

شماره آزمون	مبحث آزمون	صفحه سؤال	صفحه پاسخ نامه تشریحی
۱	جامع فصل	۸	۱۰۸
۲	جامع فصل	۹	۱۰۹
۳	الگو	۱۰	۱۱۰
۴	دنباله حسابی و هندسی	۱۱	۱۱۱
۵	جامع فصل	۱۱	۱۱۲
۶	جامع فصل	۱۲	۱۱۳
۷	معادله	۱۴	۱۱۵
۸	نامعادله و تعیین علامت	۱۴	۱۱۶
۹	جامع فصل	۱۵	۱۱۷
۱۰	جامع فصل	۱۶	۱۱۹
۱۱	قدر مطلق	۱۸	۱۲۱
۱۲	جزء صحیح	۱۸	۱۲۲
۱۳	جامع فصل	۱۹	۱۲۳
۱۴	جامع فصل	۲۰	۱۲۵
۱۵	معادله درجه دوم	۲۲	۱۲۶
۱۶	تابع درجه دوم	۲۲	۱۲۷
۱۷	جامع فصل	۲۳	۱۲۸
۱۸	جامع فصل	۲۴	۱۳۰
۱۹	ریشه، رادیکال و توان	۲۶	۱۳۲
۲۰	اتحاد و تجزیه	۲۷	۱۳۲
۲۱	جامع فصل	۲۷	۱۳۳
۲۲	جامع فصل	۲۸	۱۳۵
۲۳	مفاهیم مقدماتی تابع	۳۰	۱۳۷
۲۴	تابع خطی و انتقال توابع	۳۱	۱۳۷
۲۵	انواع توابع، یکنوایی	۳۲	۱۳۹
۲۶	اعمال جبری توابع و ترکیب توابع	۳۳	۱۴۰
۲۷	تابع یک‌به‌یک و تابع معکوس	۳۴	۱۴۱
۲۸	جامع فصل	۳۴	۱۴۲
۲۹	جامع فصل	۳۶	۱۴۴
۳۰	مفاهیم مقدماتی	۳۸	۱۴۵
۳۱	اتحادهای مثلثاتی	۳۹	۱۴۶
۳۲	توابع مثلثاتی	۳۹	۱۴۸
۳۳	معادله مثلثاتی	۴۰	۱۴۹
۳۴	جامع فصل	۴۱	۱۵۰
۳۵	جامع فصل	۴۲	۱۵۱
۳۶	تابع نمایی	۴۴	۱۵۳
۳۷	لگاریتم	۴۵	۱۵۴
۳۸	جامع فصل	۴۵	۱۵۴
۳۹	جامع فصل	۴۷	۱۵۶

فصل ۱: مجموعه

فصل ۲: الگو و دنباله

فصل ۳: معادله و نامعادله و تعیین علامت

فصل ۴: قدر مطلق و برکت

فصل ۵: معادله و تابع درجه ۲

فصل ۶: توان‌های گویا و عبارتهای جبری

فصل ۷: تابع

فصل ۸: مثلثات

فصل ۹: توابع نمایی و لگاریتمی

شماره آزمون	مبحث آزمون	صفحه سؤال	صفحه پاسخ نامه تشریحی
۴۰	جامع فصل	۴۸	۱۵۷
۴۱	جامع فصل	۴۹	۱۵۹
۴۲	تفکر جسمی	۵۰	۱۶۱
۴۳	بیضی و دایره	۵۱	۱۶۲
۴۴	جامع فصل	۵۱	۱۶۳
۴۵	جامع فصل	۵۲	۱۶۵
۴۶	ترسیم - استدلال - قضیه تالس	۵۴	۱۶۶
۴۷	تشابه	۵۵	۱۶۷
۴۸	جامع فصل	۵۶	۱۶۸
۴۹	جامع فصل	۵۷	۱۷۰
۵۰	مفاهیم اولیه - رفع ابهام - پیوستگی	۵۹	۱۷۱
۵۱	حد در بی نهایت و حد بی نهایت	۶۰	۱۷۲
۵۲	جامع فصل	۶۱	۱۷۴
۵۳	جامع فصل	۶۲	۱۷۵
۵۴	آشنایی با مفهوم مشتق - مشتق گیری - مشتق تابع مرکب	۶۴	۱۷۷
۵۵	مشتق پذیری و پیوستگی - آهنگ تغییر و معادله خط مماس	۶۵	۱۷۸
۵۶	جامع فصل	۶۶	۱۷۹
۵۷	جامع فصل	۶۷	۱۸۱
۵۸	کاربرد مشتق (یکنوایی - اکسترم‌های نسبی)	۶۹	۱۸۲
۵۹	اکسترم‌های مطلق، بهینه‌سازی	۷۰	۱۸۳
۶۰	جامع فصل	۷۰	۱۸۴
۶۱	جامع فصل	۷۱	۱۸۵
۶۲	جامع فصل	۷۳	۱۸۷
۶۳	جامع فصل	۷۴	۱۸۸
۶۴	جامع فصل	۷۶	۱۹۰
۶۵	جامع فصل	۷۷	۱۹۱
۶۶	احتمال ساده و قوانین احتمال	۷۸	۱۹۳
۶۷	احتمال شرطی، قانون احتمال کل	۷۹	۱۹۴
۶۸	جامع فصل	۸۰	۱۹۵
۶۹	جامع فصل	۸۱	۱۹۶
۷۰	جامع دهم و یازدهم	۸۴	۱۹۸
۷۱	جامع ترم اول دوازدهم	۸۶	۲۰۰
۷۲	جامع ترم دوم دوازدهم	۸۸	۲۰۳
۷۳	جامع دوازدهم	۸۹	۲۰۵
۷۴	جامع ۱ (مشابه کنکور)	۹۱	۲۰۸
۷۵	جامع ۲ (مشابه کنکور)	۹۳	۲۱۲
۷۶	جامع ۳ (مشابه کنکور)	۹۶	۲۱۴
۷۷	جامع ۴ (مشابه کنکور)	۹۸	۲۱۸
۷۸	جامع ۵ (مشابه کنکور)	۱۰۰	۲۲۱

فصل ۱۰: هندسه تحلیلی

فصل ۱۱: هندسه
سال دوازدهم

فصل ۱۲: هندسه پایه

فصل ۱۳: حد

فصل ۱۴: مشتق

فصل ۱۵: کاربرد مشتق

فصل ۱۶: آمار

فصل ۱۷: آنالیز ترکیبی

فصل ۱۸: احتمال

آزمون‌های جامع

مجموعه

فصل ۱

نوع آزمون استاندارد

موضوع جامع فصل

صفحه کتاب نوبی ریاضی ۱ - فصل ۱ - صفحه ۱ تا ۳۱

۱۵ تست در ۲۵ دقیقه



۱- کدام یک از اعداد زیر به مجموعه $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ تعلق ندارد؟

- (۱) $\sqrt{2/5}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\sqrt{2/25}$ (۴) $\frac{\pi}{3/14}$

۲- اگر $A = [1, 2]$ و $A - B$ منتهای باشد، B کدام مجموعه زیر نمی تواند باشد؟

- (۱) $[-1, 4]$ (۲) $(1, 4)$ (۳) $(-2, 2)$ (۴) $[2, 3]$

۳- کدام یک از تساوی های زیر صحیح نیست؟

- (۱) $(-\infty, 2] \cup (2, +\infty) = \mathbb{R}$ (۲) $[2, 4) - (-\infty, 3) = [3, 4)$ (۳) $(-2, 2) \cap [2, 3) = \emptyset$ (۴) $(-1, 4] - [-1, 4) = \{-1\}$

۴- اگر $\{-1, 1\} \subseteq (2a - 1, a + 3)$ ، آن گاه حدود a شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۵- کدام یک از مجموعه های زیر منتهای است؟

- (۱) مجموعه اعداد گویای بین $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ (۲) مجموعه کسره های مثبت با صورت یک
(۳) مجموعه تمام خط های گذرنده از یک نقطه (۴) مجموعه مولکول های موجود در یک صفحه کاغذ

۶- مجموعه $\mathbb{N} \cup (\mathbb{N}' - \mathbb{W}')$ با کدام مجموعه زیر برابر است؟

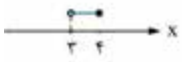
- (۱) \mathbb{N} (۲) \mathbb{W} (۳) \mathbb{Z} (۴) $\mathbb{Z} - \{0\}$

۷- اگر A و B دو مجموعه نامتناهی باشند، مجموعه های $A - B$ و $A \cup B$ چگونه اند؟

- (۱) منتهای یا نامتناهی - نامتناهی (۲) منتهای یا نامتناهی - منتهای یا نامتناهی
(۳) نامتناهی - نامتناهی (۴) نامتناهی - منتهای یا نامتناهی

۸- اگر $(-1, b] \cup [1, 4) = (a, 3]$ آن گاه $a + b$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵



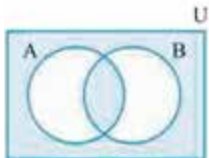
۹- اگر $A = [2, 4]$ و نمودار مجموعه $A - B$ به صورت روبه رو باشد، مجموعه B کدام می تواند باشد؟

- (۱) $(2, 3)$ (۲) $[0, 3]$ (۳) $(3, 5)$ (۴) $[3, 5]$

۱۰- اگر A و B دو مجموعه جدا از هم باشند، متمم مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ برابر کدام است؟

- (۱) $A' - B$ (۲) $(B - A)'$ (۳) $(A - B)'$ (۴) $(B - A)'$

۱۱- با توجه به شکل مقابل، متمم ناحیه رنگی کدام است؟



- (۱) $U - (A \cup B)$ (۲) $(A \cup B) - (A \cap B)$
(۳) $U - (A \cap B)$ (۴) $A' - B'$

۱۲- در یک کلاس ۳۰ نفری، ۱۲ نفر عضو تیم بسکتبال و ۱۵ نفر عضو تیم والیبال هستند. اگر تعداد افرادی که عضو هیچ کدام از این دو تیم

