خلاصه درس

فصل اول: تابع

درس ۱: تبدیل نمودار توابع

▪ انتقال افقی و عمودی

در این درس می‌خواهیم به کمک انتقال یک نمودار، نمودار دیگری را رسم کنیم. ابتدا به انواع انتقال اشاره می‌کنیم.

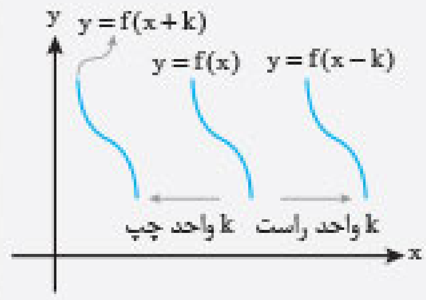
انتقال
① افقی
② عمودی

▪ انتقال افقی

در این نوع انتقال نمودار را تنها به سمت راست یا چپ منتقل می‌کنیم.
فرض کنید نمودار $y=f(x)$ را داریم. برای رسم نمودار $y=f(x+k)$ اگر $k>۰$ کافی است نمودار $y=f(x)$ را k واحد به سمت چپ منتقل کنیم.

نکته: در انتقال افقی، علامت‌ها را برعکس در نظر می‌گیریم

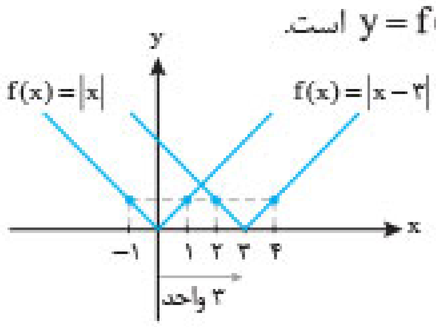
$+\rightarrow -$ $\quad \times \rightarrow \div$
$-\rightarrow +$ $\quad \div \rightarrow \times$



مثال نمودار تابع $f(x)=|۳-x|$ را رسم کنید.

پاسخ نمودار اولیه یعنی $y=f(x)=|x|$ است.

$f(x)=|۳-x|=|x-۳|$
۳ واحد سمت‌راست ⇐



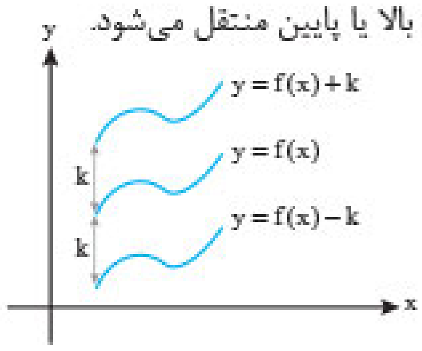
نکته: در انتقال افقی تنها دامنهٔ تابع تغییر می‌کند و برد ثابت باقی می‌ماند

مثال اگر تابع $y=f(x)$ دارای دامنهٔ $[-۵,۳)$ باشد، دامنهٔ تابع $y=f(x+۲)$ را بیابید.

پاسخ $-۵\le x+۲<۳ \Rightarrow -۷\le x<۱ \Rightarrow D_{f\ \text{جدید}}=[-۷,۱)$

▪ انتقال عمودی

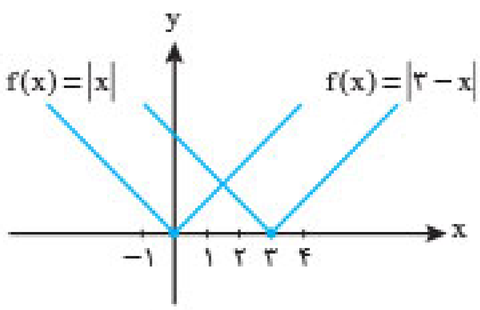
در این نوع انتقال نمودار تابع به سمت بالا یا پایین منتقل می‌شود.
فرض کنید نمودار تابع $y=f(x)$ را داریم و می‌خواهیم نمودار تابع $y=f(x)+k$ $(k>۰)$ را رسم کنیم. این کار را با انتقال k واحد به سمت بالا انجام می‌دهیم.

