



مرکز تخصصی علوم انسانی

"ماهی تابع"

ALL IN ONE

درسنامه تست آزمون پوستر

ریاضی و
آمار انسانی
واقعا جامع کنکور

مهندس امیر زراندوز، مرتضی محمدی نژاد
دکتر مسعود غزالی بینا، فاطمه ایلخانی

- کتاب آزمون
- حل تصویری سؤالات
- سویرایلیکیشن



ارائه کامل‌ترین درسنامه، به صورت گام به گام و قدم به قدم برای

آموزش مطالب ساده تا دشوار

کامل‌ترین بانک تست با بیش از ۲۹۰۰ (۴۰۰+۲۵۰۰) تست و استفاده از

مدل‌های جدید سؤالات مطابق با کنکورهای اخیر —————

دسته‌بندی موضوعی، سؤالات و مشخص کردن سؤالات دشوار

۸۰. آزمون شامل ۶۰ آزمون سطح بندی شدنی است. تعداد فصل ها و حتماً

در کتاب واقعاً جامع و ۲۰ آزمون مرحله‌ای موجود در کتاب آزمون

يا مَنِي بِخُورِ
اَلْهَمِي خُورَاةَ

درسنامه + تست

ریاضی و آمار انسانی واقعاً جامع کنکور



مهندس امیر زراندوز، مرتضی محمدی نژاد،
مسعود غزالی‌بینا، فاطمه ایلخانی و فرشاد ابوالقاسمی

دوست عزیزم سلام:

با توجه به اینکه هر سال تغییرات هدفمندی در کتاب‌های واقعاً جامع صورت می‌گیرد تا کتاب از نظر محتوایی ارتقا پیدا کند و پاسخگوی نیازهای مخاطبین باشد، امسال هم در ویرایش جدید کتاب با دستی پر اومدیم تا شما رو با ویژگی‌های جدید که اینجا نوشتیم، سوپرایز کنیم:

تغییرات محتوایی

- اضافه شدن ویدئوهای جدید به کتابنامه ریاضی و آمار
- تکمیل حل تصویری سؤالات جدید و level up
- اضافه شدن سؤالات آخرین کنکورهای برگزار شده در کتاب و سوپراپلیکیشن مهروماه

دفترچه آزمون‌های آمود

- دفترچه آزمون‌های آمود مجموعه‌ای از آزمون‌های تجمیعی، مرحله‌ای و برنامه‌محور است که مطابق با بودجه‌بندی آزمون‌های آزمایشی طراحی شده‌اند تا دانش‌آموز پیش از هر آزمون، به آمادگی کامل برسد. این آزمون‌ها با شبیه‌سازی فضای آزمون‌های آزمایشی، به تثبیت یادگیری، سنجش مستمر و مدیریت زمان کمک می‌کنند.
- تمامی آزمون‌های آمود دارای پاسخ‌نامه تشریحی و حل تصویری هستند تا دانش‌آموز بتواند نقاط ضعف خود را دقیق‌تر بررسی کند. داوطلبان می‌توانند پس از تکمیل پاسخ‌برگ‌های خام، با بارگذاری تصویر پاسخ‌برگ‌ها در سوپراپلیکیشن مهروماه، کارنامه و رتبه خود را دریافت کرده و عملکردشان را به صورت دقیق تحلیل کنند.

سوپر اپلیکیشن واقعاً جامع

به روزرسانی شد!

- امکان گزارش‌گیری و تحلیل وضعیت پاسخگویی به سؤالات
- امکان پاسخگویی در پاسخ‌برگ‌های الکترونیکی
- ارائه گزارش تست‌های غلط و نزده
- ارائه وضعیت پاسخگویی هر تست در مقایسه با سایر داوطلبان
- امکان ساخت و برگزاری آزمون از تمامی سؤالات کتاب جامع
- گزارش تجمیعی از وضعیت پاسخگویی در هر درس و امکان مقایسه درس‌ها با هم
- امکان ایجاد کلاس برای ارائه تکلیف و ساخت آزمون هماهنگ (ویژه دبیران و مشاوران)
- امکان ارسال تکالیف انجام شده توسط دانش‌آموزان برای دبیر و مشاور (ویژه دبیران و مشاوران)
- حل ویدئویی سؤالات تالیفی و کنکورها و فیلم‌ها و پادکست‌های آموزشی و مشاوره

پوستر برگ برنده

- کمک به یک جمع‌بندی عالی از مهم‌ترین و کاربردی‌ترین نکات هر درس در کنکور سراسری
- قابل استفاده در دوران جمع‌بندی و مرورهای لحظه آخری



برای دریافت
سوپر اپلیکیشن مهروماه
اسکن کنید.



همه اساتید و دبیران رشته انسانی معتقدند که کتاب‌های ریاضی و آمار رشته انسانی، پیچیدگی‌های خاص خودشان رو دارن و تدریس اون‌ها نسبت به نظام قدیم آموزشی، واقعاً دشوارتره. از طرفی به دلیل میانگین درصد بسیار کم دانش‌آموزان در کنکور و اهمیت این درس برای قبولی در اکثر رشته‌های خوب، تصمیم گرفتیم در این کتاب، ریاضی رو به شکل پایه‌ای و از صفر تا صد آموزش بدیم.

در فصل یادآوری این کتاب، مطالبی از سال نهم (که خیلی مهم هستن و در واقع بدون بلد بودن اون‌ها نمی‌شه وارد مباحث سال دهم شد)، آوردیم که توصیه می‌کنیم حتی اگه فکر می‌کنی بلد هستی به مرورشون بکنی. اگه دانش‌آموز سال دوازدهم هستی توصیه می‌کنیم بعد از خوندن فصل یادآوری به سراغ فصل ۱ بری؛ چون معادلات درجه ۱ و ۲ و معادلات گویا تو سال دوازدهم هم استفاده میشن و اگه بلد نباشی قطعاً تو سال دوازدهم به مشکل برمی‌خوری.

در درسنامه این کتاب همه نکات هر سه پایه رو برات آوردیم و خیلی روان و کامل توضیح دادیم.

■ توی درسنامه یک بخش تحت عنوان «**دست گرمی**» آوردیم که بلافاصله بعد از آموزش، می‌تونی انواع مثال‌های تشریحی رو ببینی تا کاملاً بر مباحث مسلط بشی و بعد بری سراغ تست‌زنی.

توی بخش «**به راز مهم**» قلق‌های تستی و راه‌های کوتاه تستی رو بهت یاد دادیم تا خیلی سریع و راحت‌تر از پس تست‌های بدقلق بریایی! و اما یک بخش خیلی جذاب دیگه تحت عنوان «**تیپ مورد علاقه طراحان کنکور**» در کتاب داریم که بهت نشون می‌ده توی ده سال اخیر کنکور، طراحا بیشتر از چه مباحثی و به چه شکلی تست طراحی کردن!

■ بعد از درسنامه به تست‌ها می‌رسیم. چیدمان تست‌های هر قسمت از آسون به دشواره. بعد از اتمام تست‌های هر فصل، آزمون‌های اون فصل رو آوردیم که به دو بخش «آزمون» و «آزمون‌های دشوار» تقسیم می‌شه. تست‌های خیلی دشوار رو در بخش «**آزمون (دشوار)**» آوردیمشون تا بعد از اینکه تست‌های هر فصل رو حل کردی و با «**آزمون**» خودتو سنجیدی، بری سراغشون و با تست‌های دشوار و پیچیده‌تر آشنا بشی!

■ توی پاسخنامه تشریحی این کتاب، نحوه رسیدن به پاسخ سؤالات رو به صورت کامل بیان کردیم.

در قسمت «**راهبرد**» برات استراتژی حل مسئله رو توضیح دادیم تا در مواجهه با تست، بدونی باید چطوری حلش کنی. در بعضی سؤالات هم با عبارت «**فرمول ممنوع**» روبه‌رو میشی که در پاسخ تشریحی روش‌های فرعی حل اون سؤال رو برات آوردیم! امیدواریم که ریاضی رو بترکونی!

■ **تغییرات آخرین ویرایش:** ما در چاپ جدید این کتاب، کلی کارهای خفن روی کتاب انجام دادیم. اول اینکه کتاب به دقت ویرایش شده و تعداد اشتباهات چاپی به حداقل (شاید به صفر) رسیده. دوم اینکه کلی تست‌هائی تألیفی و تست‌های مشابه آزمون‌های آزمایشی به کتاب اضافه شده. سوم اینکه درسنامه‌ها با اینکه کامل بودن بازم با توجه به کنکورهای اخیر کامل‌تر شدن تا تمام نکات مطرح‌شده در کنکورهای جدید رو هم پوشش بدن. چهارم این‌که آزمون‌های جامع به سبک کنکورهای ۱۴۰۰ به بعد که کنکورهای دشواری بودن اضافه شده تا اگه کنکور شما هم، خدای نکرده سخت بود از پیشش بریایی.

■ در انتها تشکر می‌کنیم از: جناب آقای احمد اختیاری، مدیر توانمند، موفق و دلسوز انتشارات مهرماه که انصافاً در کلیه مراحل تألیف، حمایتشون پشتوانه تلاش‌های ما بوده و هست!

■ تشکر ویژه از آقای امیر محمدیگی مدیر تألیف محترم واحد علوم انسانی که در طول تألیف کتاب راهنمایی‌های بسیار خوبی داشتند.

در اینجا از اساتید، همکاران و دانش‌آموزان می‌خوایم هر انتقاد یا پیشنهادی درمورد کتاب داشتن با انتشارات در میون بذارن تا در چاپ‌های بعدی اعمال بشه.

اگر فرهاد عاشق، با ریاضی آشنا می‌شد

نمی‌شد عاشق شیرین، ریاضی دلبرش می‌شد

مشاوره درس ریاضی و آمار انسانی به سبک هومان

همیشه این کشمکش وجود داشته که ریاضی شیرین‌ترین درسه یا سخت‌ترین و کسل‌کننده‌ترین درس که معمولاً معلم‌های عزیز می‌گن اولی و دانش‌آموزان که...

به هر حال طرفدار هر کدام از این دیدگاه‌ها باشیم متأسفانه یا خوشبختانه باید برای کنکور با ریاضی رفیق بشیم و مثل یه دوست صمیمی از تمام پیچیدگی‌های زندگیش باخبر باشیم. پس هومان و مهروماه با هم دیگه واسطه شدن تا یه رفاقت خیلی جذاب بین تو و ریاضی شکل بگیره.

ریاضی و ما انسانی‌ها:



ریاضی جزء دروس اختصاصی رشته ما هست و ۲۰ سؤال داره که ۲۰ سؤال اول دفترچه شماره یک هم هست و این نکته می‌تونه خیلی مهم باشه؛ چون از نظر روحی روانی تو رو آماده می‌کنه برای ادامه دفترچه. پس با خوب زدن ریاضی، با روحیه بهتری میری سراغ بقیه درس‌ها. ریاضی می‌تونه یه برگ برنده هم برات باشه؛ چون میانگین کشوری خیلی پایینه و اگه در این درس بتونی یه درصد خوب به دست بیاری، می‌تونه با تراز خوبی که بهت میده تو رو خیلی جلو بندازه؛ علاوه بر این مطالب، درس ریاضی دارای ضریب ۶ است و این ضریب بالا اهمیت این درس را دو چندان می‌کند.

تیپ‌شناسی:

در درس ریاضی با سؤالاتی مواجه هستیم که باید محاسبه انجام بدیم و عدد و رقم‌ها رو بالا پایین کنیم. اما در همین ریاضی یه سری سؤالات و مباحث وجود دارن که محاسباتی‌تر هستن و بیشتر از ما وقت می‌گیرن؛ مثل انحراف معیار. یه سری سؤالات هم خلاقیتی هستن؛ یعنی سرآزمون و تمرین‌ها باید از طریق مطالب و نکاتی که بلد ی و ترکیب این‌ها یه راه حل قشنگ برای سؤال‌ها پیدا کنی که توی کنکور ۱۴۰۰ هم کلی از این سؤال‌ها اومده بود و البته در کنکور تیر ۱۴۰۱ کمتر از این سؤالات مشاهده کردیم. در کنکور دی‌ماه ۱۴۰۱ و تیرماه ۱۴۰۲ همانند کنکور ۱۴۰۰ با سؤالات خلاقیتی و دشوار زیادی روبه رو شدیم که دانش‌آموزان باید با تمرین این نوع از سؤالات برای سبک جدید سؤالات ریاضی انسانی آماده شوند. از کنکور اردیبهشت ۱۴۰۲ به بعد تعداد سؤالات مشکل و خلاقیتی کمتر شده بود و با آزمون متعادل‌تری روبه رو بودیم. معمولاً توی کنکور یه سؤال هم از مطالب حفظی میدن که مربوط به بخش آمار هست و نیازی به راه‌حل‌های محاسباتی نداره؛ پس حتماً این مطالب رو هم حفظ کن و یاد بگیر. توی این چند سال اخیر بعضی از سؤالات کنکور (مخصوصاً اردیبهشت ۱۴۰۲) عین تمرین‌های کتاب درسی بوده و بعضی وقت‌ها فقط اعدادشون تغییر کرده؛ پس اصلاً اصلاً کتاب و تمریناش رو کنار نذار که مطمئناً به کارت میاد.

روش مطالعه ریاضی:

درسته که ریاضی یه درس مهارتیه و با حل تمرین می‌تونی تو این درس حرفه‌ای بشی؛ اما قبل از اینکه تست بزنی و تمرین حل کنی باید مطالب و مفاهیم رو خوب یاد بگیری بعد بری سراغ حل تست‌ها!

برای این کار به یه درسنامه خوب نیاز داری که علاوه بر اینکه تمام نکات و میانبرهای سریع حل تست رو بهت بگه، بایه زبون ساده و قابل فهم این توضیحات رو برات بیان کنه که خب همین کتابی که الان دسته دقیقاً همچین درسنامه‌ای داره. بعد از اینکه دقیق درسنامه رو مطالعه کردی، وقتشه که بری کلی تست حل کنی تا حسابی تو ریاضی استاد بشی. اول از تست‌های آسون‌تر شروع کن و بعدش یواش یواش برو سراغ تست‌های سخت‌تر. برای اینکه بتونی سؤالات دشوارتر به سبک کنکورهای جدید رو تمرین کنی، در انتهای هر فصل و در انتهای کتاب آزمون‌های دشواری در نظر گرفته شده! بعد از اینکه تست‌ها رو زدی وقت تحلیل کردنه. برو ببین درست حل کردی یا نه! اگه نه ببین پاسخنامه چه جوری سؤال رو حل کرده و اشکال کارت رو یاد بگیر. سؤال رو هم علامت بزن تا دوباره بری سراغش و حلش کنی تا خیالت راحت باشه که نکته اون تست رو یاد گرفتی. اگر سؤال رو درست حل کردی پاسخنامه رو چک کن ببین شاید یه راه حل بهتر و سریع‌تر بهت یاد داده باشه و اون رو هم یاد بگیر. بریم ببینیم آمار و ارقام چی میگه؟!





نگاه کلی: درس ریاضی ضریب ۶ دارد پس حتی فکر اینکه این درس رو کنار بذارین از سرتون بندازین بیرون، مگر اینکه نخوانین به رشته و دانشگاه خوب قبول بشین.

البته که همیشه سطح سؤالات ریاضی هر سال رو پیش بینی کرد پس بهتره که تمام مباحث رو بخونین و چیزی رو حذف نکنین. ولی به طور کلی میشه گفت مباحث معادله درجه دوم، تابع، آمار و گزاره ها مباحث به نسبت ساده تری هستن و بهتره که اول این مباحث رو بخونین بعدش برین سراغ مباحث دنباله های حسابی و هندسی، ریشه و توان، تابع نمایی و شمارش و احتمال. تو کنکور سال ۱۳۹۹ با سؤالات کاملاً استاندارد مواجه بودیم که در وقت قانونی خود، همگی قابل حل بودن و شاید فقط یکی دو تا سؤال، حل طولانی تری داشتن. در کنکور ۱۴۰۰ سطح کنکور به دفعه بالا رفت به طوری که به دانش آموزان قوی هم، به شوک بزرگ وارد شد و در واقع طرح سؤالات با پاسخ طولانی از این کنکور شروع شد ولی باز هم امکان پاسخگویی به حداقل ۲ سؤال در وقت تعیین شده وجود داشت. ولی شاهکار سازمان سنجش تو کنکورهای ۱۴۰۱ و ۱۴۰۲ رخ داده که اکثر سؤالات، وقت گیر بوده و هر کنکور دارای ۲ یا ۳ سؤال خارج از کتاب هم بود. آگه فرض کنیم دانش آموزی جواب تمام سؤالات رو بلد بوده باشه حداقل ۱ ساعت زمان نیاز داشته تا بتونه به همگی سؤالات پاسخ بده. این نشون میده که طراح یا طراحان، حواسشون به زمان نبوده و فقط سؤال سخت طرح کردن. در کنکور ۱۴۰۳ سؤالات مجدداً استاندارد شدن (به جز یکی دو تا سؤال) و اصلاً قابل مقایسه با کنکور ۱۴۰۱ و ۱۴۰۲ نبودن ولی همچنان شاهد ۵ سؤال با حل طولانی بودیم که البته برای درس ریاضی، منطقی به نظر می رسه. خوشبختانه این رویکرد تو کنکور ۱۴۰۴ نیز ادامه پیدا کرده و سؤالات غیر استاندارد و غیر قابل حل کمتری رو تو این کنکور شاهد بودیم! به نکته مهم که تو کنکورهای اخیر شاهد اون بودیم اینکه سهم سال دهم تو کنکورها پررنگ تر شده و به حدود ۶ الی ۱۱ سؤال رسیده، پس باید حواستون باشه که سال دهم رو جدی تر بگیرین. ضمناً پخش سؤالات تو کنکورهای ۹۹ تا ۱۴۰۴ نشون میده که سؤالات تعریفی و بدون حل در سال های اخیر مطرح نشدن و همه سؤالات نیاز به راه حل دارن.

آنالیز کمی:

الف) بودجه بندی براساس مبحث

تو جدول زیر، تعداد سؤالات تو کنکورهای ۹۹ تا ۱۴۰۴ از هر مبحث رو آوردیم. همون طور که مشاهده می کنین این بودجه بندی ثابت نیست و هر سال دستخوش تغییراتی شده، مثلاً در یک سال مشاهده می کنیم که ۲ سؤال از نمودار جعبه ای اومده و در سال دیگه، هیچ سؤالی از این نمودار مطرح نشده که جای تعجب داره، به همین دلیل بود که گفتیم هیچ مبحثی رو کنار نذارین چون شاید از مبحثی که تا حالا سؤال نیومده یا کم سؤال اومده، به دفعه چند سؤال مطرح بشه.

● بودجه بندی سؤالات درس ریاضی در کنکور سراسری ۹۹ تا ۱۴۰۴:

نام کتاب	مبحث	زیر مبحث	۹۹	۱۴۰۰	۱۴۰۱	دی ۱۴۰۱	۱۴۰۲	اردیبهشت ۱۴۰۳	۱۴۰۳	اردیبهشت ۱۴۰۴	۱۴۰۴
ریاضی و آمار (۱)	معادله درجه دوم	عبارت های جبری	۱	۱	۱	۲	۱	۱	۱	-	-
		معادله درجه دوم و گویا	۲	۲	۲	۲	۵	۳	۳	۲	۲
	تابع	تابع	۵	۳	۴	۳	۴	۱	۱	۲	۲
	کار با داده های آماری	کار با داده های آماری	-	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲
	نمایش داده ها	نمایش داده ها	۳	۱	۱	-	۱	۱	۱	۱	۳
ریاضی و آمار (۲)	آشنایی با منطق و استدلال ریاضی	گزاره ها و ترکیب گزاره ها	۱	۲	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
		استدلال ریاضی	-	-	-	۱	۱	-	-	۱	۱
	تابع	تابع	۱	۱	۳	۴	۳	۳	۳	۳	۳
	آمار	شاخص های آماری و سری زمانی	۱	-	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
ریاضی و آمار (۳)	آمار و احتمال	شمارش	۱	۱	۱	۲	۱	۲	۲	۱	۱
		احتمال	۲	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۲	۲
		چرخه آمار	-	-	-	-	-	-	۱	-	-
	الگوهای خطی	مدل سازی و دنباله	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
		دنباله های حسابی	۱	۲	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
	الگوهای غیر خطی	دنباله های هندسی	۱	۲	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
		تابع نمایی	-	۲	-	-	-	۱	۱	-	-
		توان گویا	-	-	۱	۱	۲	۱	۱	۱	۱

توجه: به دلیل وجود سؤالات ترکیبی، در برخی کنکورها جمع تعداد سؤالات از ۲۰ بیشتر است.