نیستند، ۵ نفر باشد، چند نفر عضو هر دو تیم هستند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۳- مجموعه مرجع U دارای ۸۰ عضو، $n(A') = 35$ و $n(B \cap A') = 30$ می باشد. مجموعه $A' \cap B'$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۱۴- اگر مجموعه مرجع، مجموعه اعداد طبیعی باشد، $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 6\}$ و $B' = \{4, 5, 6, 8, 9\}$ ، آن گاه مجموعه $(A \cup B)'$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) بی شمار





۱۵- در یک نظرسنجی از ۱۰۰ مشتری یک فروشگاه، مشخص شد که ۶۰ نفر از محصولات شرکت A و ۴۵ نفر از محصولات شرکت B خرید کرده‌اند. اگر تعداد افرادی که فقط محصول A را خریده‌اند، چهار برابر تعداد افرادی باشد که هیچ کدام از این دو محصول را نخریده‌اند، تعداد افرادی که دقیقاً یکی از این دو محصول را خریده‌اند، کدام است؟

- ۷۵ (۱) ۷۸ (۲) ۷۳ (۳) ۷۶ (۴)

موضوع: جامع فصل
نوع آزمون: به سوی ۱۰۰

صفحه کتاب درسی ریاضی ۱ - فصل ۱ - صفحه ۱ تا ۱۳
۱۵ تست در ۲۵ دقیقه

۲

۱۶- اگر $A = [0, 2]$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq 1-x < 2\}$ ، آن گاه کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

- $1 - \sqrt{3} \in A \cup B$ (۴) $\sqrt{2} \notin A \cap B$ (۳) $[2, 3] \subseteq A - B$ (۲) $[-1, 0] \subseteq B - A$ (۱)

۱۷- اگر مجموعه اعداد طبیعی را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیریم و $A = \{1, 2, 5\}$ و $B = \{x \mid x \text{ اعداد زوج و اول بزرگتر از یک}\}$ آن گاه مجموعه $\mathbb{N} - (A \cup B)$ چند عضو دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ بی‌شمار (۴)

۱۸- اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 2\}$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1\}$ ، آن گاه مجموعه $A \cap B$ شامل چند عدد صحیح است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۹- اگر بازه $[-1, 4]$ مجموعه مرجع، $A = [1, 4]$ و $B = (0, 2]$ ، آن گاه مجموعه $(A - B)'$ چگونه است؟

- (۱) اجتماع دو بازه است. (۲) یک بازه باز است. (۳) یک بازه نیم‌باز است. (۴) یک بازه بسته است.

۲۰- اگر بازه (Δ, k) دقیقاً شامل دو عدد فرد باشد، حدود k کدام است؟

- $9 \leq k < 11$ (۱) $9 < k \leq 11$ (۲) $9 \leq k < 10$ (۳) $9 < k \leq 10$ (۴)

۲۱- اگر $A = [-2, 2]$ و مجموعه $A - B$ دو عضوی باشد، متمم بازه B چند عدد طبیعی را شامل نمی‌شود؟

- ۱) صفر (۱) ۲) ۱ (۲) ۳) ۲ (۳) ۴) ۳ (۴)

۲۲- بازه‌های A و B مفروض‌اند. اگر $A \cap B$ متناهی باشد، آن گاه مجموعه $\mathbb{R} - (A \cap B)$ برابر اجتماع حداقل چند بازه است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۳- مجموعه $A = (n-1, 3-2n)$ مفروض است. اگر $2 \in A$ و $-1 \notin A$ ، آن گاه حدود n کدام است؟

- $(-\infty, \frac{1}{3})$ (۱) $(0, 1)$ (۲) $(-\infty, 1)$ (۳) $(-\infty, \frac{1}{3})$ (۴)

۲۴- اگر A مجموعه‌ای متناهی و C و B نامتناهی باشند، هر یک از مجموعه‌های $(A \cup C) \cap B$ و $B \cup (A \cap C)$ به ترتیب چگونه‌اند؟

- (۱) متناهی - نامتناهی (۲) نامتناهی - متناهی (۳) متناهی یا نامتناهی - نامتناهی (۴) نامتناهی - متناهی یا نامتناهی

۲۵- اگر اجتماع دو مجموعه A و B دارای ۳۰ عضو بوده و $n(A \cap B) = n(A) = n(B) + 5$ باشد، آن گاه چند عضو فقط به A تعلق دارند؟

- ۵ (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴)

۲۶- اگر تعداد اعضای مجموعه مرجع U برابر ۴۰ و دو مجموعه A و B جدا از هم باشند به طوری که $n(A') - n(B) = 6$ ، آن گاه چند عضو حداقل به یکی از مجموعه‌های A و B تعلق دارد؟

- ۳۲ (۱) ۳۴ (۲) ۳۶ (۳) ۳۸ (۴)

۲۷- ۸۵ درصد دانش‌آموزان یک کلاس عضو حداقل یکی از دو گروه تئاتر و سرود هستند و ۶۰ درصد آن‌ها عضو حداکثر یکی از این دو گروه هستند. چند درصد دانش‌آموزان عضو فقط یکی از دو گروه هستند؟

- ۲۰ (۱) ۳۰ (۲) ۴۵ (۳) ۴۰ (۴)

۲۸- اگر A و B زیرمجموعه‌هایی از مجموعه مرجع U باشند به طوری که $n(U) = 120$ ، $n(A) = 70$ ، $n(B) = 50$ و $n(A' \cup B') = 80$ ، آن گاه $n(A' \cap B')$ کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۰ (۴)

۲۹- اگر مجموعه مرجع دارای ۲۲ عضو و دو زیرمجموعه A و B آن دارای ۱۷ و ۱۲ عضو باشند، $A - B$ حداکثر چند عضو دارد؟

- ۱۲ (۱) ۱۰ (۲) ۱۷ (۳) ۷ (۴)

۳۰- مجموعه $\{1\} \cup \{a, a^2 - 3\}$ یک بازه نیم‌باز است. مجموعه مقادیر a چند عضو دارد؟

- ۱) صفر (۱) ۲) ۱ (۲) ۳) ۲ (۳) ۴) ۳ (۴)

الگو و دنباله

فصل ۲

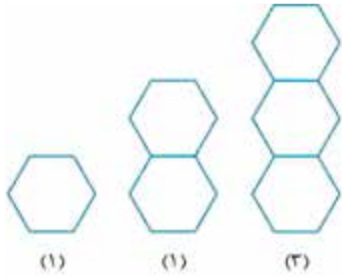
نوع آزمون: محلی

موضوع: الگو

۳

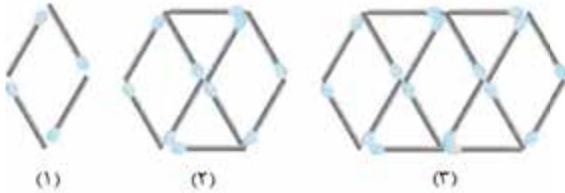
صفحه کتاب دومی: ریاضی ۱ - فصل ۱ - صفحه ۱۴ تا ۲۰ • تست در ۱۵ دقیقه

۳۱- با توجه به الگوی مقابل، تعداد پاره خطها در شکل دوازدهم الگو کدام است؟



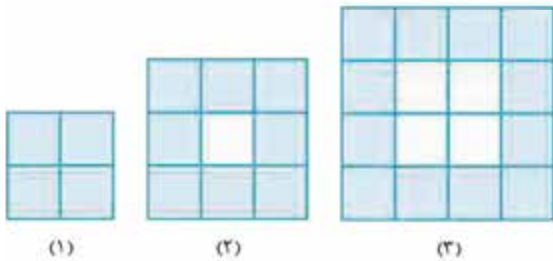
- (۱) ۵۹
- (۲) ۶۱
- (۳) ۶۶
- (۴) ۷۲

۳۲- در الگوی مقابل، در کدام شکل تعداد چوب کبریتها برابر ۹۴ است؟



- (۱) شانزدهم
- (۲) پانزدهم
- (۳) چهاردهم
- (۴) هفدهم

۳۳- در کدام شکل از الگوی روبه‌رو، تعداد مربعهای کوچک سفید ۱۷ واحد بیشتر از تعداد مربعهای رنگی است؟



- (۱) نهم
- (۲) دهم
- (۳) یازدهم
- (۴) هشتم

۳۴- کوچکترین جمله دنباله $t_n = n^2 - 8n + 3$ کدام است؟

- (۱) ۳
- (۲) -۴
- (۳) -۹
- (۴) -۱۳

۳۵- در یک الگوی خطی، جمله چهارم برابر ۱۷ و جمله دهم ۱۲ واحد از جمله ششم بیشتر است. جمله پانزدهم الگو کدام است؟

- (۱) ۴۹
- (۲) ۵۰
- (۳) ۵۲
- (۴) ۵۳

۳۶- اگر جملات الگوی $t_n = an^2 + bn$ به صورت $1, 6, 15, \dots$ باشد، $a - b$ کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۳۷- در یک دنباله، $a_1 = 3$ و برای هر $n \geq 2$ داریم: $a_n = 2a_{n-1} - 2$ ، a_8 کدام است؟

- (۱) ۶۲
- (۲) ۶۶
- (۳) ۱۳۰
- (۴) ۱۲۶

۳۸- اگر جملات دوم، سوم و چهارم یک دنباله درجه دوم برابر ۲ و ۱ و -۱ باشند، جمله دهم آن کدام است؟

- (۱) -۳۳
- (۲) -۳۴
- (۳) -۳۵
- (۴) -۳۶

$1, 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, 2\sqrt{2}, \dots$

۳۹- جمله دوازدهم دنباله روبه‌رو کدام است؟

- (۱) ۱۲
- (۲) $9\sqrt{2}$
- (۳) ۱۳
- (۴) $7\sqrt{3}$

۴۰- در دنباله $a_n = \frac{1}{n^2 + n}$ مجموع ۲۰ جمله اول کدام است؟

- (۱) $\frac{20}{21}$
- (۲) $\frac{11}{20}$
- (۳) $\frac{21}{20}$
- (۴) $\frac{9}{20}$