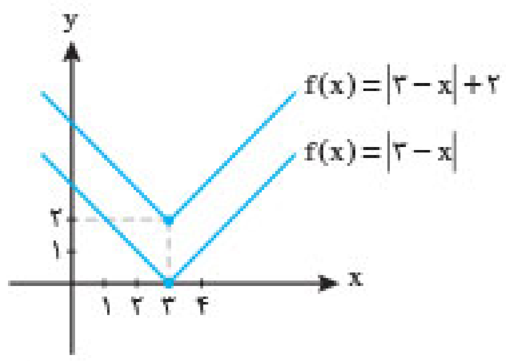


نکته: در انتقال عمودی علامت‌ها تغییری نمی‌کنند.
$y=f(x)+k$; k واحد بالا ; $k>۰$
$y=f(x)-k$; k واحد پایین ; $k>۰$

مثال نمودار تابع $f(x)=|۳-x|+۲$ را رسم کنید.

پاسخ $f(x)=|۳-x|+۲=|x-۳|+۲$





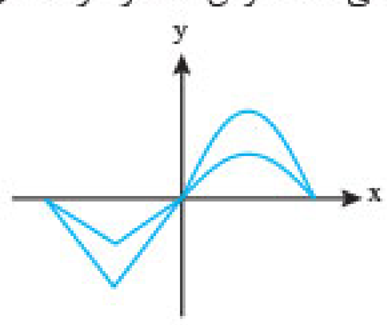
نکته: در انتقال عمودی تنها برد تابع تغییر خواهد کرد.

▪ انقباض و انبساط:

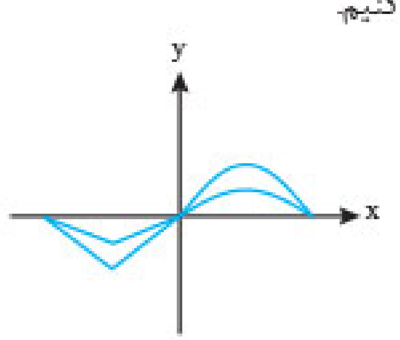
همانند انتقال افقی و عمودی، در رسم نمودارها انقباض و انبساط افقی و عمودی را داریم.

▪ انقباض و انبساط عمودی

این نوع انبساط در مقادیر برد تأثیرگذار است.
فرض کنید می‌خواهیم نمودار $y=kf(x)$ را رسم کنیم.
کافی است عرض نقاط را در k **ضرب** کنیم.



$k>۱$



$۰<k<۱$

نکته ۱: اگر $k>۱$ باشد. نمودار $y=kf(x)$ از **انبساط عمودی** نمودار $y=f(x)$ حاصل می‌شود.
نکته ۲: اگر $۰<k<۱$ باشد. نمودار $y=kf(x)$ از **انقباض عمودی** نمودار $y=f(x)$ حاصل می‌شود.
نکته ۳: اگر k عددی منفی باشد ابتدا نمودار $y=|k|f(x)$ را رسم می‌کنیم، سپس قرینهٔ آن را نسبت به محور xها رسم می‌کنیم.

درس ۲: معادلات مثلثاتی

① حل معادلهٔ $\sin x = \sin \alpha$:

$$\sin x = \sin \alpha \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \alpha \\ x = 2k\pi + \pi - \alpha \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

نکته ۱: جواب‌های معادلهٔ $\sin x = 0$ برابر $x = k\pi \;;\; k \in \mathbb{Z}$ است.

نکته ۲: جواب‌های معادلهٔ $\sin x = 1$ برابر $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \;;\; k \in \mathbb{Z}$ است.

