اگر $a, 8, b$ سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی‌اند. اگر ۴ واحد به b اضافه کنیم، اعداد جدید دنباله‌ای هندسی می‌سازند. مجموع مقادیر ممکن a کدام است؟
- (۱) ۲۰ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴) ۱۴
- ۶۰- جملات دوم، ششم و چهاردهم دنباله‌ای حسابی، سه جمله نخست دنباله‌ای هندسی هستند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۳ (۴) ۲

دنباله هندسی (۲)

آزمون ۷

محل انجام محاسبات

۶۱- در یک دنباله هندسی می‌دانیم $\frac{a_8}{a_6} = \sqrt{2}$. مقدار $\frac{a_7}{a_3}$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) $\sqrt{8}$

۶۲- اگر $\dots, 8^{2-3x}, 4^{3x}, 2^{x-4}$ دنباله‌ای هندسی باشد، مقدار x کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $-\frac{1}{10}$

۶۳- اگر جمله هفتم دنباله هندسی $\log_4 a, \log_6 a, \dots$ برابر $\frac{1}{32}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۶۴

۶۴- در دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت بزرگ‌تر از ۱، $a_5 - a_1 = 130$ و $a_6 - a_2 = 25$. مقدار a_7 کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{24}$ (۲) $\frac{5}{24}$ (۳) $\frac{15}{24}$ (۴) $\frac{25}{24}$

۶۵- بین اعداد مثبت a و b پنج واسطه هندسی درج می‌کنیم (جمله اول a است). اگر چهار واسطه هندسی درج می‌کردیم،

قدرنسبت دو برابر حالت قبل می‌شد. قدرنسبت دنباله در حالتی که پنج واسطه هندسی درج می‌کنیم، کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۶۴

۶۶- در دنباله‌ای هندسی، مجموع سه جمله متوالی ۱۴ و حاصل ضرب آن‌ها ۶۴ است. اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین

این اعداد کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۶۷- اضلاع یک مثلث قائم‌الزاویه دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت بزرگ‌تر از ۱ تشکیل می‌دهند. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (۲) $\sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$ (۳) $\frac{1+\sqrt{10}}{2}$ (۴) $\sqrt{\frac{1+\sqrt{10}}{2}}$

۶۸- اگر اعداد $x+4$ ، $x+y$ و $2x+y$ سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی و سه جمله متوالی دنباله‌ای هندسی باشند،

مقدار $x+2y$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۴ (۳) ۱۲ (۴) ۸

۶۹- جملات سوم، پنجم و ششم دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n = a - n$ سه جمله متوالی دنباله‌ای هندسی هستند.

جمله دهم دنباله حسابی کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) -۱

۷۰- در یک دنباله حسابی غیرثابت، جملات سوم، پنجم و هشتم به ترتیب جملات اول تا سوم یک دنباله هندسی‌اند. نسبت

جمله چهارم دنباله هندسی به جمله دوازدهم دنباله حسابی کدام است؟

- (۱) $\frac{23}{26}$ (۲) $\frac{25}{26}$ (۳) $\frac{27}{26}$ (۴) $\frac{29}{26}$

مجموع جملات دنباله حسابی

محل انجام محاسبات

۷۱- جمله نخست دنباله‌ای حسابی برابر ۶- و جمله آخر آن برابر ۳۰ است. اگر مجموع جمله‌های این دنباله حسابی ۱۲۰ باشد، تعداد جمله‌های آن چقدر است؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۷۲- در یک دنباله حسابی مجموع جمله‌های هفتم و چهاردهم برابر ۶۰ است. مجموع بیست جمله اول دنباله کدام است؟

- (۱) ۶۰۰ (۲) ۶۲۰ (۳) ۶۴۰ (۴) ۶۵۰

۷۳- اگر $\frac{n-2}{2n}$, $\frac{n-3}{2n}$, $\frac{n-4}{2n}$ سه جمله نخست دنباله‌ای حسابی باشند، مجموع n جمله نخست این دنباله کدام است؟

- (۱) $\frac{n-3}{2}$ (۲) $\frac{n-2}{4}$ (۳) $\frac{n-3}{4}$ (۴) $\frac{n-1}{4}$

۷۴- مجموع تعدادی از جمله‌های دنباله حسابی $50, 46, 42, \dots$ از ابتدا حداکثر کدام است؟

- (۱) ۳۳۰ (۲) ۳۳۴ (۳) ۳۳۸ (۴) ۳۴۴

۷۵- در دنباله حسابی $3, 7, 11, \dots$ حداقل چند جمله از ابتدای آن را جمع کنیم تا حاصل بزرگ‌تر از ۳۰۰ شود؟

- (۱) یازده جمله (۲) دوازده جمله (۳) سیزده جمله (۴) چهارده جمله

۷۶- در یک دنباله حسابی ۲ واحد از قدرنسبت کم می‌کنیم. برای اینکه مجموع ده جمله اول ثابت بماند، چقدر باید به جمله اول اضافه کنیم؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴) ۱۹

۷۷- در دنباله‌ای حسابی و n جمله‌ای، $a_1 = -7$, $a_7 = -3$ و $S_n - a_n = 56$. مقدار n کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴) ۹

۷۸- در یک دنباله حسابی مجموع سه جمله اول برابر ۱۰ و مجموع سه جمله آخر برابر ۸۰ است. اگر مجموع تمام جمله‌ها برابر ۳۰۰ باشد، تعداد جمله‌های دنباله کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴) ۱۶

۷۹- اگر اعداد سمت چپ معادله $1+4+7+\dots+x=145$ جملات متوالی یک دنباله حسابی باشند، مقدار x کدام است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۵ (۳) ۲۸ (۴) ۳۱

۸۰- در یک دنباله حسابی $2k+1$ جمله‌ای، نسبت مجموع $k+1$ جمله با ردیف فرد به مجموع k جمله با ردیف زوج کدام است؟

- (۱) $\frac{2k}{2k+1}$ (۲) $\frac{4k+3}{2k+1}$ (۳) $\frac{4k+3}{4k+2}$ (۴) $\frac{k+1}{k}$

مجموع جملات دنباله هندسی

آزمون ۹

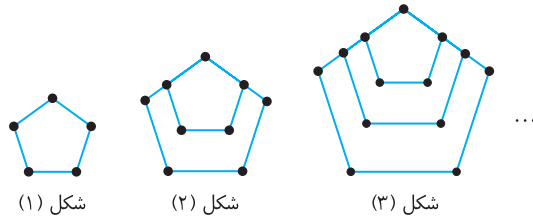
محل انجام محاسبات

- ۸۱- قدرنسبت دنباله‌ای هندسی برابر ۲ است. مجموع n جمله نخست این دنباله کدام است؟
- (۱) $2a_n - a_1$ (۲) $3a_n - a_1$ (۳) $2a_n + a_1$ (۴) $3a_n + a_1$
- ۸۲- مجموع n جمله اول یک دنباله هندسی از رابطه $S_n = \frac{4}{3}(3^n - 1)$ به دست می‌آید. جمله پنجم دنباله کدام است؟
- (۱) ۱۴۴ (۲) ۲۱۶ (۳) ۲۲۴ (۴) ۲۷۰
- ۸۳- در دنباله‌ای هندسی $a_7 = 3$ و $a_9 = 96$. مقدار S_{10} کدام است؟
- (۱) $\frac{3049}{2}$ (۲) $\frac{3057}{2}$ (۳) $\frac{3069}{2}$ (۴) $\frac{3071}{2}$
- ۸۴- در دنباله هندسی $1, \sqrt[3]{3}, \sqrt[3]{9}, \dots$ مجموع شش جمله دوم چند برابر مجموع شش جمله اول است؟
- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۹ (۴) ۱۲
- ۸۵- مجموع n جمله اول دنباله هندسی a, aq, aq^2, \dots چند برابر مجموع n جمله اول دنباله هندسی $a, \frac{a}{q}, \frac{a}{q^2}, \dots$ است؟
- (۱) q^n (۲) q^{n-1} (۳) q^{n+1} (۴) q^{n+2}
- ۸۶- در دنباله‌ای هندسی و غیرثابت با جمله‌های مثبت $S_7 = 21S_4$. قدرنسبت این دنباله هندسی کدام است؟
- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸
- ۸۷- در دنباله‌ای هندسی، مجموع ده جمله اول ۳۳ برابر مجموع پنج جمله اول است. جمله پنجم چند برابر جمله اول است؟
- (۱) ۸۱ (۲) ۲۴۳ (۳) ۱۶ (۴) ۷۲۹
- ۸۸- درباره دنباله a_1, a_2, \dots می‌دانیم $S_n = 2^n - 1$. حاصل $a_1^2 + \dots + a_n^2$ کدام است؟
- (۱) $(2^n - 1)^2$ (۲) $\frac{1}{3}(2^n - 1)$ (۳) $4^n - 1$ (۴) $\frac{1}{3}(4^n - 1)$
- ۸۹- تعداد جمله‌های یک دنباله هندسی عددی زوج است. اگر مجموع تمام جمله‌های دنباله ۳ برابر مجموع جمله‌های با ردیف زوج باشد، قدرنسبت آن کدام است؟
- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳
- ۹۰- حاصل $\frac{t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1}$ به ازای $t = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$ کدام است؟
- (۱) $3 + \sqrt{5}$ (۲) $3 - \sqrt{5}$ (۳) $2 + \sqrt{5}$ (۴) $4 - \sqrt{5}$

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۱)

محل انجام محاسبات

۱۳۱۱- تعداد نقاط روی شکل چندم از الگوی مقابل برابر ۶۱ است؟



- (۱) چهاردهم
(۲) پانزدهم
(۳) شانزدهم
(۴) هفدهم

 ۱۳۱۲- در دنباله با جمله عمومی $a_n = 95n - n^2$ چند جمله مثبت وجود دارد؟

- ۸۹ (۴) ۹۰ (۳) ۹۴ (۲) ۹۵ (۱)

 ۱۳۱۳- اگر $\log_p(16a)$ ، $\log_p(3a+4)$ و $\log_p a$ سه جمله متوالی دنباله‌ای حسابی باشند، مقدار a کدام است؟

- ۸ (۴) ۴ (۳) ۳ (۲) ۲ (۱)

 ۱۳۱۴- جمله اول دنباله حسابی با جمله عمومی $a_n = 2 - 3n$ را ۴ واحد کاهش و قدرنسبت را ۶ واحد افزایش می‌دهیم.