۴

نوع آزمون: مبحثی

موضوع: دنباله حسابی و هندسی

صفحه کتاب درسی: ریاضی ۱ - فصل ۱ - صفحه ۲۱ تا ۲۷ • تست در ۱۵ دقیقه

۴۱- اولین جمله منفی دنباله حسابی ...، ۴۹، ۵۳ کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) -۱

۴۲- در یک دنباله حسابی، مجموع جملات دوم و هفتم برابر ۸ است و جملات اول و چهارم قرینه هم هستند. جمله دهم دنباله کدام است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۱۷ (۳) ۱۶ (۴) ۱۸

۴۳- در یک مثلث قائم الزاویه به مساحت ۲۴، اندازه اضلاع تشکیل یک دنباله حسابی می دهند. اندازه وتر چه قدر از اندازه کوچک ترین ضلع بیشتر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

۴۴- بین دو عدد ۴ و ۳۱، k واسطه حسابی طوری قرار می دهیم که بزرگ ترین واسطه، ۷ واحد بیشتر از سه برابر کوچک ترین واسطه باشد. k کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۹

۴۵- در دو دنباله حسابی $a_n: 1, 5, 9, \dots$ و $b_n: 7, 13, \dots$ مجموع ارقام اولین جمله مشترک سه رقمی کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

۴۶- در دنباله $t_n = \left(\frac{3}{4}\right)^{2n+1}$ ، قدرنسبت چند برابر جمله اول است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{9}{4}$

۴۷- بین دو عدد ۳ و ۱۹۲، هفت عدد درج می کنیم تا نه عدد موجود تشکیل دنباله هندسی بدهند. چهارمین عدد نوشته شده کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۳۲ (۳) ۳۶ (۴) ۴۸

۴۸- در دنباله هندسی t_n اگر $t_8 = 2$ باشد، حاصل ضرب جملات اول تا نهم کدام است؟

- (۱) 2^5 (۲) 2^9 (۳) 2^{10} (۴) 2^{18}

۴۹- ۱۶۰ لیتر آب در حال جوش در هر ساعت k درصد از حجم خود را از دست می دهد. اگر پس از گذشت ۳ ساعت $\frac{67}{5}$ لیتر از آب موجود باشد، k کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

۵۰- در یک دنباله هندسی صعودی مجموع جملات چهارم و ششم برابر ۲۸ و تفاضل جملات هفتم و سوم برابر ۴۲ است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$

نوع آزمون: استاندارد

موضوع: جامع فصل

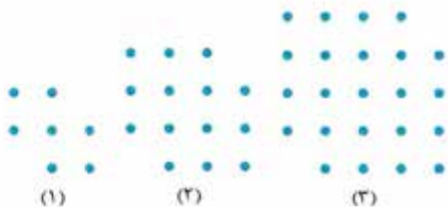
۵

صفحه کتاب درسی: ریاضی ۱ - فصل ۱ - صفحه ۱۴ تا ۲۷ • تست در ۲۵ دقیقه

۵۱- جملات پنجم و هشتم یک الگوی خطی به ترتیب ۱۳ و ۲۲ است. جمله اول الگو کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۴

۵۲- در الگوی زیر، تعداد نقطه های شکل دهم چه قدر از تعداد نقطه های شکل نهم بیشتر است؟



(۱) ۲۱

(۲) ۲۰

(۳) ۲۳

(۴) ۲۲

۵۳- در دنباله درجه دوم ...، ۰، ۲، ۶، ۱۲، ... جمله ۲۱ام کدام است؟

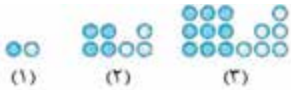
- (۱) ۴۲۰ (۲) ۴۳۱ (۳) ۴۲۹ (۴) ۴۵۹



۵۴- در دنباله حسابی $t_n = an^2 + (a+3)n - 2$ ، جمله ۱۷ام کدام است؟

- ۴۳ (۱) ۴۷ (۲) ۴۹ (۳) ۵۳ (۴)

۵۵- در الگوی زیر، در شکل دهم اختلاف تعداد نقطه‌های رنگی و سفید کدام است؟



- ۲۵ (۱) ۵۰ (۲) ۵۵ (۴) ۴۵ (۳)

۵۶- یک دنباله حسابی ۳۰ جمله دارد. اگر جملات با شماره زوج دنباله را حذف کنیم، قدرنسبت دنباله حاصل ۸ می‌شود. اگر جمله سوم دنباله حاصل ۱۰ باشد، جمله دوازدهم دنباله اولیه کدام است؟

- ۳۲ (۱) ۳۴ (۲) ۳۶ (۳) ۳۸ (۴)

۵۷- برای محافظت از تابش‌های مضر مواد رادیواکتیو، لایه‌های محافظتی ساخته شده است که شدت تابش پس از عبور از آن‌ها نصف می‌شود. حداقل چند لایه باید استفاده شود تا شدت تابش‌ها بیش از ۹۹ درصد کاهش یابد؟

- ۶ (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

۵۸- واسطه‌های هندسی دو عدد $\sqrt{7} + \sqrt{3}$ و $\sqrt{7} - \sqrt{3}$ ، جملات دوم و سوم یک دنباله حسابی افزایشی‌اند، در این دنباله حسابی، جمله دهم کدام است؟

- ۲۸ (۱) ۳۰ (۲) ۳۲ (۳) ۳۶ (۴)

۵۹- جمله سوم و ششم یک دنباله حسابی به ترتیب ۱۲۵ و ۱۱۳ است. چند جمله این دنباله مثبت است؟

- ۳۲ (۱) ۳۳ (۲) ۳۵ (۳) ۳۴ (۴)

۶۰- در یک دنباله حسابی $t_1 + t_3 + t_5 = 15$ و $t_2 + t_4 + t_8 = 33$ است. در این دنباله بزرگ‌ترین جمله دورقمی کدام است؟

- ۹۹ (۱) ۹۸ (۲) ۹۷ (۳) ۹۶ (۴)

۶۱- به ازای چند مقدار x ، دنباله $x + 2, x^2 - 2x, 3x + 4$ هم هندسی است و هم حسابی؟

- صفر (۱) یک (۲) دو (۳) سه (۴)

۶۲- مجموع چهار جمله اول یک دنباله هندسی صعودی $\frac{16}{81}$ برابر مجموع چهار جمله دوم است. اگر جمله اول و قدرنسبت برابر باشند، مجموع سه جمله اول کدام است؟

- $7\frac{1}{8}$ (۱) $6\frac{5}{8}$ (۲) $7\frac{3}{8}$ (۳) $6\frac{3}{8}$ (۴)

۶۳- در دنباله هندسی t_n می‌دانیم $t_6 - t_4 = 48$ و $t_5 + t_4 = 24$ ، جمله اول دنباله کدام است؟

- $\frac{1}{2}$ (۱) ۲ (۲) $\frac{9}{2}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۴)

۶۴- در یک دنباله هندسی حاصل ضرب جملات چهارم تا دهم، ۱۲۸ است. اگر جمله هفتم به صورت $3k + 1$ باشد، k کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴)

۶۵- سه جمله اول یک دنباله حسابی مفروض است. اگر جمله سوم ۱۰ باشد، به این جمله چند واحد اضافه کنیم تا سه جمله جدید تشکیل دنباله هندسی با قدرنسبت ۳ دهند؟

- ۱ (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۱۷ (۴)

• نوع آزمون: به سوی ۱۰۰

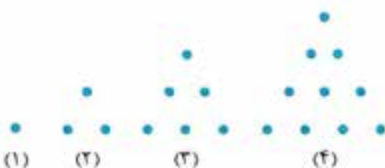
• موضوع: جامع فصل

• تست در ۳۵ دقیقه

• صفحه کتاب درسی: ریاضی ۱ - فصل ۱ - صفحه ۱ تا ۱۳



۶۶- با توجه به الگوی روبه‌رو، تعداد دایره‌های توپر در کدام شکل برابر ۵۵ است؟



- (۱) نهم
(۲) دهم
(۳) یازدهم
(۴) دوازدهم



۶۷- مجموع چهار جمله اول یک دنباله حسابی ۴ و مجموع چهار جمله دوم آن ۶۸ است. مجموع سه جمله سوم دنباله چه قدر از مجموع سه جمله اول آن بیشتر است؟

- ۵۴ (۱) ۷۲ (۲) ۸۴ (۳) ۹۶ (۴)

۶۸- سه عدد a و b و c جملات متوالی یک دنباله هندسی اند. اگر a, b, c و ۴ تشکیل دنباله حسابی دهند، b کدام می تواند باشد؟

- ۴ (۱) ۹ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴)

۶۹- دنباله اعداد طبیعی ۳ رقمی که باقی مانده تقسیم آن ها بر ۷ برابر ۳ است، مفروض است. اگر دنباله افزایشی باشد، جمله چهل و هشتم آن کدام است؟

- ۴۲۳ (۱) ۴۲۵ (۲) ۴۳۰ (۳) ۴۳۷ (۴)

۷۰- در یک دنباله حسابی $a_{13} = 10$ و $a_{16} - a_{10} = 60$ ، قدرنسبت کدام است؟

- $\frac{1}{4}$ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۷۱- سه عدد $3 + 4p + 1$ ، $2p + 1$ و $p - 1$ ، جملات سوم، هفتم و یازدهم یک دنباله هندسی با قدرنسبت r می باشند. در دنباله $t_n = pr^{n-1}$ ، جمله دوم کدام است؟

- $\frac{-4}{15}$ (۱) $\frac{4}{45}$ (۲) $\frac{-4}{45}$ (۳) $\frac{4}{15}$ (۴)

۷۲- در دنباله هندسی با جملات مثبت به صورت $4, x, 9, \dots$ است. مجموع شش جمله اول چند برابر مجموع سه جمله اول است؟

- $\frac{27}{4}$ (۱) $\frac{35}{4}$ (۲) $\frac{35}{8}$ (۳) $\frac{27}{8}$ (۴)

۷۳- در یک دنباله هندسی، مجموع چهار جمله اول ۳ برابر مجموع جملات اول و سوم است. جمله چهارم دنباله، چند برابر جمله دوم است؟