● بودجه‌بندی سؤالات درس ریاضی در کنکور خارج ۹۹ تا ۱۴۰۴:

نام کتاب	مبحث	زیرمبحث	۹۹	۱۴۰۰	۱۴۰۱	۱۴۰۲	۱۴۰۳	۱۴۰۴
ریاضی و آمار (۱)	معادله درجه دوم	عبارت‌های جبری	۲	۱	۱	۱	۱	-
		معادله درجه دوم و گویا	۳	۲	۲	۴	۴	۲
	تابع	تابع	۱	۲	۳	۵	-	۲
	کار با داده‌های آماری	کار با داده‌های آماری	۲	۳	۲	۲	۱	۲
	نمایش داده‌ها	نمایش داده‌ها	۱	-	۱	-	۱	۳

نام کتاب	مبحث	زیرمبحث	۹۹	۱۴۰۰	۱۴۰۱	۱۴۰۲	۱۴۰۳	۱۴۰۴
ریاضی و آمار (۲)	آشنایی با منطق و استدلال ریاضی	گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها	۱	۱	۱	۱	۱	۱
		استدلال ریاضی	-	-	-	۱	-	۱
	تابع	تابع	۴	۴	۳	۲	۳	۳
	آمار	شاخص‌های آماری و سری زمانی	۲	۱	۱	۱	۱	۱

نام کتاب	مبحث	زیرمبحث	۹۹	۱۴۰۰	۱۴۰۱	۱۴۰۲	۱۴۰۳	۱۴۰۴
ریاضی و آمار (۳)	آمار و احتمال	شمارش	۱	۱	۱	۱	۱	۱
		احتمال	۲	۲	۱	۱	۲	۲
		چرخه آمار	-	-	-	-	۱	-
	الگوهای خطی	مدل‌سازی و دنباله	۱	۱	۱	۱	۱	۱
		دنباله‌های حسابی	۱	۱	۱	۱	۱	۱
		دنباله‌های هندسی	۱	۲	۱	۱	۱	۱
	الگوهای مسیر خطی	تابع نمایی	-	۱	۱	۱	-	-
		توان گویا	-	۱	۱	۱	۱	۱

❗ **توجه:** به دلیل وجود سؤالات ترکیبی، در برخی کنکورها جمع تعداد سؤالات از ۲۰ بیشتر است.

ب) بودجه‌بندی براساس سهم هر کتاب

همون‌طور که گفتیم سهم سال دهم تو کنکورها زیاد شده به طوری که در یک اقدام باور نکردنی، سازمان سنجش تو کنکور ۱۴۰۱ از سال دهم ۱۰ سؤال داده بود یعنی ۵۰ درصد سؤالات از دهم بودن و خب همگی می‌دونن که بچه‌ها بیشترین مشکل رو تو سال دهم دارن، تو همین کنکور از سال یازدهم ۴ سؤال اومده بود که به نظر کم می‌رسه. تو کنکور ۱۴۰۲ هم تعداد سؤالات مربوط به ریاضی یازدهم کم شده و تعداد سؤالات ریاضی دهم زیاد شده. ولی خوشبختانه تو کنکور ۱۴۰۳ تعداد سؤالات از هر کتاب، منطقی‌تر شده و از سال دهم ۸ سؤال، از سال یازدهم ۵ سؤال و از سال دوازدهم ۸ سؤال طرح شده. در کنکورهای ۱۴۰۴ از نظر پوشش‌دهی کتاب درسی، می‌توان گفت از اکثر مباحث سؤال طرح شده بود ولی جای سؤال از مباحث چرخه آماری، رسم نمودار توابع و نمودارهای تک‌متغیره خالی بود. در کمال تعجب از قدرمطلق، جزء صحیح و تابع نمایی سؤالی نیامده بود.

● بودجه‌بندی سؤالات درس ریاضی در کنکور سراسری ۹۹ تا ۱۴۰۴:

نام کتاب	۹۹	۱۴۰۰	۱۴۰۱	دی ۱۴۰۱	۱۴۰۲	اردیبهشت ۱۴۰۳	۱۴۰۳	اردیبهشت ۱۴۰۴	۱۴۰۴
ریاضی و آمار (۱)	۷	۸	۹	۸	۹	۶	۷	۵	۷
ریاضی و آمار (۲)	۷	۳	۴	۵	۴	۵	۵	۶	۵
ریاضی و آمار (۳)	۶	۸	۶	۵	۴	۷	۷	۹	۷
ترکیبی	-	۱	۱	۲	۳	۲	۱	-	۱

● بودجه‌بندی سؤالات درس ریاضی در کنکور خارج ۹۹ تا ۱۴۰۴:

نام کتاب	۹۹	۱۴۰۰	۱۴۰۱	۱۴۰۲	۱۴۰۳	۱۴۰۴
ریاضی و آمار (۱)	۷	۶	۹	۹	۷	۷
ریاضی و آمار (۲)	۷	۶	۵	۴	۵	۵
ریاضی و آمار (۳)	۶	۷	۶	۶	۸	۷
ترکیبی	-	۱	-	۱	-	۱



فهرست موضوعی

آزمون	تست	درسنامه	
	۲۵	۱۸	فصل یادآوری - اتحادها و تجزیه عبارات‌های جبری
۲۸			آزمون (۱)
	۴۵	۲۹	فصل اول - معادله درجه دوم
۵۳			آزمون (۲ تا ۴ فصلی - ۱ و ۲ Level up)
	۱۰۰	۵۷	فصل دوم - تابع
۱۲۶			آزمون (۵ تا ۹ فصلی - ۲ و ۴ Level up)
	۱۷۲	۱۳۳	فصل سوم - آمار
۲۰۵			آزمون (۱۰ تا ۱۴ فصلی - ۵ و ۶ Level up)
	۲۲۴	۲۱۱	فصل چهارم - آشنایی با منطق و استدلال ریاضی
۲۳۲			آزمون (۱۵ تا ۱۷ فصلی - ۷ و ۸ Level up)
	۲۶۴	۲۳۷	فصل پنجم - شمارش و احتمال
۲۸۲			آزمون (۱۸ تا ۲۲ فصلی - ۹ و ۱۰ Level up)
	۳۰۲	۲۸۸	فصل ششم - الگوهای خطی
۳۱۵			آزمون (۲۳ تا ۲۵ فصلی - ۱۱ و ۱۲ Level up)
	۳۳۸	۳۱۹	فصل هفتم - الگوهای غیرخطی
۳۵۷			آزمون (۲۶ تا ۲۳ فصلی - ۱۳ و ۱۴ Level up)

آزمون‌ها

۳۶۶	جامع پایه به پایه
۳۷۰	جامع سه کتاب

پاسخ‌ها

۳۸۲	پاسخ‌نامه تشریحی
۶۴۲	پاسخ‌نامه کلیدی

فهرست فصل به فصل

فصل یادآوری = اتحادها و تجزیه عبارت‌های جبری ۱۸

پایه دهم ۱۵

پایه یازدهم ۱۱

فصل اول = معادله درجه دوم ۲۹

فصل دوم = تابع ۵۷

فصل سوم = کار با داده‌های آماری ۱۳۳

فصل چهارم = نمایش داده‌ها ۱۴۸

فصل اول = آشنایی با منطق و استدلال ریاضی ۲۱۱

فصل دوم = تابع ۷۷

فصل سوم = آمار ۱۵۸

پایه دوازدهم ۱۲

فصل اول = آمار و احتمال ۲۳۷

فصل دوم = الگوهای خطی ۲۸۸

فصل سوم = الگوهای غیرخطی ۳۱۹



آزمون‌های جامع (کتاب واقعاً جامع)

آزمون‌های تجمیعی (دفترچه آزمون)

شماره صفحه
دفترچه آزمون

۲	آزمون ۱
۴	آزمون ۲
۶	آزمون ۳
۸	آزمون ۴
۱۰	آزمون ۵
۱۲	آزمون ۶
۱۴	آزمون ۷
۱۶	آزمون ۸
۱۸	آزمون ۹
۲۰	آزمون ۱۰
۲۲	آزمون ۱۱
۲۴	آزمون ۱۲
۲۶	آزمون ۱۳
۲۸	آزمون ۱۴
۳۰	آزمون ۱۵
آنلاین	آزمون ۱۶
آنلاین	آزمون ۱۷
آنلاین	آزمون ۱۸
آنلاین	آزمون ۱۹
آنلاین	آزمون ۲۰
۳۲	پاسخ‌برگ خام

شماره صفحه

محدوده

۳۶۶	پایه دهم	آزمون ۱
۳۶۷	پایه یازدهم	آزمون ۲
۳۶۹	پایه دوازدهم	آزمون ۳
۳۷۰	جامع ۱	آزمون ۴
۳۷۱	جامع ۲	آزمون ۵
۳۷۳	جامع ۳	آزمون ۶
۳۷۴	جامع ۴ (دشوار)	آزمون ۷
۳۷۵	جامع ۵ (دشوار)	آزمون ۸
۳۷۷	جامع ۶ (دشوار)	آزمون ۹
۳۷۸	جامع ۷ (دشوار)	آزمون ۱۰
۳۷۹	جامع ۸ (دشوار)	آزمون ۱۱

توجه: برای مشاهده محدوده‌بندی مراحل آزمون‌ها به فهرست کتاب آرمود ریاضی و آمار جامع انسانی مراجعه نمایید.

کتابنامه ریاضی و آمار



برای مشاهده کامل کتابنامه
ریاضی و آمار، سوپر اپلیکیشن
مهر و ماه رو نصب کن!



نکات و فرمول‌های ترکیب گزاره‌ها

۱ به هر جمله خبری که بتوانیم دقیقاً یکی از دو ارزش درست یا نادرست را به آن نسبت بدهیم، یک گزاره گفته می‌شود.

مثال عدد $\sqrt{2}$ گویا است. $\Leftarrow$ گزاره است. (با ارزش نادرست)
درس فلسفه از درس عربی آسان‌تر است. $\Leftarrow$ گزاره نیست. (سلیقه‌ای است.)

۲ ترکیب گزاره‌ها به ۴ صورت است

عطفی که نشان آن ۹ است و با نماد $\wedge$ نشان داده می‌شود. فصلی که نشان آن ۱۰ و با نماد $\vee$ نشان داده می‌شود. شرطی که نشان آنگاه و با نماد $\Rightarrow$ نشان داده می‌شود. دوشروطی که نشان آنگاه و برعکس و با نماد $\Leftrightarrow$ نشان داده می‌شود.

	دوشروطی	شرطی	فصلی	عطفی	
	$p \Leftrightarrow q$	$p \Rightarrow q$	$p \vee q$	$p \wedge q$	
p	q				
T	T	T	T	T	۱
T	F	F	T	F	۲
F	T	T	T	F	۳
F	F	T	F	F	۴

به‌طور کلی سه تیپ سؤال از گزاره داریم:

۳ تیپ اول

ارزش گزاره‌ها را به‌صورت مستقیم به ما می‌دهند یعنی مثلاً می‌گویند p گزاره درست، q گزاره نادرست و r گزاره دلخواه است.

مثال (صفحه ۱۱ کتاب درسی قسمت‌های «ت» و «ج»): اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش گزاره‌های مرکب زیر را مشخص کنید.

$$\begin{aligned} \text{ت} \quad (\sim q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q) &= [(T \not\Rightarrow T) \Leftrightarrow (T \Leftrightarrow F)] \\ &= (T \Leftrightarrow F) = F \\ \text{ج} \quad (\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge r &= [(T \not\Rightarrow F) \wedge r] = (F \wedge r) = F \end{aligned}$$

سؤالات ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ حل شود.

۴ تیپ دوم

ارزش گزاره‌ها را به‌صورت غیرمستقیم به ما می‌دهند.

$$\begin{aligned} p \wedge q = T &\Rightarrow p = \dots T \dots, q = \dots T \dots \\ p \vee q = F &\Rightarrow p = \dots F \dots, q = \dots F \dots \\ p \Rightarrow q = F &\Rightarrow p = \dots T \dots, q = \dots F \dots \\ p \Leftrightarrow q = T &\Rightarrow \begin{cases} p = \dots T \dots \\ q = \dots T \dots \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} p = \dots F \dots \\ q = \dots F \dots \end{cases} \end{aligned}$$

مثال اگر $p \wedge q = T$ باشد، گزاره $\sim(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p)$ با کدام گزاره زیر هم‌ارز است؟

گزینه ۱: $p \wedge q = T \Rightarrow p = T, q = T$
گزینه ۲: $\sim(p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p) = [\sim(T \Rightarrow T) \vee (T \Rightarrow T)] = (F \vee T) = T$

سؤالات ۶، ۷ و ۸ حل شود.

۵ تیپ سوم

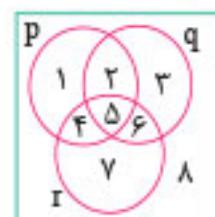
در این حالت ارزش گزاره‌ها را به ما نمی‌دهند. اگر ارزش گزاره‌ها را ندهند از نمودار و شماره‌گذاری آن، یا فرمول‌ها و یا جدول ارزش‌ها به گزینه درست می‌رسیم. ولی بهترین حالت استفاده از نمودار و شماره‌گذاری است.

- الف) $\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$ (نمورگان)
- ب) $p \Rightarrow q \equiv \sim p \vee q$ (شرطی به فصلی)
- ج) $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ (توزیع‌پذیری)
- د) $p \vee (p \wedge q) \equiv p$ (جذب)

$p = \dots ۱, ۲, \dots$ $p \vee q = \dots ۱, ۲, ۳, \dots$
 $q = \dots ۲, ۳, \dots$ $p \Rightarrow q = \dots ۱, ۲, ۳, ۴ \Rightarrow ۲, ۳ = ۲۳۴$
 $p \wedge q = \dots ۲, \dots$ $p \Leftrightarrow q = \dots ۱, ۲, ۳, ۴ \Leftrightarrow ۲, ۳ = ۲۴$



برای فهم قسمت‌های $p \Rightarrow q$ و $p \Leftrightarrow q$ ویدئو رو ببین!



$p \wedge q \wedge r = \dots ۵, \dots$
 $p \wedge (q \wedge r) = (۱, ۲, ۴, ۵) \wedge (۵, ۶) = ۵$

مثال هم‌ارز گزاره $(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)$ کدام است؟

گزینه ۱: $\sim p$ p (۲) q (۳) $\sim q$ (۴)
گزینه ۲: $[(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)]$
گزینه ۳: $[(\sim p \vee q) \wedge (\sim p \vee \sim q)] = [\sim p \vee (q \wedge \sim q)] = (\sim p \vee F) = \sim p$

برای یادگیری روش راحت‌تر، ویدئو رو ببین!

سؤالات ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲ حل شود.

۶ پیدا کردن خطا در محاسبات و استدلال‌ها

خطاهای موارد زیر را در نظر داشته باشیم:

الف) $\frac{x(x < 1)}{(x < 1)} = x$ خطای نوع اول: اگر $x = 1$ باشد، مخرج صفر می‌شود.
ب) $x < 2 \Rightarrow 1 > 5 \Rightarrow \frac{1}{x-2} > \frac{5}{x-2}$

خطای نوع دوم: طرفین را به یک عدد منفی $(x-2)$ تقسیم کردیم ولی جهت نامساوی عوض نشده است.

سؤالات ۱۳ و ۱۴ حل شود.

تست؟

۱. اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره نادرست است؟
(صفحه ۷ کتاب درسی (کار در کلاس) قسمت‌های ۶، ۵، ۴ و ۷)

$$\begin{aligned} (1) & (r \Rightarrow p) \vee q & (2) & (r \Rightarrow p) \Rightarrow q \\ (3) & (p \Rightarrow q) \Rightarrow r & (4) & (p \wedge q) \Rightarrow r \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۲

می‌دانیم که $F \Rightarrow T$ به انتهای مقدم صحیح است و $T \Rightarrow F$ به صحت تالی صحیح است بنابراین گزینه ۲ نادرست است زیرا:



برای یادگیری روش راحت‌تر، ویدیو رو ببین!

مثال:

- گزاره‌های «اگر $3^2=6$ آنگاه، ۵ اول است» و «اگر ۸ فرد است، آنگاه $2>4$ » هر دو به انتهای مقدم درست هستند.
- گزاره «اگر ۱۷ اول است آنگاه ۱۸ اول است» نادرست است.
- گزاره «اگر $2^2=4^2$ آنگاه $2^2>3^2$ » درست است.

تذکر: در تعیین ارزش گزاره‌های شرطی، در صورتی که ارزش تالی درست باشد، نمی‌توانیم ایرادی از کل گزاره شرطی بگیریم؛ زیرا نتیجه شرط، درست است و اگر از مقدم ایراد بگیریم، گوینده به راحتی می‌تواند با کلمه «اگر» که روی مقدم بیان می‌شود، ایراد را رفع کند و چنانچه ارزش تالی نادرست باشد و مقدم نیز دارای ارزش نادرست باشد، درست بودن گزاره $p \Rightarrow q$ فاقد ایراد است. (از بیان گزاره‌ای نادرست به نتیجه‌ای نادرست رسیدن، عجیب نیست!)

فعالیت

جدول زیر را کامل کنید:

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	اگر ۷ زوج است، آنگاه ۲۵ مربع کامل است.	✓	
۲	اگر ۹ مربع کامل است، آنگاه ۴، مربع کامل است.		✓
۳	اگر ۲۹ اول است، آنگاه ۲ زوج است.	✓	
۴	اگر $1 > 2$ ، آنگاه $1 > 2$ زوج است.		✓
۵	اگر $2 > 3$ زوج است، آنگاه $3 > 4$ زوج است.	✓	
۶	اگر ۷ فرد است، آنگاه ۲۵ مربع کامل است.		✓
۷	اگر $2 > 3$ فرد است، آنگاه ۹۹ اول است.	✓	

کار در کلاس

اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، در این صورت مانند نمونه، ارزش هر یک از گزاره‌های زیر را تعیین کنید. صد، صحت امکان، مشخص کنید:

- $(q \Rightarrow p) \wedge r$
- $(p \vee q) \vee r$
- $(p \Rightarrow q) \wedge r$
- $(r \Rightarrow p) \vee q$
- $(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$
- $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$
- $(p \wedge q) \Rightarrow r$

تو کتابخانه ریاضی و آمار، قماره تمامی تمرین‌های کتاب درسی که تو کنکور مهم هستن و سوال از شون طرح می‌شه، به صورت تصویری حل بشه! یعنی اول تمرین‌های کتاب‌های درسی رو حل می‌کنیم، بعد هر چی سوال از اون تمرین تو کنکور اومده حل می‌شه و در آخر سر هم سوال شبیه‌ساز و احتمالی از اون مبحث برات حل می‌شه!

اونم به صورت تصویری و گام به گام!

تذکر: قسمت‌های ۴ تا ۷ در تست ۱ بررسی شده است.

پاسخ: گزینه ۳



برای یادگیری روش راحت‌تر، ویدیو رو ببین!

