

پاسخ‌نامه‌ی تشریحی سوالات و مسائل مسابقات ریاضی پنجم دبستان

از مجموعه مرشد

- حدود ۱۴۰۰ تست (شامل: تیزهوشان، آزمون‌های ورودی مدارس ممتاز تهران و مرکز استان‌های کشور، مسابقات جهانی ریاضی، المپیادها و مسابقات علمی داخلی و خارجی و...)
- بیش از ۲۲۰ نکته‌ی کلیدی درس ریاضی که دانش‌آموزان ممتاز پنجم دبستان باید فراگیرند.
- پاسخ‌نامه‌ی تشریحی و نکات مهم و پیشرفته

و حیداسی‌کیا

مرشد: مرجع رشد و شکوفایی دانش‌آموزان

ویژه دانش‌آموزان ممتاز و داوطلبان شرکت در مسابقات
و آزمون‌های ورودی مدارس تیزهوشان و برتر


بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

به نام خداوند جان و خرد کزین برتر اندیشه برنگذرد

اگر در جستجوی کتابی هستید که شما را برای شرکت در مسابقات ریاضی یا آزمون‌های ورودی مدارس خاص و تیزهوشان آماده کند، کتاب مرشد (مسابقات ریاضی پنجم دبستان) پاسخگوی نیاز شما خواهد بود.

در تألیف این کتاب از منابع متعددی استفاده شده است که از جمله‌ی آن‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

- آزمون‌های جدید ورودی مدارس تیزهوشان کشور و مدارس نمونه‌ی تهران (دولتی و غیرانتفاعی) و مرکز استان‌های کشور.
- مسابقات علمی و المپیادهای داخلی و خارجی
- مسائل مسابقات جهانی کانگورو و آزمون جهانی تیمز
- مسائل مسابقات خارجی (کشورهای انگلیس، استرالیا، مجارستان، بلژیک و...)
- مسائل المپیادهای ریاضی آمریکا (که جناب آقای محمد برجی اصفهانی در کتاب وزین خود، آن‌ها را در اختیار دانش‌آموزان عزیز قرار داده‌اند)
- مسائل المپیادهای مبتکران و ...

مسائل این آزمون‌ها، براساس فصل‌ها و بخش‌های کتاب درسی پنجم دبستان طبقه‌بندی شده و از آسان به سخت مرتب گردیده‌اند. برخی از آن‌ها بدون راهنمایی و اشاره به نکته کلیدی قابل حل نیستند که با علامت  مشخص شده‌اند تا دانش‌آموزان قبل از اقدام به حل آن‌ها، ابتدا نکته‌ی مورد نظر را مطالعه کنند.

کتاب مرشد، در مجموع حدود ۱۴۰۰ تست را شامل می‌شود و بیش از ۲۲۰ نکته‌ی کلیدی را آموزش می‌دهد. امیدواریم این کتاب مورد توجه خانواده‌ها، دانش‌آموزان عزیز و معلمان گرامی قرار گیرد و در ارتقای سطح علمی دانش‌آموزان مؤثر افتد.

در پایان، وظیفه خود می‌دانم از جناب آقای دهقانی مدیر عامل محترم شرکت آموزشی، فرهنگی و انتشاراتی مبتکران که شرایط و امکانات چاپ کتاب را فراهم آوردند، سپاس‌گزاری کنم. همین‌طور از آقای مهندس هادی عزیززاده که در تمام مراحل تألیف این کتاب مشاور بنده بودند، متشکرم. از آقایان دکتر مجید اقبالی و محسن اوحدی‌زاده و دارا نیکبخت (استان اصفهان) و اباصلت نورالهی و علیرضا دولت‌یاری و خانم‌ها مهندس ندا قدسی و زهرا احمدی و طیبه توانگر و فاطمه شریفی که در ترجمه یا گردآوری و بازخوانی بخشی از مسائل کتاب، بنده را یاری کردند، صمیمانه سپاس‌گزارم. از خانم‌ها لیلا مهرعلی‌پور که زحمت حروف‌چینی و ترسیم شکل‌ها را برعهده داشتند و بهاره خدای (گرافیس‌ت) بسیار ممنونم و برای همه‌ی این عزیزان آرزوی موفقیت دارم. هم‌چنین از همسر و فرزندان عزیزم که با ایجاد محیطی آرام، بنده را در نوشتن این کتاب یاری کردند، کمال تشکر را دارم.

وحید اسدی‌کیا



۷ فصل ۱
عدد نویسی و الگوها

۴۵ فصل ۲
کسر

۷۹ فصل ۳
نسبت، تناسب
و درصد

۱۰۵ فصل ۴
هندسه (تقارن،
زاویه و چندضلعی ها)

۱۲۱ فصل ۵
عددهای اعشاری

۱۳۷ فصل ۶
هندسه: اندازه گیری

۱۶۵ فصل ۷
آمار و احتمال

فصل ۱

عدد نویسی و الگوها

قسمت اول: عددنویسی

شناخت طبقات

۱. گزینه ج این عدد دارای ۴ طبقه و ۱۰ رقم است.

نکته ۱: ترتیب طبقه‌ها در جدول ارزش مکانی در «عددنویسی» به صورت زیر است:

یکی، هزار، میلیون، میلیارد و...

توجه: در کشور ما (ایران) برای اعداد خیلی بزرگ از واحد میلیارد استفاده می‌کنند. مثلاً پنج هزار میلیارد ریال.

هر طبقه دارای سه مرتبه است: یکان، دهگان و صدگان
به مرتبه همراه طبقه، ارزش مکانی می‌گویند. مثلاً در عدد ۳۲۱۰۷۴۵۹، رقم ۷ دارای ارزش مکانی «یکان هزار» و رقم ۳ دارای ارزش مکانی «دهگان میلیون» یا «ده میلیون» است. هم‌چنین ارزش مرتبه‌ی یکان میلیون، ۲ است.

۲. گزینه ب در عدد ۲۳۱۸۰۱۶۵۰۶، رقم ۱ در مرتبه‌ی دهگان هزار قرار دارد.

۳. گزینه د

نکته ۲: برای عددنویسی، ابتدا جدول ارزش مکانی را در نظر گرفته، اعداد داده شده را در طبقه‌ها و مرتبه‌های گفته شده نوشته، سپس درخانه‌های خالی، صفر می‌گذاریم.

برای حل این سؤال داریم:

یک‌ها			هزار			میلیون			میلیارد (بیلیون)		
یکان	دهگان	صدگان	یکان	دهگان	صدگان	یکان	دهگان	صدگان	یکان	دهگان	صدگان
۹	۰	۰	۰	۶	۰	۷	۰	۰	۰	۶	۴

۴. گزینه د ارزش مکانی رقم بزرگ‌ترین مرتبه، ده میلیارد و ارزش مکانی عدد ۳، صد هزار است که در این صورت داریم:

$$۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰ \div ۱۰۰۰۰۰۰ = ۱۰۰۰۰۰۰$$

۵. گزینه الف طبق جدول ارزش مکانی

۶. گزینه ج رقم‌های ۶، ۵ و ۴ در طبقه‌ی هزار قرار دارند که در میان گزینه‌ها فقط ۶ نوشته شده است.

۷. گزینه ج

نکته ۳: به هر رقم بدون ذکر ارزش مکانی آن (مرتبه و طبقه)، ارزش مطلق می‌گویند.