جمله بیست و یکم دنباله حسابی جدید کدام است؟

- ۵۷ (۴) ۵۵ (۳) ۵۲ (۲) ۵۰ (۱)

 ۱۳۱۵- در یک دنباله حسابی با n جمله، مجموع سه جمله اول برابر $6 - \sqrt{2}$ و مجموع سه جمله آخر برابر $6 + \sqrt{2}$ است.

مجموع جمله اول و جمله آخر دنباله کدام است؟

- ۸ (۴) ۶ (۳) ۴ (۲) ۲ (۱)

 ۱۳۱۶- حاصل ضرب پانزده جمله اول دنباله هندسی $\frac{1}{p}, 1, 2, \dots$ کدام است؟

- ۲۹۰ (۴) ۲۷۵ (۳) ۲۶۰ (۲) ۲۳۰ (۱)

 ۱۳۱۷- اگر عددهای $3x - 1$ ، $2x + 3$ و $y - 9$ جمله‌های متوالی دنباله‌ای حسابی و هندسی باشند، حاصل $x + y$ کدام است؟

- ۲۴ (۴) ۲۲ (۳) ۲۸ (۲) ۳۲ (۱)

 ۱۳۱۸- اگر x, y, z, t جمله‌های متوالی دنباله‌ای هندسی باشند، $x + z = 20$ و $y + t = 60$ ، قدرنسبت این دنباله هندسی

کدام است؟

- ۴ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

 ۱۳۱۹- در دنباله‌ای هندسی $a_5 - a_3 = 96$ و $a_8 - a_6 = 12$. جمله پنجم این دنباله چقدر است؟

- ۸ (۴) -۳۲ (۳) -۱۶ (۲) -۶۴ (۱)

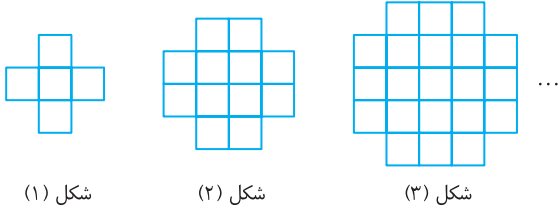
۱۳۲۰- در دنباله‌ای هندسی مجموع پنج جمله اول برابر ۸ و مجموع ده جمله اول برابر ۲۶۴ است. جمله هفتم دنباله کدام است؟

- $\frac{512}{31}$ (۴) $\frac{256}{31}$ (۳) $\frac{128}{31}$ (۲) $\frac{32}{31}$ (۱)

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۲)

آزمون ۱۳۳

محل انجام محاسبات

۱۳۲۱- الگوی مقابل از مربع‌های 1×1 ساخته شده است. مساحت شکل هشتم کدام است؟

شکل (۱)

شکل (۲)

شکل (۳)

۶۴ (۱)

۶۰ (۲)

۹۶ (۳)

۱۰۰ (۴)

۱۳۲۲- بزرگ‌ترین جمله دنباله با جمله عمومی $a_n = -2n^2 + 19n + 1$ چقدر است؟

۴۸ (۴)

۴۷ (۳)

۴۶ (۲)

۴۵ (۱)

۱۳۲۳- اگر جمله عمومی دنباله‌ای به صورت $a_n = \frac{2n-1}{n+2}$ باشد، چند جمله این دنباله در بازه $(\frac{9}{10}, \frac{11}{10})$ هستند؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۳۲۴- در دنباله‌ای حسابی $a_7 + a_9 = 0$ و $a_3 + a_5 = 128$. قدرنسبت دنباله کدام است؟ ± 6 (۴) ± 4 (۳) ± 2 (۲) ± 3 (۱)

۱۳۲۵- در دنباله‌ای حسابی مجموع جمله‌های سوم، هفتم، چهاردهم و هجدهم برابر با ۱۰ شده است. مجموع جمله اول و

جمله بیستم دنباله چقدر است؟

۵ (۴)

۱۰ (۳)

۱۵ (۲)

۲۰ (۱)

۱۳۲۶- اگر x واسطه حسابی $\sin^2 \alpha$ و $\cos^2 \alpha$ و y واسطه هندسی $\tan^2 \alpha$ و $\cot^2 \alpha$ باشد، مقدار $x+y$ کداماست؟ ($y > 0$) $\frac{5}{2}$ (۴)

۲ (۳)

 $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۱)۱۳۲۷- اگر عددهای جدول زیر جملات متوالی دنباله‌ای هندسی باشند، مقدار xyz کدام است؟

x	$\frac{1}{2}$	y	z	۳۲
-----	---------------	-----	-----	----

۱۶ (۴)

۸ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

۱۳۲۸- جمله‌های اول، دوم و چهارم یک دنباله هندسی غیرثابت جمله‌های متوالی یک دنباله حسابی‌اند. اگر قدرنسبت دنباله

هندسی عددی مثبت باشد، مقدار آن کدام است؟

 $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}-1}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (۱)۱۳۲۹- مجموع جمله‌های دنباله حسابی a, b, c برابر ۱۵ است. اگر $a+8, b+6, c+4$ دنباله‌ای هندسی باشد، مقدار ac

کدام است؟

۲۴ (۴)

۲۱ (۳)

۱۸ (۲)

۱۵ (۱)

۱۳۳۰- مربعی به طول ضلع a مفروض است. ابتدا نیمی از مساحت آن را رنگ می‌کنیم، سپس نیمی از مساحت باقی‌مانده رارنگ می‌کنیم و به همین ترتیب این کار را ادامه می‌دهیم. حداقل چند مرحله باید رنگ‌آمیزی کنیم تا بیش از $99/9$

درصد مساحت مربع اولیه رنگ شود؟

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۳)

محل انجام محاسبات

 ۱۳۳۱- چند جمله دنباله با جمله عمومی $a_n = -(\log n)^2 + 3 \log n - 2$ مثبت اند؟

- (۱) ۸۸ (۲) ۸۹ (۳) ۹۰ (۴) ۹۱

 ۱۳۳۲- در یک دنباله با جمله عمومی a_n ، $a_1 = 5$ و به ازای هر $n \in \mathbb{N}$ رابطه $a_{n+1}a_n = 2$ برقرار است. حاصل ضرب

بیست و یک جمله اول دنباله کدام است؟

- (۱) ۴۲۰۰ (۲) ۵۱۲۰ (۳) ۶۱۸۰ (۴) ۶۹۰۰

 ۱۳۳۳- در مورد دنباله با جمله عمومی a_n می دانیم $a_1 = 5$ و به ازای هر عدد طبیعی n ، $a_{n+1} = 9 - a_n$. مجموع بیست

جمله اول این دنباله کدام است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۸۵ (۳) ۹۰ (۴) ۱۸۰

 ۱۳۳۴- مجموع بیست جمله نخست دنباله با جمله عمومی $a_n = n - 2\left[\frac{n}{3}\right]$ چقدر است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۹ (۴) ۲۰

 ۱۳۳۵- جملات دنباله با جمله عمومی $a_n = n^2 - n$ را طوری دسته بندی می کنیم که در هر دسته به تعداد دو برابر شماره

آن دسته عدد وجود داشته باشد. جمله اول دسته بیستم کدام است؟

- (۱) 190×191 (۲) 380×381 (۳) 381×382 (۴) 189×190

 ۱۳۳۶- عددهای حقیقی و مثبت a ، b و c جمله های متوالی دنباله ای حسابی اند و $abc = 4$. کمترین مقدار ممکن b

کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{2}$ (۲) $\sqrt[3]{4}$ (۳) $\sqrt[3]{16}$ (۴) $\sqrt[3]{32}$

۱۳۳۷- جملات دوم، پنجم و دهم یک دنباله حسابی غیر ثابت به ترتیب جملات اول، سوم و پنجم یک دنباله هندسی با

قدرنسبت مثبت اند. مقدار این قدرنسبت کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{15}}{3}$ (۲) $\frac{15}{9}$ (۳) $\frac{5}{9}$ (۴) $\frac{\sqrt{5}}{3}$

 ۱۳۳۸- a_1 ، a_2 و a_3 سه جمله نخست دنباله ای هندسی هستند، $a_1 > 0$ و $a_2 + 14a_3 > 9a_1 + 5a_3$. قدرنسبت این دنباله در

کدام بازه نمی تواند باشد؟

- (۱) $[2, +\infty)$ (۲) $[\frac{5}{9}, 1]$ (۳) $[1, \frac{9}{5}]$ (۴) $(-\infty, 0)$

 ۱۳۳۹- اگر a ، b ، c سه جمله متوالی دنباله ای هندسی و غیر ثابت باشند و $a + b + c = kb$ ، کدام درست است؟

- (۱) $-1 \leq k < 3$ (۲) $k \leq -1$ یا $k > 3$ (۳) $-1 \leq k < 2$ (۴) $k \leq -1$ یا $k > 2$

 ۱۳۴۰- مجموع ده جمله اول دنباله حسابی a ، $a+2$ ، $a+4$ ، ... با مجموع ده جمله اول دنباله هندسی 1 ، 2 ، 4 ، ... برابر است.