۲. اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره درست است؟
(خارج ۱۴۰۱)

$$\begin{aligned} (1) & (p \Leftrightarrow \sim q) \vee r \\ (2) & \sim(p \wedge \sim q) \wedge r \\ (3) & (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow \sim q) \\ (4) & (\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q) \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۱

بررسی سایر گزینه‌ها:



برای یادگیری روش راحت‌تر، ویدیو رو ببین!

۳. اگر p گزاره‌ای درست، q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش کدام یک از گزاره‌های زیر هم‌ارز r است؟
(اردیبهشت ۱۴۰۳)

$$\begin{aligned} (1) & (\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge r & (2) & (p \Rightarrow (p \wedge q)) \wedge r \\ (3) & (q \Rightarrow (p \wedge q)) \wedge r & (4) & (p \Rightarrow q) \wedge r \\ (5) & (q \Rightarrow r) \Rightarrow p & (6) & (p \Rightarrow r) \Rightarrow q \\ (7) & (r \Rightarrow p) \Rightarrow q & (8) & (r \Rightarrow \sim q) \Rightarrow \sim p \end{aligned}$$

۴. اگر p و q گزاره‌های درست و r گزاره‌ی دلخواه باشد، ارزش کدام گزاره به r بستگی دارد؟

(خارج ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه «۱»



برای یادگیری روش راحت‌تر، ویدیو رو ببین!

۶. اگر گزاره $r \Rightarrow (q \vee \sim p)$ نادرست باشد، آنگاه کدام گزاره زیر با آن هم‌ارزش است؟

(اردیبهشت ۱۴۰۴)

(۱) $r \Rightarrow p$ (۲) $p \Rightarrow r$ (۳) $q \Rightarrow p$ (۴) $p \Rightarrow q$

پاسخ: گزینه «۴»



برای یادگیری روش راحت‌تر، ویدیو رو ببین!

۷. گزاره $((p \Leftrightarrow q) \wedge p) \Rightarrow \sim p$ در کدام حالت

(سراسری ۹۹)

نادرست است؟

(۱) p و $\sim q$ درست (۲) p و q درست

(۳) $\sim p$ و $\sim q$ درست (۴) p و q درست

پاسخ: گزینه «۲»



برای یادگیری روش راحت‌تر، ویدیو رو ببین!

۸. گزاره $((\sim p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow \sim q)) \Rightarrow p$ در کدام

(سراسری ۱۴۰۱)

حالت نادرست است؟

(۱) p و q درست (۲) $\sim p$ و $\sim q$ درست

(۳) p و $\sim q$ درست (۴) p و q نادرست

پاسخ: گزینه «۴»



برای یادگیری روش راحت‌تر، ویدیو رو ببین!

۹. کدام یک از هم‌ارزی‌های زیر نادرست است؟

(خارج ۹۸)

(۱) $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

(۲) $p \vee (p \wedge q) \equiv p$

(۳) $(\sim p \vee q) \equiv (q \Rightarrow p)$

(۴) $(\sim p \vee q) \equiv (p \wedge q)$

۲. اگر p گزاره‌ای درست و q گزاره‌ای نادرست و r گزاره‌ای دلخواه باشد، ارزش هر یک از گزاره‌های مرکب زیر را در صورت امکان مشخص کنید:

الف) $(p \vee r) \Rightarrow p \equiv [(T \vee r) \Rightarrow T] = (T \Rightarrow T) = T$
 ب) $(q \wedge r) \Rightarrow r \equiv [(F \wedge r) \Rightarrow r] = (F \Rightarrow r) = T$
 پ) $(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge r) \equiv [(T \wedge F) \Leftrightarrow (F \wedge r)] = (F \Leftrightarrow F) = T$
 ت) $(\sim q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q) \equiv [(T \Rightarrow T) \Leftrightarrow (T \Rightarrow F)] = (T \Leftrightarrow F) = F$
 ث) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Rightarrow \sim p) \equiv [(T \Rightarrow F) \Leftrightarrow (T \Rightarrow F)] = (F \Leftrightarrow F) = T$
 ج) $(q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p) \equiv [(F \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow T)] = (r \Rightarrow T) = T$
 ح) $(\sim p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q \equiv [(F \Rightarrow r) \Rightarrow T] = (T \Rightarrow T) = T$
 خ) $(\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge r \equiv [(T \Rightarrow F) \wedge r] = (F \wedge r) = F$
 گ) $(r \Rightarrow p) \wedge p \equiv [(r \Rightarrow T) \wedge T] = (T \wedge T) = T$

۳. درستی هر یک از هم‌ارزی‌های زیر را با استفاده از جدول ارزش‌ها نشان دهید:

(۱) $(p \wedge q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$ (دمورگان) (با توجه به توضیحات نکات و فرمول‌ها و مواردی که در ویدیو توضیح داده شده است شما در کشور نیاز به استفاده از جدول ندارید.)
 (۲) $(p \wedge (q \vee r)) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ (توزیع پذیری)
 (۳) $p \equiv (p \vee q) \wedge (p \wedge q)$ (قانون جذب)
 (۴) $(p \Rightarrow p) \equiv T$ (تبدیل شرطی به فصلی)
 (۵) $(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q) \equiv p$ (فکتورگیری از $p \vee$)
 (۶) $(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$
 $\equiv (p \wedge \sim q) \vee (\sim p \vee q) = \sim(\sim p \vee q) \vee (\sim p \vee q) = T$

حل قسمت‌های (ت)، (ث) و (ج) سؤال ۳ به کمک رسم نمودار و شماره‌گذاری که در ویدیو گفته شده، بسیار آسان است.



پاسخ: گزینه «۲»

۲ $[(p \Rightarrow r) \Rightarrow q] \equiv [(T \Rightarrow r) \Rightarrow F] \equiv r \Rightarrow F$

به T بستگی دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ $[(q \Rightarrow r) \Rightarrow p] \equiv [(F \Rightarrow r) \Rightarrow T] \equiv (T \Rightarrow T) = T$

۳ $[(r \Rightarrow p) \Rightarrow q] \equiv [(r \Rightarrow T) \Rightarrow F] \equiv (T \Rightarrow F) = F$

برای یادگیری روش راحت‌تر، ویدیو رو ببین!

۵. اگر p گزاره درست، q گزاره نادرست و r گزاره دلخواه باشد، ارزش گزاره

$(\sim p \Rightarrow \sim q) \wedge (p \vee q)$ با ارزش کدام گزاره زیر برابر است؟

(۱) T (۲) p

(۳) q (۴) F

مثال اگر $x = 3$ ریشه معادله $x^2 - (2a+3)x - 6 = 0$ باشد مطلوب است:

الف حاصل جمع ریشه‌ها **ب** حاصل ضرب ریشه‌ها **ج** ریشه دیگر

$$(a+1)x^2 - (2a+3)x - 6 = 0 \xrightarrow{x=3} (a+1)(9) - (2a+3)(3) - 6 = 0$$

$$9a + 9 - 6a - 9 - 6 = 0 \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = 2$$

$$a = 2 \Rightarrow 3x^2 - 7x - 6 = 0$$

الف $\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{7}{3}$

ب $\alpha \times \beta = \frac{c}{a} = \frac{-6}{3} = -2$

ج $\xrightarrow{\alpha=3} 3 + \beta = \frac{7}{3} \Rightarrow \beta = \frac{7}{3} - 3 \Rightarrow \beta = \frac{-2}{3}$

۷ در یک معادله درجه دوم اگر هر دو ریشه معلوم نباشد از مجموع

$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ و حاصل ضرب ریشه‌ها $\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$ استفاده می‌کنیم.

مثال اگر یکی از ریشه‌های معادله $4x^2 + 4x + a = 0$ دو برابر ریشه دیگر باشد، مقدار a کدام است؟

$$\text{ریشه دیگر: } \beta = 2\alpha \Rightarrow \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \Rightarrow \alpha + 2\alpha = -\frac{4}{4} \Rightarrow 3\alpha = -1$$

$$\Rightarrow \alpha = -\frac{1}{3}$$

$$\xrightarrow{\text{جای‌گذاری } \alpha \text{ در معادله}} 4\left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 4\left(-\frac{1}{3}\right) + a = 0$$

$$\Rightarrow \frac{4}{9} - \frac{4}{3} + a = 0 \Rightarrow -\frac{4}{9} = -a \Rightarrow a = \frac{4}{9}$$

سؤالات ۱۵، ۱۶، ۱۷، ۱۸ و ۱۹ حل شود.

۸ کاربرد معادله درجه دوم در حل مسائل توصیفی

اکنون که روش‌های حل معادله درجه دوم را یاد گرفتید، به کاربرد عملی معادله درجه دو در حل برخی مسائل توصیفی می‌پردازیم، یعنی یک مسئله ریاضی با توضیحات فارسی یا شکل‌های هندسی مطرح می‌شود و ما باید با انتخاب مجهول مناسب، مسئله را حل کنیم.

سؤالات ۲۰، ۲۱، ۲۲، ۲۳ و ۲۴ حل شود.

۹ کاربرد معادله درجه دوم در مسائل سود

در هر مسئله اقتصادی اگر x مقدار یا تعداد محصول باشد، سه تابع مهم زیر تعریف می‌شوند:

الف تابع درآمد یا $R(x)$

ب تابع هزینه یا $C(x)$

ج تابع سود یا $P(x)$

ارتباط میان سه تابع فوق به صورت زیر است:

$$P(x) = R(x) - C(x) \text{ یا هزینه} - \text{درآمد} = \text{سود}$$

برای به دست آوردن نقطه سر به سر، کفایت معادله $P(x) = 0$ را حل کنیم. نکته ۱: آغاز سوددهی یک کالا بعد از نقطه سر به سر می‌باشد، یعنی اگر نقطه سر به سر ۱۱ باشد، آغاز سوددهی با تولید کالای دوازدهم شروع می‌شود.

نکته ۲: می‌دانیم که: قیمت $\times$ تعداد = درآمد یا $R(x) = x \cdot p$

سؤالات ۲۵، ۲۶ و ۲۷ حل شود.

نکات و فرمول‌های معادله درجه دوم

۱ فرم کلی معادله درجه دوم به صورت $ax^2 + bx + c = 0$ است.

مثال معادله‌های زیر را حل کنید.

الف $x^2 - 5x = 0 \xrightarrow{\text{معادله درجه ۲ ناقص (زیرا } c=0 \text{)}} x(x-5) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 5$

ب $x^2 - 16 = 0 \xrightarrow{\text{معادله درجه ۲ ناقص (زیرا } b=0 \text{)}} x^2 = 16 \Rightarrow x = \pm 4$

ج $x^2 + x - 2 = 0 \xrightarrow{\text{معادله درجه ۲ کامل}} (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -2, x = 1$

د $x^2 - 6x + 8 = 0 \xrightarrow{\text{معادله درجه ۲ کامل}} (x-4)(x-2) = 0 \Rightarrow x = 4, x = 2$

ه $3x^2 - 11x + 6 = 0$

این معادله رو که در اون ضریب x^2 برابر ۳ است، به روش روسی در ویدیو حل کردیم.

۲ حل معادله درجه دوم به روش دلتا (Δ)

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac, x_1, x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

۳ جمع، ضرب و تفاضل ریشه‌ها

$$\alpha + \beta = \frac{-b}{a}, \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}, |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

مثال معادله $x^2 - 6x + 8 = 0$ را از روش دلتا حل کنید و حاصل

جمع، حاصل ضرب و تفاضل ریشه‌ها را نیز به دست آورید.

$$x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 36 - 4(1)(8) = 36 - 32 = 4$$

$$\alpha, \beta = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{4}}{2(1)} \rightarrow \begin{cases} \frac{6+2}{2} = 4 \\ \frac{6-2}{2} = 2 \end{cases}$$

$$\alpha + \beta = 4 + 2 = 6$$

$$\alpha \cdot \beta = 4 \times 2 = 8$$

$$|\alpha - \beta| = 4 - 2 = 2$$

۴ تعداد جواب‌های معادله درجه دوم

۱ معادله دو ریشه متمایز دارد. $\Delta > 0$

۲ معادله یک ریشه مضاعف دارد. $\Delta = 0$

۳ معادله ریشه ندارد. $\Delta < 0$

۵ اگر ریشه‌های معادله درجه دوم معلوم باشد، معادله

درجه دوم از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$S = \alpha + \beta, P = \alpha \cdot \beta \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0$$

مثال معادله درجه دومی بنویسید که ۴ و ۱ ریشه‌های آن باشند.

$$S = 1 + 4 = 5, P = 1 \times 4 = 4 \Rightarrow x^2 - 5x + 4 = 0$$

۶ حل معادله درجه دوم وقتی یکی از ریشه‌ها (جواب‌های)

معادله درجه دوم معلوم باشد و ریشه دیگر معلوم نباشد.

برای حل، ریشه (جواب) معلوم را به جای x می‌گذاریم و یکی از پارامترها را به دست می‌آوریم و سپس می‌توانیم از جمع و ضرب ریشه‌ها استفاده کنیم و ریشه دیگر را به دست آوریم.

کار در کلاس



با استفاده از اتحادهای صفحه قبل معادله‌های زیر را حل کنید:

$$1) x^2 + 3x - 4 = 0 \Rightarrow (x+4)(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -4 \\ x = 1 \end{cases}$$

از اتحاد یک جمله مشترک، تساوی را تجزیه کنید:

$$\Rightarrow (x-1)(x+4) = 0$$

$$\Rightarrow (x-1) = 0 \text{ یا } (x+4) = 0 \Rightarrow x = 1 \text{ یا } x = -4$$

$$2) 4x^2 - (2-x)^2 = 0$$

مزدوج

با استفاده از اتحاد ... عبارت جبری سمت چپ تساوی را تجزیه می‌کنیم:

$$(2x - (2-x))(2x + (2-x)) = 0 \Rightarrow (2x - 2 + x)(2x + 2 - x) = 0$$

$$\Rightarrow (3x-2)(x+2) = 0 \Rightarrow 3x-2 = 0 \Rightarrow x = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow x+2 = 0 \Rightarrow x = -2$$

تمرین



۱. معادله‌های زیر را حل کنید.

الف) $2x^2 - 8 = 0$

ب) $(x+2)(x-3) = x-3$

پ) $x^2 - 2x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 2) = 0$

ت) $x^2 - x - \frac{1}{4} = 0$

ث) $2x^2 - 8x = 0$

ج) $x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$

ح) $\frac{x}{x} = x$

ط) $x^2 = 5 - x^2 \Rightarrow 2x^2 = 5$

ز) $x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x+2)^2 = 0 \Rightarrow x+2 = 0 \Rightarrow x = -2$

د) $9x^2 + 2x - 2 = 0$

ذ) $(x-2)^2 = 4$

س) $x^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{5}{4}} = \pm\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\Rightarrow x^2 + 2x - 18 = 0 \Rightarrow (x+6)(x-3) = 0 \Rightarrow x = -6 \text{ یا } x = 3$

$\Rightarrow x = \frac{-6}{9} = -\frac{2}{3}, x = \frac{-2}{9} = -\frac{2}{9}$

$\Rightarrow x = \frac{-2}{9} = -\frac{2}{9}, x = \frac{-2}{9} = -\frac{2}{9}$



۲. از مربعی به ضلع ۶cm سه شکل روبه‌رو بریده شده است. مساحت باقی‌مانده 24 cm^2 است. طول ضلع کوچک بریده شده چقدر است؟

۳. معادله درجه دومی بنویسید که $x = -3$ و $x = 2$ جواب‌های آن باشد.

$S = \alpha + \beta = -3 + 2 = -1 \Rightarrow x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$

$P = \alpha \cdot \beta = -3 \times 2 = -6$

۱۱

تست

۱۵. اگر معادله $mx^2 + 2x - 1 = 0$ دو ریشه حقیقی داشته باشد، محدوده m کدام است؟

۱) $m > 2$ ۲) $m < 1$

۳) $m > -1$ ۴) $m > -2$

پاسخ: گزینه «۳»



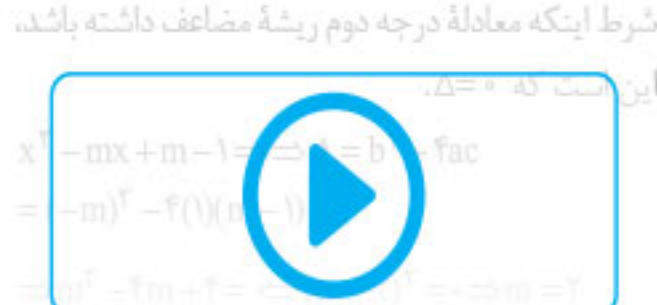
برای یادگیری روش راحت‌تر، ویدیو رو ببین!

۱۶. به ازای چه مقداری از m معادله $x^2 - mx + m - 1 = 0$ ریشه مضاعف دارد؟

۱) ۲ ۲) -۲

۳) -۱ ۴) ۱

پاسخ: گزینه «۱»



برای یادگیری روش راحت‌تر، ویدیو رو ببین!

۱۷. در معادله درجه دوم $2x^2 + (m+1)x - 12 = 0$ مجموع دو ریشه $\frac{5}{3}$ می‌باشد، ریشه مثبت کدام است؟

(سراسری ۹۷)

۱) ۲ ۲) ۳

۳) ۴ ۴) ۶

پاسخ: گزینه «۳»

$$2x^2 + (m+1)x - 12 = 0$$



برای یادگیری روش راحت‌تر، ویدیو رو ببین!

۱۸. اگر یک ریشه معادله $2x^2 - mx - 1 = 0$ برابر ۲ باشد، ریشه دیگر معادله کدام است؟

۱) $-\frac{1}{2}$ ۲) $-\frac{1}{4}$

۳) $\frac{1}{4}$ ۴) ۳

پاسخ: گزینه «۲»

$$2x^2 - mx - 1 = 0, x_1 = 2$$

برای حل، عدد ۲ را به جای x در معادله جای‌گذاری می‌کنیم.

$$2(2)^2 - m(2) - 1 = 0 \Rightarrow 8 - 2m - 1 = 0$$

$$\Rightarrow -2m = -7 \Rightarrow m = \frac{7}{2}$$

$$2x^2 - \frac{7}{2}x - 1 = 0$$



برای یادگیری روش راحت‌تر، ویدیو رو ببین!

$$4x^2 - 7x - 2 = 0 \text{ (روشی)}$$

$$x^2 - \frac{7}{4}x - \frac{1}{2} = 0$$

۲۵. یک شرکت روزانه ۷۲۰,۰۰۰ ریال برای تولید یک نوع کالا هزینه می‌کند. اگر $R(x) = 2200x + 10x^2$ تابع درآمد روزانه شرکت حاصل از فروش x واحد از همین کالا باشد، نقطه سربه‌سر کدام است؟ (خارج ۱۴۰۱)

- (۱) ۹۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۱۸۰ (۴) ۸۰

پاسخ: گزینه ۳

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$P(x) = (2200x + 10x^2) - (720000 + 400x + 10x^2)$$

$$x^2 + 2200x - 720000 = 0$$

$$(x + 400)(x - 180) = 0$$

$$x = -400$$

برای یادگیری روش راحت‌تر، ویدیو رو ببین!

۲۶. یک شرکت تولیدی، هر واحد کالا را ۱۲۰ ریال می‌فروشد. اگر $C(x) = x^2 - 40x - 3600$ تابع هزینه x واحد کالا باشد، به ازای چه تعداد فروش کالا، شرکت به نقطه سربه‌سر خواهد رسید؟ (کنکور مجدد آذر ۱۴۰۱)

- (۱) ۲۰ (۲) ۴۰ (۳) ۹۰ (۴) ۱۸۰

پاسخ: گزینه ۴

$$R(x) = x.p \Rightarrow R(x) = 120x$$

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

$$P(x) = 120x - (x^2 - 40x - 3600)$$

$$(-x^2 + 160x + 3600 = 0)$$

$$x^2 - 160x - 3600 = 0$$

$$x = 180$$

برای یادگیری روش راحت‌تر، ویدیو رو ببین!