- ۱۶ (۱) ۹ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴)

۷۴- جملات اول، k برابر جمله پنجم و جمله دوم دنباله هندسی $6, a, b, 0, 75, \dots$ ، جملات متوالی یک دنباله حسابی اند. k کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴)

۷۵- جملات هشتم، یازدهم و شانزدهم از یک دنباله حسابی، تشکیل یک دنباله هندسی می دهند. در این دنباله حسابی جمله اول چند برابر قدرنسبت است؟

- $\frac{2}{3}$ (۱) $\frac{-5}{2}$ (۲) $\frac{-4}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

۷۶- از جملات دنباله $t_n = 2 \times 5^{n-1}$ لگاریتم می گیریم. در دنباله جدید مجموع قدرنسبت و جمله اول کدام است؟

- $2 \log 2$ (۱) $2 \log 5$ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴)

۷۷- حاصل ضرب 30 جمله اول یک دنباله هندسی با قدرنسبت ۳ برابر $3^{30} \times 3^{405}$ است. جمله پنجم دنباله چه قدر از جمله سوم بیشتر است؟

- ۱۰۸ (۱) ۹۶ (۲) ۵۴ (۳) ۴۸ (۴)

۷۸- در الگوی زیر، برای ۷۶ مربع رنگی چند مستطیل کوچک سفید وجود دارد؟



- ۳۲ (۱) ۳۴ (۲) ۳۶ (۳) ۳۸ (۴)

۷۹- در یک دنباله هندسی با 40 جمله، مجموع جملات ردیف زوج $\frac{4}{7}$ مجموع کل جملات است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟

- $\frac{3}{2}$ (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴)

۸۰- بین دو عدد a و b سه واسطه حسابی قرار می دهیم. اگر مجموع کل جملات 20 و مجموع مربعات آن ها 170 باشد، $|b - a|$ کدام است؟

- ۱۶ (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۴ (۴)

آزمون ۱

۶- گزینه ۲ از خواص تفاضل می دانیم: $A' - B' = B - A$

پس به جای $W' - N'$ می نویسیم: $W - N$

که حاصلش می شود $\{0\}$ و اجتماع آن با N می شود W .

۷- گزینه ۱ اجتماع دو مجموعه نامتناهی قطعاً نامتناهی است.

اما در مورد تفاضل هر حالتی امکان دارد؛ مثلاً $Z - N$ نامتناهی است و $W - N$ متناهی. پس $A - B$ نامعلوم و $A \cup B$ نامتناهی است.

۸- گزینه ۲ اجتماع دو بازه $[1, 4]$ و $(a, 3]$ به صورت $(-1, b]$

شده است. پس اولاً $b = 4$ و ثانیاً $a = -1$ است. بنابراین:

$$a + b = -1 + 4 = 3$$

۹- گزینه ۲ مجموعه B باید کل بازه $[2, 3]$ را داشته و هیچ

عضوی از $(2, 4]$ را نداشته باشد. با این شرطها فقط ۲ می خورد.

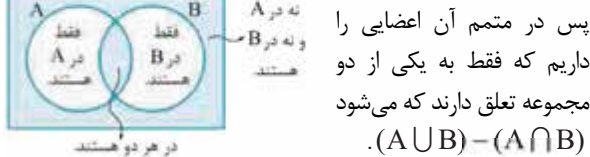
۱۰- گزینه ۱ وقتی A و B جدا از هم هستند، $A - B = A$

و $B - A = B$ است. پس متمم $((A - B) \cup (B - A))$ همان متمم

$A \cup B$ است که طبق قانون دمرگان می شود $A' \cap B'$ یا $A' - B$.

۱۱- گزینه ۲ در ناحیه رنگی اعضای هستند که به هیچ مجموعه

یا هر دو مجموعه تعلق دارند.



پس در متمم آن اعضای را داریم که فقط به یکی از دو مجموعه تعلق دارند که می شود $(A \cup B) - (A \cap B)$.

۱۲- گزینه ۲ مجموعه افرادی که عضو تیم والیبال هستند را با

V و افرادی که عضو تیم بسکتبال هستند را با B نشان می دهیم.

تعداد افرادی که در حداقل یک تیم هستند برابر است با:

$$n(V \cup B) = 30 - 5 = 25$$

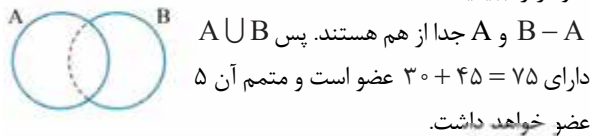
پس داریم:

$$\underbrace{n(V)}_{15} + \underbrace{n(B)}_{12} - n(V \cap B) = 25 \Rightarrow n(V \cap B) = 2$$

۱۳- گزینه ۱ $A' \cap B'$ متمم $A \cup B$ است. سؤال به ما

$$n(B - A) = 30 \text{ و } n(A) = 80 - 35 = 45 \text{ را داده است.}$$

نمودار را ببینید:



۱۴- گزینه ۲ طبق قانون دمرگان $(A \cup B)'$ را به صورت

$A' \cap B'$ می نویسیم. چون A شامل اعداد طبیعی ۶ به بعد است؛

پس $A' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و در نتیجه:

$$(A \cup B)' = A' \cap B' = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \cap \{4, 5, 6, 8, 9\} = \{4, 5, 6\}$$

یعنی سه عضو دارد.

۱- گزینه ۱ $\mathbb{R} - \mathbb{Q}$ شامل اعداد گنگ است. پس باید گزینه‌های

را انتخاب کنیم که حاصل آن گویا می شود. چون $\frac{3}{\sqrt{25}} = 1/5 = \frac{3}{\sqrt{25}}$ ،

این عدد گویا است. در سایر گزینه‌ها $\sqrt{2/5}$ ، $\frac{\pi}{2}$ و $\frac{\pi}{3/14}$ اعداد

گنگ هستند.

دقت کنید که عدد π برابر $3/14$ نیست، بلکه ارقام اعشاری آن تا

بی نهایت ادامه دارند و $\frac{\pi}{3/14}$ نمی شود، ۱.

۲- گزینه ۲ گزینه‌ها را بررسی کنیم:

۱ $[1, 2] - [-1, 4] = \emptyset$

۲ $[1, 2] - (1, 4) = \{1\}$

۳ $[1, 2] - (-2, 2) = \{2\}$

۴ $[1, 2] - [2, 3] = [1, 2)$

۳- گزینه ۲ در ۴ داریم: $(-1, 4] - [-1, 4) = \{4\}$

اما سایر گزینه‌ها درست هستند:

۱ $(-\infty, 2] \cup (2, +\infty) = \mathbb{R}$

۲ $[2, 4] - (-\infty, 3) = [3, 4)$

۳ $(-2, 2) \cap [2, 3] = \emptyset$

۴- گزینه ۲ باید $2a - 1$ از -1 کم تر باشد (خود -1 هم قبول

نیست) و از آن طرف $3 + a$ از 1 بیشتر باشد (خودش هم ایرادی ندارد).

$$2a - 1 < -1 \Rightarrow a < 0$$

پس:

$$a + 3 \geq 1 \Rightarrow a \geq -2$$

پس $-2 \leq a < 0$ و بنابراین a در میان اعداد صحیح می تواند دو

مقدار -1 و -2 را بپذیرد.

۵- گزینه ۱ در بین هر دو عدد حقیقی، بی شمار عدد گویا

و بی شمار عدد گنگ داریم.

۲ کسره‌های مثبت با صورت 1 ، می توانند در مخرج خود هر عدد

طبیعی را داشته باشند و نامتناهی اند.

۳ مجموعه تمام خط‌های گذرنده از یک نقطه هم نامتناهی است؛

چون شیب این خط‌ها می تواند هر عدد حقیقی باشد.

اما در ۴ مجموعه مولکول‌های یک صفحه کاغذ متناهی است (مثلاً

تعداد این مولکول‌ها $10^{23} \times 6$ است.)





۲۰- گزینه ۲ روی محور اعداد بازه (δ, k) و اعداد فرد را ببینید:



خب برای این که دقیقاً دوتا عدد فرد (یعنی ۷ و ۹) در بازه (δ, k) قرار بگیرند، باید k از ۹ بیشتر باشد اما از ۱۱ بیشتر نشود (که خود ۱۱ را نگیرد)؛ پس $9 < k \leq 11$ مناسب است.

۲۱- گزینه ۲ با توجه به بازه $A = [-2, 2]$ و این که $A - B$

دو عضوی است، تنها راه این است که بازه B به صورت $(-2, 2)$ باشد و متمم آن $\mathbb{R} - (-2, 2)$ است که یک عدد طبیعی $(x=1)$ را شامل نمی‌شود.

۲۲- گزینه ۲ $A \cap B$ بازه‌ای منتهای است، پس به یکی از

صورت‌های (α, β) یا $[\alpha, \beta]$ یا $(\alpha, \beta]$ یا $[\alpha, \beta)$ خواهد بود.



حالا $\mathbb{R} - (A \cap B)$ را ببینید:

$$\mathbb{R} - (\alpha, \beta) = (-\infty, \alpha] \cup [\beta, +\infty)$$

موافق هستید که از اجتماع دو بازه ساخته شده است؟

حالا چرا سؤال گفته «حداقل» چند بازه؟ خب چون بازه‌ها را

می‌توانیم به صورت اجتماع بازه‌های کوچک‌تری هم بنویسیم. مثلاً به جای $(-\infty, 1) \cup [3, +\infty)$ بنویسیم:

$$(-\infty, 1) \cup [3, 4] \cup (4, +\infty)$$

۲۳- گزینه ۱ $2 \in A$ یعنی $2n - 2 < 3 - 2 < 3 - 2n - 1 \notin A$ ؛

یعنی $-1 \leq n - 1$. دقت کنید که بازه شامل ۲ است. پس شرط $3 - 2n \leq -1$ امکان ندارد.