 مقدار a کدام است؟

- (۱) $91/2$ (۲) $92/3$ (۳) $93/3$ (۴) $94/1$

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۴)

آزمون ۱۳۵

محل انجام محاسبات

۱۳۴۱- در یک دنباله اعداد، $a_1 = 1$ و برای هر $n \geq 2$ ، $a_n = 2a_{n-1} + 1$. جمله هشتم این دنباله کدام است؟

تجربی ۹۵

- (۱) ۱۲۷ (۲) ۱۵۹ (۳) ۲۴۷ (۴) ۲۵۵

۱۳۴۲- اعداد 2^a ، $4\sqrt{2}$ ، 2^b سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی‌اند. واسطه حسابی a و b کدام است؟

ریاضی ۸۷

- (۱) $2/5$ (۲) ۲ (۳) $1/5$ (۴) $\sqrt{2}$

۱۳۴۳- تفاضل جمله دهم از جمله دوازدهم یک دنباله حسابی برابر ۵ و مجموع جمله دهم و دوازدهم برابر ۲۵ است. جمله

ریاضی خارج ۸۴

بیست و یکم این دنباله کدام است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۳۶ (۳) $37/5$ (۴) $38/5$

۱۳۴۴- جملات دوم، پنجم و دوازدهم از یک دنباله حسابی، می‌توانند سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند.

تجربی ۹۲

قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) $5/3$ (۲) $7/4$ (۳) $9/4$ (۴) $7/3$

۱۳۴۵- اگر جملات چهارم، ششم و دوازدهم یک دنباله حسابی به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند،

ریاضی ۸۱

قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) $3/2$ (۳) ۲ (۴) $4/3$

۱۳۴۶- در یک دنباله هندسی، مجموع جملات اول و سوم برابر ۱ و مجموع چهار جمله اول برابر ۳ است. مجموع شش

ریاضی ۸۸

جمله اول کدام است؟

- (۱) $10/8$ (۲) $11/2$ (۳) $12/6$ (۴) $13/4$

۱۳۴۷- در یک دنباله حسابی مجموع بیست جمله اول سه برابر مجموع دوازده جمله اول آن است. اگر جمله سوم برابر ۶

ریاضی ۹۰

باشد، جمله دهم کدام است؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۳۴ (۳) ۳۶ (۴) ۳۸

۱۳۴۸- در یک دنباله حسابی، مجموع پنج جمله اول آن، $\frac{1}{3}$ مجموع پنج جمله بعدی است. جمله دوم چند برابر جمله اول است؟

تجربی خارج ۹۱

- (۱) $3/2$ (۲) $5/2$ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳۴۹- عددهای طبیعی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جمله‌های هر دسته، برابر شماره آن دسته باشد:

$$(1), (2, 3), (4, 5, 6), (7, 8, 9, 10), \dots$$

تجربی خارج ۹۴

مجموع جمله‌ها در دسته بیستم کدام است؟

- (۱) ۴۰۱۰ (۲) ۴۰۲۰ (۳) ۴۰۳۰ (۴) ۴۰۴۰

ریاضی خارج ۹۳

۱۳۵۰- حاصل $\frac{t^8 - t^7 + t^6 - \dots - t + 1}{t^6 - t^3 + 1}$ به ازای $t = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

الگو، دنباله، دنباله حسابی و دنباله هندسی (۵)

محل انجام محاسبات

۱۳۵۱- در یک دنباله اعداد، $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 2$ ، $a_n = 2a_{n-1} - 2$. مقدار $a_8 - a_7$ کدام است؟

تجربی خارج ۹۵

- (۱) ۳۲ (۲) ۴۸ (۳) ۵۶ (۴) ۶۴

۱۳۵۲- اعداد $1-5p$ ، $3+2p$ ، $4+3p$ سه جمله متوالی یک دنباله حسابی هستند. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

ریاضی ۸۴

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۳۵۳- در یک دنباله هندسی مجموع سه جمله متوالی برابر ۱۹ و حاصل ضرب آنها برابر ۲۱۶ است. تفاضل کوچکترین و

تجربی ۹۰

بزرگترین این سه عدد کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۳۵۴- در یک دنباله حسابی جملات اول، پنجم و یازدهم به ترتیب سه جمله متوالی از دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت بزرگتر

ریاضی خارج ۸۷

از ۱ هستند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

- (۱) $\frac{6}{5}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۳۵۵- در یک دنباله حسابی، جملات سوم، هفتم و نهم، می‌توانند سه جمله متوالی از دنباله هندسی باشند. چندمین جمله

تجربی ۸۸

این دنباله، صفر است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۱ (۳) ۱۰ (۴) ۹

۱۳۵۶- در یک دنباله هندسی، مجموع سه جمله اول ۱۳۶ و مجموع شش جمله اول ۱۵۳ است. جمله اول چند برابر جمله

ریاضی ۸۹

پنجم است؟

- (۱) $\frac{81}{16}$ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۶

۱۳۵۷- در بیست جمله اول یک دنباله حسابی، مجموع جملات ردیف فرد ۱۳۵ و مجموع جملات ردیف زوج ۱۵۰ است.

تجربی خارج ۸۵

جمله اول کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۳۵۸- عددهای طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جمله‌های هر دسته برابر شماره آن دسته باشد:

$$(1), (3, 5), (7, 9, 11), \dots$$

تجربی ۹۴

مجموع دو جمله اول و آخر دسته سی‌ام کدام است؟

- (۱) ۱۷۰۰ (۲) ۱۷۵۰ (۳) ۱۸۰۰ (۴) ۱۸۵۰

۱۳۵۹- تعداد جمله‌های یک دنباله هندسی عددی زوج است. اگر مجموع تمام جمله‌های دنباله ۳ برابر مجموع جمله‌های با

ریاضی ۹۴

ردیف فرد باشد، قدرنسبت آن کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) ۳

ریاضی ۹۳

۱۳۶۰- حاصل $\frac{t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1}$ به‌ازای $t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

جامع (۸)

آزمون ۲۰۶

محل انجام محاسبات

۲۱۲۱- اگر a, b, c جمله‌های متوالی دنباله‌ای حسابی و a, b, c جمله‌های متوالی دنباله‌ای هندسی باشند و

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{12}$$

مقدار b کدام است؟

۳۶ (۴) ۲۴ (۳) ۱۲ (۲) ۶ (۱)

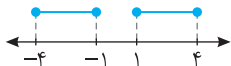
۲۱۲۲- اگر مجموعه جواب‌های معادله $mx^2 - nx + 10 = 0$ به صورت $\left\{-\frac{n}{1+n}, \frac{n}{1-n}\right\}$ باشد، مقدار n کدام است؟

۲۰ (۱) -۲۰ (۲) ۱۲ (۳) -۱۲ (۴)

۲۱۲۳- اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$ مقدار $\frac{64}{\sin^3 x} + \frac{64}{\cos^3 x}$ کدام است؟

۵۶۵ (۱) -۲۴۶ (۲) ۶۵۶ (۳) -۳۵۱ (۴)

۲۱۲۴- عضوهای مجموعه شکل مقابل در کدام نابرابری‌ها صدق می‌کنند؟



۱) $1 \leq |x| \leq 4$ (۱)

۲) $1 \leq |x+1| \leq 4$ (۲)

۳) $|x| \leq 4$ (۳)

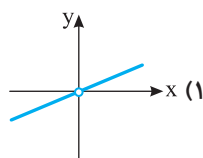
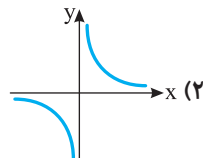
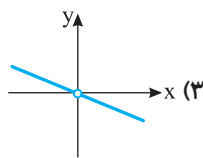
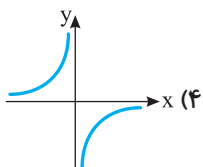
۴) $1 \leq |x-1| \leq 4$ (۴)

۲۱۲۵- اگر $f(x) = \frac{x^2}{[x] + [-x]}$ و $D_f = (\infty, 10) - \mathbb{Z}$ ، چند عدد صحیح در برد تابع f قرار دارند؟

۸۹ (۱) ۹۰ (۲) ۹۱ (۳) ۹۹ (۴)

۲۱۲۶- اگر f و g دو تابع چندجمله‌ای باشند به طوری که $f(-x) = -f(x)$ ، $g(-x) = g(x)$ و $(f-g)(x) = 2x^2 - 3x$ ،

نمودار تابع $\frac{f}{g}$ کدام است؟



۲۱۲۷- اگر $f = \{(1, 1), (2, 3), (3, 2)\}$ و $f \circ g = \{(1, 2), (2, 1), (3, 3)\}$ تابع g کدام می‌تواند باشد؟

۱) $\{(1, 3), (2, 2), (3, 1)\}$ (۱)

۲) $\{(1, 3), (2, 1), (3, 2)\}$ (۲)

۳) $\{(1, 2), (2, 3), (3, 1)\}$ (۳)

۴) $\{(1, 1), (2, 3), (3, 3)\}$ (۴)

۲۱۲۸- نمودار تابع $f(x) = \sin(x - \frac{2\pi}{3})$ را k^2 واحد به سمت راست منتقل می‌کنیم. سپس نمودار به دست آمده را

نسبت به محور طول‌ها و پس از آن نسبت به محور عرض‌ها قرینه می‌کنیم. اگر نمودار نهایی بر نمودار تابع f منطبق

باشد، کمترین مقدار ممکن k^2 کدام است؟

۱) $\frac{\pi}{3}$ (۱)

۲) $\frac{\pi}{6}$ (۲)

۳) $\frac{5\pi}{3}$ (۳)

۴) $\frac{2\pi}{3}$ (۴)

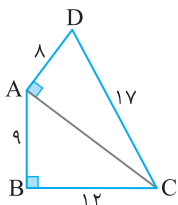
۲۱۲۹- در شکل مقابل مقدار $\cos(\widehat{BCD})$ کدام است؟

۱) $\frac{84}{85}$ (۱)

۲) $\frac{76}{85}$ (۲)

۳) $\frac{32}{85}$ (۳)

۴) $\frac{85}{85}$ (۴)



۲۱۳۰- جواب‌های کلی معادله $\tan\left(\frac{\pi}{4}+x\right)+\tan\left(\frac{\pi}{4}-x\right)=2$ کدام است؟ $(k \in \mathbb{Z})$