مثال: ارزش مطلق رقمی که دارای ارزش مکانی صدگان میلیون در عدد ۵۷۸۲۳۴۶۹۰۱ است، ۷ می‌باشد. یا ارزش مطلق صدگان در این عدد، ۹ است.

۸. گزینه د کوچک‌ترین عدد ۲۰۴۷۹۶ می‌باشد.

۹. گزینه ه

نکته ۴: با توجه به ارزش مکانی هر رقم، می توان اعداد را گسترش (بسط) داد یعنی عدد را باز کرد. به طور مثال به باز شده یا گسترش داده شده ی عدد زیر توجه کنید:

$$6735420198 = 6000000000 + 700000000 + 300000000 + 50000000 + 4000000 + 200000 + 10000 + 9000 + 8$$

همه ی گزینه ها معادل ۵۰۰۰۰۰ هستند غیر از گزینه ی (ه)

۱۰. گزینه ج عددی ۱۱ رقمی مثال می زنیم:

یکان میلیون دهگان هزار
↓ ↓
۱۲۳۰۴۵۶۷۰۸۹ ۹۸۰۷۶۵۴۰۳۲۱

۱۱. گزینه ج

۱۲. گزینه الف

بزرگ ترین: ۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹۹ }
تفریق → ۹۹۸۹۹۹۹۹۹۹۹۹ }
کوچک ترین: ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰

۱۳. گزینه الف

نکته ۵: اختلاف کوچک ترین و بزرگ ترین عدد * رقمی، شامل (۱-*) رقم ۹ است. به طور مثال اختلاف کوچک ترین و بزرگ ترین عدد ۷ رقمی، شامل ۶ رقم ۹ است. زیرا: $9999999 - 1000000 = 8999999$

نکته ۶: اختلاف کوچک ترین و بزرگ ترین عدد * رقمی، هیچ گاه بر ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۸، ۹، ۱۰ و ۱۵ بخش پذیر نیست.

۱۴. گزینه ب

کوچک ترین عدد ۷ رقمی: ۱۰۰۰۰۰۰۰ }
اختلاف → }
بزرگ ترین عدد ۶ رقمی: ۹۹۹۹۹۹

۱۵. گزینه د

کوچک ترین عدد ۹ رقمی بدون تکرار ارقام: ۱۰۲۳۴۵۶۷۸ }
اختلاف → ۳۵۸۰۲۴۶ }
بزرگ ترین عدد ۸ رقمی بدون تکرار ارقام: ۹۸۷۶۵۴۳۲

۱۶. گزینه ج

۱۷. گزینه ب

۱۸. گزینه الف

۱۹. گزینه ج

۲۰. گزینه الف

۲۱. گزینه د

$$5000000 - 4000000 = 1000000$$

این عدد حتماً شامل رقم صفر می باشد پس حاصل ضرب ارقام آن صفر می شود.

این عدد حتماً شامل رقم صفر است.

نکته ۷: به طور مثال مقلوب عدد ۱۲۳، عدد ۳۲۱ و مقلوب عدد ۲۵۹۷، عدد ۷۹۵۲ می باشد.

با مقلوبش برابر نیست $100000001 \xrightarrow{\text{مقلوب}} 1000000001$

این اعداد عبارت‌اند از: ۴۲۱ و ۸۴۲

این عدد ۸۴۲۱ می‌باشد.

۲۲. گزینه د

۲۳. گزینه ج

۲۴. گزینه د

$$\begin{array}{r} 3000000960 \\ + 850013000 \\ + 70000500050 \\ \hline 73850513010 \end{array}$$

۲۵. گزینه هـ جمع رقم هزارگان و صدگان، ۳ شده است که در این صورت ۳ حالت مختلف داریم:

حالت اول: اگر رقم یکان هزار ۱ و رقم صدگان ۲ باشد، در این صورت رقم دهگان ۸ و رقم یکان ۸ می‌شود یعنی عدد ۱۲۸۸ می‌شود که چون دارای دو رقم مساوی است غیرقابل قبول می‌شود.

حالت دوم: رقم یکان هزار ۲ و رقم صدگان ۱ باشد که با شرایط مسئله عدد ۲۱۴۹ به دست می‌آید و قابل قبول است.

حالت سوم: رقم یکان هزار، ۳ و رقم صدگان صفر باشد که در این صورت عدد ۳۰۰۱۰ به دست می‌آید که غیرقابل قبول است.

$$42100007 < 421000007$$

۲۶. گزینه ب

$$7500006405 = \text{هفتاد و پنج میلیارد و شش هزار و چهارصد و پنج}$$

۲۷. گزینه ج

$$62000000080 > 620000000080$$

۲۸. گزینه د

۲۹. گزینه الف

$$\left. \begin{array}{l} \text{بزرگ‌ترین: } 97520 \\ \text{کوچک‌ترین: } 20579 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اختلاف}} 76941$$

$$\left. \begin{array}{l} 2121212 + 1212121 = 3333333 \\ 1111111 = \text{کوچک‌ترین عدد ۷ رقمی با رقم‌های یکسان} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تقسیم}} 3$$

۳۰. گزینه ب

بزرگ‌ترین عدد زوج نوشته شده با ارقام داده شده، عدد ۹۸۷۵۶ است.

۳۱. گزینه الف

کوچک‌ترین عدد زوج ۶ رقمی با ارقام داده شده، عدد ۲۰۴۷۹۶ است.

۳۲. گزینه ج

۳۳. گزینه ج

$$\left. \begin{array}{l} 9999999999 = \text{بزرگ‌ترین عدد ۱۰ رقمی} \\ 99 = \text{بزرگ‌ترین عدد ۲ رقمی} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تقسیم}} 101010101$$

۳۴. گزینه هـ

۳۵. گزینه ب

رقم یکان هزار نمی‌تواند ۲ یا بیش‌تر باشد. پس رقم یکان هزار، ۱ است پس عدد می‌شود: ۱۹۲۶

۳۶. گزینه هـ

اگر دهگان ۱ باشد، ارقام ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ می‌تواند یکان باشد پس ۸ عدد ۲ رقمی با دهگان ۱ داریم. اگر

دهگان ۲ باشد، ارقام ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ می‌تواند یکان باشد، که ۷ عدد ۲ رقمی می‌شوند. به همین ترتیب، اگر دهگان ۳ باشد، برای

یکان ۶ رقم و به همین ترتیب اگر دهگان ۹ باشد، یکان صفر می‌شود یعنی ۱ عدد ۲ رقمی (۹۰) می‌توان نوشت. پس تعداد همه‌ی

$$1 + 2 + 3 + \dots + 8 = 36$$

اعداد نوشته شده به این صورت برابر است با:

$$99999 + 7 = 100006$$

۳۷. گزینه د

۳۸. گزینه ج

حالت اول: اولین رقم سمت چپ عدد، (یکان هزار)، رقم ۱ باشد، دو عدد: ۱۲۱۲ و ۱۲۳۲

حالت دوم: عدد با ۲ شروع شده باشد، ۴ عدد: ۲۳۲۳ و ۲۳۲۱ و ۲۱۲۳ و ۲۱۲۱

حالت سوم: عدد با ۳ شروع شده باشد، ۲ عدد: ۳۲۳۲ و ۳۲۱۲

۲ عدد می توان با شرایط مسئله نوشت: ۳۱۲۱۳۲ و ۲۳۱۲۱۳
 ۱۰ سال بعد یعنی سال ۲۰۱۸، رقم یکان ۴ برابر رقم هزارگان می شود.
 کم ترین مجموع، ۵۳۷ می شود:

۳۹. گزینه د

۴۰. گزینه الف

۴۱. گزینه ه

$$\begin{array}{r} 102 \\ 435 \\ \hline 537 \end{array} \quad \text{یا} \quad \begin{array}{r} 132 \\ 405 \\ \hline 537 \end{array}$$

$$456 + 465 + 546 + 564 + 645 + 654 = 3330$$

۴۲. گزینه ب

۴۳. گزینه ج

۴۴. گزینه ه

رقم ۴ و هر دو رقم ۲ باید برداشته شود.
 علامت \blacktriangledown عدد ۶۰ را نشان می دهد، پس $\blacktriangledown\blacktriangledown$ عدد ۱۲۰ را نشان می دهد و چون ∇ ، نشان دهنده ی ۱

است پس $\nabla\nabla\nabla\nabla$ عدد ۴ را نشان می دهد. پس داریم:

$$124 = 120 + 4 \rightarrow \blacktriangledown\blacktriangledown \nabla\nabla\nabla\nabla$$

۴۵. گزینه الف

می دانیم $70 = 7 \times 5 \times 2 \times 1$ می شود. بزرگ ترین عدد ۴ رقمی که می توان با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ ساخت، عدد

$$7521 \text{ می باشد که: } 7521 \div 3 = 2507$$

۴۶. گزینه ب

بزرگ ترین عدد ۶ رقمی متقارن ۹۹۹۹۹۹ : اختلاف \rightarrow ۹۸۹۹۹۸
 کوچک ترین عدد ۵ رقمی متقارن ۱۰۰۰۱

۴۷. گزینه د

صدگان این عدد ۳ می باشد زیرا بین ۳۰۱ و ۳۷۰ است. پس مجموع رقم یکان و رقم دهگانش باید ۱۲ شود.

زیرا: $12 = 3 - (5 \times 3)$. چون این عدد فرد است، یا عدد ۳۳۹ و یا عدد ۳۵۷ می تواند باشد و چون رقم هایش متمایزند، عدد ۳۵۷

جواب است.

۴۸. گزینه ب

اولین عدد متقارن قبل از ۲۰۰۲، عدد ۱۹۹۱ است که می شود ۱۱ سال قبل.

۴۹. گزینه الف

یا عدد باید ۶۳۳۳۳ شود یا باید ۶۲۶۶۶ شود که کم تر از عدد قبلی است. پس داریم: $62666 - 62222 = 444$

۵۰. گزینه ه

چون کوچک ترین عدد طبیعی با شرایط مسئله را می خواهیم، پس هر چه تعداد ارقام کم تر باشد، کوچک تر است

پس فرض می کنیم بیش تر ارقام این عدد، ۹ می باشد. داریم:

$$\begin{array}{r} 2006 \quad | \quad 9 \\ -1998 \quad 222 \\ \hline 8 \end{array} \rightarrow 2006 = (222 \times 9) + 8 \rightarrow \underbrace{1999 \dots 9}_{9 \text{ رقم } 222}$$

۵۱. گزینه الف

۲۰ عدد طبیعی با این شرایط داریم:

۲۱۰، ۳۱۰، ۳۲۰، ۳۲۱، ۴۱۰، ۴۲۱، ۴۳۰، ۴۳۱، ۴۳۲، ۵۱۰، ۵۲۰، ۵۲۱، ۵۳۰، ۵۳۱، ۵۳۲، ۵۴۰
 ۵۴۱، ۵۴۲، ۵۴۳

۵۲. گزینه ب

عددهای ممکن عبارت اند از: ۱۱۱۱، ۱۱۱۲، ۱۱۳، ۱۲۲، ۱۴.

۵۳. گزینه ب

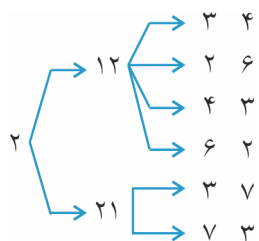
ابتدا اعداد دو رقمی با رقم های متوالی را نوشته، سپس بین آن ها اعدادی را می یابیم که حاصل ضرب دو عدد

متوالی باشد.

۱۰ (۱۲) ۲۱، ۲۳، ۳۲، ۳۴، ۴۳، ۴۵، ۵۴ (۵۶) ۶۵، ۶۷، ۷۶، ۷۸، ۸۷، ۸۹، ۹۸
 \downarrow \downarrow
 3×4 7×8

۵۴. گزینه ج

سؤال را از آخر حل کردن و به جواب می رسیم:



آن اعداد عبارت اند از: ۳۴، ۲۶، ۴۳، ۶۲، ۳۷ و ۷۳ که ۶ تا هستند.

۵۵. گزینه الف

نکته ۸: اگر اعداد طبیعی متوالی را مورد بررسی قرار دهیم، داریم:

- از عدد ۱ تا ۹۹، از هر رقم (غیر از صفر)، به تعداد ۲۰ تا و از رقم صفر ۹ تا داریم.
 - از عدد ۱۰۰ تا ۱۹۹، از هر رقم (غیر از یک) به تعداد ۲۰ تا و از رقم ۱، ۱۲۰ تا داریم.
 - از عدد ۲۰۰ تا ۲۹۹، از هر رقم (غیر از دو)، به تعداد ۲۰ تا و از رقم ۲، ۱۲۰ تا داریم.
 - از عدد ۳۰۰ تا ۳۹۹، از هر رقم (غیر از سه)، به تعداد ۲۰ تا و از رقم ۳، ۱۲۰ تا داریم.
- به همین ترتیب، به طور مثال از عدد ۷۰۰ تا ۷۹۹، از هر رقم (غیر از ۷) به تعداد ۲۰ تا و از رقم ۷، ۱۲۰ تا داریم.

۵۶. گزینه ج

از ۱ تا ۴۹۹، $5 \times 20 = 100$ تا رقم ۵ از ۵۰۰ تا ۵۹۹، ۱۲۰ تا رقم ۵ و از ۶۰۰ تا ۶۳۰، اعداد ۶۰۵، ۶۱۵، ۶۲۵، ۶۳۵، ۶۴۵، ۶۵۰، ۶۵۱، ۶۵۲، ۶۵۳، ۶۵۴، ۶۵۵، ۶۵۶، ۶۵۷، ۶۵۸، ۶۵۹ دارای رقم ۵ هستند که تعداد رقم‌های ۵ به کار برده در این اعداد، ۱۶ تا است. پس تعداد کل رقم ۵ به کار برده می‌شود:

$$100 + 120 + 16 = 236$$

۵۷. گزینه د

نکته ۹: برای به دست آوردن تعداد ارقام به شرط شروع از یک و خاتمه به عددی دو رقمی، کافی است

همه‌ی اعداد را دو رقمی در نظر گرفته، یعنی تعداد اعداد را در ۲ ضرب کرده و با توجه به اینکه ۹ عدد یک رقمی داریم، حاصل را منهای ۹ کنیم. با توجه به اینکه تعداد اعداد یک رقمی ۹ تا و تعداد اعداد دو رقمی ۹۰ تا می‌باشد، برای به دست آوردن تعداد ارقام از یک تا عددی سه رقمی، ابتدا همه‌ی اعداد را ۳ رقمی در نظر گرفته، پس تعداد را در ۳ ضرب می‌کنیم و از حاصل ۱۰۸ رقم کم می‌کنیم. زیرا: $108 = 90 + (2 \times 9)$

هم‌چنین برای به دست آوردن تعداد ارقام از یک تا عددی چهاررقمی، ابتدا همه‌ی اعداد را ۴ رقمی در نظر گرفته، تعداد را در ۴ ضرب کرده و از حاصل ۱۱۰۷ رقم کم می‌کنیم.