۲۷. اگر $P(x) = 200(-x^2 - 540x + 112000)$ سود حاصل از فروش تعداد x کالای تولیدی یک شرکت باشد با فروش چند کالا، نه سود و نه ضرر می‌کند؟

- (۱) ۸۰۰ (۲) ۷۰۰ (۳) ۱۶۰ (۴) ۱۴۰

پاسخ: گزینه ۳

$$P(x) = 200(-x^2 - 540x + 112000) = 0$$

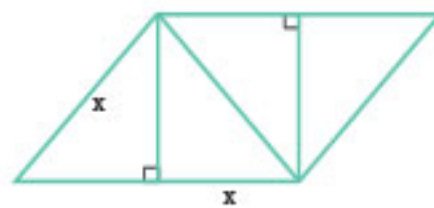
$$(-x^2 - 540x + 112000 = 0)$$

$$x^2 + 540x - 112000 = 0$$

$$(x + 700)(x - 160) = 0$$

برای یادگیری روش راحت‌تر، ویدیو رو ببین!

۲۲. در شکل زیر که از کنار هم قرار گرفتن ۴ مثلث یکسان تشکیل شده است، مساحت متوازی‌الاضلاع از مساحت هر مثلث قائم‌الزاویه ۳ واحد بیشتر است. اندازه قطر مربع کدام است؟



- (۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$

- (۳) ۳ (۴) $\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۲

۳ + مثلث = مثلث ۴ = مساحت متوازی‌الاضلاع

$$= 4 \times \frac{x^2}{2} = \frac{x^2}{2} + 3$$

$$(2x^2 = \frac{x^2}{2} + 3) \times 2$$

$$4x^2 = x^2 + 6$$

$$\Rightarrow 3x^2 = 6$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

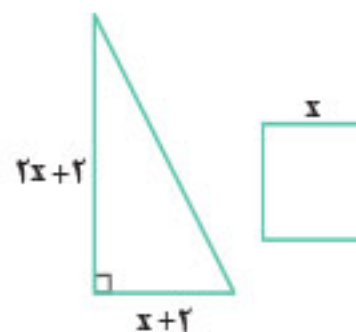
$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{2}$$

۲۴. اگر مساحت مثلث مقابل، برابر با محیط مربعی به ضلع x باشد، طول ضلع قائم کوچک‌تر کدام است؟



- (۱) ۸

- (۲) ۵

- (۳) ۳

- (۴) ۶

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{مساحت مثلث} = \frac{(x+2)(2x+2)}{2} = \frac{1}{2}(x+2)(x+1)$$

$$= \frac{(x+2)(x+1)}{2} = \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

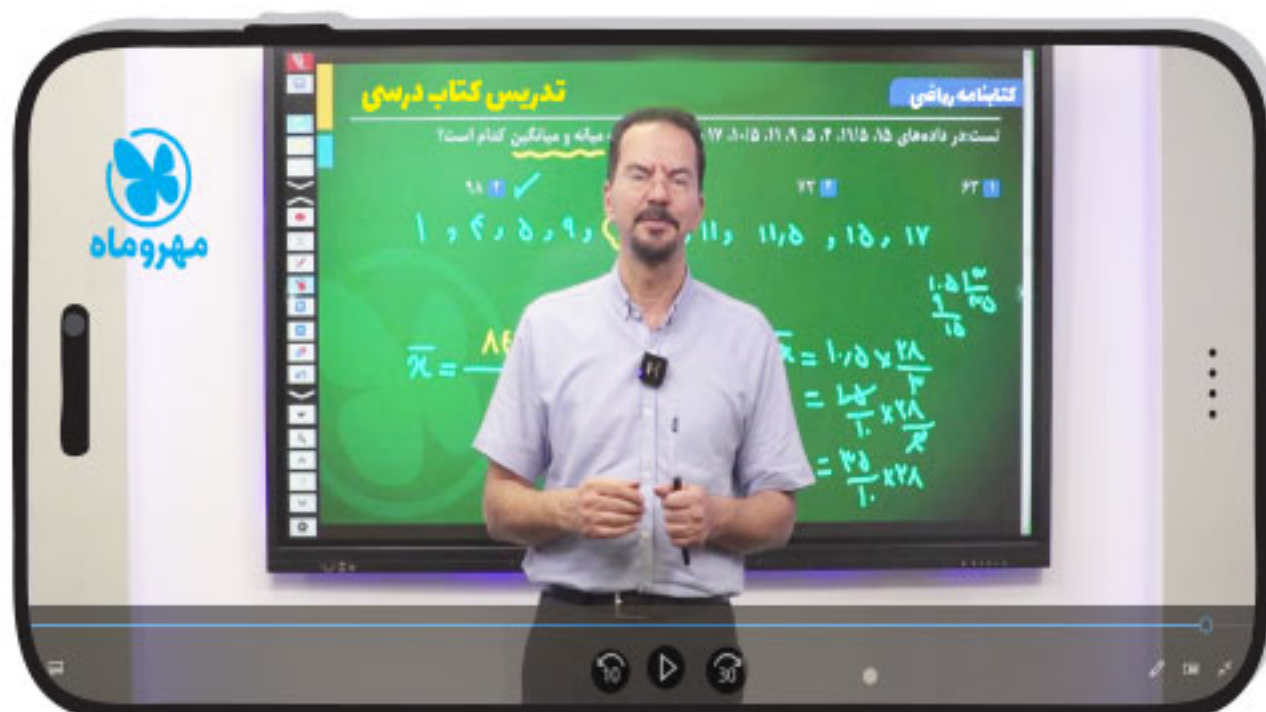
$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

$$= \frac{x^2 + 3x + 2}{2}$$

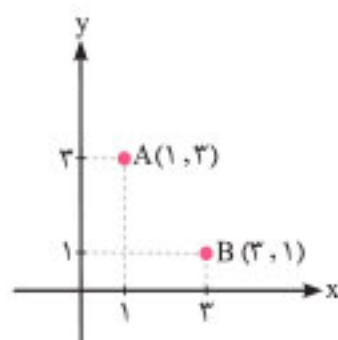
کتابنامه



تابع

تابع سال دهم

زوج مرتب



به نماد (a, b) در ریاضی، می‌گوییم زوج مرتب که a مختص (یا مؤلفه اول) و b مختص (یا مؤلفه دوم) نام دارد. دقت کنید همون طور که از اسم این نماد مشخصه، زوج مرتب (a, b) با (b, a) فرق دارد. اگر a و b دو عدد مختلف باشند، منظور از زوج مرتب (a, b) نقطه‌ای هست که طولش a و عرضش b هست؛ مثلاً زوج‌های $A(1, 3)$ و $B(3, 1)$ رو به صورت مقابل نمایش میدیم: کمی جلوتر می‌بینیم که a و b لزوماً عدد نیستن. (موقع تعریف تابع، متوجه میشین!)

مساوی بودن دو زوج مرتب

دو زوج مرتب (a, b) و (c, d) در صورتی با هم مساوی هستن که مؤلفه‌های اولشون با هم و مؤلفه‌های دومشون هم با هم برابر باشن، یعنی: $a=c, b=d$

؟ تست نمونه: دو زوج مرتب $(2x-y, 3)$ و $(9, x+y)$ در صفحه مختصات، نمایش یک نقطه هستن. حاصل xy کدام است؟

☐ ۴

☐ ۶

☐ -۴

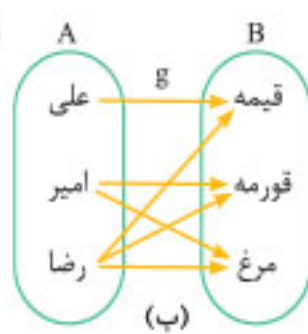
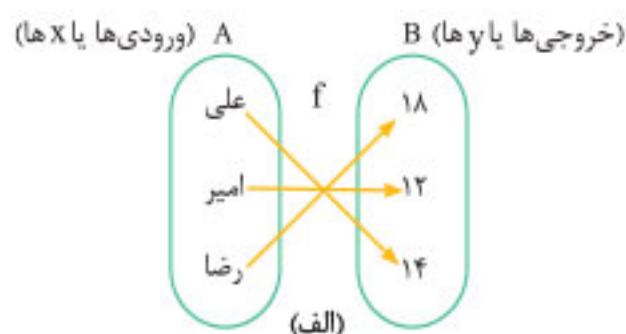
☐ -۶

پاسخ: وقتی گفته میشه دو زوج مرتب، فقط یک نقطه رو نمایش میدن به این معنی که با هم مساوی هستن. پس خودمون میایم مؤلفه‌های اولشون رو با هم و مؤلفه‌های دومشون رو هم با همدیگه مساوی قرار میدیم:

$$\begin{cases} 2x - y = 9 \\ x + y = 3 \end{cases} \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4 \xrightarrow{x+y=3} 4+y=3 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow xy = (4)(-1) = -4$$

بنابراین گزینه «۲» درست است.

مفهوم تابع



به نمودارهای مقابل که نمودار پیکانی نام دارن، توجه کنین: نمودار (الف) در واقع یک رابطه بین اسامی افراد و معدل دیپلم اون‌ها برقرار میکنه A : اسامی افراد و B : معدل دیپلم افراد. در واقع از نمودار پیکانی (الف) می‌فهمیم که معدل دیپلم علی برابر ۱۴، معدل دیپلم امیر برابر ۱۲ و معدل دیپلم رضا برابر ۱۸ است. حالا به نمودار پیکانی (ب) که مربوط به رابطه g هست که در آن A ، اسامی افراد و B غذای مورد علاقه آن‌هاست، توجه کنین:

به نظرتون فرق این نمودار با نمودار (الف) چیه؟ در نمودار (الف)، هر فرد فقط یک معدل دیپلم داشت یعنی از هر عضو A فقط و فقط یک فلش (پیکان) خارج می‌شد ولی در نمودار (ب) یک نفر ممکنه به دو یا سه غذای مختلف علاقه داشته باشه. الان تعریف تابع رو می‌گیم بعدش خودتون بگین f تابع بود یا g ؟

تعریف تابع: یک رابطه بین دو مجموعه A و B (اکثر اوقات می‌نویسیم $A \rightarrow B$) یک تابع نامیده میشه هرگاه به هر عضو از مجموعه A دقیقاً یک عضو از مجموعه B نسبت داده بشه یا به عبارت ساده‌تر به ازای هر ورودی فقط یک خروجی داشته باشیم یا به ازای هر x فقط یک y داشته باشیم.

با توجه به این تعریف، نمودار پیکانی f تابع است ولی نمودار پیکانی g بیانگر تابع نیست چون در g همون طور که دیدین به هر عضو A فقط یک عضو از B نسبت داده نمیشه (اگر از امیر و رضا هم فقط یک فلش خارج می‌شد، اون وقت g هم تابع بود).

• **روش‌های نمایش تابع:** در کل ۶ روش برای نمایش تابع وجود داره که عبارت‌اند از: ۱ نمودار پیکانی ۲ زوج مرتب‌ها ۳ جدول ۴ نمودار هندسی

۵ توصیف فارسی ۶ ضابطه جبری (فرمول)

مثال نمودار f تابع نیست؛ چون فلشی از ۳ خارج نشده. ولی نمودار g تابع است؛ چون از هر عضو A یک فلش خارج شده و ۸ که عضو B است و به اون فلشی وارد نشده مشکلی برای تابع بودن g ایجاد نمی‌کند.

Diagram illustrating a function f from set A to set B . Set A contains elements x, y, z . Set B contains elements r_{m-1}, r, f . The function f maps x to r_{m-1} , y to r , and z to f .

A diagram illustrating a function f from set A to set B . Set A contains elements x , y , and z . Set B contains elements r and s . The function f maps x to r , y to s , and z to s .

$$y \begin{cases} \nearrow r_{m-1} \\ \searrow f \end{cases} \Rightarrow r_{m-1} = f \Rightarrow m = \frac{\Delta}{r}$$

Diagram illustrating a function f from set A to set B . Set A contains elements r, s, t . Set B contains elements $a+rb, a-b, r, 1$. The function f maps $r \rightarrow a+rb$, $s \rightarrow a-b$, and $t \rightarrow r$.

1 (X) ☐ $\frac{1}{2} ()$ $\gamma(F)$ $\frac{r}{r} \pi \square$

$\begin{matrix} & a-b \\ & \swarrow \searrow \\ 3 & & 1 \end{matrix} \Rightarrow a-b=1 \quad \text{معادله (1)}$

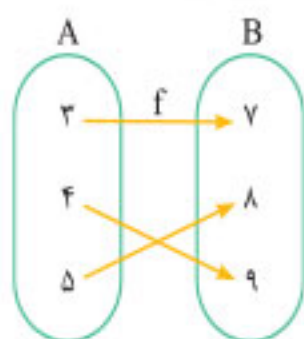
$\Delta \begin{cases} a+2b \\ f \end{cases} \Rightarrow a+2b=f \quad \text{(معادلة (2))}$

حالا دستگاه حاصل رو حل می‌کنیم، برای این کار معادله (۱) رو در ۲ ضرب می‌کنیم تا بتونیم متغیر b رو حذف کنیم:

$$+\begin{cases} 2a - 2b = 2 \\ a + 2b = 4 \end{cases}$$

$$ra = 6 \Rightarrow a = 2 \xrightarrow{a+rb=4} 2+rb=4 \Rightarrow rb=2 \Rightarrow b=1 \Rightarrow \frac{a-1}{b+1} = \frac{2-1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

بنابراین گزینه «۱» درست است.



■ **مقدار تابع در نمودار پیکانی:** در نمودار پیکانی مقابل، فلش از ۳ به سمت ۷ خارج شده، اصطلاحاً می‌گوییم مقدار تابع f در

$$f(3) = 7$$

نقطه $x = 3$ برابر ۷ است و می‌نویسیم:

به همین ترتیب برای نقاط دیگر مجموعه A داریم:

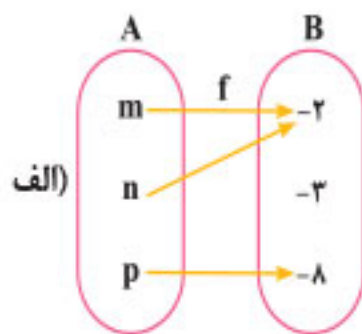
$$f(4) = 8, f(5) = 9$$

■ **دامنه و برد تابع در نمودار پیکانی:** در نمودار پیکانی، کل اعضای مجموعه A دامنه رو تشکیل میدن (دامنه یعنی مقادیر ورودی تابع) ولی برد لزوماً کل

مجموعه B نیست بلکه زیر مجموعه‌ای از B است یعنی عضوایی از B که به اون‌ها فلش وارد شده باشه. (برد یعنی مقادیر خروجی تابع) مثلاً در نمودار قبلی دامنه و برد عبارت‌اند از:

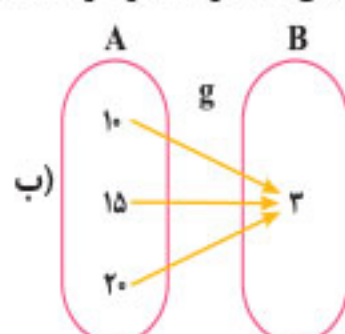
$$D_f = \{3, 4, 5\}, R_f = \{7, 8, 9\}$$

✳ **دست گرمی:** دامنه و برد توابع زیر را تعیین کنید و مقادیر خواسته‌شده را نیز محاسبه کنید.



(الف)

$$\frac{f(n) + f(m)}{2f(p)} = ?$$



(ب)

$$4g(10) - 5g(20) = ?$$

پاسخ: (الف) D_f یعنی دامنه تابع f و R_f یعنی برد آن:

$$D_f = \{m, n, p\}, R_f = \{-2, -3, -8\}$$

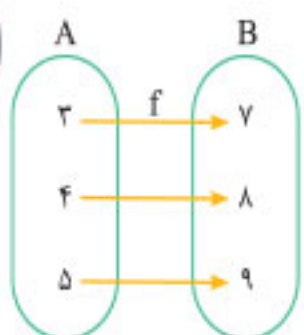
می‌بینیم که به عدد -3 در مجموعه B فلشی وارد نشده پس جزء برد محسوب نمیشه ولی دامنه، همیشه با مجموعه A مساویه. حالا میریم سراغ محاسبه کسر خواسته‌شده:

$$f(n) = -3, f(m) = -2, f(p) = -8 \Rightarrow \frac{f(n) + f(m)}{2f(p)} = \frac{-3 + (-2)}{2(-8)} = \frac{-5}{-16} = \frac{5}{16}$$

$$D_g = \{10, 15, 20\}, R_g = \{3\}$$

$$g(10) = 3, g(20) = 3 \Rightarrow 4g(10) - 5g(20) = 4(3) - 5(3) = -3$$

فصل
۲



$$f \text{ تابع است. } \Rightarrow f = \{(3, 7), (4, 8), (5, 9)\} \xrightarrow{\text{نمایش زوج مرتبی}} \begin{matrix} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{مؤلفه دوم} & \text{مؤلفه اول} & \end{matrix}$$

۲ نمایش تابع با زوج مرتب‌ها

نمودار پیکانی مقابل رو به صورت مجموعه‌ای از زوج مرتب‌ها می‌نویسیم که مؤلفه‌های اول زوج‌ها از A و مؤلفه‌های دومشون از B انتخاب میشن:

واضح است در صورتی تابع داریم که مؤلفه‌های اول، همگی مختلف باشن یا اگه مؤلفه‌های اول مساوی بودن، مؤلفه‌های دوم هم مساوی باشن. مثلاً رابطه $g = \{(1, 2), (7, 8), (6, 3)\}$ تابع نیست چون می‌دونیم $6 \neq 1$ است. الان در زوج‌های $(1, 2)$ و $(1, 3)$ فقط مؤلفه‌های اول با هم مساوی هستن، پس g تابع نیست. در واقع به عدد ۱ از دامنه، دو مقدار ۲ و ۳ از B نسبت داده شده که با تعریف تابع در تضاده. (در نمایش پیکانی از ۱ دو تا فلش خارج میشه، یکی به ۲ و یکی به ۳ پس g تابع نیست.)

❓ **تست نمونه:** اگر $f = \{(4, 3), (2, 7), (a, 5), (4, a^2 - 1)\}$ بیانگر یک تابع باشد، مقدار a کدام است؟

☐ فقط ۱ ☐ فقط ۲ ☐ فقط ۳ ☐ فقط ۴ ☐ هیچ مقداری برای a پیدا نمی‌شود

پاسخ: در زوج‌های $(4, 3)$ و $(4, a^2 - 1)$ مؤلفه‌های اول برابرند (مختلف نیستن) پس باید کاری کنیم که مؤلفه‌های دومشون هم مساوی بشن (اگه این اتفاق بیفته در واقع دوتا زوج مرتب $(4, 3)$ و $(4, 3)$ ایجاد میشه که چون تکرارین، یکیشون حذف میشه و دیگه تابع خواهیم داشت) در واقع مثل نمودار و ن عمل می‌کنیم:

$$\begin{matrix} 4 & \searrow & 3 \\ & & a^2 - 1 \end{matrix} \Rightarrow a^2 - 1 = 3 \Rightarrow a^2 = 4 \xrightarrow{\text{جنر}} a = \pm 2$$

حالا باید جواب‌ها رو بررسی کنیم، یکبار در f به جای a عدد ۲ و بار دیگه -2 رو قرار میدیم و تابع بودن یا نبودن اون رو بررسی می‌کنیم:

این دوتا زوج مرتب تکرارین پس یکیشون حذف میشن

$$a = 2 \xrightarrow{\text{در } f \text{ قرار میدیم}} f = \{(4, 3), (2, 7), (2, 5), (4, 3)\} = \{(4, 3), (2, 7), (2, 5)\}$$

این دوتا زوج کار رو خراب کردن چون فقط مؤلفه‌های اولشون با هم مساوی هستن.