وقتی x در بازه (a, b) نیست، دو حالت داریم. یا $x \leq a$ است

یا $x \geq b$. از شرط‌های بالا داریم:

$$3 - 2n > 2 \Rightarrow n < \frac{1}{2}$$

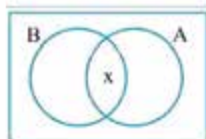
$$n - 1 < 2 \Rightarrow n < 3$$

$$-1 \leq n - 1 \Rightarrow n \geq 0$$

پس حدود n به صورت $[0, \frac{1}{2})$ است.

۲۴- گزینه ۲ در مورد $(A \cup C) \cap B$ می‌دانیم $A \cup C$ نامتناهی

است و B هم نامتناهی است. اما برای اشتراک آن‌ها نظری نمی‌توان داد. در دومی اجتماع مجموعه نامتناهی B با هر مجموعه دیگر حتماً نامتناهی است.



۲۵- گزینه ۲ اگر $n(A \cap B) = x$

باشد، $n(A) = 4x$ و $n(B) = 4x - 5$

خواهد بود و داریم:

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow 30 = 4x + (4x - 5) - x \Rightarrow 30 = 7x - 5 \Rightarrow x = 5$$

پس مجموعه A دارای $4x = 20$ عضو است که ۱۵ تا از آن‌ها فقط در A هستند.

۱۵- گزینه ۲ صورت سؤال می‌گوید:

$$n(U) = 100, n(A) = 60, n(B) = 45$$

$$n(A - B) = 4n(A' \cap B')$$

هیچ‌یک از دو محصول را نخریده‌اند یعنی $A' \cap B'$ (نه A و

نه B) اگر $n(A \cap B)$ را x بگیریم، داریم:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 60 - x$$

$$= n(U) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B))$$

$$n(A' \cap B') = n(A \cup B)'$$

$$= 100 - (60 + 45 - x) = x - 5$$

پس معادله صورت سؤال به صورت $60 - x = 4(x - 5)$ می‌شود که از آن $x = 16$ به دست می‌آید.

پس داریم:

$$\frac{n(A - B) + n(B - A)}{2}$$

تعداد افرادی که فقط یکی از دو محصول را می‌خرند

$$= n(A) - n(A \cap B) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 60 - x + 45 - x = 105 - 2x \xrightarrow{x=16} = 73$$

آزمون ۲

۱۶- گزینه ۲ اول نامساوی B را ساده‌تر کنیم:

$$-1 < x < 2 \xrightarrow{\text{منهای ۱}} -2 < -x < 1 \xrightarrow{\text{قرینه}} 2 \geq x > -1$$



پس داریم:

حالا مجموعه هر گزینه را می‌نویسیم:

۱ $B - A = (-1, 0)$

۲ $A - B = (2, 3]$

۳ $A \cap B = [0, 2]$

۴ $A \cup B = (-1, 3]$

و فقط ۴ درست می‌گویید. (دقت کنید که $0/\sqrt{3} \approx -0.577$)

۱۷- گزینه ۲ مجموعه B فقط شامل عدد ۲ است. (تنها عدد اول

زوج و بزرگ‌تر از یک) حالا $\mathbb{N} - (A' \cup B)$ را ساده‌تر کنیم. $(\mathbb{N} - (A' \cup B))$ مجموعه مرجع است.)

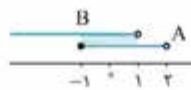
$$\mathbb{N} - (A' \cup B) = U - (A' \cup B) = (A' \cup B)'$$

$$= A \cap B' = A - B$$

پس جواب می‌شود $\{1, 5\} - \{2\} = \{1, 5\}$ که دو عضو دارد.

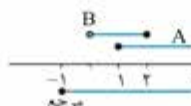
۱۸- گزینه ۲ اشتراک A و B ، اعداد حقیقی در فاصله $(-1, 1)$

هستند. محور را ببینید:



اعداد صحیح در این بازه، -1 و 0 و 1 هستند. یعنی $A \cap B$ شامل ۲ عدد صحیح است.

۱۹- گزینه ۲ با توجه به محور داریم:



$$A - B = (2, 4)$$

و متمم آن بازه $[-1, 2]$ بسته است.



و داریم: $t_n = t_1 + (n-1)d = 4 + (n-1)6 = 6n - 2$
 حالا دنبال ۹۴ چوب کبریت هستیم:
 $t_n = 6n - 2 = 94 \Rightarrow 6n = 96 \Rightarrow n = 16$

۳۳- گزینه ۲

مرحله	۱	۲	۳	...	n
تعداد سفید	۰	۱	۴	...	$(n-1)^2$
تعداد سیاه	۴	۸	۱۲	...	$(n+1)^2 - (n-1)^2 = 4n$
اختلاف	۴	۷	۸	...	

پس تعداد مربع‌های سفید به اندازه $(n-1)^2 - 4n$ از مربع‌های سیاه بیشتر است و داریم:

$$(n-1)^2 - 4n = 17 \Rightarrow n^2 - 2n + 1 - 4n - 17 = 0$$

$$\Rightarrow n^2 - 6n - 16 = 0$$

$$\Rightarrow (n-8)(n+2) = 0 \xrightarrow{n \in \mathbb{N}} n = 8$$

۳۴- گزینه ۲ $n^2 - 8n + 3$ بر حسب n یک تابع درجه دوم است و چون ضریب n^2 مثبت است، در نقطه رأس سهمی مینیمم دارد:

$$y = x^2 - 8x + 3 \Rightarrow x_s = \frac{-b}{2a} = -\frac{(-8)}{2 \times 1} = 4$$

یعنی جمله چهارم کم‌ترین جمله است.

$$t_4 = 4^2 - 8(4) + 3 = -13$$

۳۵- گزینه ۲ الگوی خطی را به صورت $t_n = an + b$ در نظر می‌گیریم و داریم:

$$t_4 = 4a + b = 17$$

$$t_{10} - t_6 = (10a + b) - (6a + b) = 4a = 12 \Rightarrow a = 3$$

در اولی قرار دهیم $\rightarrow 12 + b = 17 \Rightarrow b = 5$

$$t_{15} = 3 \times 15 + 5 = 50$$

جمله پانزدهم برابر است با:

۳۶- گزینه ۱

$$\begin{cases} t_1 = 1 \Rightarrow a(1)^2 + b(1) = 1 \\ t_2 = 6 \Rightarrow a(2)^2 + b(2) = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ 4a + 2b = 6 \end{cases}$$

معادله دوم را در $\frac{1}{2}$ ضرب کنیم:

$$2a + b = 3$$

پس داریم: $a = 2$ و $b = -1$ و در نتیجه $a - b = 3$.

در الگوی درجه دوم، ضریب n^2 ، نصف قدرنسبت افزایش‌ها است: $4 = 9 - 5 = 4$ قدرنسبت افزایش $\Rightarrow 1, 6, 15$ افزایش $\begin{matrix} +5 \\ +9 \end{matrix}$

$$\Rightarrow a = \frac{4}{2} = 2$$

حالا با قراردادن $n = 1$ می‌توانیم b را حساب کنیم:

$$t_1 = a + b = 1 \Rightarrow b = -1$$

۲۶- گزینه ۲ تعداد اعضای A' را بلدیم:

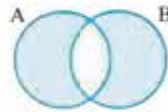
$$n(A') - n(B) = \underbrace{40 - n(A)}_{n(A')} - n(B) = 40 - (n(A) + n(B))$$

A و B جدا از هم هستند $\rightarrow 40 - n(A \cup B) = 6 \Rightarrow n(A \cup B) = 34$

خاطره برای دو مجموعه جدا از هم $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$.

۲۷- گزینه ۲ اگر جمعیت کل کلاس ۱۰۰ نفر باشد، سؤال می‌گوید $n(A \cup B) = 85$ و $n(A \cap B)' = 60$.

تعداد اعضایی که در هر دو مجموعه هستند، یعنی $n(A \cap B)'$ می‌شود $n(A \cap B) = 40$.



پس داریم: $n(A \cap B) = 100 - 60 = 40$

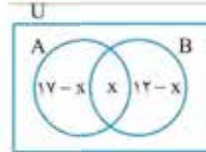
حالا تعداد اعضایی که در فقط یکی از دو مجموعه هستند، برابر است با: $n(A \cup B) - n(A \cap B) = 85 - 40 = 45$

۲۸- گزینه ۲ تعداد عضوهای $A' \cup B'$ برابر است با:

$$n(A' \cup B') = n(A') + n(B') - n(A' \cap B')$$

$$80 = (120 - 70) + (120 - 50) - n(A' \cap B')$$

$$\Rightarrow n(A' \cap B') = 40$$



۲۹- گزینه ۲ هر چه اشتراک A و B کم‌تر باشد، تعداد اعضای $A - B$ بیشتر خواهد بود. اگر تعداد عضوهای مشترک را x فرض کنیم، مطابق شکل داریم:

$$(17-x) + x + (12-x) \leq 22 \Rightarrow 29 - x \leq 22 \Rightarrow x \geq 7$$

یعنی x حداقل ۷ است پس حداکثر $A - B$ برابر است با:

$$17 - x = 17 - 7 = 10$$

۳۰- گزینه ۲ وقتی اجتماع یک بازه با یک مجموعه تک‌عضوی، بازه‌های نیم‌باز می‌شود، حتماً عضو آن مجموعه، ابتدا یا انتهای بازه بوده پس باید $a^2 - 3 = 1$ یا $a = 1$ باشند.