نکته ۳: جواب‌های معادلهٔ $\sin x = -1$ برابر $x = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \;;\; k \in \mathbb{Z}$ است.

② حل معادلهٔ $\cos x = \cos \alpha$: $\cos x = \cos \alpha \Rightarrow x = 2k\pi \pm \alpha (k \in \mathbb{Z})$

نکته ۱: جواب‌های معادلهٔ $\cos x = 0$ به صورت $x = k\pi + \frac{\pi}{2}$ است.

نکته ۲: جواب‌های معادلهٔ $\cos x = 1$ به صورت $x = 2k\pi$ است.

نکته ۳: جواب‌های معادلهٔ $\cos x = -1$ به صورت $x = 2k\pi + \pi$ است.

③ حل معادلهٔ $\tan x = \tan \alpha$: $\tan x = \tan \alpha \Rightarrow x = k\pi + \alpha (k \in \mathbb{Z})$

④ حل معادلهٔ $\cot x = \cot \alpha$: $\cot x = \cot \alpha \Rightarrow x = k\pi + \alpha (k \in \mathbb{Z})$

مثال معادلات زیر را حل کنید.

الف) $2\sin^2 x - \sin x = 0$

ب) $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4}$

پ) $4\cos^2 x + 9\cos x + 5 = 0$

ت) $\cos x(2\cos x - 9) = 5$

ث) $\tan 5x = \tan 2x$

ج) $\cot x - 3\tan x = 0$

پاسخ

الف) $2\sin^2 x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x(2\sin x - 1) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \;;\; k \in \mathbb{Z} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \end{cases}$$

ب) $\sin x \cos x = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \frac{1}{2}\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{4} \Rightarrow \sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\frac{\pi}{3}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6} \;;\; k \in \mathbb{Z} \\ 2x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{3} \;;\; k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

پ) $4\cos^2 x + 9\cos x + 5 = 0 \xrightarrow{t = \cos x} 4t^2 + 9t + 5 = 0$

$\Rightarrow (t+1)(4t+5) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -1 \Rightarrow \cos x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi + \pi, k \in \mathbb{Z} \\ t = -\frac{5}{4} \Rightarrow \cos x = -\frac{5}{4} \text{ غیرقابل قبول} \end{cases}$$

ت) $\cos x(2\cos x - 9) = 5 \xrightarrow{t = \cos x} 2t^2 - 9t - 5 = 0$

$\Rightarrow (2t+1)(t-5) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = -\frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} = \cos\frac{2\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad k \in \mathbb{Z} \\ t = 5 \Rightarrow \cos x = 5 \text{ غیرقابل قبول} \end{cases}$$

ث) $\tan 5x = \tan 2x \Rightarrow 5x = k\pi + 2x \Rightarrow 3x = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

ج) $\cot x - 3\tan x = 0 \Rightarrow \frac{1}{\tan x} - 3\tan x = 0 \Rightarrow 1 - 3\tan^2 x = 0$

$$\Rightarrow \tan^2 x = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{cases} \tan x = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{6} \\ \tan x = -\frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

فصل سوم: حدهای نامتناهی ـ حد در بی‌نهایت

درس ۱: حدهای نامتناهی

■ **حد مثبت بی‌نهایت:** فرض کنیم تابع f در یک همسایگی محذوف a تعریف شده باشد. رابطهٔ $\lim\limits_{x \to a} f(x) = +\infty$ به این معناست که می‌توان مقدارهای $f(x)$ را **از هر عدد مثبت دلخواه بزرگ‌تر** کرد، مشروط بر آن‌که x **به قدر کافی به a نزدیک** اختیار شود.

■ **حد منفی بی‌نهایت:** فرض کنیم تابع f در یک همسایگی محذوف a تعریف شده باشد. رابطهٔ $\lim\limits_{x \to a} f(x) = -\infty$ به این معناست که می‌توان مقدارهای $f(x)$ را از **هر عدد منفی دلخواه کوچک‌تر** کرد، مشروط بر آن‌که x با مقادیر بزرگ تراز a **به قدر کافی به a نزدیک** اختیار شود.