پس $a = 2$ قابل قبول نیست، چون باعث شد که f تابع نشه در صورتی که در متن سؤال، با قاطعیت گفته شده که f تابع است. حالا میریم سراغ $a = -2$:

$$a = -2 \xrightarrow{\text{در } f \text{ قرار میدیم}} f = \{(4, 3), (2, 7), (-2, 5), (4, 3)\} = \{(4, 3), (2, 7), (-2, 5)\}$$

خب خداروشکر، مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌ها، همگی مختلف شدن، پس f تابع است و $a = -2$ قابل قبوله. بنابراین گزینه «۲» درست است.

مقدار تابع در حالت زوج مرتبی

در تابع $f = \{(1, 5), (3, 4)\}$ به زوج مرتب $(1, 5)$ دقت کنید. ۱ مؤلفه اول و ۵ مؤلفه دومه. اصطلاحاً می‌گوییم مقدار تابع f در نقطه $x = 1$ برابر ۵ است و چنین می‌نویسیم: $f(1) = 5$ به همین ترتیب برای زوج مرتب $(3, 4)$ داریم: $f(3) = 4$

دامنه و برد تابع در حالت زوج مرتبی

مجموعه همه مؤلفه‌های اول زوج مرتب‌ها، دامنه و مجموعه همه مؤلفه‌های دوم اون‌ها، برد رو تشکیل میدن. برای مثال تابع f رو در نظر بگیرین.

$$f = \{(1, 5), (2, 7), (3, 7)\} \quad \begin{cases} \text{دامنه: } D_f = \{1, 2, 3\} \\ \text{برد: } R_f = \{5, 7\} \end{cases}$$

۳ نمایش تابع با جدول

در این روش، ورودی‌ها (x ها) در ردیف بالای یک جدول و خروجی‌ها (y ها) در ردیف پایین اون قرار می‌گیرن. به جدول‌های مقابل توجه کنید:

$$f: \begin{array}{c|cccc} x & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline y & 6 & 10 & 7 & 3 \end{array} \quad g: \begin{array}{c|cccc} x & 2 & 3 & 5 & \sqrt{4} \\ \hline y & 5 & 6 & 7 & 8 \end{array}$$

f تابع است، چون تمام x ها با هم فرق دارن ولی g تابع نیست، چون در ردیف بالا دوتا عدد ۲ داریم که y هاشون با هم برابر نیست؛ یعنی دو زوج $(2, 5)$ و $(2, 8)$ داریم که فقط عضوهای اولشون با هم مساوی هستن. (دقیقاً مثل شرط تابع بودن در زوج مرتب عمل کردیم).

تست نمونه: اگر جدول مقابل یک تابع باشد، مقدار a, b کدام است؟

$$f: \begin{array}{c|ccccc} x & 1 & 2 & 3 & (\frac{1}{2})^{-1} & \sqrt{9} \\ \hline y & 6 & a-b & 2 & 1 & a+b \end{array}$$

$$\frac{3}{2} \quad (2) \quad \square$$

$$\frac{1}{2} \quad (1) \quad \square$$

$$\frac{3}{8} \quad (4) \quad \square$$

$$\frac{3}{4} \quad (3) \quad \square$$

پاسخ: اولاً می‌دونیم که: $(\frac{1}{2})^{-1} = 2$ و $\sqrt{9} = 3$ پس در ردیف بالا هم ۲ها تکرار شدن و هم ۳ها. بنابراین y های مربوط به x های تکراری رو با هم مساوی قرار میدیم:

$$\left. \begin{array}{l} a-b \\ 2 \end{array} \right\} \Rightarrow a-b=1$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 \\ a+b \end{array} \right\} \Rightarrow a+b=2$$

حل دستگاه
(خودتون بلدین دیگه)

$$\left\{ \begin{array}{l} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{array} \right. \Rightarrow ab = \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

بنابراین گزینه «۳» درست است.

مقدار تابع در حالت جدولی

$$f: \begin{array}{c|cccc} x & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline y & 7 & 8 & 9 & 10 \end{array}$$

در جدول مقابل مقدار تابع به‌ازای $x = 1$ برابر $y = 7$ است، پس می‌توان گفت: $f(1) = 7$.

$$f(2) = 8, \quad f(3) = 9, \quad f(4) = 10$$

به همین ترتیب برای سایر نقاط جدول داریم:

دامنه و برد تابع در حالت جدولی

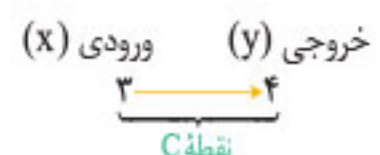
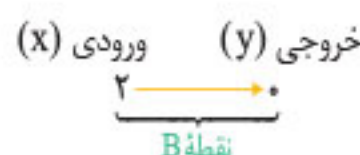
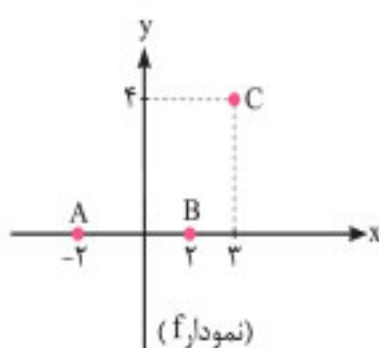
$$D_f = \{1, 2, 3, 4\}, \quad R_f = \{7, 8, 9, 10\}$$

اعداد ردیف بالای جدول، دامنه و اعداد ردیف پایین، برد تابع رو نشون میدن. در مثال بالا داریم:

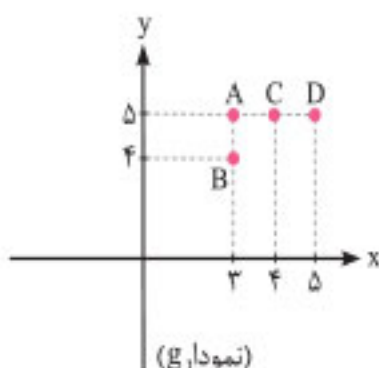
۴ نمایش تابع با نمودار هندسی

قطعاً می‌دونین که هر زوج مرتب به شکل (a, b) که در اون a و b دو عدد باشن، در صفحه مختصات، یک نقطه رو نمایش میده. (a طول و b عرض نقطه است.) حالا فرض کنیم مثل شکل مقابل، تعدادی از این نقطه‌ها رو داشته باشیم:

الان f تابع است، چون به‌ازای هر x از دامنه، فقط یک y وجود داره:



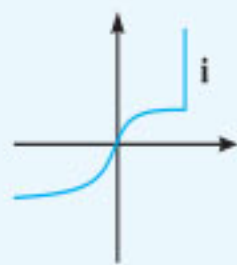
ولی نمودار g تابع نیست، چون به‌ازای ورودی $x = 2$ دوتا خروجی $y = 4$ و $y = 5$ وجود داره:



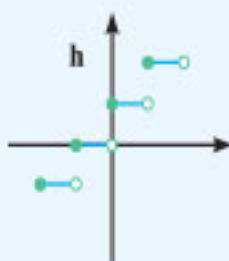
شرط تابع بودن یک نمودار هندسی

در نمودار هندسی یک رابطه، اگر بتوانیم خطی عمودی (موازی محور y ها) رسم کنیم که نمودار رو در بیشتر از یک نقطه (۲ نقطه یا بیشتر) قطع کنه، اون نمودار تابع نیست. در واقع هیچ دو نقطه‌ای (نقطه توپر) نباید زیر هم باشن (الان در نمودار g نقاط توپر A و B زیر هم هستن به همین علت گفتیم g تابع نیست اگر A یا B یا جفتشون تو خالی بودن، g تابع بود).

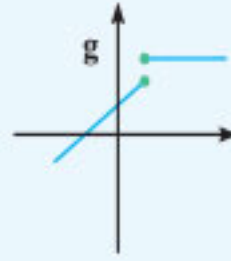
تست نمونه: چند تا از نمودارهای زیر، تابع هستند؟



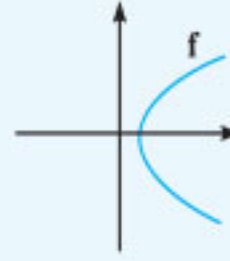
۱ (۴) ☐



۲ (۳) ☐



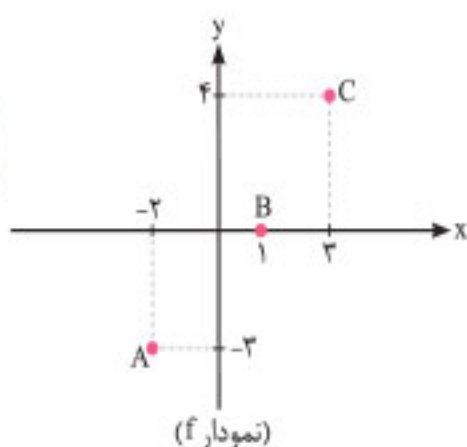
۳ (۲) ☐



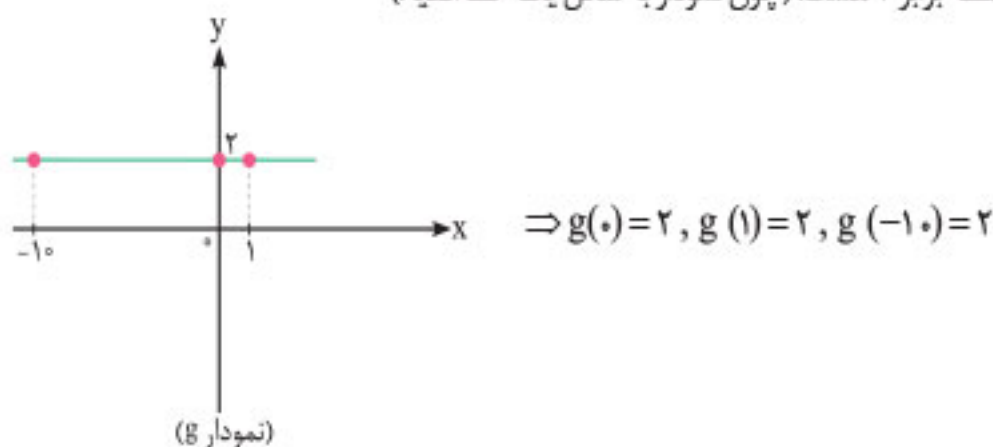
۴ (۱) ☐

پاسخ: f تابع نیست چون میشه خطی عمودی رسم کرد که نمودار رو در ۲ نقطه قطع کنه. g هم تابع نیست چون باز هم اون خط عمودی رو میشه رسم کرد. نمودار i هم تابع نیست چون قسمتی از نمودار، به شکل خط عمودیه و در نهایت اینکه h تابع است، چون هیچ دو نقطه توپری زیر هم نیستن در واقع هیچ خط عمودی نمیشه رسم کرد که نمودار رو در ۲ نقطه یا بیشتر قطع کنه. دقت کنید که نقطه توخالی، به این معناست که اون نقطه، متعلق به تابع نیست؛ پس فقط اگر ۲ یا چند نقطه توپر، زیر هم باشن، می‌گیم تابع نداریم. بنابراین گزینه «۴» درست است.

مقدار تابع در حالت هندسی: در شکل مقابل، طول نقطه A برابر -۲ و عرض اون -۳ است. اصطلاحاً می‌گیم مقدار تابع f در نقطه $x = -۲$ برابر -۳ است و این طوری می‌نویسیم: $f(-۲) = -۳$ به همین ترتیب برای نقاط B و C داریم: $f(۱) = ۰$ و $f(۳) = ۴$



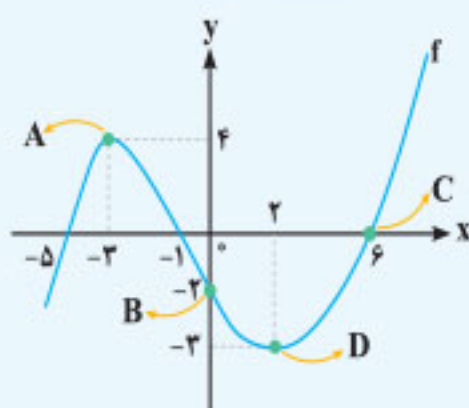
در نمودار g مقدار تابع در هر نقطه برابر ۲ هست: (چون نمودار به شکل یک خط افقیه).



تست نمونه: با توجه به شکل مقابل، مقدار $\frac{3f(-۳)+f(۰)}{2f(۶)-f(۲)}$ کدام است؟

$\frac{۷}{۳}$ (۲) ☐
۳ (۴) ☐

$\frac{۱۰}{۳}$ (۱) ☐
۲ (۳) ☐



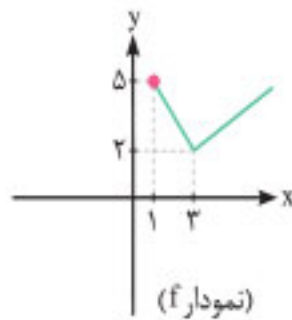
پاسخ: بچه‌های عزیز، نقاط خواسته شده در متن سؤال رو با A ، B ، C و D نمایش دادیم (البته توی کنکور این اسامی رو نمیدن).

$$\left. \begin{array}{l} A \text{ نقطه} \Rightarrow f(-۳) = ۴ \\ B \text{ نقطه} \Rightarrow f(۰) = -۲ \\ C \text{ نقطه} \Rightarrow f(۶) = ۰ \\ D \text{ نقطه} \Rightarrow f(۲) = -۳ \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{3f(-۳)+f(۰)}{2f(۶)-f(۲)} = \frac{3(۴)+(-۲)}{2(۰)-(-۳)} = \frac{۱۰}{۳}$$

بنابراین گزینه «۱» درست است.

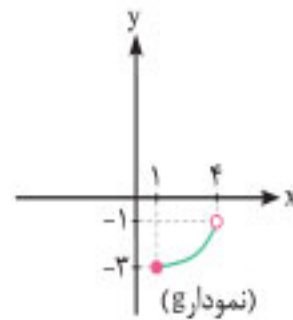
■ **دامنه و برد تابع در حالت هندسی:** اگر نمودار هندسی یک تابع داده بشه، طول تمام نقاط، دامنه و عرض اون‌ها برد رو تشکیل میدن. به عنوان مثال

دامنه و برد توابع زیر رو از روی شکل تعیین می‌کنیم:



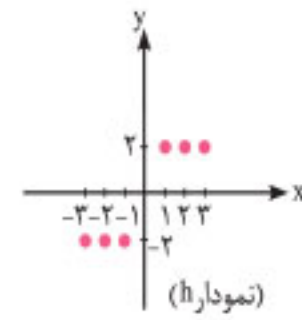
$$D_f = \{x \in \mathbb{R} | x \geq 1\}$$

$$R_f = \{y \in \mathbb{R} | y \geq 2\}$$



$$D_g = \{x \in \mathbb{R} | 1 \leq x < 4\}$$

$$R_g = \{y \in \mathbb{R} | -3 \leq y < -1\}$$



$$D_h = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$$

$$R_h = \{-2, 2\}$$

البته مجموعه‌ای مثل $\{x \in \mathbb{R} | x \geq 1\}$ رو معمولاً به‌طور خلاصه این‌جوری می‌نویسن: $\{x \geq 1\}$ ، یعنی $x \in \mathbb{R}$ رو نمی‌نویسن، شما باید بدونین منظور از $x \geq 1$ اعداد حقیقی بزرگ‌تر یا مساوی ۱ هست.

۵ نمایش تابع با توصیف کلامی

در این روش، با یه جمله فارسی، رابطه بین ورودی و خروجی بیان میشه. اگر به ازای هر ورودی فقط یک خروجی داشتیم، می‌گیم تابع داریم. مثلاً توصیف فارسی «رابطه f به هر شخص، تاریخ تولدش را نسبت می‌دهد» یک تابع هست، چون هر شخص (x) فقط یک تاریخ تولد (y) داره ولی توصیف فارسی «رابطه g به هر استان، نام شهرستان‌هایش را نسبت می‌دهد» تابع نیست، چون هر استان (x) شامل چندین شهرستان (y) است.

❓ **تست نمونه:** تابع f به هر عدد طبیعی که به آن وارد شود، مجموع خودش و نصف مربعش را نسبت می‌دهد. ضابطه f کدام است؟

$$\begin{cases} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ f(x) = \frac{x+x^2}{2} \end{cases} \quad (f) \quad \square$$

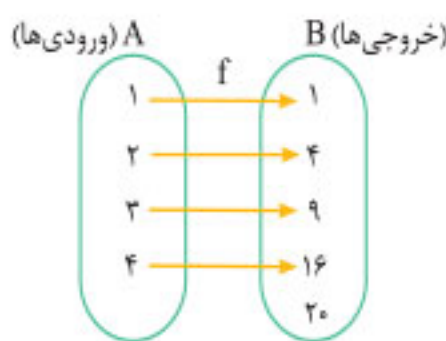
$$\begin{cases} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x + \frac{x^2}{2} \end{cases} \quad (g) \quad \square$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{N} \\ f(x) = \frac{x+x^2}{2} \end{cases} \quad (h) \quad \square$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x + \frac{x^2}{2} \end{cases} \quad (i) \quad \square$$

پاسخ: اگر ورودی تابع رو x فرض کنیم، نصف مربع x برابر میشه با $\frac{x^2}{2}$ ، پس مجموع خود x با نصف مربع x برابره با: $f(x) = x + \frac{x^2}{2}$. الان فقط باید دامنه f رو تعیین کنیم، در متن سؤال گفته شده f به هر عدد طبیعی... پس دامنه برابر $\mathbb{N}$ است، بنابراین گزینه «۳» درست است.

۶ نمایش تابع با ضابطه جبری



$$\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f: \{1, 2, 3, 4\} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^2 \end{cases} \quad \text{یا} \quad \begin{cases} f: A \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^2 \end{cases}, \quad A = \{1, 2, 3, 4\}$$

در این حالت، رابطه بین xها و yها با یک فرمول ریاضی نشون داده میشه. به تابع مقابل دقت کنین: با کمی دقت متوجه میشیم که هر عضو A به توان ۲ میرسه و عضو B مربوطه به‌دست میاد، پس ضابطه یا فرمول این تابع به‌صورت $y = x^2$ یا $f(x) = x^2$ است. البته ضابطه، بدون دامنه به درد نمی‌خوره. برای همین تابع f رو باید به شکل کامل و به‌صورت مقابل نمایش بدیم: در این مدل نمایش تابع، A همیشه همون دامنه تابع است ولی B لزوماً برد تابع نیست (ولی زیرمجموعه B است). الان هم می‌بینین که برد تابع $\{1, 4, 9, 16\}$ است که با B برابر نبود. تابع f رو به صورت‌های مقابل هم میشه نمایش بدیم (یعنی اکثر وقتا سمت راست فلش $\mathbb{R}$ رو می‌نویسن).

➤ به‌دست آوردن تعداد توابع از مجموعه A به B

گاهی اوقات دو مجموعه A و B به ما داده میشن و گفته میشه چند تابع میشه از A به B یا از B به A ساخت. اگر مجموعه A دارای m عضو و مجموعه B دارای n عضو باشه، در این صورت از A به B $(A \rightarrow B)$ به تعداد n^m تابع مختلف میشه تشکیل داد و از B به A $(B \rightarrow A)$ به تعداد m^n تابع ساخته میشه. مثلاً اگر $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{5, 6\}$ باشن از $A \rightarrow B$ میشه 2^3 تابع (یعنی ۸ تابع) و از $B \rightarrow A$ (یعنی ۹ تابع) میشه 3^2 ساخت.