اما به ازای $a = 1$ بازه به شکل $(1, 2)$ بی‌معنی است. برای $a = 2$ هم همین ایراد هست و بازه $(2, 1)$ نداریم. پس تنها جواب $a = -2$ است. ببینید: $(-2, 1) \cup \{1\} = (-2, 1]$

آزمون ۳

۳۱- گزینه ۲ در اولی ۶ تا پاره‌خط داریم و در هر مرحله پنج پاره‌خط اضافه می‌شود. پس الگوی حسابی با $t_1 = 6$ و $d = 5$ داریم:

$$t_n = t_1 + (n-1)d = 6 + 5(n-1) = 5n + 1$$

و در شکل دوازدهم: $t_{12} = 5 \times 12 + 1 = 61$

۳۲- گزینه ۲ در اولی $t_1 = 4$ چوب کبریت داریم و در هر مرحله ۲ تا چوب کبریت افقی و ۴ تا به شکل لوزی اضافه می‌شوند، پس $d = 6$



حالا دنبال جمله منفی هستیم:

$$t_n < 0 \Rightarrow 57 - 4n < 0 \Rightarrow 57 < 4n \Rightarrow n > \frac{57}{4}$$

$\frac{57}{4}$ می شود $14 \frac{1}{4}$ ، پس اولین جمله منفی در $n = 15$ است:

$$t_{15} = 57 - 4 \times 15 = -3$$

۴۲- گزینه ۱ سؤال می گویند: $t_7 + t_7 = 8$ و $t_1 + t_4 = 0$. برحسب t_1 و d داریم:

$$t_1 + t_1 + 3d = 0, \quad t_1 + d + t_1 + 6d = 8$$

دستگاه را حل می کنیم:

$$\begin{cases} 2t_1 + 3d = 0 \\ 2t_1 + 7d = 8 \end{cases} \xrightarrow{(-)} 4d = 8$$

$$\Rightarrow d = 2 \xrightarrow{\text{جای گذاری}} t_1 = -3$$

جمله دهم برابر است با:

$$t_{10} = t_1 + 9d = -3 + 9(2) = 15$$

۴۳- گزینه ۲ می دانیم وقتی اضلاع مثلث قائم الزاویه دنباله حسابی می سازند، حتماً $3k$ و $4k$ و $5k$ هستند. مساحت مثلث برابر است با:

$$S = \frac{3k \times 4k}{2} = 6k^2 = 24 \Rightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = 2$$

پس طول اضلاع ۶، ۸ و ۱۰ هستند و اختلاف وتر با ضلع کوچک تر $6 - 4 = 2$ است.

۴۴- گزینه ۲ این دنباله حسابی ساخته می شود:

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_{k+1}, a_{k+2} \quad \text{سؤال گفته: } a_{k+1} - 3a_2 = 7$$

$$a_{k+2} - a_1 = 31 - 4 = (k+1)d = 27 \quad \text{پس داریم:}$$

$$a_{k+1} - 3a_2 = (31 - d) - 3(4 + d)$$

$$= 31 - d - 12 - 3d = 19 - 4d = 7 \Rightarrow d = 3$$

این مقدار d را در معادله اول قرار دهیم:

$$(k+1)(3) = 27 \Rightarrow k+1 = 9 \Rightarrow k = 8$$

۴۵- گزینه ۲ جمله ها را ادامه می دهیم تا به اولین جمله مشترک برسیم:

$$a_n: 1, 5, 9, 13, \dots \quad b_n: 7, 13, \dots$$

خب پیدا شد. اولین جمله مشترک $t_1 = 13$ است.

می دانیم که قدرنسبت جملات مشترک برابر کمم قدرنسبت ها است. $d = 6, 4 \Rightarrow \text{کمم} = 12$

پس جملات مشترک از دنباله حسابی $t_1 = 13$ و $d = 12$ به دست

$$t_n = t_1 + (n-1)d = 13 + 12(n-1) = 12n + 1 \quad \text{می آیند:}$$

اولین جمله مشترک سه رقمی به ازای $n = 9$ برابر است با:

$$t_9 = 12 \times 9 + 1 = 108 + 1 = 109 \Rightarrow \text{جمع ارقام} = 10$$

۳۷- گزینه ۲ هر جمله از ۲ برابر قبلی اش ۲ واحد کم تر است:

$$3 \xrightarrow{\frac{\times 2}{-2}} 4 \xrightarrow{\frac{\times 2}{-2}} 6 \xrightarrow{\frac{\times 2}{-2}} 10 \xrightarrow{\frac{\times 2}{-2}}$$

$$18 \xrightarrow{\frac{\times 2}{-2}} 34 \xrightarrow{\frac{\times 2}{-2}} 66 \xrightarrow{\frac{\times 2}{-2}} 130 \Rightarrow a_n = 130$$

اگر دلتان کارهای عجیب و غریب خواست، با دقت به اعداد $3, 4, 6, 10, 18, \dots$ شاید حس کنید که $a_n = 2^{n-1} + 2$ و بعد از روی آن جمله هشتم را پیدا کنید.

۳۸- گزینه ۲ جمله عمومی را $an^2 + bn + c$ می گیریم:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{n=2} a_2 = 4a + 2b + c = 2 \\ \xrightarrow{n=3} a_3 = 9a + 3b + c = 1 \\ \xrightarrow{n=4} a_4 = 16a + 4b + c = -1 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 5a + b = -1 \\ 7a + b = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = \frac{-1}{2}, b = \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{در معادله اول}} c = 1$$

پس $a_n = \frac{-1}{2}n^2 + \frac{3}{2}n + 1$ و در نتیجه:

$$a_{10} = \frac{-100}{2} + \frac{30}{2} + 1 = -34$$

۳۹- گزینه ۱ این دنباله جذر جملات دنباله فیبوناتچی است. در دنباله فیبوناتچی هر جمله جمع دو تای قبلی است و دو جمله اول ۱ هستند:

$$F_n: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, \dots$$

$$a_n = \sqrt{F_n}: 1, 1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{8}, \sqrt{13}, \sqrt{21}, \sqrt{34}, \sqrt{55}, \sqrt{89}, \sqrt{144}, \dots$$

$$\text{پس: } a_{12} = \sqrt{144} = 12$$

۴۰- گزینه ۱ جمع کردن بیست عدد کسری با مخرج های مختلف سخت است. پس سعی می کنیم قیافه a_n را تغییر بدهیم:

$$a_n = \frac{1}{n^2 + n} = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{(n+1) - n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$$

$$a_1 = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}, a_2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}, \dots \quad \text{پس:}$$

حالا در جمع بیست جمله اول، تمام اعداد به جز $\frac{1}{1}$ و $\frac{-1}{21}$ ساده

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{20} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \dots$$

$$+ \dots + \frac{1}{19} - \frac{1}{20} + \frac{1}{20} - \frac{1}{21} = \frac{1}{1} - \frac{1}{21} = \frac{20}{21}$$

آزمون ۴

۴۱- گزینه ۲ جمله اول $t_1 = 53$ و قدرنسبت $d = 49 - 53 = -4$

$$t_n = t_1 + (n-1)d \quad \text{پس جمله عمومی را داریم:}$$

$$\Rightarrow t_n = 53 + (n-1)(-4) = -4n + 57$$



۵۲- گزینه ۱ در مرحله (۱) از مربع 3×3 ، دوتا نقطه برداشته شده، در مرحله (۲) از مربع 4×4 ، دوتا نقطه برداشته شده، همین نظم در مرحله (۳) هم هست. پس الگوی مرحله n م $2 - (n+2)(n+2)$ یا $2 - (n+2)^2$ است. پس شکل های دهم و نهم به ترتیب $2 - 12^2$ و $2 - 11^2$ نقطه دارند و اختلافشان می شود: $23 = 119 - 142$.

۵۳- گزینه ۱ جمله عمومی دنباله $n(n-1)$ با کمی دقت قابل تعیین است. ولی راه عادی را می رویم:
 $a_n = an^2 + bn + c$ $a_1 = a + b + c = 0$
 $a_2 = 4a + 2b + c = 2$ $a_3 = 9a + 3b + c = 6$
 از تفاضل معادله ها داریم:

$$\begin{cases} a_2 - a_1 \Rightarrow 3a + b = 2 \\ a_3 - a_2 \Rightarrow 5a + b = 6 \end{cases} \xrightarrow{(-)} 2a = 2 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow c = 0$$

 پس $a_n = 1n^2 - 1n + 0$ و داریم:
 $a_{21} = 21^2 - 21 = 420$

۵۴- گزینه ۲ در دنباله حسابی n^2 نداریم (جمله عمومی درجه اول است) پس $a = 0$ و بنابراین $t_n = 3n - 2$ و داریم:
 $t_{17} = 3 \times 17 - 2 = 51 - 2 = 49$

۵۵- گزینه ۲ در هر مرحله تعداد سیاه ها n^2 و تعداد سفیدها $\frac{n(n+1)}{2}$ است، پس اختلاف آن ها در شکل دهم برابر است با:
 $n^2 - \frac{n(n+1)}{2} = 10^2 - \frac{10(11)}{2} = 100 - 55 = 45$

۵۶- گزینه ۲ وقتی جملات با شماره زوج را حذف می کنیم، دنباله به شکل a_1, a_3, a_5, \dots می ماند. پس قدرنسبت آن $a_3 - a_1 = 2d$ و $a_5 - a_3 = 2d$ است. بنابراین داریم:
 $2d = 8 \Rightarrow d = 4$
 $a_5 = a_1 + 4d = 10 \xrightarrow{d=4} a_1 = -6$
 و جمله دوازدهم دنباله اولیه برابر است با:
 $a_{12} = a_1 + 11d = -6 + 11 \times 4 = 38$

۵۷- گزینه ۲ شدت تابش بیش از ۹۹ درصد کاهش یابد. یعنی کم تر از $\frac{1}{100}$ مقدار اولیه شود. یعنی اگر تعداد لایه ها n باشد، داریم:
 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \dots \times \frac{1}{2} < \frac{1}{100} \Rightarrow \frac{1}{2^n} < \frac{1}{100}$
 $\xrightarrow{\text{معکوس}} 2^n > 100 \xrightarrow[2^7=128]{2^6=64} n \geq 7$
 پس حداقل ۷ لایه لازم است.