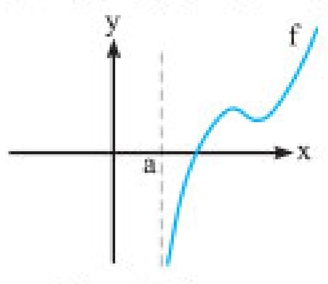
■ **حد راست مثبت بی‌نهایت:** فرض کنیم f در یک **همسایگی راست از a** تعریف شده باشد. رابطهٔ $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = +\infty$ به این معناست که می‌توان مقادیر $f(x)$ را **از هر عدد مثبت دلخواه بزرگ‌تر** کرد، مشروط بر آن‌که x **به قدر کافی به a نزدیک** اختیار شود.

■ **حد راست منفی بی‌نهایت:** فرض کنیم f در یک **همسایگی راست از a** تعریف شده باشد. رابطهٔ $\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = -\infty$ به این معناست که می‌توان مقادیر $f(x)$ را **از هر عدد منفی دلخواه کوچک‌تر** کرد، مشروط بر آن‌که x **با مقادیر بزرگ‌تر از a به قدر کافی به a نزدیک** اختیار شود.

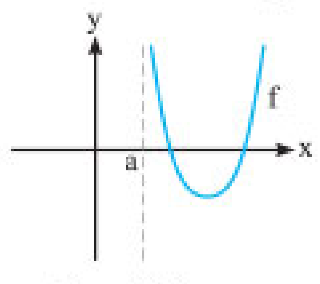
■ **حد چپ منفی بی‌نهایت:** فرض کنیم f در یک **همسایگی چپ از a** تعریف شده باشد. رابطهٔ $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = -\infty$ به این معناست که می‌توان مقادیر $f(x)$ را **از هر عدد منفی دلخواه کوچک‌تر** کرد، مشروط بر آن‌که x **با مقادیر کوچک‌تر از a به قدر کافی به a نزدیک** اختیار شود.

■ **حد چپ مثبت بی‌نهایت:** فرض کنیم f در یک **همسایگی چپ از a** تعریف شده باشد. رابطهٔ $\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = +\infty$ به این معناست که می‌توان مقادیر $f(x)$ را **از هر عدد مثبت دلخواه بزرگ‌تر** کرد، مشروط بر آن‌که x **با مقادیر کوچک‌تر از a به قدر کافی به a نزدیک** اختیار شود.

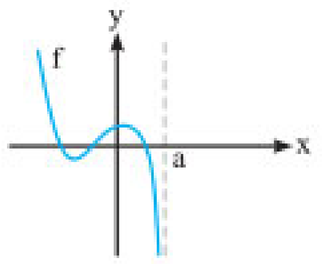
مثال‌های زیر در فهم بهتر تعاریف فوق بسیار مفید هستند:



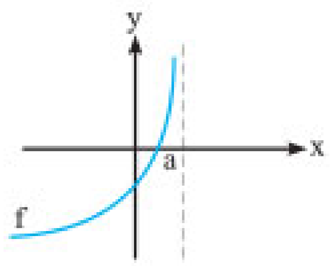
$\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = -\infty$



$\lim\limits_{x \to a^+} f(x) = +\infty$



$\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = -\infty$



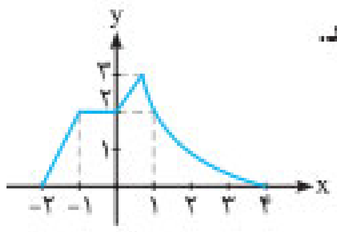
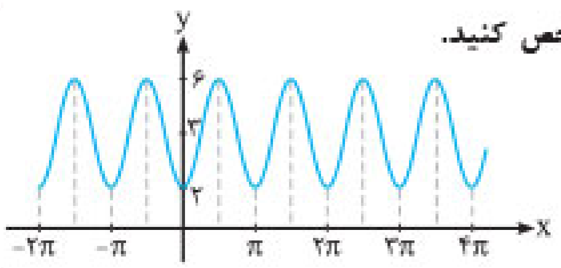
$\lim\limits_{x \to a^-} f(x) = +\infty$