❓ **تست نمونه:** از مجموعه $A = \{1, 1, 1, 4, 7, 8, 8, 9, 10\}$ به مجموعه $B = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}\}$ چند تابع مختلف می‌تون ساخت؟

$$9^3 \quad (f) \quad \square$$

$$3^9 \quad (g) \quad \square$$

$$64 \quad (h) \quad \square$$

$$32 \quad (i) \quad \square$$

$$A = \{1, 4, 7, 8, 9, 10\} \Rightarrow 6 \text{ عضو داره}$$

پاسخ: می‌دونیم تکرار در مجموعه‌ها بی‌تاثیره، پس باید مجموعه‌های A و B رو به شکل مقابل نوشت:

$$B = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\} \Rightarrow 2 \text{ عضو داره}$$

$$B \text{ به } A \Rightarrow 2^6 = 64 \text{ تعداد توابع از } A \text{ به } B$$

بنابراین گزینه «۲» درست است.

مقدار تابع در حالت داشتن ضابطه

اگر ضابطه تابع به ما داده بشه و مقدار تابع در نقطه‌ای مثل $x = a$ خواسته بشه، کافیه به جای تمام x های تابع، عدد a رو قرار بدیم. مثلاً با فرض $f(x) = x^2 - 2x + 1$ برای یافتن مقدار تابع در $x = -3$ داریم:

$$f(-3) = (-3)^2 - 2(-3) + 1 = 9 + 6 + 1 = 16$$

مقدار تابع f در $x = -3$

حالا فرض کنید حاصل $f(3-x)$ خواسته بشه. در این صورت در تابع f هر جا x دیدیم، به جاش باید $(3-x)$ رو قرار بدیم:

$$f(3-x) = (3-x)^2 - 2(3-x) + 1 = 9 - 6x + x^2 - 6 + 2x + 1 = x^2 - 4x + 4$$

اتحاد دوم

راز مهم: اگه در یک سؤال، عبارتی مثل $f(f(a))$ خواسته شد، ابتدا $f(a)$ رو حساب می‌کنیم (پرانتر داخلی). فرض می‌کنیم جواب $f(a)$ برابر L شد، حالا

میایم و $f(L)$ رو حساب می‌کنیم. در مورد عبارتهای $f(g(a))$ ، $g(f(a))$ و $g(g(a))$ هم به همین شکل عمل می‌کنیم؛ مثلاً در تابع $f(x) = 4x - 1$ مقدار

$$f(f(2)) \text{ رو می‌خواهیم حساب کنیم، پس اول } f(2) \text{ رو پیدا می‌کنیم: } f(2) = 4(2) - 1 = 7 \Rightarrow f(f(2)) = f(7) = 4(7) - 1 = 27$$

تست نمونه: اگر $f(x) = \sqrt{x^2 + 9}$ و $g(x) = |x - 3|$ باشند، حاصل $\frac{2f(4) - g(5)}{f(g(1))}$ کدام است؟

$$2\sqrt{2} \quad (4) \quad \square$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (3) \quad \square$$

$$\frac{8}{\sqrt{13}} \quad (2) \quad \square$$

$$8\sqrt{13} \quad (1) \quad \square$$

پاسخ:

$$f(4) = \sqrt{4^2 + 9} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$$

$$g(5) = |5 - 3| = |2| = 2$$

$$g(1) = |1 - 3| = |-2| = 2 \Rightarrow f(g(1)) = f(2) = \sqrt{2^2 + 9} = \sqrt{13}$$

$$\Rightarrow \frac{2f(4) - g(5)}{f(g(1))} = \frac{2(5) - 2}{\sqrt{13}} = \frac{8}{\sqrt{13}}$$

بنابراین گزینه «۲» درست است.

محاسبه مقدار تابع وقتی به جای $f(x)$ عبارت $f(\square)$ به ما داده شود

طراحان انقدرها هم مهربون نیستن که همیشه به شما $f(x)$ رو بدن و بگن مثلاً $f(6)$ رو حساب کن و بعدش شما بیایی به جای تمام x ها 6 بذاری! این عزیزان،

گاهی نقشه‌های خطرناکی براتون میکشن که ما در این کتاب، نقشه‌های شومشون رو خنثی می‌کنیم. فرض کنیم به جای $f(x)$ به ما $f(2x-1)$ رو بدن و بگن

$$f(6) \text{ رو حساب کن. ما اول میایم } 2x - 1 \text{ رو مساوی } 6 \text{ قرار میدیم تا } x \text{ به دست بیاد:}$$

$$2x - 1 = 6 \Rightarrow 2x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{2}$$

حالا در رابطهای که به ما داده میشه، به جای x ها عدد $\frac{7}{2}$ رو قرار میدیم. به تست زیر توجه کنین:

تست نمونه: با فرض آنکه $f(4x+3) = x^2 - 6x + 1$ باشد، مقدار $f(7)$ کدام است؟

$$-12 \quad (4) \quad \square$$

$$-10 \quad (3) \quad \square$$

$$-8 \quad (2) \quad \square$$

$$-4 \quad (1) \quad \square$$

پاسخ:

$$4x + 3 = 7 \Rightarrow 4x = 4 \Rightarrow x = 1$$

$$f(4x + 3) = x^2 - 6x + 1 \xrightarrow{x=1} f(7) = 1^2 - 6(1) + 1 = -4$$

بنابراین گزینه «۱» درست است.

حل یک مسئله مهم در آزمون‌های آزمایشی

فرض کنید رابطه $f(x) = 2f(1) + x^2 - 6x$ به شما داده بشه و بگن مقدار $f(2)$ چقدره؟

الان اگه به جای x ها عدد 2 رو قرار بدیم به رابطه $f(2) = 2f(1) + 2^2 - 6(2)$ می‌رسیم که دوتا مجهول داره، یعنی هم $f(1)$ و هم $f(2)$ مجهول هستن، پس

بهتره اول بیایم همون $f(1)$ موجود در رابطه رو به دست بیاریم، لذا به x ها عدد 1 رو میدیم:

$$f(x) = f(1) + x^2 - 6x \xrightarrow{x=1} f(1) = 2f(1) + 1^2 - 6(1) \Rightarrow f(1) - 2f(1) = -5 \Rightarrow -f(1) = -5 \Rightarrow f(1) = 5$$

$$f(x) = 2(5) + x^2 - 6x \xrightarrow{x=2} f(2) = 10 + 2^2 - 6(2) = 10 + 4 - 12 = 2$$

حالا این مقدار $f(1)$ رو در رابطه اصلی قرار میدیم:

دامنه و برد در حالت داشتن ضابطه

در یه سری از سؤالات، دامنه رو میدن و از ما برد رو می‌خوان و یه وقتایی هم برعکسه یعنی برد رو میدن و دامنه رو می‌خوان. کلاً کلمه دامنه رو دیدین، یاد x

بیفتین و کلمه برد رو هم دیدین y بیاد توی ذهنتون. بعدش با یه جای‌گذاری ساده، به جواب می‌رسیم. البته وقتی دامنه خواسته میشه، معمولاً میگن بزرگ‌ترین

مجموعه ممکن برای دامنه چیه که در تست‌های زیر، متوجه این طرز بیان میشین.

دست گرمی: اگر تابع f به صورت مقابل تعریف شود، برد آن را به دست آورید.

$$\begin{cases} f: A \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^2 + 1 \end{cases}, A = \{-1, 0, \sqrt[3]{2}, 3\}$$

x	$f(x)$
-1	$f(-1) = (-1)^2 + 1 = -1 + 1 = 0$
0	$f(0) = 0^2 + 1 = 0 + 1 = 1$
$\sqrt[3]{2}$	$f(\sqrt[3]{2}) = (\sqrt[3]{2})^2 + 1 = 2 + 1 = 3$
3	$f(3) = 3^2 + 1 = 27 + 1 = 28$

$$\Rightarrow f \text{ برد} = \{0, 1, 3, 28\}$$

پاسخ: دامنه تابع به ما داده شده (مجموعه A) پس اعضای اون رو تک تک به جای x در ضابطه f قرار میدیم تا اعضای برد به دست بیان:

؟ تست نمونه: ۱. اگر $f(x) = x^2 - 3$ و برد تابع f به صورت $\{0, 1\}$ باشد، بزرگ‌ترین مجموعه برای دامنه f کدام مجموعه می‌تواند باشد؟

☐ ۱ $\{ \pm\sqrt{3}, \pm 2 \}$
☐ ۲ $\{ \pm\sqrt{2} \}$
☐ ۳ $\{ \pm 2 \}$
☐ ۴ $\{ \sqrt{2}, \sqrt{3} \}$

پاسخ: این بار برد تابع داده شده یعنی مقادیر y رو داریم، پس یه بار به جای $f(x)$ عدد صفر و بار دیگه عدد ۱ رو قرار میدیم ($f(x)$ همه جا همون y است):

$$y = x^2 - 3 \xrightarrow{y=0} x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \xrightarrow{\text{جذر}} x = \pm\sqrt{3}$$

$$y = x^2 - 3 \xrightarrow{y=1} x^2 - 3 = 1 \Rightarrow x^2 = 4 \xrightarrow{\text{جذر}} x = \pm\sqrt{4} = \pm 2$$

بنابراین گزینه «۱» درست است. $\Rightarrow \{ \pm\sqrt{3}, \pm 2 \}$ وسیع‌ترین دامنه

۲. اگر $f(x) = x^2 - mx + n$ باشد و روابط $f(0) = 1$ و $f(-1) = 2$ برقرار باشند، حاصل $m \times n$ کدام است؟

☐ ۱ 2
☐ ۲ -1
☐ ۳ 1
☐ ۴ صفر

پاسخ: از رابطه $f(0) = 1$ نتیجه می‌گیریم که: $y = 1$ و $x = 0$ از رابطه $f(-1) = 2$ هم می‌فهمیم که: $y = 2$ و $x = -1$

حالا این x و y ها رو در ضابطه f قرار میدیم:

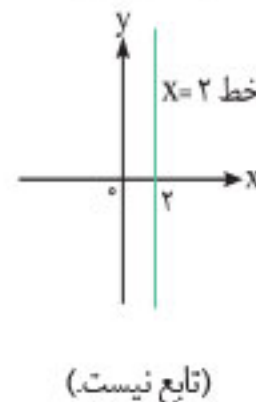
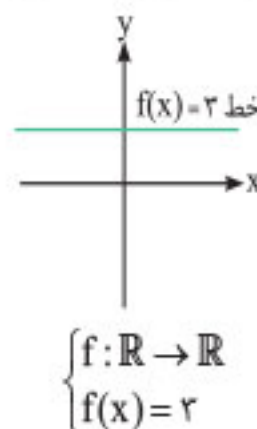
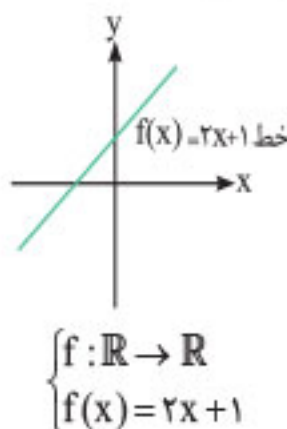
$$\left. \begin{aligned} y = x^2 - mx + n \xrightarrow{\substack{x=0 \\ y=1}} 1 &= 0^2 - m(0) + n \Rightarrow n = 1 \\ y = x^2 - mx + n \xrightarrow{\substack{x=-1 \\ y=2}} 2 &= (-1)^2 - m(-1) + 1 \Rightarrow 2 = 1 + m + 1 \Rightarrow m = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m \times n = 0 \times 1 = 0$$

بنابراین گزینه «۴» درست است.

درسنامه

تابع خطی (تابع درجه اول)

شما قبلاً معادله درجه یک رو یاد گرفتین، حالا می‌خوایم تابع درجه یک یا همون تابع خطی رو بررسی کنیم. خب همون طور که از اسمش معلومه نمودار این تابع به شکل یک خطه. البته نه هر خطی. این خط فقط می‌تونه افقی یا مایل باشه چون اگه خطی عمودی باشه اصلاً تابع محسوب نمیشه:



جراحی زیبایی تابع خطی

ممکنه یک فرمول به شما بدن که ظاهراً خطی نیست ولی بگن این تابع خطی است. در این جور مسائل باید توجه کنیم که تابع خطی، فقط شامل x^1 است و بقیه x ها باید به قول معروف، ناکاوت بشن، مثلاً اگه تابع $f(x) = (k-2)x^2 + 5x$ خطی باشه x^2 باید نابود بشه، پس ضریبش رو مساوی صفر قرار میدیم: $k-2=0 \Rightarrow k=2$

؟ تست نمونه: تابع $g(x) = (m^2 - 4)x^3 - (3m - 6)x^2 - x + 4m$ خطی است. حاصل $g(m)$ کدام است؟

☐ ۱ 2
☐ ۲ 4
☐ ۳ 6
☐ ۴ 8

پاسخ: جملات شامل x^2 و x^3 باید تشریف ببرن خونه‌شون، پس باهاشون خداحافظی می‌کنیم:

$$\begin{cases} m^2 - 4 = 0 \Rightarrow m^2 = 4 \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} m = \pm 2 \\ 3m - 6 = 0 \Rightarrow 3m = 6 \Rightarrow m = 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک جوابها}} m = 2$$

$$g(x) = -x + 4m = -x + 4(2) = -x + 8 \Rightarrow g(m) = g(2) = -2 + 8 = 6$$

بنابراین گزینه «۳» درست است.

نوشتن ضابطه توابع خطی

در اکثر مسائل و سؤالات کنکور، لازمه که معادله یه خط رو به دست بیاریم. با توجه به اطلاعات متن سؤال، دو حالت وجود خواهد داشت:

حالت اول: اگه شیب خط و یک نقطه از خط مثل $A(x_1, y_1)$ به ما داده شد، معادله خط از رابطه $y - y_1 = m(x - x_1)$ به دست میاد.

مثلاً معادله خطی با شیب -2 که از نقطه $A(1, 4)$ می‌گذره برابر هست با:

$$y - 4 = -2(x - 1) \Rightarrow y - 4 = -2x + 2 \Rightarrow y = -2x + 6$$

حالت دوم: اگه فقط دو نقطه $A(x_1, y_1)$ و $B(x_2, y_2)$ داده شد، اول باید شیب رو از فرمول $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ به دست بیاریم و بعدش از فرمول $y - y_1 = m(x - x_1)$ استفاده می‌کنیم.

البته می‌تونیم از فرمول $y - y_2 = m(x - x_2)$ هم استفاده کنیم. (در هر دو به یک معادله خط می‌رسیم).

مثلاً معادله خط گذرنده از نقاط $A(-1, 4)$ و $B(2, 7)$ رو به دست میاریم:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7 - 4}{2 - (-1)} = \frac{3}{3} = 1$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 4 = 1(x + 1) \Rightarrow y = x + 5$$

تذکره: در حالت دوم می‌تونیم به جای محاسبه شیب و معادله خط، فرمول $y = mx + n$ رو برای خط در نظر بگیریم و نقاط A و B رو در اون قرار بدیم

تا m و n به دست بیان. در همین مثال که حل کردیم خواهیم داشت:

$$\text{رابطه (۱)} \quad y = mx + n \xrightarrow{A(-1, 4)} 4 = m(-1) + n \Rightarrow -m + n = 4$$

$$\text{رابطه (۲)} \quad y = mx + n \xrightarrow{B(2, 7)} 7 = m(2) + n \Rightarrow 2m + n = 7$$

حالا دو معادله به دست اومده (۱) و (۲) رو در یک دستگاه حل کرده و به جوابهای $m = 1$ و $n = 5$ می‌رسیم. پس معادله خط $y = x + 5$ می‌باشد.

دست گرمی: تابع f از نقطه $(1, 4)$ گذشته و رابطه $f(-2) = 6$ برقرار است. ضابطه f و سپس حاصل $f(10)$ را به دست آورید.

پاسخ: درواقع دو نقطه $A(1, 4)$ و $B(-2, 6)$ به ما داده شده‌اند، ابتدا شیب رو پیدا می‌کنیم:

$$\text{شیب: } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 4}{-2 - 1} = \frac{2}{-3} = -\frac{2}{3}$$

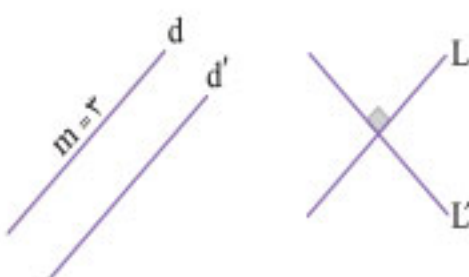
$$\text{معادله خط: } y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 4 = -\frac{2}{3}(x - 1) \Rightarrow y - 4 = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{2}{3} + 4 \Rightarrow y = -\frac{2}{3}x + \frac{14}{3} \xrightarrow[\text{است } f]{\text{همون } y} f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{14}{3}$$

$$\Rightarrow f(10) = -\frac{2}{3}(10) + \frac{14}{3} = \frac{-20}{3} + \frac{14}{3} = \frac{-6}{3} = -2$$

حالا به جای x عدد 10 رو قرار میدیم تا $f(10)$ به دست بیاد:

خطوط موازی و عمود



یه راز مهم: اگر دو خط با هم موازی باشن، شیب‌هاشون با هم مساویه ولی اگه بر هم عمود باشن، شیب‌هاشون

عکس و قرینه یکدیگر هستن. مثلاً در شکل‌های مقابل دو خط d و d' موازی‌اند. با فرض این که شیب خط d برابر 3

باشه میشه گفت شیب d' هم 3 است. ضمناً دو خط L و L' بر هم عمودند. اگه بدونیم شیب L برابر $\frac{2}{5}$ است،

میشه گفت شیب L' برابر $-\frac{5}{2}$ است.

تست نمونه: خطی که از نقطه $(3, 4)$ گذشته و بر خط $y = \frac{1}{5}x + 3$ عمود است، محور y ها را با چه عرضی قطع می‌کند؟

☐ ۱۹ (۴)

☐ -۱۹ (۳)

☐ ۱۸ (۲)

☐ -۱۸ (۱)

پاسخ: شیب خط $y = \frac{1}{5}x + 3$ برابر $\frac{1}{5}$ است (ضریب x میشه شیب). خط خواسته شده باید بر خط داده شده عمود باشه، پس شیب اون برابر -5 میشه:

بنابراین با داشتن یک نقطه از خط و شیب خط، معادله خط رو می‌نویسیم:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \xrightarrow[A(3, 4)]{m=-5} y - 4 = -5(x - 3) \Rightarrow y - 4 = -5x + 15 \Rightarrow y = -5x + 19$$

برای یافتن محل برخورد هر نمودار با محور y ها در ضابطه اون تابع، به جای x باید صفر بذاریم (برای یافتن محل برخورد هر نمودار با محور x ها در ضابطه‌اش

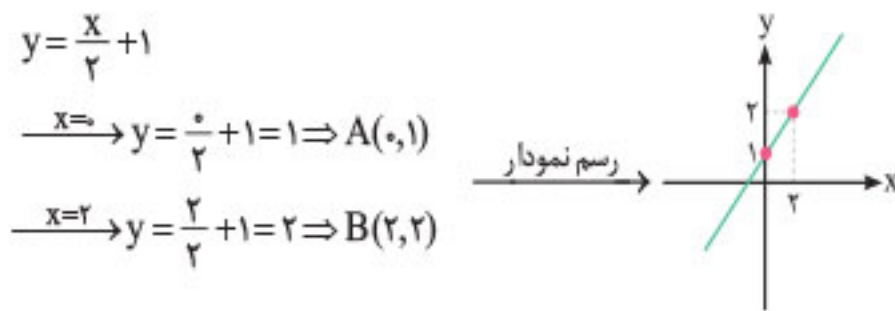
$$y = -5x + 19 \xrightarrow{x=0} y = -5(0) + 19 = 19$$

به جای y باید صفر بذاریم):

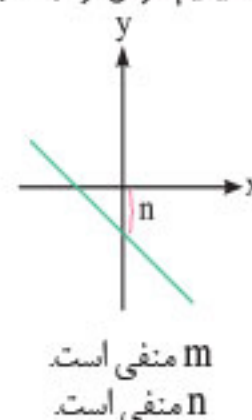
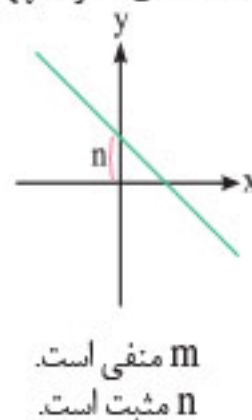
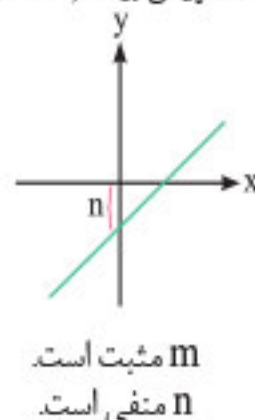
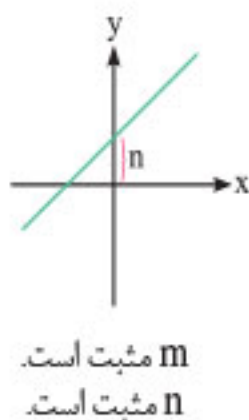
بنابراین گزینه «۴» درست است.