- (۱) $\frac{k\pi}{2}$ (۲) $\frac{k\pi}{4}$ (۳) $k\pi$ (۴) $k\pi + \frac{\pi}{2}$

۲۱۳۱- اگر a جواب معادله $4^x - 3^{x-\frac{1}{2}} = 3^{\frac{x+\frac{1}{2}}{2}} - 2^{2x-1}$ باشد، مقدار $a^2 - a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۱۳۲- حاصل ضرب جواب‌های معادله $x^{(2+\log_2 x)} = 4$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{8}$

۲۱۳۳- مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{\cos x - \sqrt{\cos 2x}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۲۱۳۴- تابع $f(x) = (x^2 - 6a)[x]$ روی بازه $[2, 4]$ پیوسته است. مقدار $f\left(\frac{4a}{3}\right)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) -۵ (۴) -۱۰

۲۱۳۵- به‌ازای چند مقدار m نمودار تابع $f(x) = \frac{x-2}{4x^2 - mx + 1}$ فقط یک مجانب قائم دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۲۱۳۶- مشتق دوم تابع $f(x) = x^3 \sqrt{x}$ در نقطه $x=4$ کدام است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۷۰ (۳) $\frac{70}{3}$ (۴) ۱۴۰

۲۱۳۷- در نقطه‌های به طول $x=2$ و $x=-2$ روی نمودار تابع $f(x) = \frac{1}{x}$ دو مماس بر این نمودار رسم می‌کنیم. فاصله

این دو خط کدام است؟

- (۱) $\sqrt{17}$ (۲) $\frac{4}{\sqrt{17}}$ (۳) $\frac{8}{\sqrt{17}}$ (۴) $4\sqrt{17}$

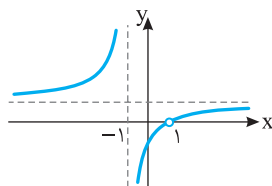
۲۱۳۸- طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $f(x) = x^2 |x+3| + x^3$ روی آن نزولی است، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۲۱۳۹- جهت تفرع نمودار تابع $f(x) = \sin^2 x - 2 \sin x$ روی بازه $(0, \pi)$ چگونه است؟

- (۱) رو به بالا (۲) رو به پایین
(۳) ابتدا رو به بالا سپس رو به پایین (۴) ابتدا رو به پایین سپس رو به بالا

۲۱۴۰- نمودار تابع $f(x) = \frac{x^2 + ax + 1}{x^2 + bx + c}$ به شکل مقابل است. مقدار a کدام است؟



- (۱) ۱ (۲) -۱
(۳) ۲ (۴) -۲

۲۳ ۳ تعداد مربع‌های رنگ‌شده در شکل n ام برابر است با $1+2+3+\dots+n$.
تعداد مربع‌های رنگ‌نشده در شکل n ام برابر است با $(n-1)+2+3+\dots+n$. بنابراین
تعداد مربع‌های رنگ‌شده در شکل n ام، n تا بیشتر از تعداد مربع‌های رنگ‌نشده آن
است. پس در شکل سی‌ام، اختلاف مربع‌های رنگ‌شده و رنگ‌نشده برابر ۳۰ است.

۲۴ ۲ تعداد کل گوی‌ها در شکل n ام برابر است با
 $1+3+5+\dots+(2n-1)=n^2$

تعداد گوی‌های رنگی در شکل n ام برابر است با $1+2+3+\dots+(n-1)=\frac{n(n-1)}{2}$

بنابراین نسبت تعداد گوی‌های رنگی به تعداد کل گوی‌ها در شکل n ام برابر است با
 $\frac{\frac{n(n-1)}{2}}{n^2} = \frac{n-1}{2n}$. به این ترتیب $\frac{n-1}{2n} = \frac{1}{17}$ پس $n=17$.

۲۵ ۲ با توجه به الگو، در شکل‌هایی که شماره آن‌ها زوج است، نصف تعداد
گوی‌ها یعنی $\frac{n^2}{2}$ رنگ می‌شود. در شکل‌هایی که شماره آن‌ها فرد است، تعداد گوی‌ها

نیز فرد است. اگر گوی وسطی را کنار بگذاریم تعداد گوی‌ها n^2-1 خواهد بود که
نصف آن‌ها را رنگ می‌کنیم و سپس گوی وسطی را نیز رنگ می‌کنیم. پس $1+\frac{n^2-1}{2}$
گوی رنگ می‌شود. توجه کنید که اگر n عددی زوج باشد، $\frac{n^2}{2}$ نیز عددی زوج است.

پس در شکل‌های با شماره زوج، تعداد گوی‌های رنگ شده زوج است و در شکل‌هایی با
شماره فرد، تعداد گوی‌های رنگ شده فرد است. چون ۱۱۳ گوی رنگی در شکل n ام
وجود دارد، پس n باید فرد باشد. بنابراین

$$\frac{n^2-1}{2}+1=113 \Rightarrow n^2-1=224 \Rightarrow n^2=225 \Rightarrow n=15$$

۲۶ ۳ چون همه جمله‌های دنباله با هم برابرند، پس جمله‌های اول و دوم آن
نیز با هم برابرند:

$$a_1=a_2 \Rightarrow \frac{2-k}{8} = \frac{4-k}{13} \Rightarrow 26-13k=32-8k \Rightarrow 5k=-6 \Rightarrow k=-\frac{6}{5}$$

توجه کنید که اگر $k=-\frac{6}{5}$ ، آن‌گاه $a_n = \frac{2}{5}$.

۲۷ ۲ چند جمله اول هر کدام از دنباله‌ها به شکل زیر است:

گزینه (۱) $2, 3, 4, 5, \dots$ گزینه (۲) $2, 3, 10, 15, \dots$

گزینه (۳) $2, 3, 10, 23, \dots$ گزینه (۴) $2, 3, 8, 17, \dots$

بنابراین فقط $(-1)^n - n^2$ می‌تواند جمله عمومی دنباله باشد.

۲۸ ۲ به چند جمله اول دنباله توجه کنید:

$$a_1 = \frac{1}{2} a_2 = \frac{1}{3} a_3 = \frac{1}{4} a_4 = \frac{1}{5} a_5 = \frac{1}{6} a_6 = \frac{1}{7} a_7 = \frac{1}{8} a_8 = \frac{1}{9} a_9 = \frac{1}{10} a_{10} = \dots$$

بنابراین با توجه به الگوی جملات می‌توان گفت $a_n = \frac{1}{n}$ ، پس $a_{100} = \frac{1}{100}$.

۲۹ ۴ بیشترین مقدار تابع درجه دوم $y = -3x^2 + 12x + c$ به‌ازای
 $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{-6} = 2$ به‌دست می‌آید. بنابراین بزرگ‌ترین جمله دنباله مورد نظر

برابر $a_2 = 8 \Rightarrow -3 \times 4 + 12 \times 2 + c = 8 \Rightarrow c = -4$ در نتیجه

۳۰ ۳ توجه کنید که

$$a_1 = \log_2 \frac{1}{2}, \quad a_2 = \log_2 \frac{2}{4}, \quad a_3 = \log_2 \frac{3}{8}, \quad \dots$$

بنابراین مجموع n جمله اول دنباله به‌صورت زیر است:

$$S_n = \log_2 \frac{1}{2} + \log_2 \frac{2}{4} + \log_2 \frac{3}{8} + \dots + \log_2 \frac{n-1}{n} + \log_2 \frac{n}{n+1}$$

$$= \log_2 \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{4} \times \frac{3}{8} \times \dots \times \frac{n-1}{n} \times \frac{n}{n+1} \right) = \log_2 \frac{1}{n+1} = -\log_2(n+1)$$

بنابراین $-\log_2(n+1) = -3 \Rightarrow n+1 = 2^3 = 8 \Rightarrow n = 7$

۱۶ ۱ توجه کنید که $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$$n(A) + n(B) = n(A \cup B) + n(A \cap B) = 24$$

$$\begin{cases} n(A) + n(B) = 24 \\ n(A) - n(B) = 4 \end{cases} \Rightarrow n(B) = 10$$

۱۷ ۱ توجه کنید که $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B \Rightarrow n(A \cup B) = n(B)$

طبق فرض $n(A \cup B) = 9$ ، پس $n(B) = 9$. از طرف دیگر،

$$n(A) + n(A') = n(B) + n(B') \Rightarrow n(A) + 14 = 9 + 10 \Rightarrow n(A) = 5$$

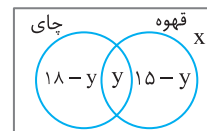
۱۸ ۲ فرض کنید A مجموعه علاقه‌مندان به ریاضی و B مجموعه
علاقه‌مندان به فیزیک باشد. اگر تعداد کسانی که به هیچ کدام از این دو درس
علاقه‌مند نیستند x باشد، آن‌گاه

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow 100 - x = 85 + 70 - n(A \cap B)$$

پس $n(A \cap B) = 55 + x$. برای اینکه $n(A \cap B)$ حداقل باشد، باید $x = 0$ ،
بنابراین حداقل مقدار ممکن $n(A \cap B)$ برابر با ۵۵ است.

۱۹ ۲ راه‌حل اول فرض کنید x نفر نه

چای دوست دارند، نه قهوه، بنابراین $30 - x$ نفر یا
چای دوست دارند یا قهوه و y نفر هم چای و هم قهوه
دوست دارند. تعداد کسانی را که چای یا قهوه یا هر دو
را دوست دارند در نمودار ون مقابل مشخص کرده‌ایم.



$$x + 18 - y + y + 15 - y = 30 \Rightarrow x = y - 3$$

با توجه به اینکه تعداد افراد هیچ گروهی منفی نیست، می‌توان نوشت

$$x \geq 0, y \geq 0, 15 - y \geq 0 \Rightarrow y \leq 15 \Rightarrow 0 \leq y \leq 15$$

پس

$$0 \leq y - 3 \leq 12 \Rightarrow 0 \leq x \leq 12$$

پس حداکثر ۱۲ نفر نه چای دوست دارند نه قهوه.