۵۸- گزینه ۲ واسطه های هندسی اعداد $\sqrt{7} - \sqrt{3}$ و $\sqrt{7} + \sqrt{3}$ از شرط $B^2 = AC$ به دست می آیند:
 $B^2 = (\sqrt{7} + \sqrt{3})(\sqrt{7} - \sqrt{3}) = 7 - 3 = 4 \Rightarrow B = \pm 2$

۴۶- گزینه ۱
 $n=1 \rightarrow t_1 = \left(\frac{3}{2}\right)^{2 \times 1 + 1} = \left(\frac{3}{2}\right)^3$
 $r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^5}{\left(\frac{3}{2}\right)^3} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$
 پس نسبت $\frac{r}{t_1}$ می شود $\frac{2}{3}$.
 می توانیم بگوییم r برابر پایه n است:

۴۷- گزینه ۱
 $t_n = \left(\frac{3}{2}\right)^{2n+1} \Rightarrow n = \text{پایه} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$
 $t_1 = 3, t_9 = 192$
 $r^8 = \frac{t_9}{t_1} = \frac{192}{3} = 64 \Rightarrow r = (64)^{\frac{1}{8}}$
 چهارمین عدد نوشته شده، جمله پنجم است:
 $t_5 = t_1 r^4 = 3 \times ((64)^{\frac{1}{8}})^4 = 3 \times 64^{\frac{1}{2}} = 3 \times 8 = 24$

۴۸- گزینه ۲ حاصل ضرب جملات یک دنباله هندسی اگر تعداد جملات فرد باشد، برابر است با: تعداد (وسطی) در جملات اول تا نهم جمله پنجم، جمله وسط است و داریم:
 $t_1 \times t_2 \times \dots \times t_9 = (t_5)^9 = 2^9$

۴۹- گزینه ۲ قدرنسبت دنباله هندسی می شود:
 $r = \frac{t_2}{t_1} = \frac{t_1 - \frac{k}{100} t_1}{t_1} = 1 - \frac{k}{100}$
 حالا داریم:
 $\frac{t_4}{t_1} = r^3 \Rightarrow \frac{67/5}{160} = \frac{27}{64} = \left(\frac{3}{4}\right)^3 = r^3$
 بنابراین $1 - \frac{k}{100} = \frac{3}{4} \Rightarrow k = 25$.

۵۰- گزینه ۲ با استفاده از جمله عمومی داریم:

$$\begin{cases} t_4 + t_6 = t_1 r^3 + t_1 r^5 = 28 \\ t_7 - t_3 = t_1 r^6 - t_1 r^2 = 42 \end{cases}$$

 $\xrightarrow{\text{تقسیم}} \frac{t_1(r^6 - r^2)}{t_1(r^5 + r^3)} = \frac{42}{28}$
 $\Rightarrow \frac{r^2(r^4 - 1)}{r^3(r^2 + 1)} = \frac{r^2 - 1}{r} = \frac{3}{2} \xrightarrow{\text{بهم دقت}} r = 2$

آزمون ۵

۵۱- گزینه ۱ الگوی خطی را به صورت $t_n = an + b$ در نظر می گیریم. پس داریم:
 $t_5 = 5a + b = 13$
 $t_8 = 8a + b = 22$
 از حل این دستگاه داریم:
 $\xrightarrow{\text{جای گذاری}} b = -2$
 $\xrightarrow{(-)} 3a = 9 \Rightarrow a = 3$
 پس جمله اول برابر است با:
 $t_1 = a + b = 1$



۶۳- گزینه ۲ از رابطه $t_n = t_1 r^{n-1}$ داریم:

$$\begin{cases} t_6 - t_4 = 48 \\ t_5 + t_4 = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_1 r^5 - t_1 r^3 = 48 \\ t_1 r^4 + t_1 r^3 = 24 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t_1 r^3 (r^2 - 1) = 48 \\ t_1 r^3 (r + 1) = 24 \end{cases} \Rightarrow \frac{t_1 r^3 (r^2 - 1)}{t_1 r^3 (r + 1)} = \frac{48}{24} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{r^2 - 1}{r + 1} = 2 \Rightarrow \frac{(r+1)(r-1)}{r+1} = 2 \Rightarrow r - 1 = 2 \Rightarrow r = 3$$

از جای گذاری $r = 3$ در هر کدام از اطلاعات مسئله، $t_1 = \frac{2}{9}$ به دست می آید.

۶۴- گزینه ۲ حاصل ضرب جملات چهارم تا دهم را ببینید:

$$a_1 r^3 \times a_1 r^4 \times a_1 r^5 \times a_1 r^6 \times a_1 r^7 \times a_1 r^8 \times a_1 r^9$$

$$= a_1^7 r^{3+4+\dots+9} = a_1^7 r^{42} = (a_1 r^6)^7 = 128 = 2^7$$

$$\Rightarrow a_1 r^6 = 2 \Rightarrow a_7 = 2$$

اما سؤال گفته a_7 به صورت $3k + 1$ است؛ پس:

$$2 = 3k + 1 \Rightarrow k = \frac{1}{3}$$

۶۵- گزینه ۲ قرار است دنباله $A, B, 10$ حسابی و دنباله

$$A, B, 10 + x \text{ هندسی با قدرنسبت } 3 \text{ باشد؛ پس داریم:}$$

$$\begin{cases} 2B = A + 10 \\ \frac{B}{A} = \frac{10+x}{B} = 3 \Rightarrow B = 3A \end{cases}$$

دراولی $\rightarrow 2(3A) = A + 10 \Rightarrow A = 2$

$$\Rightarrow B = 6 \Rightarrow \frac{10+x}{6} = 3 \Rightarrow x = 8$$

کنترل هم بکنیم: دنباله $2, 6, 10$ حسابی و دنباله $2, 6, 18$ هندسی با قدرنسبت ۳ است.

آزمون ۶

۶۶- گزینه ۲ تعداد دایره‌ها در شکل‌ها به ترتیب $1, 2, 1, 1, 2, 1, 3, 2, 1, 4, 1, 2, 3$ و ... است. می‌دانیم این مجموع از

$$\frac{n(n+1)}{2} \text{ به دست می آید؛ پس:}$$

$$\frac{n(n+1)}{2} = 55 \Rightarrow n(n+1) = 110 = 10 \times 11 \Rightarrow n = 10$$

۶۷- گزینه ۲ صورت سؤال می‌گوید: $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 4$

$$a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = 68$$

و نیز:

$$a_m - a_n = (m - n)d$$

$$a_5 - a_1 = a_6 - a_2 = a_7 - a_3 = a_8 - a_4 = 4d$$

و اگر معادله دوم را منهای اولی کنیم: $4 \times 4d = 64 \Rightarrow d = 4$

اختلاف مجموع ۳ جمله سوم و ۳ جمله اول برابر است با:

$$(a_7 + a_8 + a_9) - (a_1 + a_2 + a_3) = 3 \times 4d$$

$$= 18d = 18 \times 4 = 72$$

پس دنباله حسابی افزایشی موردنظر $\dots, 2, 2, \dots, x$ است.

قدرنسبت آن ۴ و جمله اولش -6 است و داریم: $a_{10} = a_1 + 9d = -6 + 9 \times 4 = 30$

۵۹- گزینه ۲ جمله سوم و ششم عبارت‌اند از:

$$\begin{cases} a_3 = a_1 + 2d = 125 \\ a_6 = a_1 + 5d = 113 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(-)} 3d = 113 - 125 = -12 \Rightarrow d = -4$$

$$\xrightarrow{\text{در معادله اول}} a_1 - 8 = 125 \Rightarrow a_1 = 133$$

پس جمله عمومی $a_n = 133 - 4(n-1)$ یا $a_n = 137 - 4n$ است و ما تعداد جمله‌های مثبت را می‌خواهیم:

$$a_n > 0 \Rightarrow 137 - 4n > 0 \Rightarrow \frac{137}{4} > n \Rightarrow n_{\max} = 34$$

یعنی ۳۴ جمله مثبت داریم.

۶۰- گزینه ۲ با توجه به ویژگی واسطه حسابی می‌نویسیم:

$$t_7 + t_5 + t_8 = 3t_6 = 33 \Rightarrow t_6 = 11 = t_1 + 5d$$

$$t_1 + t_3 + t_5 = 3t_3 = 15 \Rightarrow t_3 = 5 = t_1 + 2d$$

بنابراین: $d = 3$ و $t_1 = -1$.

و جمله عمومی $t_n = -1 + 3(n-1)$ یا $t_n = t_1 + (n-1)d$ است. بزرگ‌ترین جمله دورقمی به ازای $n = 34$ به دست می‌آید: $t_{34} = -1 + 3(34-1) = -1 + 99 = 98$ (از کجا آوردیم؟)

۶۱- گزینه ۱ باید سه عدد مساوی هم باشند:

$$x + 2 = x^2 - 2x = 3x + 4$$

از تساوی اولی و سومی داریم:

$$x + 2 = 3x + 4 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1$$

با کنترل $x = -1$ داریم: $3x + 4 = 1$, $x^2 - 2x = 3$, $x + 2 = 1$. پس $x = -1$ سه عدد مساوی ایجاد نکرد و قبول نیست.

۶۲- گزینه ۱ نسبت مجموع ۴ جمله اول به ۴ جمله دوم را ببینید:

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{a_5 + a_6 + a_7 + a_8} = \frac{1}{q^4} = \frac{16}{81} \Rightarrow q^4 = \frac{81}{16} = \left(\frac{3}{2}\right)^4$$

$$\xrightarrow{q > 0} q = \frac{3}{2}$$

دقت می‌کنید که $\frac{a_1}{a_5} = \frac{a_2}{a_6} = \frac{a_3}{a_7} = \frac{a_4}{a_8} = \frac{1}{q^4}$

سؤال می‌گوید a_1 هم با q برابر است. پس:

$$a_1 = q = \frac{3}{2} \Rightarrow a_2 = \frac{9}{4}, a_3 = \frac{27}{8}$$

$$\text{جمع سه تایی اول} = \frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \frac{27}{8} = \frac{12 + 18 + 27}{8}$$

$$= \frac{57}{8} = \frac{56 + 1}{8} = 7 \frac{1}{8}$$



۶۸- گزینه ۲ شرط تشکیل دنباله را می نویسیم:

$$4, a, b, \dots \xrightarrow{\text{هندسی}} a^2 = 4 \times b$$

$$4, a, b-1, \dots \xrightarrow{\text{حسابی}} 2a = 4 + b - 1 \Rightarrow a = \frac{b+3}{2}$$

با جای گذاری a در معادله اول داریم:

$$\left(\frac{b+3}{2}\right)^2 = 4b \Rightarrow \frac{b^2 + 6b + 9}{4} = 4b$$

$$\Rightarrow b^2 + 6b + 9 = 16b$$

$$b^2 - 10b + 9 = 0 \Rightarrow b = 1 \text{ یا } 9$$

در گزینه‌ها فقط $b = 9$ را داریم.