برای حل این سؤال، با توجه به نکته‌ی گفته شده، تعداد ارقام به کار رفته برابر است با:

$$342 = 108 - 450 = 108 - (150 \times 3)$$

روش اول: ابتدا تعداد ارقام از ۱ تا ۹۹ را به دست آورده، سپس ۳ رقم به خاطر عدد ۱۰۰ به آن اضافه می‌کنیم:

$$192 = 189 + 3 = 9 + (99 \times 2)$$

$$192 = 108 - (100 \times 3)$$

روش دوم: استفاده از نکته‌ی گفته شده:

۵۹. گزینه ب

نکته ۱۰: اگر تعداد رقم‌های استفاده شده از ۱۱ تا ۱۸۹ باشد، به این معنا است که از عدد یک تا عددی دو

رقمی را به طور متوالی نوشته‌ایم و اگر تعداد رقم‌های استفاده شده از ۱۹۲ تا ۲۸۸۹ باشد، یعنی از عدد یک تا عددی سه رقمی را به طور متوالی پشت سر هم نوشته‌ایم. برای به دست آوردن تعداد اعداد، کافی است برعکس آنچه در نکته‌ی ۹ گفته شد را انجام دهیم.

با توجه به نکته‌ی گفته شده، چون ۲۲۸ بین ۱۹۲ و ۲۸۸۹ است، پس از یک تا عددی ۳ رقمی را پشت سر هم نوشته‌ایم. بنابراین کافی است عمل عکس را انجام دهیم. یعنی ۱۰۸ تا به تعداد ارقام اضافه کرده، حاصل را بر ۳ تقسیم می‌کنیم:

$$112 = 336 \div 3 \rightarrow 336 = 108 + 228$$

$$100 + 9 = 109$$

۶۰. گزینه ب چون ۱۰۰ بین ۱۱ و ۱۸۹ است، داریم:

$$109 - 1 = 108 \rightarrow 108 \div 2 = 54$$

اما ۱۰۹ بر ۲ تقسیم نمی‌شود بنابراین یکی از آن کم می‌کنیم تا امکان پذیر شود:

یعنی اعداد از ۱ تا ۵۴ پشت سر هم نوشته شده است ولی یک رقم بیش تر دارد:

$$\frac{1234567 \dots 535455}{100 \text{ رقم}}$$

حال کافی است ببینیم از عدد ۱ تا ۵۴ چند بار از رقم ۱ استفاده شده است:

$$1 + 11 + 4 = 16 \rightarrow 1, 10, 11, 12, \dots, 19, 21, 31, 41, 51 \text{ بار } 4, \text{ بار } 11, \text{ بار } 1$$

۶۱. گزینه ج مجموع ارقام ۱ تا ۹، ۴۵ می‌شود و مجموع ارقام یکان اعداد ۱۰ تا ۱۹، ۴۵ و مجموع ارقام دهگان آن‌ها ۱۰ می‌شود.

مجموع ارقام یکان اعداد ۲۰ تا ۲۹، ۲۹ و مجموع ارقام دهگان آن‌ها ۲۰ می‌شود. به همین صورت مجموع ارقام یکان اعداد ۹۰ تا ۹۹، ۹۹ و مجموع ارقام دهگان آن‌ها، ۹۰ می‌شود. پس در کل، مجموع ارقام همه‌ی یکان‌ها $450 = 10 \times 45$ و مجموع ارقام دهگان‌های آن‌ها نیز: $450 = 90 + 20 + 30 + \dots + 90$ می‌شود. پس مجموع ارقام اعداد از ۱ تا ۹۹، $900 = 450 + 450$ می‌شود که اگر مجموع ارقام عدد ۱۰۰ یعنی ۱ را اضافه کنیم، ۹۰۱ جواب سؤال می‌شود.

۶۲. گزینه ب چون هزارمین رقم را می‌خواهیم و ۱۰۰۰ بین ۱۹۲ تا ۲۸۸۹ است، و با توجه به نکته‌ی ۹، کافی است عمل

عکس را انجام دهیم:

$$1000 + 108 = 1108 \rightarrow 1108 - 1 = 1107 \rightarrow 1107 \div 3 = 369 \text{ داریم:}$$

با توجه به این که قبلاً یکی کم کرده بودیم، آن را بعد از عدد ۳۶۹ می‌آوریم. داریم:

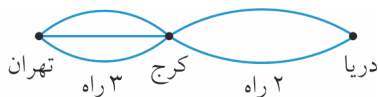
$$\frac{123456 \dots 368369}{70} \text{ پس هزارمین رقم، ۳ است.}$$

اصل ضرب

۶۳. گزینه الف

نکته ۱۱: اصل ضرب: هرگاه برای انجام هر یک از قسمت‌های کوچک‌تر عملی، تعدادی انتخاب داشته

باشیم، برای به دست آوردن تعداد انتخاب‌های کل عمل، آن‌ها را در هم ضرب می‌کنیم.



$$\text{راه } 6 = 2 \times 3 \rightarrow$$

۶ راه برای رفتن از تهران به دریا از مسیر کرج وجود دارد.

۶۴. گزینه د هم در یکان و هم در دهگان می‌توان از ارقام ۰، ۲، ۴، ۶ و ۸ یعنی ۵ رقم استفاده کرد و در صدگان می‌توان از

ارقام ۲، ۴، ۶ و ۸ یعنی ۴ استفاده کرد. طبق اصل ضرب داریم:

$$\text{یکان دهگان صدگان} \rightarrow 5 \times 5 \times 4 = 100 \text{ تعداد انتخاب‌ها}$$

۲	۰	۰
۴	۲	۲
۶	۴	۴
۸	۶	۶
	۸	۸

۶۵. گزینه ب چون ارقام فرد مختلف خواسته شده است پس، از عددی که در دهگان استفاده شده، نباید در یکان استفاده کرد. یعنی اگر برای دهگان ۵ انتخاب داریم، برای یکان یکی کم تر می شود. به طور مثال اگر در دهگان از رقم ۹ استفاده کنیم، در یکان نباید ۹ استفاده کنیم زیرا سؤال ۹۹ را نمی خواهد.

$$\begin{array}{c} \text{دهگان} \\ \text{یکان} \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \boxed{5} \\ \boxed{4} \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{4} \\ \boxed{5} \end{array} = 20$$

۱, ۳, ۵, ۷, ۹ ۱, ۳, ۵, ۷

۶۶. گزینه د

$$\text{تعداد انتخابها} \rightarrow \begin{array}{c} \boxed{3} \\ \boxed{3} \\ \boxed{3} \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{3} \\ \boxed{3} \\ \boxed{3} \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{3} \\ \boxed{3} \\ \boxed{3} \end{array} = 27$$