■ **فضایای حد بی‌نهایت**

قضیه، اگر n یک عدد طبیعی باشد؛ آن‌گاه:

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x^n} = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x^n} = \begin{cases} +\infty \;;\; \text{n عددی زوج باشد} \\ -\infty \;;\; \text{n عددی فرد باشد} \end{cases}$$

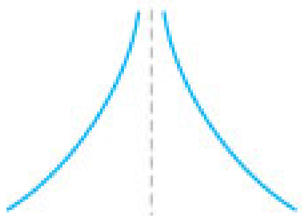
مهروماه	سؤالات شبیه‌ساز امتحانی نوبت اول	
تاریخ:	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	رشته: ریاضی فیزیک	درس: حسابان (۲)

ردیف	سؤالات	نمره
۱	**درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید.** **الف)** برای رسم نمودار تابع $y=-\cos 2x$، باید نمودار $y=\cos x$ را نسبت به محور xها قرینه کرده، سپس طول‌ها را در $\frac{1}{2}$ ضرب کنیم. **ب)** تابع $f(x)=\tan x$ در بازهٔ $(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2})$ اکیداً صعودی است. پرتکرار **پ)** چندجمله‌ای x^5+x+2 بر $x-1$ بخش‌پذیر است. **ت)** دورهٔ تناوب تابع $y=-2\sin 4x$ برابر π است.	۱
۲	**جاهای خالی را با عبارت‌های مناسب پر کنید.** **الف)** مقدار ماکزیمم تابع $y=-4\sin 2x+5$ برابر .... است. **ب)** اگر $\tan\alpha=\frac{1}{2}$ باشد، آن‌گاه $\tan(\alpha+\frac{\pi}{4})$ برابر .... است. **پ)** نمودار $y=\sqrt{-x}$ را ۵ واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم، ضابطهٔ تابع به صورت .... است.	۱/۵
۳	نمودار تابع $y=(\|x\|-2)^2$ را رسم کنید.	۱/۵
۴	مقادیر a و b را چنان تعیین کنید که چندجمله‌ای $2x^3+ax^2-bx+3$ بر $x-1$ و $x+2$ بخش‌پذیر باشد. پرتکرار	۱/۵
۵	نمودار تابع f در شکل مقابل داده‌شده است. با توجه به آن، نمودار تابع $g(x)=f(x+\|x\|)$ را رسم کنید.  	۱/۵
۶	اگر f تابعی اکیداً صعودی با دامنهٔ $[-2,6]$ باشد و داشته باشیم $f(3)=0$، دامنهٔ تابع $g(x)=\log(f(x-1))$ را به‌دست آورید.	۱/۵
۷	معادلهٔ $\cos 2x+\sin x-1=0$ را حل کنید. پرتکرار	۱/۲۵
۸	نمودار تابع $f(x)=a\cos bx+c$ در شکل مقابل داده شده است. ضابطهٔ تابع را مشخص کنید.  	۱/۵
۹	معادلهٔ $\tan^2 2x-3=0$ را حل کنید و جواب‌های آن را در بازهٔ $[0,\pi]$ به‌دست آورید. پرتکرار	۱/۷۵
۱۰	حاصل هر یک از حدود زیر را در صورت وجود به‌دست آورید. پرتکرار الف) $\lim\limits_{x\to 2^-}\frac{2x+1}{x-2}$ ب) $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{1}{1-\cos x}$ پ) $\lim\limits_{x\to -\infty}\frac{-(1-x)^3}{x+x^2-3x^3}$ ت) $\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{[x]+1}{x^2-1}$	۳
۱۱	مجانب‌های افقی و قائم تابع $f(x)=\frac{x^3+x^2}{x^2-1}-x$ را در صورت وجود به‌دست آورید. پرتکرار	۲
۱۲	نمودار تابع f را با شرایط زیر رسم کنید. - خط $x=2$ مجانب قائم آن باشد. - $f(0)=3$ و $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=1$ و $\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=-1$ - خط $y=1$ مجانب افقی آن باشد.	۱/۲۵
۱۳	نمودار تابع $f(x)=\frac{2x+1}{x^2-2x+1}$ در مجاورت مجانب قائم خودش به چه شکلی است؟	۰/۷۵
	جمع نمره	۲۰