۶۹- گزینه ۲ اولین عدد سهرقمی که بر ۷ باقی‌مانده ۳ دارد، برابر

$$a_1 = 14 \times 7 + 3 = 98 + 3 = 101$$

است با:

قدرنسبت افزایش این عددها ۷ است.

جمله ۴هشتم برابر است با:

$$a_{48} = a_1 + (48-1)d = 101 + 47 \times 7 = 101 + 329 = 430$$

۷۰- گزینه ۲ برای $a_{16} - a_1$ اتحاد مزدوج می‌زنیم:

$$(a_{16} - a_1)(a_{16} + a_1) = 6d \times 20 = 60$$

$$\underbrace{(a_{16} - a_1)}_{6d} \underbrace{(a_{16} + a_1)}_{2a_{13}}$$

$$\Rightarrow 6d = 3 \Rightarrow d = \frac{1}{2}$$

۲۱۳ در وسط a_1 و a_{16} است. پس: $a_{16} + a_1 = 2a_{13}$

۷۱- گزینه ۲ نسبت جمله سوم به هفتم و نیز هفتم به یازدهم،

برابر $\frac{1}{r^4}$ است. پس این سه عدد نسبت افزایش ثابتی دارند و دنباله هندسی می‌سازند. یعنی باید داشته باشیم:

$$(2p+1)^2 = (4p+3)(p-1) \Rightarrow 4p^2 + 4p + 1$$

$$= 4p^2 + 3p - 4p - 3 \Rightarrow p = \frac{-4}{5}$$

پس این اعداد $a_1 = \frac{-3}{5}$ ، $a_7 = \frac{-9}{5}$ و $a_{11} = \frac{-15}{5}$ هستند و قدرنسبت

دنباله هندسی اولیه، $\frac{1}{3}$ یا $r^4 = 3$ است. حالا در دنباله t_n داریم:

$$t_p = p \times r^{4 \times p} = \frac{-4}{5} \times \left(\frac{1}{3}\right)^p = \frac{-4}{45}$$

۷۲- گزینه ۲ در این دنباله هندسی $a_1 = 4$ و $a_9 = 9$ است.

پس $q^2 = \frac{9}{4}$ و در نتیجه $q = \frac{3}{2}$ (چون جملات مثبت‌اند).

حالا نسبت مجموع شش جمله اول به مجموع سه جمله اول را می‌خواهیم:

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_6}{a_1 + a_2 + a_3} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + q^3(a_1 + a_2 + a_3)}{a_1 + a_2 + a_3}$$

$$= 1 + q^3 = 1 + \left(\frac{3}{2}\right)^3 = 1 + \frac{27}{8} = \frac{35}{8}$$

۷۳- گزینه ۲ سؤال می‌گوید:

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 3(a_1 + a_2)$$

پس داریم:

$$a_1 + a_2 + a_2 r + a_2 r^2 + a_2 r^3 = 3(a_1 + a_2 r^2)$$

$$\xrightarrow{\text{اولی و سومی را با هم و دومی و چهارمی را با هم بگیریم}} (a_1 + a_2 r^2) + r(a_1 + a_2 r^2)$$

$$= 3(a_1 + a_2 r^2) \xrightarrow{\text{از } a_1 + a_2 r^2 \text{ بزنیم}} 1 + r = 3 \Rightarrow r = 2$$

حالا نسبت جمله چهارم به دوم را می‌خواهیم:

$$\frac{a_4}{a_2} = r^2 = 4$$

۷۴- گزینه ۲ در این دنباله $a_4 = \frac{3}{4}$ و $a_1 = 6$ است و داریم:

$$a_4 = a_1 r^3 \Rightarrow \frac{3}{4} = 6r^3 \Rightarrow r^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow r = \frac{1}{2}$$

پس جمله اول و جمله پنجم و جمله دوم به ترتیب 6 ، $6\left(\frac{1}{2}\right)^4$ و $6\left(\frac{1}{2}\right)^5$ هستند و می‌خواهیم اعداد 6 ، $\frac{6k}{16}$ و 3 دنباله حسابی بسازند؛ پس:

$$\frac{6k}{16} = \frac{3+6}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow \frac{3k}{8} = \frac{9}{2} \Rightarrow k = 12$$

۷۵- گزینه ۲ جملات هشتم و یازدهم و شانزدهم به ترتیب

$$a_1 + 10d, a_1 + 15d \text{ و } a_1 + 10d$$

$$\xrightarrow{\text{هندسی}} (a_1 + 10d)^2 = (a_1 + 7d)(a_1 + 15d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 20a_1d + 100d^2 = a_1^2 + 22a_1d + 150d^2$$

$$\Rightarrow 0 = 2a_1d + 50d^2 \Rightarrow 2a_1d = -50d^2 \Rightarrow \frac{a_1}{d} = \frac{-5}{2}$$

۷۶- گزینه ۲ دنباله جدید $b_n = \log t_n = \log 2 \times \delta^{n-1}$ است.

این دنباله حسابی است. ببینید:

$$b_n = \underbrace{\log 2}_{b_1} + (n-1) \underbrace{\log \delta}_d$$

پس: $b_1 + d = \log 2 + \log \delta$ ؛ یعنی مجموع جمله اول و قدرنسبت

دنباله جدید می‌شود $\log 10 = 1$.

۷۷- گزینه ۲ حاصل ضرب 3^0 جمله اول دنباله هندسی برابر است با:

$$a_1 a_2 \dots a_{29} = a_1 \times a_1 r \times a_1 r^2 \times \dots \times a_1 r^{28}$$

$$\xrightarrow{r=3} a_1^{30} 3^{1+2+\dots+28} = a_1^{30} \times 3^{\frac{29 \times 30}{2}}$$

$$= a_1^{30} \times 3^{435} = 3^{30} \times 3^{405} \xrightarrow{=3^{405}} a_1^{30} 3^{30} = 3^{30} \times 1$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{2}{3}$$

$$a_5 = \frac{2}{3} \times 3^4, a_7 = \frac{2}{3} \times 3^2 \Rightarrow a_5 - a_7 = 54 - 6 = 48$$



۷۸- گزینه ۲ در هر مرحله تعداد مستطیل‌های سفید ۲ تا افزایش می‌یابد و تعداد مربع‌های رنگی ۴ تا اضافه می‌شود. پس دنبالهٔ تعداد مربع‌های سفید و رنگی را داریم:

$$a_n, a_1 = 2 \xrightarrow{d=2} a_n = 2 + 2(n-1) = 2n$$

$$b_n, b_1 = 12 \xrightarrow{d=4} b_n = 12 + 4(n-1) = 4n + 8$$

به ازای $b_n = 76$ داریم:

$$4n + 8 = 76 \Rightarrow n = \frac{76 - 8}{4} = \frac{68}{4} = 17$$

پس: $a_{17} = 34$.

۷۹- گزینه ۳ جملات ردیف زوج a_2, a_4, \dots, a_{40} هستند.

مجموع کل جملات برابر است با: $a_1 + a_2 + \dots + a_{39} + a_{40}$.

$$= \underbrace{(a_1 + a_3 + \dots + a_{39})}_{\text{مجموع فردها}} + \underbrace{(a_2 + a_4 + \dots + a_{40})}_{\text{مجموع زوجها}}$$

اما می‌دانیم هر جملهٔ ردیف زوج، r برابر جملهٔ ردیف فرد قبلی است. پس جمع جملات زوج r برابر جمع جملات فرد است:

$$S_{\text{زوج}} = r S_{\text{فرد}} \Rightarrow S_{\text{فرد}} = \frac{1}{r} S_{\text{زوج}}$$

$$\Rightarrow S_{\text{کل}} = S_{\text{فرد}} + S_{\text{زوج}} = \frac{1}{r} S_{\text{زوج}} + S_{\text{زوج}} = \frac{1+r}{r} S_{\text{زوج}}$$

$$S_{\text{کل}} = \frac{1+r}{r} \left(\frac{r}{1} S_{\text{زوج}} \right)$$

پس سؤال می‌گوید:

$$\text{بنابراین: } \frac{1+r}{r} = \frac{7}{4} \text{ و در نتیجه: } r = \frac{4}{3}$$

۸۰- گزینه ۲ دنبالهٔ حسابی به صورت a, x, y, z, b ساخته

می‌شود. قدرنسبت برابر است با:

$$d = \frac{t_5 - t_1}{5-1} = \frac{b-a}{4}$$

جمله‌ها را ببینید:

$$a, a+d, a+2d, a+3d, \underbrace{a+4d}_b$$

جمع آن‌ها برابر است با:

$$5a + 10d = 20 \xrightarrow{\div 5} a + 2d = 4$$

حالا دقت کنید که:

$$a+b = t_1 + t_5 = 2t_3 = 2(a+2d) = 8$$

تا این‌جا جملهٔ وسطی ۴ شده است، پس داریم:

$$4 - 2d, 4 - d, 4, 4 + d, 4 + 2d$$

مجموع مربعات این‌ها می‌شود:

$$(4-2d)^2 + (4-d)^2 + 4^2 + (4+d)^2 + (4+2d)^2$$

$$= 16 + 4d^2 + 16 + d^2 + 16 + 16 + d^2 + 16 + 4d^2$$

دقت کنید که جملات $\pm 16d$ و $\pm 8d$ با هم ساده شدند. پس:

$$= 80 + 10d^2 = 170 \Rightarrow 10d^2 = 90 \Rightarrow d = 3$$

اگر $d = -3$ بگیریم، جای جملات عوض می‌شود.

$$-2, 1, 4, 7, 10$$

جمله‌ها عبارت‌اند از:

و اختلاف بیشترین و کم‌ترین می‌شود: ۱۲.