راه‌حل دوم فرض کنید A مجموعه دانش‌آموزانی باشد که چای دوست ندارند و B
مجموعه دانش‌آموزانی باشد که قهوه دوست ندارند. در این صورت

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 12 + 15 - n(A \cup B) = 27 - n(A \cup B)$$

از طرف دیگر، $n(A \cup B) \geq n(B) = 15$ ، بنابراین

$$n(A \cap B) = 27 - n(A \cup B) \leq 27 - 15 = 12$$

بنابراین حداکثر ۱۲ دانش‌آموز ممکن است که نه چای دوست داشته باشند نه قهوه
(توجه کنید که اگر $A \subseteq B$ ، این وضعیت پیش می‌آید).

۲۰ ۳ چون $A \subseteq B$ ، پس $A \cup B = B$. از طرف دیگر،

$$A \subseteq B \Rightarrow n(A) \leq n(B)$$

اکنون توجه کنید که $14 = n(A) + 2n(B) \leq n(B) + 2n(B) = 3n(B)$ و چون
 $n(B)$ عددی طبیعی است، پس $n(B) \geq 5$ ، بنابراین $n(A \cup B) = n(B) \geq 5$.

۲۱ ۳ شکل اول ۴ چوب کبریت دارد و برای ساختن هر شکل، ۹ چوب کبریت
به شکل قبلی اضافه می‌شود. پس در شکل n ام، $4 + 9(n-1)$ یعنی $9n - 5$ چوب
کبریت وجود دارد. بنابراین در شکل چهاردهم ۱۲۱ چوب کبریت وجود دارد.

۲۲ ۳ راه‌حل اول تعداد نقاط شکل‌ها را در جدول زیر ملاحظه می‌کنید:

شماره شکل	۱	۲	۳	...	n
تعداد نقاط	1+3+1	2+4+2	3+5+3	...	n+(n+2)+n

بنابراین در شکل n ام، $3n+2$ نقطه داریم. یعنی در شکل بیستم ۶۲ نقطه داریم.

راه‌حل دوم اگر ۴ نقطه به چهار گوشه شکل‌ها اضافه کنیم، تعداد نقاط شکل n ام برابر
 $3(n+2)$ خواهد بود. پس در شکل n ام، $3(n+2) - 4$ نقطه داریم. یعنی در شکل

بیستم ۶۲ نقطه داریم.

۴۱ راه‌حل اول با قرار دادن $n=1$ در جمله عمومی به دست می‌آید

$a_1 = 1$ با قرار دادن $n=2$ در جمله عمومی به دست می‌آید $a_2 = \frac{1}{3}$. بنابراین

$$d = a_2 - a_1 = -\frac{2}{3} \quad \text{پس} \quad a_1 - d = 1 + \frac{2}{3} = \frac{5}{3}$$

راه‌حل دوم جمله عمومی دنباله حسابی با قدرنسبت d و جمله اول a_1 به صورت

$$a_n = a_1 + (n-1)d = dn + (a_1 - d) = -\frac{2}{3}n + \frac{5}{3} \quad \text{بنابراین است،}$$

$$a_1 - d = \frac{5}{3}$$

۴۲ از $a_1 + a_3 = 16$ نتیجه می‌شود

$$a_1 + a_1 + 2d = 16 \Rightarrow a_1 + d = 8$$

چون $a_7 + a_8 + a_9 = 51$ پس

$$a_1 + d + a_1 + 4d + a_1 + 7d = 51 \Rightarrow 3a_1 + 12d = 51$$

$$\text{از حل دستگاه} \quad \begin{cases} a_1 + d = 8 \\ 3a_1 + 12d = 51 \end{cases} \quad \text{به دست می‌آید} \quad d = 3$$

۴۳ چون دنباله حسابی است، پس

$$ra - 1 = \frac{a + 1 - ra}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

بنابراین $d = (ra - 1) - a = a - 1 = -\frac{1}{2}$ پس جمله عمومی دنباله به شکل زیر است:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}(n-1) = 1 - \frac{n}{2}$$

۴۴ راه‌حل اول چون $a+b, a+c, b+c$ دنباله‌ای حسابی است، پس

$$a+c - (a+b) = (b+c) - (a+c) \Rightarrow c - b = b - a$$

در نتیجه a, b, c دنباله‌ای حسابی است.

راه‌حل دوم چون $a+b, a+c, b+c$ دنباله‌ای حسابی است، پس

$$a+c = \frac{a+b+b+c}{2} \Rightarrow 2(a+c) = a+2b+c \Rightarrow a+c = 2b$$

در نتیجه a, b, c دنباله‌ای حسابی است.

۴۵ جمله عمومی دنباله به صورت $a_n = 196 - 4(n-1) = 200 - 4n$

است. بنابراین $a_{50} = 0$. در نتیجه، چون قدرنسبت دنباله برابر -4 است، پس

$$a_{47} = 12, \quad a_{48} = 8, \quad a_{49} = 4, \quad a_{50} = 0$$

۴۶ ابتدا قدرنسبت دنباله را پیدا می‌کنیم:

$$d = \frac{a_{10} - a_7}{10 - 7} = -\frac{32}{3} = -\frac{4}{3}$$

بنابراین $a_7 = a_1 + 3d = a_1 - 12 = 15$ و در نتیجه $a_1 = 27$. بنابراین جمله عمومی

$$\text{دنباله می‌شود} \quad a_n = 27 - 4(n-1) = 31 - 4n$$

$$a_n > 0 \Rightarrow 31 - 4n > 0 \Rightarrow n \leq 7$$

بنابراین هفت جمله نخست دنباله مثبت هستند.

۴۷ چون $x^2 - 8x + 12 = (x-6)(x-2)$ پس جواب‌های معادله مورد

نظر $a, 2, 6$ هستند. حالت‌های مختلفی که این سه عدد دنباله‌ای حسابی تشکیل می‌دهند، در زیر آمده است (توجه کنید که عدد وسط میانگین حسابی دو عدد دیگر است):

$$6, 2, a \Rightarrow \frac{6+a}{2} = 2 \Rightarrow a = -2, \quad 2, 6, a \Rightarrow \frac{2+a}{2} = 6 \Rightarrow a = 10$$

$$6, a, 2 \Rightarrow \frac{6+2}{2} = a \Rightarrow a = 4, \quad 2, a, 6 \Rightarrow \frac{2+6}{2} = a \Rightarrow a = 4$$

$$a, 6, 2 \Rightarrow \frac{a+2}{2} = 6 \Rightarrow a = 10, \quad a, 2, 6 \Rightarrow \frac{a+6}{2} = 2 \Rightarrow a = -2$$

بنابراین a ممکن است سه مقدار مختلف داشته باشد.

۳۱ چون $a_{n+1} - a_n = -2$ پس دنباله مورد نظر دنباله‌ای حسابی است

که قدرنسبت آن -2 است. چون جمله اول برابر 3 است، پس

$$a_{10} = a_1 + 9d = 3 + 9(-2) = -15, \quad a_5 = a_1 + 4d = 3 + 4(-2) = -5$$

$$\text{بنابراین} \quad \frac{a_{10}}{a_5} = \frac{-15}{-5} = 3$$

۳۲ از رابطه داده شده به دست می‌آید

$$3(a_1 + 3d) + 4(a_1 + 4d) - 7(a_1 + 8d) = 124 \Rightarrow -31d = 124 \Rightarrow d = -4$$

۳۳ قدرنسبت این دنباله برابر است با

$$3x - 4 - (3x - 1) = -3$$

$$4x - 2 = (3x - 4) - 3 \Rightarrow x = -5$$

بنابراین

بنابراین جمله سوم دنباله برابر است با $4(-5) - 2 = -22$ و جمله چهارم برابر است با

$$-22 - 3 = -25$$

۳۴ چون $a_1 = -1$ و $d = 2 - (-1) = 3$ پس $a_n = -1 + 3(n-1)$ یعنی

$$a_n = 3n - 4 \quad \text{بنابراین} \quad a_k = 3k - 4 = 218 \quad \text{پس} \quad k = 74$$

۳۵ چون $a_1 = 2$ و $d = 4$ پس جمله عمومی دنباله به صورت

$$a_n = 2 + 4(n-1) = 4n - 2$$

برای اینکه جمله‌ها کوچک‌تر از 500 باشند، باید

$$4n - 2 < 500 \Rightarrow n < \frac{502}{4} \Rightarrow n \leq 125$$

یعنی $a_n < 500$

پس 125 جمله اول دنباله کمتر از 500 هستند.

۳۶ اندازه زاویه‌های مثلث را به صورت $a-d, a, a+d$ در نظر می‌گیریم.

مجموع اندازه زاویه‌های مثلث برابر 180° است. پس

$$a-d + a + a+d = 180^\circ \Rightarrow a = 60^\circ$$

میانگین اندازه بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زاویه مثلث همان a است که برابر 60° است.

۳۷ زاویه‌های پنج‌ضلعی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$a - 2d, a - d, a, a + d, a + 2d$$

در نتیجه، چون مجموع اندازه زاویه‌های پنج‌ضلعی برابر 540° است، پس

$$a - 2d + a - d + a + a + d + a + 2d = 540^\circ$$

بنابراین $5a = 540^\circ$ و در نتیجه $a = 108^\circ$. اندازه کوچک‌ترین زاویه 86° است، پس

$a - 2d = 86^\circ$ و در نتیجه $d = 11^\circ$. پس اندازه بزرگ‌ترین زاویه یعنی $a + 2d$ برابر

$$\text{است با} \quad 108^\circ + 2 \times 11^\circ = 130^\circ$$

۳۸ راه‌حل اول چون $a_1 = \sqrt{3} - 5$ و $a_7 = \sqrt{3} + 5$ پس

$$a_7 = a_1 + 6d \Rightarrow \sqrt{3} + 5 = \sqrt{3} - 5 + 6d \Rightarrow d = 2$$

بنابراین کوچک‌ترین عددی که نوشته‌ایم، عدد $\sqrt{3} - 5 + 2$ یا همان $\sqrt{3} - 3$ است.