۳, ۲, ۱ ۳, ۲, ۱ ۳, ۲, ۱

۶۷. گزینه ج

$$\begin{array}{c} \text{یکان} \\ \text{دهگان} \\ \text{صدگان} \\ \text{یکان هزار} \\ \text{دهگان هزار} \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{10} \\ \boxed{1} \\ \boxed{10} \\ \boxed{9} \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{10} \\ \boxed{1} \\ \boxed{10} \\ \boxed{9} \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{10} \\ \boxed{1} \\ \boxed{10} \\ \boxed{9} \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{10} \\ \boxed{1} \\ \boxed{10} \\ \boxed{9} \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{10} \\ \boxed{1} \\ \boxed{10} \\ \boxed{9} \end{array} = 900$$

رقم هایی که می توان استفاده کرد

۱, ۲, ۳	۰, ۱, ۲, ۳	۸	۰, ۱, ۲, ۳	۲
۴, ۵, ۶	۴, ۵, ۶		۴, ۵, ۶	
۷, ۸, ۹	۷, ۸, ۹		۷, ۸, ۹	

۶۸. گزینه الف

$$\begin{array}{c} \text{یکان} \\ \text{دهگان} \\ \text{صدگان} \\ \text{یکان هزار} \\ \text{دهگان هزار} \\ \text{صدگان هزار} \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \boxed{9} \\ \boxed{9} \\ \boxed{8} \\ \boxed{7} \\ \boxed{6} \\ \boxed{5} \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{9} \\ \boxed{9} \\ \boxed{8} \\ \boxed{7} \\ \boxed{6} \\ \boxed{5} \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{9} \\ \boxed{9} \\ \boxed{8} \\ \boxed{7} \\ \boxed{6} \\ \boxed{5} \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{9} \\ \boxed{9} \\ \boxed{8} \\ \boxed{7} \\ \boxed{6} \\ \boxed{5} \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{9} \\ \boxed{9} \\ \boxed{8} \\ \boxed{7} \\ \boxed{6} \\ \boxed{5} \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{9} \\ \boxed{9} \\ \boxed{8} \\ \boxed{7} \\ \boxed{6} \\ \boxed{5} \end{array} = 136080$$

همه ی رقم ها غیر از صفر همه ی رقم ها غیر از صفر همه ی رقم ها غیر از صفر . . .
که در سمت چپ استفاده شد. که در سمت چپ استفاده شد. که در سمت چپ استفاده شد. . . .

۶۹. گزینه د فقط رقمی که در دهگان هزار استفاده می کنیم باید در یکان استفاده کرد. هم چنین فقط رقمی که در یکان هزار استفاده می کنیم، همان رقم باید در دهگان استفاده شود. اما هر رقمی را می توان در صدگان قرار داد. بنابراین داریم:

$$\begin{array}{c} \text{یکان} \\ \text{دهگان} \\ \text{صدگان} \\ \text{یکان هزار} \\ \text{دهگان هزار} \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{1} \\ \boxed{10} \\ \boxed{10} \\ \boxed{9} \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{1} \\ \boxed{10} \\ \boxed{10} \\ \boxed{9} \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{1} \\ \boxed{10} \\ \boxed{10} \\ \boxed{9} \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{1} \\ \boxed{10} \\ \boxed{10} \\ \boxed{9} \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{1} \\ \boxed{10} \\ \boxed{10} \\ \boxed{9} \end{array} \times \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \boxed{1} \\ \boxed{10} \\ \boxed{10} \\ \boxed{9} \end{array} = 900$$

فقط رقمی که در دهگان هزار استفاده شد. فقط رقمی که در دهگان هزار استفاده شد. فقط رقمی که در دهگان هزار استفاده شد. فقط رقمی که در دهگان هزار استفاده شد. فقط رقمی که در دهگان هزار استفاده شد.

یادآوری اعمالی ریاضی (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم)

اولویت اعمال ریاضی

۷۰. گزینه الف

نکته ۱۲: اولویت اعمال ریاضی در دبستان: ۱- آکولاد {}؛ ۲- کروشه []؛ ۳- پرانتز ()؛ ۴- ضرب و تقسیم؛ ۵- جمع و تفریق

توجه: اگر در عبارتی فقط ضرب و تقسیم باشد، ابتدا باید عملی را انجام دهیم که از سمت چپ زودتر آمده باشد، زیرا ریاضی از چپ به راست است.

توجه: اگر بین عدد و پرانتزی علامتی نباشد، ضرب در نظر می گیریم.

$$2 + 2 \left\{ \left[\frac{42}{6} \div 3 \times 7 \right] + 3 \times \left[\frac{20}{100} \div 5 \right] - 2 \left(6 \div 2 \left(14 - \frac{2}{12} \times 3 \right) - 1 \right) \right\}$$

$$= 2 + 2 \times \left\{ 42 + 3 \times \left[20 - 2 \times \left(\frac{6}{3} \times 2 - 1 \right) \right] \right\} = 2 + 2 \times \left\{ 42 + 3 \times \left[20 - 2 \times 5 \right] \right\} = 2 + 2 \times \left\{ \frac{42 + 30}{72} \right\} = 2 + \frac{2 \times 72}{144} = 146$$

پاسخ گزینه‌ی (ه)، ۵۰ و پاسخ گزینه‌های دیگر، ۴۰۰ می‌شود.

۷۱. گزینه ه

$$1 + 2 \times (1 + 2 \times (1 + 2 \times (1 + 2))) = 1 + 2 \times (1 + 2 \times 7) = 1 + 2 \times 15 = 31$$

۷۲. گزینه ب

ترتیب بزرگی گزینه‌ها به صورت زیر می‌شود:

۷۳. گزینه ب

$$3 \times (2007 \times 2008) > 2 \times (2007 \times 2008) > 2 \times (2007 + 2008) > 3 + (2007 + 2008) > 2 + (2007 + 2008)$$

(ب) (الف) (ج) (ه) (د)

$$3 + 2 \times (3 + 2 \times (3 + 2 \times (3 + 2))) = 3 + 2 \times (3 + 2 \times (15) + 3) = 3 + 2 \times (36) = 3 + 72 = 75$$

۷۴. گزینه د

توجه کنید که دست کم یک عدد باید بیش از سه رقم داشته باشد، پس برای دست آوردن کم‌ترین

۷۵. گزینه ب

$$258 | 1953 | 764$$

حاصل جمع، باید نوار را طوری ببریم که رقم هزارگان کم‌ترین مقدار ممکن باشد:

$$2144 + 796 = 2940 \rightarrow 2940 \div 105 = 28$$

برای حل این سؤال، برعکس عمل می‌کنیم. داریم:

۷۶. گزینه الف

$$1 = ((3 \div 2) \times 4) - 5$$

عمل جمع استفاده نمی‌شود زیرا:

۷۷. گزینه الف

یادآوری جمع و تفریق

باید بزرگ‌ترین عدد ۲ رقمی را از کوچک‌ترین عدد ۳ رقمی که می‌توان با ارقام داده شده نوشت، کم کنیم:

۷۸. گزینه ج

$$\begin{array}{r} -3 \ 5 \ 6 \\ \quad 9 \ 7 \\ \hline 2 \ \boxed{5} \ 9 \end{array}$$

۷۹. گزینه ه

۸۰. گزینه ه

$$\begin{array}{r} \boxed{8} \ 7 \ 2 \\ -3 \ \boxed{9} \ 8 \\ \hline 4 \ 7 \ \boxed{4} \end{array} \Rightarrow 8 + 9 + 4 = 21$$

داریم:

۸۱. گزینه ب

$$\begin{array}{r} 2 \ \boxed{0} \ \boxed{0} \ \textcircled{8} \\ -1 \ \textcircled{7} \ \textcircled{7} \ 9 \\ \hline 1 \ 7 \ 9 \end{array} \rightarrow \square + \circ + \triangle = 0 + 8 + 2 = 10$$

با توجه به این که $1 + 9 = 2 + 8 = 3 + 7 = 4 + 6 = 10$ است مشخص است که او حتماً عدد ۵ را روی تخته

۸۲. گزینه ه

نوشته است.