رسم نمودار توابع خطی

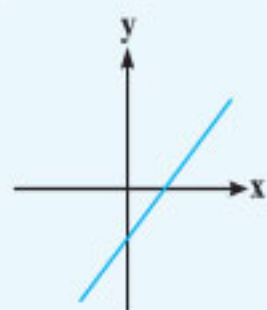
اگر بخوایم به روش معمولی، نمودار یه تابع خطی رو رسم کنیم، کافیه دو تا عدد مختلف به x بدیم و y این دو عدد رو پیدا کنیم. حالا با داشتن دو نقطه از خط و وصل کردن اون‌ها به هم، نمودار خط به‌دست میاد مثلاً می‌خوایم نمودار $y = \frac{x}{2} + 1$ رو رسم کنیم. یه بار به x مثلاً صفر میدیم یه بارم 2 (رو برای این دادم که با 2 مخرج ساده شه).



ولی اگر بخوایم نمودار خط رو سریع‌تر رسم کنیم (البته به‌صورت تقریبی نه دقیق) کافیه از علامت‌های شیب و عرض از مبدأ استفاده کنیم. (در تابع $y = mx + n$ به m می‌گیم شیب و به n می‌گیم عرض از مبدأ) با توجه به علامت‌های m و n چهار حالت ممکنه پیش بیاد: ($m, n \neq 0$)



پس اگر خواستیم از این روش استفاده کنیم، اول معادله خط رو به شکل استاندارد یعنی $y = mx + n$ تبدیل کنیم و سپس علامت‌های m و n رو بررسی کنیم. در حالتی که فقط $m = 0$ باشه خط افقی $y = n$ رسم می‌شد و در صورتی که فقط $n = 0$ باشه، خط $y = mx$ از مبدأ عبور می‌کنه و اگر $m = n = 0$ باشه، خط $y = 0$ یا همون محور x ها به‌دست میاد.



$$y = \sqrt{2}x - \frac{1}{8} \quad (2) \quad \square$$

$$y = -x - 1 \quad (4) \quad \square$$

؟ تست نمونه: نمودار مقابل، مربوط به کدام تابع است؟

$$2y - 3x = 10 \quad (1) \quad \square$$

$$y = 0.4x + 0.8 \quad (3) \quad \square$$

پاسخ: در شکل، عددی مشاهده نمی‌کنیم، پس می‌تونیم از روش رسم تقریبی استفاده کنیم تا سریع‌تر به جواب برسیم. با توجه به شکل، شیب باید مثبت ولی عرض از مبدأ باید منفی باشه، تنها خطی که این دو خاصیت رو داره، خط گزینه ۲ هست:

$$y = \sqrt{2}x - \frac{1}{8} \Rightarrow \begin{cases} \text{شیب } m = \sqrt{2} \\ \text{عرض از مبدأ } n = -\frac{1}{8} \end{cases}$$

بررسی تابع خطی که دامنه یا برد آن، محدود شده و ضابطه‌اش را داریم

گاهی دامنه تابع خطی f ، مثلاً به شکل $a \leq x \leq b$ است. در این صورت برای رسم نمودار آن خط، کافیه که ابتدا و انتهای دامنه یعنی اعداد a و b رو در فرمول خط به جای x قرار بدیم تا y مربوط به اون‌ها به‌دست بیاد. بعدش به ضریب x در معادله خط استاندارد شده نگاه می‌کنیم. اگر مثبت بود، می‌گیم برد تابع برابر $f(a) \leq y \leq f(b)$ هست ولی اگر منفی بود، می‌گیم برد تابع برابره با: $f(b) \leq y \leq f(a)$

؟ تست نمونه: تابع خطی $f(x) = 2x + 3$ با دامنه $-1 \leq x \leq 5$ چه بُردی دارد؟

$$-2 < y \leq 10 \quad (4) \quad \square$$

$$-2 \leq y < 10 \quad (3) \quad \square$$

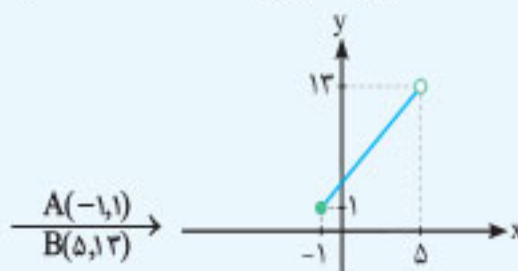
$$1 \leq y < 13 \quad (2) \quad \square$$

$$1 < y \leq 13 \quad (1) \quad \square$$

پاسخ: ابتدا و انتهای دامنه رو در تابع f قرار میدیم:

$$\begin{cases} x = -1 \xrightarrow{\text{در تابع}} f(-1) = 2(-1) + 3 = 1 \\ x = 5 \xrightarrow{\text{در تابع}} f(5) = 2(5) + 3 = 13 \end{cases} \xrightarrow[\text{مثبت است.}]{\text{ضریب } x \text{ در تابع } f} 1 \leq y < 13$$

اگر نمودار رو هم می‌خواست به راحتی رسمش می‌کردیم:



بنابراین گزینه ۲ درست است.

در تستی که الان حل کردیم، اگر در متن سؤال، به جای دامنه، برد تابع مثلاً به شکل $3 < y < 7$ داده می‌شد، در ضابطه f یکبار به جای $f(x)$ عدد ۳ و یکبار ۷ رو می‌داشتیم تا x ‌ها پیدا بشن.

بررسی تابع خطی که دامنه و برد آن، محدود شده و ضابطه‌اش را نداریم

این بار فرض کنیم ضابطه تابع خطی f رو نداریم ولی دامنه و بردش رو داریم. حالت‌های زیر رو خواهیم داشت:

حالت اول: اگر دامنه و برد، هر کدام شامل یک علامت تساوی بودن، دو نقطه ابتدا و انتهای به راحتی قابل تشخیص هستن، مثلاً اگر دامنه $-4 \leq x < 8$ و برد $1 \leq y < 6$ باشن، از محل قرارگیری مساوی‌ها می‌فهمیم که:

$$A(-4, 1), B(8, 6)$$

و به کمک این دو نقطه، شیب و معادله خط رو به دست میاریم (که دیگه بلدین).

حالت دوم: اگر دامنه و برد، هیچ کدام علامت مساوی نداشتن، یا هر دوتاشون هم در ابتدا و هم در انتها، مساوی داشتن، باید دو حالت برای نقاط A و B در نظر بگیریم که در تست زیر، متوجه این موضوع میشین.

تست نمونه: f تابعی خطی با دامنه $3 < x < 4$ و برد $-7 < y < 6$ است. مجموع مقادیر ممکن برای $f(1)$ کدام است؟

☐ ۱) -۱ ☐ ۲) ۱ ☐ ۳) -۲ ☐ ۴) ۲

پاسخ: الان یکبار فرض می‌کنیم که: $A(3, -7), B(4, 6)$ و بار دیگه هم فرض می‌کنیم که: $A(3, 6), B(4, -7)$ حالا در هر دو حالت، شیب و معادله

خط رو به دست میاریم:

$$A(3, -7), B(4, 6) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - (-7)}{4 - 3} = 13$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y + 7 = 13(x - 3) \xrightarrow{x=1} y + 7 = 13(-2) \Rightarrow y = -33$$

$$A(3, 6), B(4, -7) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-7 - 6}{4 - 3} = -13$$

در حالت دوم هم، همین کارها رو می‌کنیم:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 6 = -13(x - 3) \xrightarrow{x=1} y - 6 = -13(-2) \Rightarrow y = 32 \Rightarrow \text{مجموع جواب‌ها} = -33 + 32 = -1$$

بنابراین گزینه «۱» درست است.

نکته حواستون باشه: شیب هر خط افقی صفر است (خط افقی یعنی خطی که موازی محور x هاست).

یافتن محل تلاقی (برخورد) نمودارهای دو خط: برای این کار دو روش وجود داره. ما هر دوتاش رو می‌گیریم. شما توی هر سؤال، باید خودتون ببینین بهتره از کدام روش استفاده کنیم، فرض کنیم بخواهیم محل برخورد دو خط $y = 7x - 12$ و $y = 3x + 4$ رو به دست بیاریم. الان هر دو روش رو توضیح میدیم و هم‌زمان، محل تلاقی این دو خط رو هم پیدا می‌کنیم.

روش اول: (استاندارد کردن دو خط و مساوی قرار دادن ضابطه‌هاشون): ابتدا اگر معادلات خط‌ها استاندارد نبوده، خودمون استانداردشون می‌کنیم. الان خط

$y = 7x - 12$ استاندارد و مشکلی نداره، پس فقط خط $y = 3x + 4$ رو استاندارد می‌کنیم که به شکل $y = 3x + 4$ تبدیل میشه. حالا سمت راست این ضابطه‌ها رو با هم مساوی قرار میدیم:

حالا $x = 4$ رو در یکی از خطوط قرار میدیم تا y هم به دست بیاد: (مهم نیست کدام خط رو انتخاب کنیم). پس نقطه تلاقی $A(4, 16)$ خواهد بود.

روش دوم: (حل دستگاه دو معادله و دو مجهول): در این روش، x ها رو زیر هم، y ها رو زیر هم و عددها رو هم زیر هم قرار میدیم و دستگاه حاصل رو حل می‌کنیم.

$$\begin{cases} y - 7x = -12 \\ y - 3x = 4 \end{cases} \xrightarrow[\text{در } (-1)]{\text{ضرب معادله بالا}} \begin{cases} -y + 7x = 12 \\ y - 3x = 4 \end{cases} \Rightarrow 4x = 16 \Rightarrow x = 4$$

ادامه حل، مثل روش اوله.

تست نمونه: محل تلاقی (برخورد) دو خط به معادلات $2y - 8x - 4 = 0$ و $y = -4x + 3$ در کدام ناحیه محورهای مختصات قرار دارد؟

☐ ۱) اول ☐ ۲) دوم ☐ ۳) سوم ☐ ۴) چهارم

پاسخ: **روش اول:** یکی از خط‌ها استاندارد نیست پس اول اون رو درستش می‌کنیم:

$$2y - 8x - 4 = 0 \Rightarrow 2y = 8x + 4 \xrightarrow{\div 2} y = 4x + 2$$

$$4x + 2 = -4x + 3 \Rightarrow 4x + 4x = 3 - 2 \Rightarrow 8x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{8}$$

$$y = 4x + 2 \xrightarrow{x=\frac{1}{8}} y = 4\left(\frac{1}{8}\right) + 2 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2}$$

پس نقطه تلاقی دو خط به صورت $A\left(\frac{1}{8}, \frac{5}{2}\right)$ است، چون طول و عرض اون هر دو مثبت هستن، بنابراین نقطه A در ناحیه اول قرار داره.

روش دوم (حل دستگاه): جملات رو طوری جابه‌جا می‌کنیم که x ها زیر هم، y ها زیر هم و عددها هم زیر یکدیگر باشن:

$$\begin{cases} -8x + 2y = 4 \\ -4x - y = -3 \end{cases} \xrightarrow{\times 2} \begin{cases} -8x + 2y = 4 \\ -8x - 2y = -6 \end{cases} \Rightarrow -16x = -2 \Rightarrow x = \frac{2}{16} = \frac{1}{8} \xrightarrow{\text{در یکی از معادلات}} y = \frac{5}{2}$$

پس محل برخورد، نقطه $A\left(\frac{1}{8}, \frac{5}{2}\right)$ است که در ناحیه اول قرار دارد. بنابراین گزینه «۱» درست است.

به راز مهم: نحوه تبدیل کردن یک تابع کسری (گویا) به یک تابع خطی: کنکورهای اخیر، به ما نشون دادن که گاهی باید نکات سطح بالا رو هم بلد باشیم تا به درصدهای عالی برسیم. یکیش همین نکته است که الان می‌خوام بهتون بگم. فرض کنیم گفته بشه تابع $y = \frac{x^2 - 7x + 2m}{x - 1}$ خطی است و مقدار m یا ضابطه تابع رو از ما بخوان. در این جور مسائل، فقط کافیه مخرج رو مساوی صفر قرار بدیم و جوابش رو پیدا کنیم سپس این جواب رو در معادله $(= 0)$ صورت به جای x ها قرار بدیم تا پارامتر مجهول (که در اینجا m هست) پیدا بشه:

$$x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow x^2 - 7x + 2m = 0 \xrightarrow{x=1} 1^2 - 7(1) + 2m = 0 \Rightarrow 2m = 6 \Rightarrow m = 3$$

حالا $m = 3$ رو در تابع قرار میدیم و تابع رو ساده می‌کنیم تا به یه تابع خطی تبدیل بشه:

تجزیه با جمله مشترک

$$y = \frac{x^2 - 7x + 6}{x - 1} = \frac{(x - 6)(x - 1)}{x - 1} = x - 6$$

کاربرد تابع خطی در حل مسائل توصیفی

همون طور که می‌دونین خیلی از پدیده‌ها به شکل خطی هستن، مثلاً فرض کنیم گفته بشه یک فنر، به ازای هر ۱ کیلوگرم وزنه‌ای که بهش آویزون میشه، ۵ سانتی‌متر کش میاد. الان این رابطه، خطی هست، یعنی مقدار کش اومدن فنر (مثلاً y) وابسته به مقدار وزنه (مثلاً x) هست و این وابستگی، خطی هست. در این گونه سؤالات، باید از اطلاعات مسئله، دو نقطه رو استخراج کرده و به کمک اون‌ها شیب و معادله خط رو بنویسیم.

تست نمونه: تابع هزینه یک شرکت، خطی است، می‌دانیم اگر کالایی تولید نشود، هزینه برابر ۱۰۰ هزار تومان می‌باشد و به ازای تولید ۲۰ کالا، هزینه برابر ۵۰۰ هزار تومان می‌باشد. ضابطه یا فرمول تابع هزینه این شرکت کدام است؟ (x تعداد کالاها و y هزینه می‌باشد).

$$y = 10x + 500 \quad (\text{f})$$

$$y = 10x + 100 \quad (\text{g})$$

$$y = 20x + 100 \quad (\text{h})$$

$$y = 20x + 500 \quad (\text{i})$$

$$A(0, 100), B(20, 500)$$

$x_1 \quad y_1 \quad x_2 \quad y_2$

$$\text{شیب: } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{500 - 100}{20 - 0} = \frac{400}{20} = 20$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 100 = 20(x - 0) \Rightarrow y = 20x + 100$$

پاسخ: با توجه به توضیحات مسئله، دو نقطه داریم:

بنابراین گزینه «۲» درست است.

تابع درجه دوم (سهمی)

ظاهر تابع درجه دوم خیلی شبیه معادله درجه دومه؛ یعنی به شکل $y = ax^2 + bx + c$ هست (a نباید صفر باشه) ویژگی‌های سهمی به صورت جدول زیره:

درسنامه

خواص	اگر $a < 0$ باشه	اگر $a > 0$ باشه
۱. جهت سهمی رو به پایین است.	۱. جهت سهمی رو به بالاست.	
۲. سهمی ماکزیمم داره (رأسش، بیشترین عرض رو داره).	۲. سهمی مینیمم داره (رأسش، کمترین عرض رو داره).	
۳. رأس سهمی از همه نقاط بالاتره.	۳. رأس سهمی از همه نقاط پایین‌تره.	
۴. طول رأس سهمی $x = \frac{-b}{2a}$ است. معادله محور تقارن $x = \frac{-b}{2a}$ است.		
۵. عرض رأس سهمی $y = \frac{-\Delta}{4a}$ است. البته راه دیگه پیدا کردن عرض رأس، اینه که $x = \frac{-b}{2a}$ رو در ضابطه تابع قرار بدیم.		
۶. اگر $\Delta > 0$ باشه، سهمی محور x ها رو در دو نقطه قطع می‌کنه.	۷. اگر $\Delta = 0$ باشه، سهمی محور x ها رو در ۱ نقطه قطع می‌کنه که اصطلاحاً می‌گیم سهمی بر محور x ها مماس است.	
۸. اگر $\Delta < 0$ باشه سهمی محور x ها رو قطع نمی‌کنه.		

مشترک

پرسش‌های چهارگزینه‌ای

تساوی دو زوج مرتب

۲۵۶. اگر زوج‌های مرتب $(a-b, ۱۳)$ و $(۲, ۲a+b)$ با هم برابر باشند، حاصل $a+b$ کدام است؟

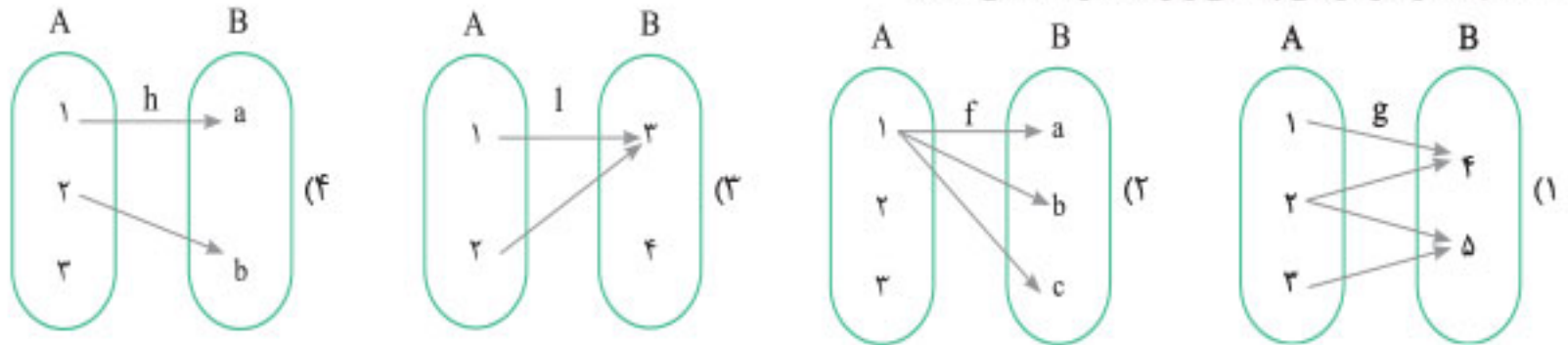
- (۱) ۵ (۲) صفر (۳) ۸ (۴) ۳

۲۵۷. می‌خواهیم سه زوج مرتب $(m-۱, ۶)$, $(n-۲, ۳m)$, $(-۴, ۶)$ را به دو زوج مرتب تبدیل کنیم. حاصل $m+n$ کدام است؟ $(m, n \in \mathbb{N})$

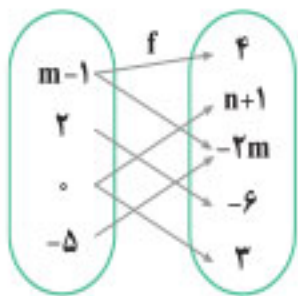
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

تابع به شکل نمودار پیکانی

۲۵۸. کدام یک از نمودارهای پیکانی زیر، بیانگر یک تابع است؟



۲۵۹. اگر نمودار پیکانی مقابل، مربوط به یک تابع باشد، حاصل $n+m$ کدام است؟



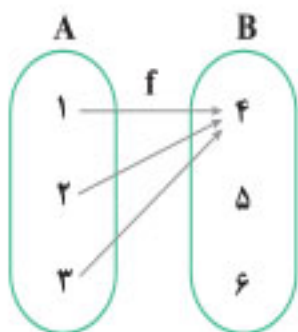
(۱) صفر

(۲) -۴

(۳) ۴

(۴) هیچ وقت تابع نیست.