راه‌حل دوم قدرنسبت دنباله حسابی مورد نظر برابر است با

$$d = \frac{(\sqrt{3} + 5) - (\sqrt{3} - 5)}{4 + 1} = \frac{10}{5} = 2$$

بنابراین کوچک‌ترین عددی که نوشته‌ایم، برابر است با $(\sqrt{3} - 5) + 2 = \sqrt{3} - 3$

۳۹ سه جمله متوالی دنباله را به صورت $a-d, a, a+d$ در نظر می‌گیریم.

$$a - d + a + a + d = 15 \Rightarrow 3a = 15 \Rightarrow a = 5$$

بنابراین

$$(a-d) \times a \times (a+d) = 45 \Rightarrow a(a^2 - d^2) = 45$$

چون $a = 5$ پس

$$5(25 - d^2) = 45 \Rightarrow d^2 = 16 \Rightarrow d = \pm 4$$

۴۰ فرض کنید قدرنسبت دنباله حسابی مورد نظر برابر d باشد. در این صورت

$$a_1 = d, \quad a_n = a_1 + (n-1)d = d + (n-1)d = nd$$

به این ترتیب

$$a_1 a_2 a_3 \dots a_9 = 10^9 \times 10^8 \times \dots \times 10^1 \Rightarrow d(2d)(3d) \dots (9d) = 10^9 \times 10^8 \times \dots \times 10^1$$

$$d^9 \times 9! = 10^9 \times 9! \Rightarrow d = 10$$

بنابراین $a_1 = 10, d = 10$

۵۶ ۳ این جملات را به صورت a, ar, ar^2, a, ar, ar^2 در نظر می‌گیریم. بنابراین

$$\frac{a}{r^2} \times \frac{a}{r} \times a \times ar \times ar^2 = 1024 \Rightarrow a^5 = 2^{10} = 4^5$$

در نتیجه جمله وسط برابر ۴ است.

۵۷ ۱ راه‌حل اول این اعداد به شکل زیر هستند:

$$\sqrt{2}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 16\sqrt{2}$$

پس $a_1 = \sqrt{2}$ و $a_9 = 16\sqrt{2}$. بنابراین

$$a_1 r^8 = 16\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{2} r^8 = 16\sqrt{2} \Rightarrow r^8 = 16 \Rightarrow (r^2)^4 = 2^4 \Rightarrow r^2 = 2$$

در نتیجه $a_p = a_1 r^2 = 2\sqrt{2}$.

راه‌حل دوم ابتدا قدرنسبت دنباله هندسی حاصل را به دست می‌آوریم:

$$r^{n+1} = \frac{16\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow r^8 = 16 = 2^4 \Rightarrow r = \pm\sqrt{2}$$

$$a_p = a_1 r^2 = \sqrt{2} \times (\pm\sqrt{2})^2 = 2\sqrt{2}$$

۵۸ ۲ قدرنسبت دنباله حسابی برابر است با $\frac{1}{8}(-12) = -\frac{95}{8}$. بنابراین

$$\text{جمله عمومی دنباله حسابی به صورت } a_n = -12 + \frac{1}{8}(n-1) \text{ است.}$$

در نتیجه جمله هشتمادونهم این دنباله برابر است با $a_{89} = -12 + \frac{1}{8} \times (89-1) = -1$

اگر قدرنسبت دنباله هندسی را با r نشان دهیم، آن‌گاه

$$(3r)^5 = 243r^5 \Rightarrow (3r)^5 = (3r)^5$$

$$(3r)^5 = -1 \Rightarrow 3r = -1 \Rightarrow r = -\frac{1}{3}$$

بنابراین

۵۹ ۱ چون a و b اعدادی حسابی هستند، پس

$$a+b=16 \Rightarrow b=16-a$$

اگر 4 واحد به b اضافه کنیم، 8 واسطه هندسی اعداد a و $b+4$ می‌شود. بنابراین

$$64 = a(b+4) = a(16-a+4) = 20a - a^2$$

پس $a^2 - 20a + 64 = 0$ و مجموع مقادیر ممکن a برابر مجموع جواب‌های این معادله، یعنی برابر 20 است (توجه کنید در این معادله $\Delta > 0$).

۶۰ ۴ جملات دوم، ششم و چهاردهم دنباله حسابی را به ترتیب به صورت

$a+d, a+3d, a+5d$ در نظر می‌گیریم. چون این اعداد دنباله هندسی تشکیل

می‌دهند، پس $(a+5d)^2 = (a+d)(a+3d) \Rightarrow 12d^2 = 4ad \Rightarrow a=3d$

$$\text{بنابراین قدرنسبت دنباله هندسی برابر است با } r = \frac{a+5d}{a+d} = \frac{3d+5d}{3d+d} = \frac{8d}{4d} = 2$$

۶۱ ۲ چون $\frac{a_8}{a_6} = \sqrt{2}$ و $\frac{a_1 r^7}{a_1 r^5} = \sqrt{2}$ ، پس $r^2 = \sqrt{2}$. بنابراین

$$\frac{a_7}{a_3} = \frac{a_1 r^6}{a_1 r^2} = r^4 = (r^2)^2 = \sqrt{2}^2 = 2$$

۶۲ ۳ چون 4^{2x} واسطه هندسی 2^{x-4} و 8^{2-2x} است، پس

$$(4^{2x})^2 = 2^{x-4} \times 8^{2-2x} \Rightarrow 2^{4x} = 2^{x-4} \times 2^{6-4x} \Rightarrow 2^{4x} = 2^{2-3x}$$

بنابراین $2-3x = 4x \Rightarrow 7x = -2 \Rightarrow x = -\frac{2}{7}$. یعنی $x = -\frac{2}{7}$.

۶۳ ۲ قدرنسبت دنباله هندسی مورد نظر برابر است با

$$r = \frac{\log a}{\log \frac{a}{4}} = \frac{\log 16}{\log \frac{16}{4}} = \frac{\log 4}{\log \frac{4}{2}} = \frac{\log 4}{\log 2} = 2$$

بنابراین $a_7 = a_1 r^6 \Rightarrow \frac{1}{32} = \log_2 a \times \frac{1}{64} \Rightarrow \log_2 a = 2 \Rightarrow a = 4^2 = 16$

۴۸ ۳ اضلاع مثلث را $a-d, a, a+d$ در نظر می‌گیریم. طبق قضیه فیثاغورس،

$$(a-d)^2 + a^2 = (a+d)^2 \Rightarrow a^2 + d^2 - 2ad + a^2 = a^2 + d^2 + 2ad$$

$$a^2 = 4ad \Rightarrow a = 4d$$

چون وتر بلندترین ضلع مثلث قائم‌الزاویه است، پس طول ضلع‌های زاویه قائمه a و

$a-d$ است، در نتیجه نسبت مورد نظر برابر است با $\frac{a}{a-d} = \frac{4d}{4d-d} = \frac{4d}{3d} = \frac{4}{3}$

۴۹ ۳ چهار جمله متوالی دنباله را به صورت $a-3d, a-d, a+d, a+3d$

در نظر می‌گیریم. بنابراین $a-3d+a-d+a+d+a+3d=0 \Rightarrow 4a=0 \Rightarrow a=0$ پس دنباله به صورت $-3d, -d, d, 3d$ است و

$$9d^2 + d^2 + d^2 + 9d^2 = 80 \Rightarrow d^2 = 4$$

بنابراین، حاصل ضرب بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین اعداد برابر است با

$$(3d)(-3d) = -9d^2 = -36$$

۵۰ ۳ ابتدا توجه کنید که m باید عدد طبیعی و بزرگ‌تر از 1 باشد. پس

$$m^2 + 4 < m^2 + 3m + 4$$

اگر $m-1$ عدد بین عددهای داده شده درج کنیم، آن‌گاه قدرنسبت دنباله حاصل، برابر

$$d = \frac{m^2 + 3m + 4 - m^2 - 4}{(m-1)+1} = \frac{3m}{m}$$

است با

۵۱ ۱ دنباله a_n ، دنباله‌ای هندسی با قدرنسبت $\frac{3}{2}$ است. در نتیجه

$$a_3 = a_1 r^2 \Rightarrow a_3 = a_1 \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 3 \Rightarrow a_1 = \frac{4}{3}$$

$$\text{بنابراین } a_{27} = a_1 \left(\frac{3}{2}\right)^{26} = \frac{4}{3} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{26} = \frac{2^{27}}{2^{26}} = 2$$

۵۲ ۲ ابتدا توجه کنید که $\sqrt[3]{2}$ واسطه هندسی \sqrt{a} و $\sqrt[3]{2}$ است، پس

$$(\sqrt[3]{2})^2 = \sqrt{a} \sqrt[3]{2} \Rightarrow \sqrt[3]{2} = \sqrt{a} \sqrt[3]{2} \Rightarrow \sqrt{a} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}$$

از طرف دیگر، قدرنسبت این دنباله برابر است با $r = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}$ ، در نتیجه

$$a_{13} = a_1 r^{12} = \sqrt{a} \left(\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}}\right)^{12} = \sqrt{a} \left(\frac{2}{2}\right)^4 = \sqrt{a} \times 2 = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} \times 2 = 2\sqrt[3]{2}$$

۵۳ ۱ فرض می‌کنیم جواب‌های معادله X_1 و X_2 باشند. در این صورت

$$\frac{X_1 + X_2}{2} = 4/5 \Rightarrow X_1 + X_2 = 9, \quad \sqrt{X_1 X_2} = 1/5 \Rightarrow X_1 X_2 = \frac{9}{4}$$

بنابراین معادله مورد نظر به شکل $x^2 - 9x + \frac{9}{4} = 0$ است که اگر طرفین آن را در 4

ضرب کنیم، می‌شود $4x^2 - 36x + 9 = 0$.