۸۳. گزینه ج
بالا رفتن را با جمع و پایین آمدن را با تفریق نشان می‌دهیم. طبقه‌ای که خدمتکار سوار شد را □ در نظر می‌گیریم. داریم:

$$\square + 8 - 5 - 2 + 9 = 12$$

$$\square + 10 = 12 \rightarrow \square = 12 - 10 = 2$$

$$2003 + 1 = 2004 \rightarrow 2004 \div 2 = 1002$$

خدمتکار طبقه‌ی دوم سوار آسانسور شده است.

۸۴. گزینه الف

آن اعداد ۱۰۰۱ و ۱۰۰۲ هستند که مجموع ارقام عدد کوچک‌تر ۲ می‌شود.

۸۵. گزینه ب

$$\left. \begin{array}{l} 110 = \text{عدد دوم} + \text{عدد اول} \\ 130 = \text{عدد سوم} + \text{عدد دوم} \\ 150 = \text{عدد سوم} + \text{عدد اول} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{جمع} \\ \text{می‌کنیم} \end{array} \rightarrow 2 \times \text{عدد اول} + 2 \times \text{عدد دوم} + 2 \times \text{عدد سوم} = 110 + 130 + 150$$

$$\rightarrow 390 = 2 \times (\text{عدد اول} + \text{عدد دوم} + \text{عدد سوم})$$

$$\rightarrow 195 = \text{عدد سوم} + \text{عدد دوم} + \text{عدد اول}$$

چون مجموع عدد اول و دوم، ۱۱۰ می‌باشد، پس داریم:

$$110 + \text{عدد سوم} = 195 \rightarrow \text{عدد سوم} = 195 - 110 = 85$$

۸۶. گزینه ب
کم‌ترین حاصل این تفریق وقتی به دست می‌آید که اختلاف دو عدد بسیار کم باشد. لذا عدد ۳ رقمی را کوچک

$$346$$

$$- 97$$

$$249$$

و عدد ۲ رقمی را تا حد امکان بزرگ در نظر می‌گیریم:

۸۷. گزینه الف

برعکس عمل می‌کنیم:

$$(\square - (5 - (1))) - 2 - 1 = 10$$

$$\rightarrow \square - (4) - 2 = 10 + 1 = 11 \rightarrow \square - 4 = 11 + 2 = 13 \rightarrow \square = 13 + 4 = 17$$

۸۸. گزینه ج

نکته ۱۳: در هر سه عدد متوالی طبیعی، عدد وسط، میانگین دو عدد دیگر است. یعنی اگر مجموع عدد اولی و عدد سومی را بر ۲ تقسیم کنید، عدد وسط به دست می‌آید این نکته برای هر تعداد فرد از اعداد متوالی طبیعی، برقرار است.

برای حل این سؤال، با توجه به نکته‌ی گفته شده، داریم:

$$118 \div 2 = 59 \quad \text{عدد وسطی}$$

$$\rightarrow 58, 59, 60 \rightarrow 5 + 8 + 5 + 9 + 6 + 0 = 33$$

می‌دانیم جمع خاصیت جابه‌جایی دارد یعنی مثلاً $1 + 3 = 3 + 1$ است. با جابه‌جا کردن اعداد داده شده داریم:

۸۹. گزینه ج

$$\frac{2012+1988}{4000} + \frac{2011+1989}{4000} + \frac{2010+1990}{4000} = 12000$$

۹۰. گزینه ج

نکته ۱۴: اگر از حاصل جمع چهار عدد طبیعی متوالی، ۲ واحد کم کنیم، حاصل حتماً بر ۴ بخش پذیر می‌شود.

در میان گزینه‌ها اگر از عدد ۲۰۰۲، ۲ واحد کم کنیم، حاصل بر ۴ بخش پذیر می‌شود.

۹۱. گزینه ب
در میان گزینه‌ها، عدد ۲۰۰۱ به دست نمی‌آید ولی برای به دست آوردن اعداد دیگر داریم:

$$2002 + 2003 + 2004 - 2005 - 2006 = 1998$$

$$2002 + 2003 - 2004 - 2005 + 2006 = 2002$$

$$2006 - 2005 + 2004 - 2003 + 2002 = 2004$$

$$2006 + 2005 - 2004 - 2003 + 2002 = 2006$$

$$۱۳۹۲ + ۱۳۹۱ + ۱۳۹۰ - ۳۹۱ - ۳۹۲ - ۳۹۰ = \frac{۱۳۹۲ - ۳۹۲}{۱۰۰۰} + \frac{۱۳۹۱ - ۳۹۱}{۱۰۰۰} + \frac{۱۳۹۰ - ۳۹۰}{۱۰۰۰} = ۳۰۰۰$$

برای به دست آوردن حداکثر مقدار تفریق باید عدد بالا را بزرگترین و عدد پائین را کمترین مقدار ممکن در $۹۸۷ - ۱۰۲ = ۸۸۵$

$$\begin{array}{r} ۹ \quad ۹ \quad ۰ \quad ۱ \\ - ۶ \quad ۹ \quad ۰ \quad ۶ \\ \hline ۲ \quad ۹ \quad ۹ \quad ۵ \end{array} \rightarrow ۶ + ۹ + ۰ + ۱ = ۱۶$$

۹۵. گزینه الف برای این که یکان ۷ شود، □ در یکان باید عدد ۶ و ○ در یکان باید ۹ باشد و چون □ در دهگان، یک واحد به یکان داده است و تفاضل اعداد دهگان، ۹ شده است، پس اعداد موجود در دهگان با هم برابر بوده‌اند. با توجه به اعداد داده شده در مسئله، اعداد موجود در دهگان، ۴ هستند و با توجه به ارقام باقی مانده و تحلیل، می‌توان نتیجه گرفت:

۹۶. گزینه ب عدد ○○○ برابر است با ○△×۳. تنها رقمی که می‌توان به جای ○ گذاشت، رقم ۵ است زیرا یکان (۵)×۳، رقم (۵) می‌شود.

$$۳ \times \square \triangle \circ = ۵۵۵ \rightarrow \square \triangle \circ = ۵۵۵ \div ۳ = ۱۸۵ \rightarrow \square + \triangle + \circ = ۱۴$$

پس داریم:

۹۷. گزینه ج اگر این دانش‌آموز به هر ۱۲ سؤال، پاسخ درست می‌داد، ۱۲۰ امتیاز می‌گرفت و از آنجایی که با هر پاسخ غلط، علاوه بر این که ۱۰ امتیاز مثبت از دست می‌دهد، ۵ امتیاز منفی نیز می‌گیرد پس به ازای هر پاسخ غلط، ۱۵ امتیاز از او کم می‌شود. او ۷۵ امتیاز گرفته، یعنی ۴۵ امتیاز نگرفته است و می‌دانیم $۳ \times ۱۵ = ۴۵$ ، پس این دانش‌آموز، به ۳ سؤال، پاسخ غلط داده است.