امتحان ۸

سؤالات امتحانی دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور نوبت دوم — مهروماه

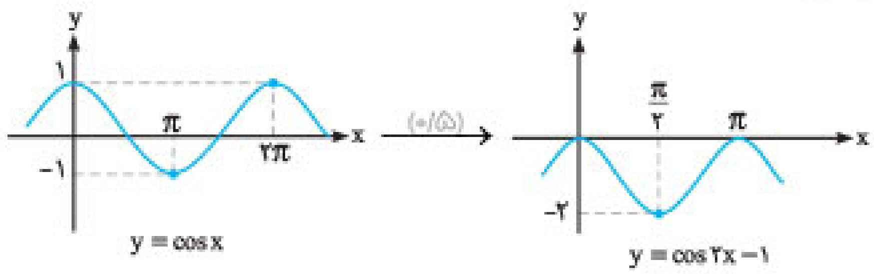
درس: حسابان (۲)	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	تاریخ امتحان: شهریور ۱۳۹۹

ردیف	سؤالات	نمره
	فصل اول	
۱	در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید. اگر بازهٔ $[-2,1]$ دامنهٔ تابع $f(x)$ باشد، دامنهٔ تابع $f(3x+1)$ برابر .... است. پرتکرار	۰/۵
۲	نمودار تابع مقابل را به کمک نمودار تابع $y=\cos x$ رسم کنید. $y=\cos 2x-1$	۱
۳	درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید. الف) چند جمله‌ای $p(x)=(2-x)^2(x+1)^3$ یک چند جمله‌ای از درجهٔ ۵ است. ب) اگر تابع f در یک بازه نزولی اکید باشد، در این بازه نزولی نیز هست.	۰/۵
۴	مقادیر a و b را طوری تعیین‌کنید که چند جمله‌ای $p(x)=x^3+ax^2+bx-2$ بر $(x-2)$ بخش‌پذیر بوده و باقی‌ماندهٔ تقسیم آن بر $(x+1)$ برابر ۳ باشد. پرتکرار	۱/۵
	فصل دوم	
۵	دورهٔ تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y=\sqrt{5}-\pi\cos\frac{1}{2}x$ را محاسبه‌کنید.	۱
۶	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. مقدار تابع سینوس در $x=\frac{\pi}{2}$ تعریف نشده است.	۰/۲۵
۷	معادلهٔ مثلثاتی $\cos 3x-\cos x=0$ را حل کنید. پرتکرار	۱/۷۵
	فصل سوم	
۸	حدود زیر را محاسبه‌کنید. پرتکرار الف) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{x+1}{\tan x}$ ب) $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x^2+1}{x^3+2x^2+1}$	۱/۵
۹	مجانب‌های قائم و افقی نمودار تابع $y=\frac{1+2x^2}{1-x^2}$ را در صورت وجود به دست آورید. انتخابی	۲
۱۰	نمودار تابع $f(x)=\frac{x+1}{x^2+x}$ در نزدیکی مجانب قائم آن به چه صورتی است؟ پرتکرار	۱
۱۱	اگر رفتار تابع $f(x)=\frac{x+3}{x^2+bx+c}$ در اطراف نقطهٔ $x=-1$ به صورت شکل زیر باشد، مقادیر b و c را به دست‌آورید.  $x=-1$	۱
	فصل چهارم	
۱۲	اگر $f(x)=x^2-3x$ باشد، با استفاده از تعریف مشتق، $f'(1)$ را حساب کنید.	۱/۲۵
۱۳	مشتق‌پذیری تابع $f(x)=\begin{cases}x^2 & x\le 0\\ x & x>0\end{cases}$ را در $x=0$ بررسی کنید. انتخابی	۲