۵۴ ۳ از تساوی $a_4 a_6 = 27$ نتیجه می‌شود $a_1 r^5 = 27 \Rightarrow a_1 \times a_1 r^5 = 27$

از تساوی $a_1 r \times a_1 r^3 = 9 \Rightarrow a_1^2 r^4 = 9$ به دست می‌آید

از تقسیم طرفین دو تساوی به دست آمده نتیجه می‌شود $\frac{a_1^2 r^5}{a_1^2 r^4} = \frac{27}{9} \Rightarrow r = 3$

با جای گذاری $r=3$ در یکی از رابطه‌ها نتیجه می‌شود $a_1 = \pm \frac{1}{3}$. چون جملات دنباله

مثبت هستند، پس $a_1 = \frac{1}{3}$ و در نتیجه $a_8 = a_1 r^7 = \frac{1}{3} \times 3^7 = 27$.

۵۵ ۲ مجموع جملات پنجم و هشتم برابر است با

$$a_5 + a_8 = a_1 r^4 + a_1 r^7 = a_1 r^4 (1+r^3)$$

مجموع جملات هفتم و هشتم برابر است با $a_7 + a_8 = a_1 r^6 + a_1 r^7 = a_1 r^6 (1+r)$

$$\frac{a_5 + a_8}{a_7 + a_8} = \frac{a_1 r^4 (1+r^3)}{a_1 r^6 (1+r)} = \frac{1+r^3}{r^2 (1+r)} = \frac{1-1}{4(1-\frac{1}{3})} = 7$$

۶۴ ۴ توجه کنید که

$$a_{\delta} - a_1 = 130 \Rightarrow a_1 r^{\delta} - a_1 = 130 \Rightarrow a_1 (r^{\delta} - 1) = 130$$

$$a_{\epsilon} - a_{\gamma} = 25 \Rightarrow a_1 r^{\epsilon} - a_1 r^{\gamma} = 25 \Rightarrow a_1 r^{\gamma} (r^2 - 1) = 25$$

اگر این دو تساوی را بر هم تقسیم کنیم، به دست می‌آید

$$\frac{r^{\delta} - 1}{r^{\gamma} (r^2 - 1)} = \frac{130}{25} \Rightarrow \frac{(r^{\delta} - 1)(r^2 + 1)}{r^{\gamma} (r^2 - 1)} = \frac{26}{5} \Rightarrow \frac{r^2 + 1}{r} = \frac{26}{5}$$

$$\delta(r^2 + 1) = 26r \Rightarrow 5r^2 - 26r + 5 = 0 \Rightarrow r = 5, r = \frac{1}{5} \quad (\text{غ.ق.})$$

$$a_1 r (r^2 - 1) = 25 \Rightarrow a_1 \times 5 \times 24 = 25 \Rightarrow a_1 = \frac{5}{24}$$

به این ترتیب،

$$\text{در نتیجه } a_{\gamma} = a_1 r = \frac{25}{24}$$

۶۵ ۳ در حالی که پنج واسطه هندسی درج می‌کنیم، $r^{\delta} = \frac{b}{a}$ در حالی که

$$\text{چهار واسطه هندسی درج می‌کنیم، } r^{\delta} = (2r)^{\delta} = \frac{b}{a} \text{ بنابراین}$$

$$r^{\delta} = (2r)^{\delta} \Rightarrow r^{\delta} = 32r^{\delta} \Rightarrow r = 32$$

۶۶ ۳ این سه عدد را به صورت $\frac{a}{r}, a, ar$ در نظر می‌گیریم. پس

$$\frac{a}{r} \times a \times ar = 64 \Rightarrow a^3 = 64 \Rightarrow a = 4$$

از طرف دیگر.

$$\frac{a}{r} + a + ar = 14 \Rightarrow a \left(\frac{1}{r} + 1 + r \right) = 14$$

$$4 \left(\frac{1}{r} + 1 + r \right) = 14 \Rightarrow 2r^2 - 5r + 2 = 0 \Rightarrow r = \frac{1}{2}, r = 2$$

بنابراین سه جمله مورد نظر به ازای $r = \frac{1}{2}$ به صورت ۸، ۴، ۲ و به ازای $r = 2$ به صورت ۲، ۴، ۸ هستند. در هر دو حالت اختلاف بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین این اعداد برابر ۶ است.۶۷ ۲ طول اضلاع مثلث را a ، ar و ar^2 در نظر می‌گیریم. طبق قضیه فیثاغورس، $a^2 + (ar)^2 = (ar^2)^2$ بنابراین

$$a^2 (1 + r^2) = a^2 r^4 \Rightarrow r^4 - r^2 - 1 = 0 \Rightarrow r^2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{5}}{2}}$$

۶۸ ۱ تنها دنباله‌ای که هم حسابی است و هم هندسی، دنباله ثابت است. بنابراین

$$\begin{cases} 2y + x = 2x + y \Rightarrow y = x \\ 2y + x = x + 4 \Rightarrow 2y = 4 \Rightarrow y = 2 \end{cases} \Rightarrow x = y = 2 \Rightarrow x + 2y = 6$$

۶۹ ۲ توجه کنید که $a_{\epsilon} = a - 6$ ، $a_{\delta} = a - 5$ ، $a_{\gamma} = a - 3$ بنا بر فرض، $(a - 5)^2 = (a - 3)(a - 6)$ بنابراین

$$a^2 - 10a + 25 = a^2 - 9a + 18 \Rightarrow a = 7$$

در نتیجه $a_1 = 7 - 1 = 6 = -3$ ۷۰ ۳ جملات سوم، پنجم و هشتم دنباله حسابی را به ترتیب $a + 2d$ ، $a + 4d$ و $a + 7d$ در نظر می‌گیریم. چون این جملات یک دنباله هندسی تشکیل می‌دهند، پس

$$(a + 4d)^2 = (a + 2d)(a + 7d) \Rightarrow 2d^2 = ad \Rightarrow a = 2d$$

بنابراین دنباله هندسی به صورت $4d, 6d, 9d, \dots$ است که جمله چهارم آن $\frac{27}{4}d$ است زیرا $r = \frac{3}{2}$ و $9d \times \frac{3}{2} = \frac{27}{2}d$ همچنین جمله عمومی دنباله حسابی به صورت

$$a_n = a + (n-1)d = 2d + (n-1)d = (n+1)d$$

مقابل است:

$$\frac{27}{4}d = \frac{27}{2}d \Rightarrow \frac{2}{13d} = \frac{27}{26}$$

به این ترتیب $a_{13} = 13d$ و نسبت مورد نظر برابر است با $\frac{27}{26}$

$$S_n = \frac{n}{\gamma} (a_1 + a_n) \Rightarrow 120 = \frac{n}{\gamma} (-6 + 30) \Rightarrow n = 10 \text{ توجه کنید که } 71 \text{ ۳}$$

۷۲ ۱ راه حل اول توجه کنید که

$$a_{\gamma} + a_{1\epsilon} = a_1 + 6d + a_1 + 12d = 2a_1 + 18d = 60$$

$$\text{بنابراین } S_{\gamma_0} = \frac{\gamma_0}{\gamma} (2a_1 + 18d) = \frac{\gamma_0}{\gamma} \times 60 = 600$$

راه حل دوم چون $7 + 14 = 1 + 20$ ، پس $a_{\gamma} + a_{1\epsilon} = a_1 + a_{\gamma_0}$ بنابراین

$$S_{\gamma_0} = \frac{\gamma_0}{\gamma} (a_1 + a_{\gamma_0}) = 10 \times 60 = 600$$

۷۳ ۳ راه حل اول قدرنسبت دنباله مورد نظر برابر است با

$$\frac{n-3}{2n} = \frac{n-2}{2n} = -\frac{1}{2n}$$

بنابراین مجموع n جمله نخست دنباله مورد نظر برابر است با

$$S_n = \frac{n}{\gamma} \left(\frac{n-2}{n} - \frac{1}{2n} (n-1) \right) = \frac{n}{\gamma} \left(\frac{n-3}{2n} \right) = \frac{n-3}{4}$$

راه حل دوم به ازای $n=1$ ، سه جمله اول دنباله $-\frac{1}{2}, -1, -\frac{3}{2}$ هستند. مجموع n جمله نخست دنباله همان جمله اول، یعنی $-\frac{1}{2}$ است. فقط مقدار گزینه (۳) به ازای

$$n=1 \text{ برابر } -\frac{1}{2} \text{ است.}$$

۷۴ ۳ مجموع n جمله نخست دنباله برابر است با $S_n = \frac{n}{\gamma} (2a_1 + (n-1)d)$ چون $a_1 = 50$ و $d = -4$ ، پس $S_n = \frac{n}{\gamma} (100 - 4(n-1)) = 52n - 2n^2$ حداکثرمقدار عبارت درجه دوم $52n - 2n^2$ به ازای $n = \frac{52}{4} = 13$ به دست می‌آید، پسبیشترین مقدار بین S_n ها برابر است با $S_{13} = 338$.۷۵ ۳ قدرنسبت دنباله برابر ۴ و جمله اول آن ۳ است. پس مجموع n جمله

$$S_n = \frac{n}{\gamma} (r \times 3 + 4(n-1)) = n(2n+1) = 2n^2 + n \text{ اول آن برابر است با}$$

$$2n^2 + n > 300 \Rightarrow 2n^2 + n - 300 > 0$$

بنابراین

$$n > \frac{-1 + \sqrt{1 + 240}}{4} = 12 \text{ می‌توان نامعادله فوق را حل کرد که جواب آن به صورت } 12$$

می‌شود، یعنی $n \geq 13$.۷۶ ۱ اگر جمله اول دنباله a_1 و قدرنسبت آن d باشد، آن‌گاه

$$S_{10} = \frac{10}{\gamma} (2a_1 + 9d) = 10a_1 + 45d$$

اگر 2 واحد از قدرنسبت کم کنیم و k واحد به جمله اول اضافه کنیم، مجموع ده جمله

$$S_{10} = \frac{10}{\gamma} (2(a_1 + k) + 9(d-2)) = 10a_1 + 10k + 45d - 90$$

چون قرار است مجموع ده جمله اول ثابت بماند، پس باید $10k - 90 = 0 \Rightarrow k = 9$ از $a_{\gamma} - a_1 = 4$ ، 77 ۴ راه حل اول قدرنسبت دنباله مورد نظر برابر است با $a_{\gamma} - a_1 = 4$ از

طرف دیگر،

$$S_n - a_n = 56 \Rightarrow \frac{n}{\gamma} (-14 + 4(n-1)) - (-7 + 4(n-1)) = 56$$

$$-7n + 2n(n-1) + 7 - 4(n-1) = 56$$

$$2n^2 - 13n - 45 = 0 \Rightarrow (2n+5)(n-9) = 0 \Rightarrow n = 9$$

راه حل دوم توجه کنید که $d = a_{\gamma} - a_1 = 4$ ، از طرف دیگر، $S_n - a_n = S_{n-1} = 56$

بنابراین

$$\frac{n-1}{\gamma} (2a_1 + (n-2)d) = 56 \Rightarrow \frac{n-1}{\gamma} (2(-7) + 4(n-2)) = 56$$

$$(n-1)(2n-11) = 56 \Rightarrow 2n^2 - 13n - 45 = 0 \Rightarrow (2n+5)(n-9) = 0 \Rightarrow n = 9$$

راه حل دوم کافی است $n=1$ را در نظر بگیریم و نسبت جمله اول دنباله اول به جمله اول دنباله دوم را به دست آوریم که ۱ می شود. فقط مقدار گزینه (۲) به ازای $n=1$ برابر ۱ است.