$$۹۸. گزینه ج ۴ * ۵ = ۴ + ۴ - ۵ = ۳$$

$$۶ * \circ = ۶ + ۶ - \circ = ۳ \rightarrow ۱۲ - \circ = ۳ \rightarrow \circ = ۹$$

۹۹. گزینه د جدول را کامل می‌کنیم. مجموع ارقام در هر سطر و هر ستون و هر قطر باید $۳۰ = ۱۴ + ۱۰ + ۶$ شود:

۹	۱۴	۷
۸	۱۰	? = ۱۲
۱۳	۶	۱۱

۱۰۰. گزینه الف اختلاف سطر اول و سطر دوم، همان □ - ○ است. پس:

$$(\square + \circ + \square) - (\circ + \square + \circ) = \square - \circ = ۱۱ - ۸ = ۳$$

۱۰۱. گزینه ج روش اول: با حدس و آزمایش می‌توان فهمید که امیر اعداد ۴ و ۱۳ و ۷ و علی اعداد ۱۲ و ۸ و ۲۴ و ۵ و ۲۳ را خط زده که در این صورت عدد ۱۴ در جدول باقی می‌ماند و خط نمی‌خورد.

روش دوم: مجموع اعدادی که علی خط زده، ۳ برابر مجموع ارقامی است که امیر خط زده. پس مجموع کل اعدادی که خط خورده باید بر ۴ بخش پذیر باشد. چون مجموع تمام اعداد جدول، ۱۱۰ می‌شود، تنها گزینه‌ای که از ۱۱۰ کم شود تا حاصل بر ۴ بخش پذیر شود، عدد ۱۴ است. یعنی ۱۴ خط نمی‌خورد و باقی می‌ماند.

۱۰۲. گزینه ب از آنجایی که علایم یکی در میان +، - هستند پس می‌توان گفت در هر ستون که تعداد ۱ ها زوج است حاصل صفر و در هر ستون که تعداد ۱ ها فرد است حاصل ۱ است، پس حاصل برابر است با:

$$۱۰۱۰۱۰۱۰۱۰$$

۱۰۳. گزینه د

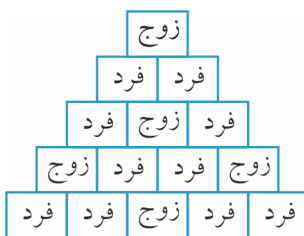
نکته ۱۵: در مورد جمع اعداد زوج و فرد داریم:

$$\text{زوج} + \text{فرد} = \text{فرد}$$

$$\text{فرد} + \text{فرد} = \text{زوج}$$

$$\text{زوج} + \text{زوج} = \text{زوج}$$

جدول را به صورت زیر پُر می‌کنیم:



۱۰۴. گزینه د سه رقم حاصل، با هم برابر است. با جای‌گذاری و آزمایش اعداد ۱۱۱، ۲۲۲ و ۳۳۳ ... به عنوان حاصل، با جای‌گذاری عدد ۱۱۱ نتیجه می‌شود $\square = 6$ و $\bigcirc = 9$ می‌باشد. زیرا:

$$6 + 6 + 99 = 111$$

۱۰۵. گزینه ب هر بار که ۳ عدد از کیسه در می‌آوریم، در واقع دو عدد در کیسه باقی می‌ماند. کافی است آن دو عدد را جمع کرده و از حاصل ۵ عدد کم کنیم. در این صورت اعداد نوشته شده روی کاغذ به دست می‌آیند:

$$\begin{array}{l|l|l} 31 - (1 + 2) = 28 & 31 - (2 + 4) = 25 & 31 - (4 + 8) = 19 \\ 31 - (1 + 4) = 26 & 31 - (2 + 8) = 21 & 31 - (4 + 16) = 11 \\ 31 - (1 + 8) = 22 & 31 - (2 + 16) = 13 & 31 - (8 + 16) = 7 \\ 31 - (1 + 16) = 14 & & \end{array}$$

حداکثر ۱۰ عدد مختلف روی کاغذ نوشته می‌شود.

۱۰۶. گزینه ه اگر هر ۵ دارت به ۱۰ امتیازی برخورد کند، $5 \times 10 = 50$ امتیاز و اگر هر ۵ دارت به ۲ امتیازی برخورد کند، $5 \times 2 = 10$ امتیاز حاصل می‌شود. پس امتیازات ۵۸ و ۶ به دست نمی‌آید. از طرفی چون همه‌ی امتیازها، عددی زوج هستند و حاصل جمع هر تعداد عدد زوج، عددی زوج می‌شود، پس عدد ۱۷ نیز به دست نمی‌آید ولی امتیازات ۱۴ و ۳۸ و ۴۲ به دست می‌آیند.

۱۰۷. گزینه الف با رسم جدول نظم‌دار (نظام‌دار)، داریم: مجموع ارزش سکه‌ها | تعداد سکه‌ی ۲ ریالی | تعداد سکه‌ی ۵ ریالی

۱۱	۱	ریال $55 + 2 = 57$
۱۰	۲	ریال $50 + 4 = 54$
۹	۳	ریال $45 + 6 = 51$
۸	۴	ریال $40 + 8 = 48 \Rightarrow$ آرش، ۸ سکه‌ی ۵ ریالی و ۴ سکه‌ی ۲ ریالی دارد

۱۰۸. گزینه الف این شخص با یک سکه می‌تواند مقدارهای ۱ و ۳ و ۵ و ۱۰ دلاری را پرداخت کند، با دو سکه می‌تواند مقادیر $(1+3)$ و $(1+5)$ و $(1+10)$ و $(3+5)$ و $(3+10)$ و $(5+10)$ دلاری و با سه سکه می‌تواند مقادیر $(1+3+5)$ و $(1+3+10)$ و $(1+5+10)$ و $(3+5+10)$ دلاری و با چهار سکه می‌تواند یک مقدار $(1+3+5+10)$ دلاری را پرداخت کند که در کل، ۱۵ عدد مختلف می‌شود.

۱۰۹. گزینه ب در بدترین حالت، مهره‌های بیرون آورده شده، زرد نیستند پس ۲۰ مهره سفید، ۱۲ مهره بنفش و ۱۰ مهره سبز یعنی مجموعاً ۴۲ مهره بیرون آورده شده، زرد نیستند ولی ۲ مهره آخر زرد می‌باشند که در این صورت $42 + 2 = 44$ مهره باید بیرون آورده شود تا مطمئن باشیم ۲ مهره زرد بیرون آورده‌ایم.