امتحان ۸ - شهریور ماه ۱۳۹۹ (نوبت دوم)

۱ $[-۱,۰]$ (فصل ۱ / تبدیل نمودار توابع) (۰/۵)

۲



(فصل ۱ / تبدیل نمودار توابع)

۳ الف) درست (فصل ۱ / درجهٔ چند جمله‌ای) (۰/۲۵)

ب) درست (توابع یکنوا) (۰/۲۵)

۴

$$\begin{cases} x-۲=۰ \Rightarrow x=۲ \xrightarrow{p(۲)=۰} ۴a+۲b=-۶ & (۰/۵) \\ x+۱=۰ \Rightarrow x=-۱ \xrightarrow{p(-۱)=۳} a-b=۶ & (۰/۵) \end{cases}$$

$$\Rightarrow a=۱ \ (۰/۲۵) \ , \quad b=-۵ \ (۰/۲۵)$$

(فصل ۱ / تقسیم چند جمله‌ای و بخش‌پذیری)

۵

$$\max=\pi+\sqrt{۵} \ (۰/۲۵) \ , \min=-\pi+\sqrt{۵} \ (۰/۲۵)$$

$$T=\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲}}=۴\pi \ (۰/۵)$$

(فصل ۲ / دورهٔ تناوب)

۶ نادرست (فصل ۲ / توابع مثلثاتی) (۰/۲۵)

۷

$$\cos ۳x=\cos x \ (۰/۲۵) \Rightarrow \begin{cases} ۳x=۲k\pi+x \\ ۳x=۲k\pi-x \end{cases} (۰/۵)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۲x=۲k\pi \\ ۴x=۲k\pi \end{cases} (k\in\mathbb{Z}) \ (۰/۵) \Rightarrow \begin{cases} x=k\pi \\ x=\frac{k\pi}{۲} \end{cases} (k\in\mathbb{Z}) \ (۰/۵)$$

(فصل ۲ / معادلات مثلثاتی)

۸

الف) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۲}^{+}} \tan x=-\infty \ (۰/۲۵), \ \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۲}^{-}} \tan x=+\infty \ (۰/۲۵)$

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}} (x+۱)=\frac{\pi}{۲}+۱ \ (۰/۲۵) \Rightarrow \lim_{x\to\frac{\pi}{۲}} \frac{x+۱}{\tan x}=۰ \ (۰/۲۵)$$

ب) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x^۲+۱}{x^۳+۲x^۲+۱}=\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x^۲}{x^۳} \ (۰/۲۵)$

$$=\lim_{x\to\pm\infty} \frac{۱}{x}=۰ \ (۰/۲۵)$$

(فصل ۳ / حدهای نامتناهی و حد در بی‌نهایت)

۹

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{۱+۲x^۲}{۱-x^۲}=\lim_{x\to\pm\infty} \frac{۲x^۲}{-x^۲}=-۲ \ (۰/۲۵)$$

مجانب افقی: $\Rightarrow y=-۲ \ (۰/۵)$

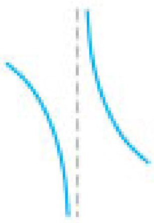
مجانب‌های قائم: $۱-x^۲=۰ \ (۰/۵) \Rightarrow x=\pm ۱ \ (۰/۵)$