۸۶ ابتدا توجه کنید که چون دنباله مورد نظر غیر ثابت است، پس $q \neq 1$ و چون جمله های آن مثبت اند، پس q مثبت است. از طرف دیگر.

$$S_{2^k} = 2^k S_1 \Rightarrow \frac{a_1(1-q^{2^k})}{1-q} = 2^k \times \frac{a_1(1-q^2)}{1-q} \Rightarrow 1-q^{2^k} = 2^k(1-q^2)$$

$$(1-q^{2^k})(1+q+q^2) = 2^k(1-q^2) \Rightarrow q^2 + q^{2^k} - 2 = 0$$

$$(q^2 - 4)(q^{2^k} + 5) = 0 \Rightarrow q^2 = 4 \Rightarrow q = 2$$

۸۷ توجه کنید که

$$\begin{cases} S_{1^0} = \frac{a_1(q^{1^0}-1)}{q-1} & S_{1^0} = \frac{a_1(q^{1^0}-1)}{q-1} = 3^3 \\ S_{4^0} = \frac{a_1(q^{4^0}-1)}{q-1} & S_{4^0} = \frac{a_1(q^{4^0}-1)}{q-1} \end{cases}$$

در نتیجه

$$3^3 = \frac{q^{4^0}-1}{q^{1^0}-1} = q^{4^0} + 1 \Rightarrow q^{4^0} = 3^3 - 1 \Rightarrow q = 2$$

$$\frac{a_5}{a_1} = \frac{a_1 q^4}{a_1} = q^4 = 16$$

۸۸ توجه کنید که

$$a_n = S_n - S_{n-1} = (2^n - 1) - (2^{n-1} - 1) = 2^{n-1}$$

در نتیجه $a_n^2 = 2^{2n-2} = 4^{n-1}$. بنابراین

$$a_1^2 + \dots + a_n^2 = 4^0 + 4^1 + \dots + 4^{n-1} = \frac{4^n - 1}{4 - 1} = \frac{4^n - 1}{3}$$

۸۹ **راه حل اول** فرض می کنیم جمله های دنباله به صورت a_1, a_2, \dots, a_n باشند. در این صورت مجموع تمام جمله ها برابر است با $S_{2n} = \frac{a_1(q^{2n}-1)}{q-1}$.

از طرف دیگر جمله های با ردیف زوج به صورت a_2, a_4, \dots, a_{2n} هستند که دنباله ای هندسی با قدرنسبت q^2 و جمله اول a_2 تشکیل می دهند. بنابراین مجموع آن ها برابر با $\frac{a_2(1-(q^2)^n)}{1-q^2}$ است. پس

$$\frac{a_1(1-q^{2n})}{1-q} = 3 \times \frac{a_2(1-q^{2n})}{(1-q)(1+q)} \Rightarrow a_1 = 3 \times \frac{a_2 q}{1+q} \Rightarrow 3q = 1+q \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

راه حل دوم فرض می کنیم تعداد جمله های دنباله ۲ تا باشد. یعنی دنباله به صورت a_1, a_2 باشد. طبق فرض $a_1 + a_2 = 3a_2$. بنابراین

$$a_1 = 2a_2 \Rightarrow a_1 = 2a_1 q \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

۹۰ صورت کسر مجموع دوازده جمله نخست دنباله ای هندسی با جمله اول ۱ و قدرنسبت t و مخرج کسر مجموع چهار جمله نخست دنباله ای هندسی با جمله اول ۱ و قدرنسبت t^3 است. بنابراین عبارت مورد نظر برابر است با

$$\frac{1 \times \frac{1-t^{12}}{1-t}}{1-t} = \frac{1-t^{12}}{1-t^2} = 1+t+t^2$$

$$\frac{1 \times \frac{1-t^{12}}{1-t^3}}{1-t^3}$$

و حاصل آن به ازای $t = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ می شود

$$1 + \frac{1-\sqrt{5}}{2} + \frac{6-2\sqrt{5}}{4} = \frac{4+2-2\sqrt{5}+6-2\sqrt{5}}{4} = \frac{12-4\sqrt{5}}{4} = 3-\sqrt{5}$$

۷۸ مجموع سه جمله اول و سه جمله آخر را حساب می کنیم:

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n = 10 + 80$$

$$(a_1 + a_n) + (a_2 + a_{n-1}) + (a_3 + a_{n-2}) = 90$$

با توجه به تساوی $a_{k+1} + a_{n-k} = a_1 + a_n$ به دست می آید

$$(a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) + (a_1 + a_n) = 90 \Rightarrow 3(a_1 + a_n) = 90 \Rightarrow a_1 + a_n = 30$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = 30 \times \frac{n}{2} = 30 \times \frac{n}{2} \Rightarrow n = 20$$

۷۹ مجموع سمت چپ معادله، مجموع جملات دنباله ای حسابی با جمله اول ۱ و قدرنسبت ۳ است. فرض کنید تعداد عددهای سمت چپ معادله n باشد. در این صورت

$$\frac{n}{2}(2+3(n-1)) = 145 \Rightarrow 3n^2 - n - 290 = 0$$

$$(n-10)(3n+29) = 0 \Rightarrow n=10, n = -\frac{29}{3} \text{ (غ.ق.ق.)}$$

بنابراین جمله دهم دنباله برابر x است و $x = a_{10} = a_1 + 9d = 1 + 27 = 28$

۸۰ **راه حل اول** توجه کنید که مجموع $k+1$ جمله با ردیف فرد برابر است با

$$\frac{(k+1)(a_1 + a_{2k+1})}{2} = \frac{k(a_2 + a_{2k})}{2}$$

(توجه کنید $\frac{a_2 + a_{2k}}{2} = \frac{a_1 + a_{2k+1}}{2}$). بنابراین نسبت مورد نظر برابر با $\frac{k+1}{k}$ است.

راه حل دوم فرض می کنیم دنباله سه جمله ای باشد ($k=1$) و جملات آن به صورت

$$\frac{a_1 + a_2}{2} = \frac{2a_2}{a_2} = 2$$

فقط گزینه (۴) به ازای $k=1$ برابر ۲ می شود.

۸۱ مجموع n جمله نخست برابر است با

$$S_n = \frac{a_1(r^n-1)}{r-1} = a_1(r^n-1) = a_1 r^n - a_1 = r(a_1 r^{n-1}) - a_1 = 2a_n - a_1$$

۸۲ اگر از مجموع پنج جمله اول دنباله، مجموع چهار جمله اول را کم کنیم، جمله پنجم به دست می آید:

$$a_5 = S_5 - S_4 = \frac{5}{3}(3^5-1) - \frac{4}{3}(3^4-1) = \frac{5}{3}(3^5-3^4) = 216$$

۸۳ توجه کنید که $a_2 = 96 \Rightarrow a_1 q^2 = 96$ ، $a_3 = 3 \Rightarrow a_1 q^3 = 3$

$$\frac{a_2 q}{a_1 q^2} = \frac{3}{96} \Rightarrow q^2 = 3 \Rightarrow q = \sqrt{3}$$

در نتیجه

$$S_{10} = \frac{a_1(q^{10}-1)}{q-1} = \frac{3}{2} \times \frac{3^5-1}{3-1} = \frac{3}{2} \times \frac{3^5-1}{2} = \frac{3^6-3}{2}$$

۸۴ ابتدا توجه کنید که $q = \sqrt[3]{3}$. مجموع شش جمله دوم برابر اختلاف مجموع دوازده جمله اول و شش جمله اول است. پس

$$\frac{S_{12} - S_6}{S_6} = \frac{S_{12} - S_6}{S_6} = \frac{\frac{12(q^{12}-1)}{q-1} - \frac{6(q^6-1)}{q-1}}{\frac{6(q^6-1)}{q-1}} = \frac{q^{12}-1}{q^6-1} = q^6 = (\sqrt[3]{3})^6 = 9$$

۸۵ **راه حل اول** مجموع n جمله اول دنباله هندسی a, aq, aq^2, \dots برابر

$$S_n = \frac{a(q^n-1)}{q-1}$$

$$S'_n = \frac{a(\frac{1}{q})^n - 1}{\frac{1}{q} - 1} = \frac{a(1-q^n)}{1-q} = \frac{aq(1-q^n)}{(1-q)q^n} = \frac{a(q^n-1)}{q^{n-1}(q-1)}$$

است با

$$\frac{S_n}{S'_n} = \frac{\frac{a(q^n-1)}{q-1}}{\frac{a(q^n-1)}{q^{n-1}(q-1)}} = q^{n-1}$$

بنابراین