سری اعداد

۱۱۰. گزینه ب

نکته ۱۶: مجموع اعداد طبیعی از ۱ تا عددی، برابر است با نصف حاصل ضرب عدد آخر در عدد بعدی آن.

$$2 \div (\text{عدد بعدی} \times \text{عدد آخر}) = \text{مجموع اعداد طبیعی}$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 100 = (100 \times 101) \div 2 = 5050$$

نکته ۱۷: مجموع اعداد فرد متوالی که از ۱ شروع می‌شوند برابر است با حاصل ضرب تعداد آن‌ها در تعداد آن‌ها:
 تعداد × تعداد = مجموع اعداد فرد طبیعی

نکته ۱۸: مجموع اعداد زوج متوالی که از ۲ شروع می‌شوند برابر است با حاصل ضرب تعداد آن‌ها در یکی بیش‌تر از تعداد:
 (تعداد + ۱) × تعداد = مجموع اعداد زوج طبیعی

روش اول: استفاده از رابطه‌های گفته شده و تفریق حاصل آن‌ها:

$$\left. \begin{array}{l} \text{مجموع اعداد زوج} \\ \text{تا } ۱۰۰: ۲+۴+۶+\dots+۱۰۰ = ۵۰ \times (۵۰+۱) = ۲۵۵۰ \\ \text{مجموع اعداد فرد} \\ \text{تا } ۹۹: ۱+۳+۵+\dots+۹۹ = ۵۰ \times ۵۰ = ۲۵۰۰ \end{array} \right\} \rightarrow ۲۵۵۰ - ۲۵۰۰ = ۵۰$$

روش دوم: $(۲+۴+۶+\dots+۱۰۰) - (۱+۳+۵+\dots+۹۹) = \underbrace{(۲-۱)}_1 + \underbrace{(۴-۳)}_1 + \underbrace{(۶-۵)}_1 + \dots + \underbrace{(۱۰۰-۹۹)}_1 = ۵۰ \times ۱ = ۵۰$

نکته ۱۹: هرگاه در تعدادی از اعداد، هر عدد، با اضافه شدن مقدار ثابتی به عدد قبلی‌اش، به دست آید، به آن «سری اعداد» یا «دنباله‌ای از اعداد» می‌گوییم مانند ۱، ۲، ۳، ۴، ...، ۱۰۰ که یکی یکی اضافه شده‌اند یا مانند سری ۱۰۴، ۱۱، ۸، ۵، ۲ که به هر عدد، ۳ تا اضافه شده و عدد بعدی به دست آمده است. برای به دست آوردن تعداد اعداد یک سری، از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:
 $۱ + [(فاصله‌ی دو عدد پشت سرهم) \div (عدد اول - عدد آخر)] = \text{تعداد اعداد در سری}$

در مورد تعداد اعداد طبیعی دنباله‌ی ۱۰۴، ۸، ۵، ۲ داریم: $\text{تعداد} = \frac{۱۰۲}{[(۱۰۴-۲) \div ۳] + ۱} = ۳۵$

نکته ۲۰: برای به دست آوردن حاصل مجموع اعداد سری، با داشتن تعداد اعداد، از رابطه‌ی زیر استفاده می‌کنیم:
 $۲ \times [\text{تعداد} \times (\text{عدد اول} + \text{عدد آخر})] = \text{مجموع اعداد سری}$

ابتدا تعداد را به دست می‌آوریم: $۱۷۱۱ = \frac{۱۱۸}{[(۳+۱۱۵) \times ۲۹] \div ۲}$ $۲۹ = \frac{۱۱۲}{[(۱۱۵-۳) \div ۴] + ۱} = \text{تعداد}$

نکته ۲۱: برای به دست آوردن میانگین سری اعداد طبیعی، داریم: $۲ \div (\text{عدد اول} + \text{عدد آخر}) = \text{میانگین سری}$

۱۱۵. گزینه ج: به هر نفر به تعداد میانگین سیب می‌رسد. پس داریم: $۵۶ = (۵+۱۰۷) \div ۲ = \text{میانگین}$
 سیب $۱۰ = (۱+۱۹) \div ۲$

۱۱۶. گزینه ب: چون اعداد یکی در میان از ۱ شروع شده‌اند، پس ۲۵۰ عدد داریم و دو به دو با هم جمع کردیم در نتیجه ۱۲۵ عدد ۲. پس می‌توان نوشت:

$$\frac{۴۹۹-۴۹۷}{۲} + \frac{۴۹۵-۴۹۳}{۲} + \dots + \frac{۳-۱}{۲} = ۱۲۵ \times ۲ = ۲۵۰$$

۱۱۷. گزینه ب

نکته ۲۲: برای به دست آوردن عددی در یک سری از اعداد طبیعی، داریم:

$$\square = \text{فاصله‌ی دو عدد پشت سرهم} \times (\square - 1) + \text{عدد اول سری} = \text{عدد شماره‌ی } \square$$

توجه: این رابطه از رابطه‌ی به دست آوردن تعداد اعداد در یک سری به دست آمده است.

$$1, 4, 7, 10, \dots, ?$$

صدمین عدد

$$\text{صدمین عدد} = 1 + \frac{(100-1) \times 3}{99} = 1 + 297 = 298$$

۱۱۸. گزینه الف

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + 23 + 24 + 25 = 325$$

$$+25 \downarrow +25 \downarrow +25 \downarrow +25 \downarrow +25 \downarrow \quad +25 \downarrow +25 \downarrow +25 \downarrow$$

$$26 + 27 + 28 + 29 + 30 + \dots + 48 + 49 + 50 = 325 + \frac{(25 \times 25)}{625} = 950$$

نکته ۲۳: هرگاه مجموع تعدادی از اعداد طبیعی را به ما بدهند و مجموع همان تعداد اعداد طبیعی بعدی را

از ما بخواهند، داریم: (تعداد \times تعداد) + مجموع اعداد طبیعی قبلی = مجموع

۱۱۹. گزینه ب

نکته ۲۴: در یک سری اعداد طبیعی با تعداد فرد، میانگین با عدد وسط سری برابر است.

$$320 \div 5 = 64 \quad \text{عدد وسط} \rightarrow 60, 62, 64, 66, 68$$

$$\square - \Delta = (4 + 8 + 12 + 16 + \dots + 96 + 100) - (3 + 6 + 9 + 12 + \dots + 72 + 75)$$

$$= \frac{(4-3)}{1} + \frac{(8-6)}{2} + \frac{(12-9)}{3} + \frac{(16-12)}{4} + \dots + \frac{(96-72)}{24} + \frac{(100-75)}{25}$$

$$= 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 25 = (25 \times 26) \div 2 = 325$$

$$\rightarrow 93, 95, 97, 99, 101, 103, 105 \rightarrow 105 - 93 = 12 \quad 1209 \div 13 = 93 \quad \text{عدد هفتم که همان عدد وسط است}$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + \dots + ? = 78$$

$$\rightarrow [? \times (? + 1)] \div 2 = 78 \rightarrow ? \times (? + 1) = 156 = 12 \times 13$$

بنابراین واگن‌های قطار در ایستگاه دوازدهم پُر می‌شود.

نکته ۱۲۳: کافی است تعداد اعداد زوج و فرد داده شده را به دست آوریم:

$$\left. \begin{array}{l} 1, 3, 5, \dots, 19 \rightarrow \text{تعداد} = 10 \\ 2, 4, 6, \dots, 14 \rightarrow \text{تعداد} = 7 \end{array} \right\} \xrightarrow{+} \text{خانه } 10 + 7 = 17$$

قانون توزیع پذیری و عمل عکس آن (فاکتورگیری)

۱۲۴. گزینه د

نکته ۲۵: می‌توان ضرب را در جمع یا تفریق توزیع کرد. به مثال‌های زیر توجه کنید:

$$3 \times (2 + 5) = (3 \times 2) + (3 \times 5) \quad \text{یا} \quad 7 \times (3 - 1) = (7 \times 3) - (7 \times 1)$$