(فصل ۳ / مجانب قائم و افقی)

۱۰

$$x(x^۲+۱)=۰ \Rightarrow x=۰ \ (۰/۲۵)$$

$$\lim_{x\to ۰^{+}} \frac{x+۱}{x^۳+x}=+\infty \ (۰/۲۵) \ , \ \lim_{x\to ۰^{-}} \frac{x+۱}{x^۳+x}=-\infty \ (۰/۲۵)$$



(۰/۲۵)

(فصل ۳ / مجانب قائم و افقی)

۱۱ چون هر دو شاخهٔ منحنی رو به $+\infty$ است، پس مخرج ریشهٔ مضاعف دارد:

$$x=-\frac{b}{۲a}=-\frac{b}{۲}=-۱ \Rightarrow b=۲ \ (۰/۵)$$

$$(-۱)^۲-۲+c=۰ \Rightarrow c=۱ \ (۰/۵)$$

(فصل ۳ / مجانب قائم و افقی)

۱۲

$$f'(۱)=\underbrace{\lim_{x\to ۱} \frac{x^۲-۳x+۲}{x-۱}}_{(۰/۵)}=\underbrace{\lim_{x\to ۱} \frac{(x-۱)(x-۲)}{x-۱}}_{(۰/۵)}=-۱ \ (۰/۲۵)$$

(فصل ۴ / تعریف مشتق)

۱۳

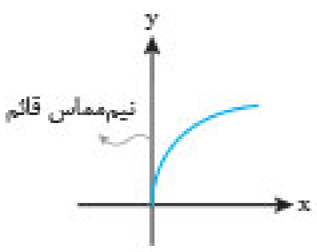
$$\lim_{x\to ۰^{+}} f(x)=\lim_{x\to ۰^{-}} f(x)=f(۰)=۰ \ (۰/۵)$$

$$f'_{-}(۰)=\lim_{x\to ۰^{-}} \frac{x^۲-۰}{x-۰}=۰ \ (۰/۵) \quad f'_{+}(۰)=\lim_{x\to ۰^{+}} \frac{x-۰}{x-۰}=۱ \ (۰/۵)$$

پس تابع در $x=۰$ مشتق‌پذیر نیست. $\Rightarrow$ $f'_{-}(۰)\neq f'_{+}(۰)$ (۰/۵)

(فصل ۴ / مشتق‌پذیری و پیوستگی)

۱۴ نادرست. خط $x=۰$ مماس قائم این نمودار است.(۰/۲۵)



(فصل ۴ / نقاط مشتق ناپذیر)

۱۵

الف) $f'(x)=\underbrace{(\frac{۳}{۲\sqrt{۳x+۲}})(x^۳+۱)}_{(۰/۷۵)}+\underbrace{(۳x^۲)(\sqrt{۳x+۲})}_{(۰/۵)}$

ب) $g'(x)=\underbrace{۷(۲x+۳)(x^۲+۳x+۱)^۶}_{(۰/۷۵)}$

پ) $h'(x)=\dfrac{\overbrace{(۲x-۵)(-۲x+۹)-(-۲)(x^۲-۵x+۷)}^{(۰/۷۵)}}{\underbrace{(-۲x+۹)^۲}_{(۰/۲۵)}}$

(فصل ۴ / فرمول‌های مشتق‌گیری)

۱۶

$$f'(x)=۲\sin x\cos x+۲\sin ۲x=۳\sin ۲x \ (۰/۵)$$

$$f''(x)=۶\cos ۲x \Rightarrow f''(\frac{\pi}{۶})=۶\cos\frac{\pi}{۳}=۳ \ (۰/۵)$$

(فصل ۴ / مشتق مرتبهٔ دوم)

۱۷ $\frac{۱}{۶}$ (آهنگ تغییرات) (۰/۵)