۲۶۰. با توجه به نمودار پیکانی مقابل، دامنه و برد کدام است؟



(۱) $R_f = \{4, 5, 6\}, D_f = \{1, 2, 3\}$

(۲) $R_f = \{4\}, D_f = \{1, 2, 3\}$

(۳) $R_f = \{1, 2, 3\}, D_f = \{4, 5, 6\}$

(۴) $R_f = \{1, 2, 3\}, D_f = \{4\}$

تابع به شکل زوج مرتب

۲۶۱. کدام یک از مجموعه‌های (رابطه‌ها) زیر، بیانگر یک تابع نیست؟

(۱) $f = \{(1, 2), (2, 5), (1, 4)\}$ (۲) $g = \{(1, 4), (2, 5)\}$ (۳) $h = \{(1, 2), (3, 5), (1, 2)\}$ (۴) $i = \{(1, 2)\}$

۲۶۲. با توجه به تابع $f = \{(1, 2), (2, 4), (3, 7), (5, 5)\}$ ، دامنه و برد کدام است؟

(۱) $R_f = \{1, 2, 3, 5\}, D_f = \{2, 4, 5, 7\}$ (۲) $R_f = \{3, 5, 7\}, D_f = \{1, 2, 4\}$

(۳) $R_f = \{1, 2, 4\}, D_f = \{3, 5, 7\}$ (۴) $R_f = \{2, 4, 5, 7\}, D_f = \{1, 2, 3, 5\}$

۲۶۳. اگر مجموعه $f = \{(1, 2a-5), (1, 1-a), (\frac{a}{4}, b)\}$ یک تابع باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

۲۶۴. به ازای کدام مقدار m ، رابطه $R = \{(2, m^2), (2, 1), (-4, m), (1, m+3), (m, 5)\}$ یک تابع است؟

- (۱) -۱ (۲) ± 2 (۳) -۲ (۴) ± 1

۲۶۵. اگر $f = \{(1, x-2y), (2, 3), (9, 5), (1, -7), (9, x+y)\}$ یک تابع باشد، مقدار $x^2 + y^2$ چند برابر $-x - 4y$ است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

۲۶۶. رابطه $f = \{(a, x+y), (b, m^2), (a, m^2-1), (b, x-y), (a, 4)\}$ یک تابع است. مقدار $x^2 + y^2$ کدام است؟

- (۱) $2/5$ (۲) $20/5$ (۳) ۲۴ (۴) ۴۲

۲۶۷. به ازای کدام مقدار m ، رابطه $\{(1, m^2), (3, m^2), (4, 9)\}$ یک تابع است؟

- (۱) فقط ۲ (۲) فقط ۳ (۳) هر مقدار m (۴) هیچ مقدار

تست

(سراسری ۱۴۰۱)

(دی ۱۴۰۱)

(سراسری ۹۸)

۲۶۸. اگر رابطه $\{(3, a+2b), (5, 4), (7, 2), (3, 7), (5, 2a-b)\}$ یک تابع باشد، $a^2 - b^2$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۶۹. به ازای چند مقدار حقیقی برای a ، رابطه $f = \{(1, 3a^2), (a+1, 1), (0, 1-\sqrt{3}a), (a^2-3, 2), (1, a^4)\}$ تابع است؟

- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) صفر

(سراسری ۱۴۰۰)

۲۷۰. فرض کنید تابع f به صورت $f = \{(a, a^2) | a = 0, 1, 2\} \cup \{(a, a+b) | a, b \in \{0, 1, 2\}\}$ توصیف شده باشد. تعداد عناصر f کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۲۷۱. در تابع $f = \{(2, 5), (3, 1), (4, 2), (1, 4)\}$ مقدار $2f(1) - f(2)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۷۲. با توجه به رابطه $f = \{(1, 4), (1, 3), (2, 1), (3, 2)\}$ زیرمجموعه‌ای از آن که به صورت یک تابع با برد $\{2, 1\}$ باشد، دارای چه دامنه‌ای است؟

- (۱) $\{2, 3\}$ (۲) $\{1, 2\}$ (۳) $\{1, 1\}$ (۴) $\{1, 2\}$

۲۷۳. اگر در تابع $f = \{(1, a-1), (2, 3), (b+2, 7)\}$ ، $D_f = \{1, 2, 5\}$ و $R_f = \{3, 7, -1\}$ باشد، $2a+b$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۷ (۴) -۱

۲۷۴. اگر مجموع اعضای برد تابع $f = \{(a-2, a+1), (2a+1, a^2), (a^2-3, 1-2a)\}$ برابر با ۴ باشد، مجموع اعضای دامنه کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۴ (۲) -۶ (۳) -۵ (۴) ۱۰

۲۷۵. اگر $f = \{(2, x-y), (2, -3), (4x+y, -3)\}$ تابعی باشد که دامنه آن فقط یک عضو داشته باشد، حاصل $\frac{x}{y}$ کدام است؟

- (۱) -۵ (۲) $-\frac{1}{5}$ (۳) -۱۴ (۴) $-\frac{1}{14}$

تابع به شکل جدول

۲۷۶. در تابع مقابل x متغیر مستقل و y متغیر وابسته می‌باشد. مقدار $m-n$ کدام است؟

$$f: \begin{array}{c|cccc} x & 0 & -1 & 2\sqrt{2} & -1^3 & \sqrt{8} \\ y & 6 & m-n & n-2m & 2m & 4 \end{array}$$

(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) $-\frac{1}{3}$

(۲) $\frac{4}{3}$

(۱) $-\frac{4}{3}$

۲۷۷. در جدول مقابل به جای a یا b یا c چه عددی قرار دهیم تا g تابع نباشد؟

$$g: \begin{array}{c|ccccccc} x & -3 & (-2)^2 & -1 & 0 & -1 & 4 & -3 \\ y & 4 & 9 & c & a^3 & 5 & a^2 & 7b \end{array}$$

(۴) به ازای هر مقدار a ، رابطه g تابع است.

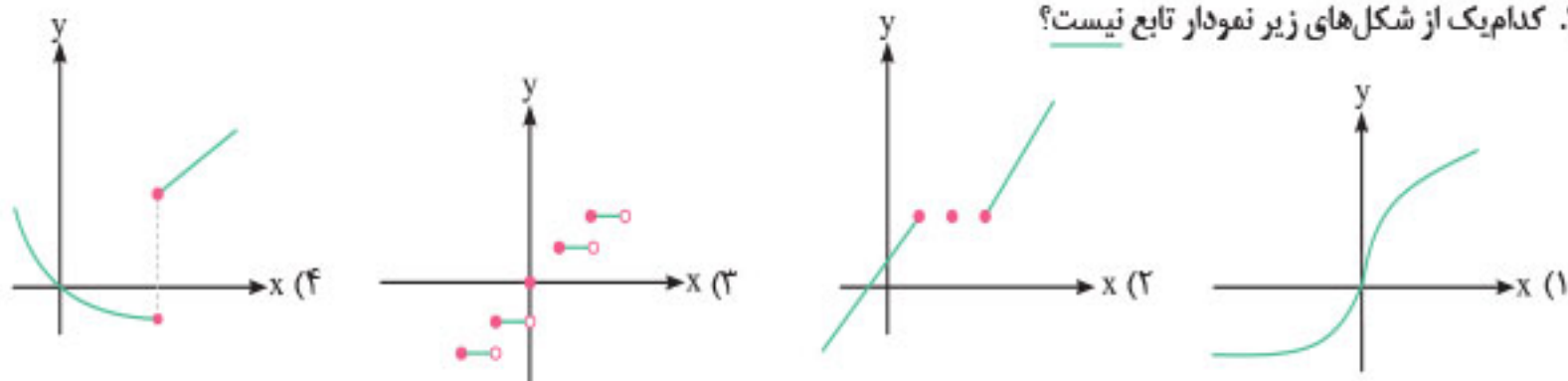
(۳) $c=5$

(۲) $b=\frac{4}{y}$

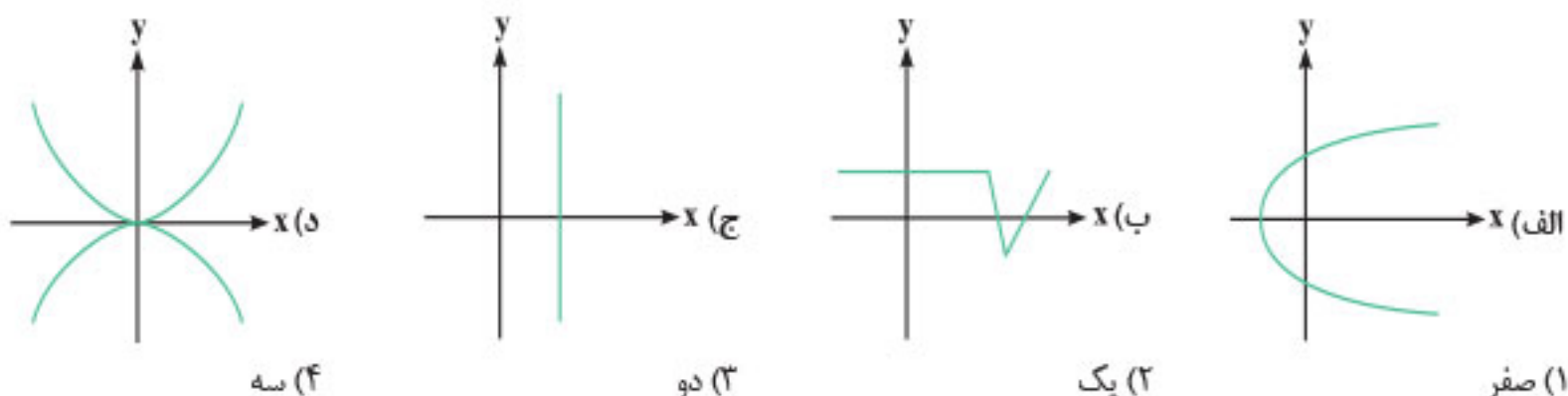
(۱) $a=2$

تابع به شکل نمودار هندسی

۲۷۸. کدام یک از شکل‌های زیر نمودار تابع نیست؟

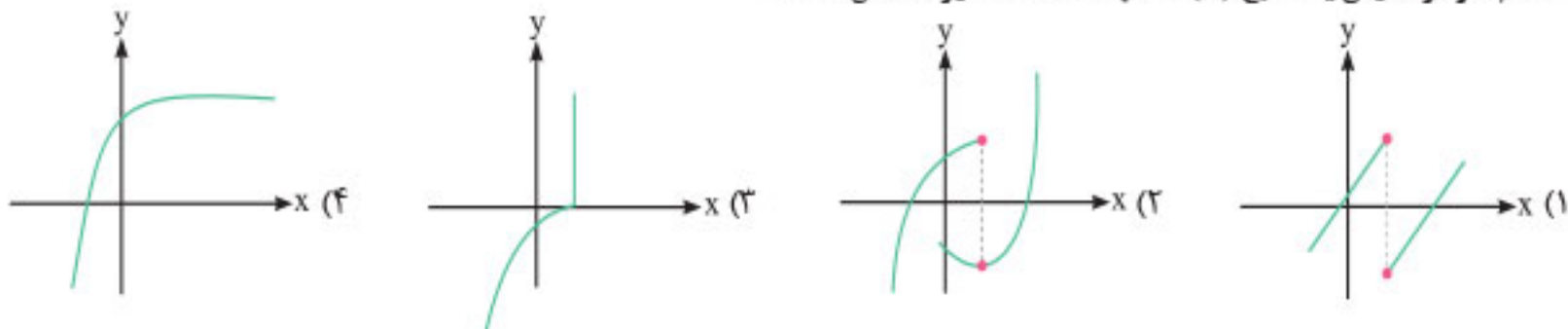


۲۷۹. چه تعداد از نمودارهای زیر تابع هستند؟ (x متغیر مستقل است.)

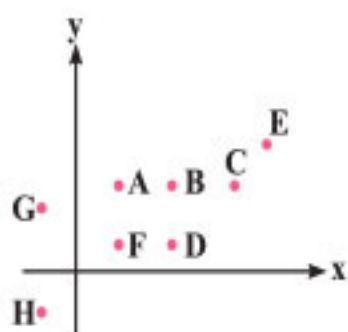


(خارج ۹۸)

۲۸۰. کدام نمودار نمایش یک تابع $y=f(x)$ است؟ (x متغیر مستقل است.)

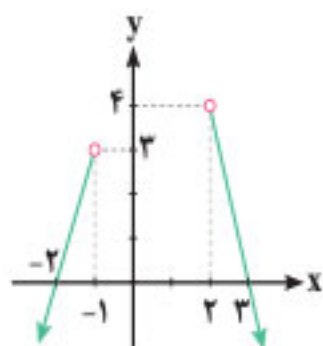


۲۸۱. با حذف کدام نقطه‌ها از نمودار مقابل، می‌توان یک تابع ساخت؟ (X متغیر مستقل است.)



- (۱) C و B، A
- (۲) G و F، B
- (۳) E و F، D
- (۴) H و E، A

۲۸۲. با اضافه کردن کدام گزینه زیر به نمودار مقابل، تابع بودن آن، منتفی نمی‌شود؟



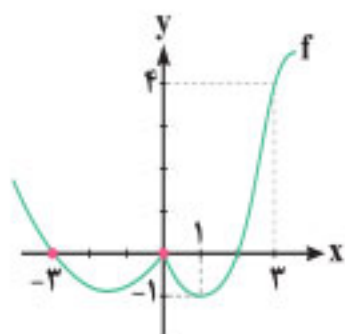
(۱) نقطه $A(3, 4)$

(۲) نقطه $B(-\frac{3}{2}, 0)$

(۳) پاره‌خط به معادله $y = 3$ با دامنه $-1 \leq x \leq 2$

(۴) پاره‌خط به معادله $y = 4$ با دامنه $-2 < x < 3$

۲۸۳. با توجه به نمودار تابع f، حاصل $f(-3) - f(1) + f(3) + f(0)$ کدام است؟



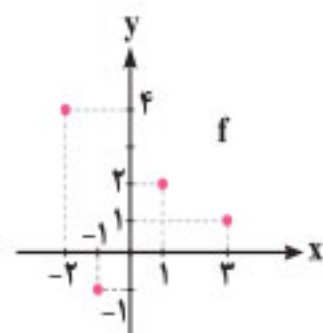
(۱) ۲

(۲) ۵

(۳) ۳

(۴) -۳

۲۸۴. با توجه به نمودار تابع، کدام یک از گزینه‌های زیر، دامنه و برد آن را نشان می‌دهد؟



(۱) $R_f = \{-2, -1, 1, 3\}, D_f = \{-1, 1, 2, 4\}$

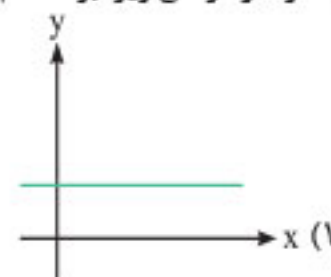
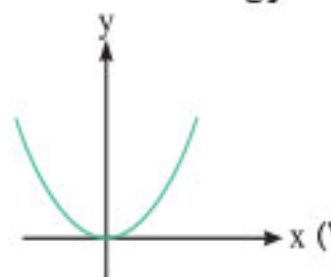
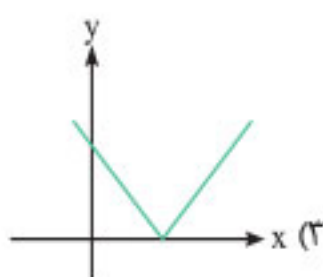
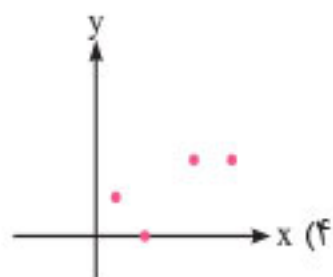
(۲) $R_f = \{-1, 1, 2, 4\}, D_f = \{-2, -1, 1, 3\}$

(۳) $R_f = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}, D_f = \{-2, -1, 1, 3\}$

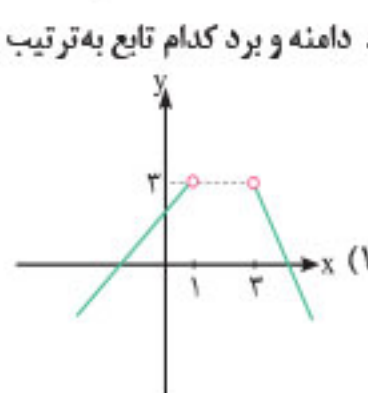
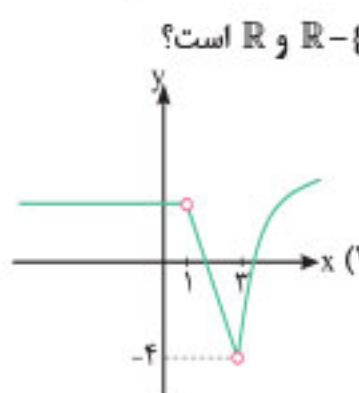
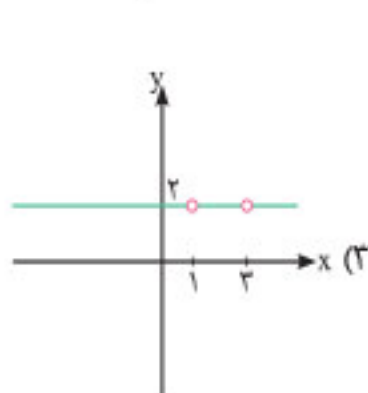
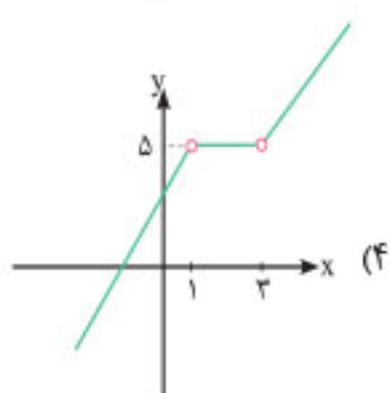
(۴) $R_f = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}, D_f = \{-1, 0, 1, 2, 3, 4\}$

۲۸۵. در نمودارهای زیر، برد کدام تابع تک‌عضوی است؟

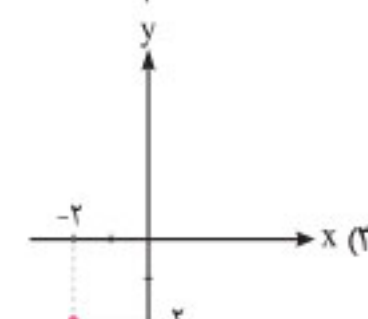
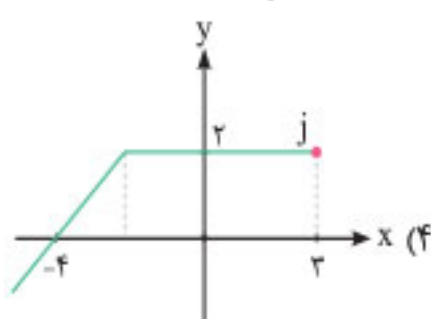
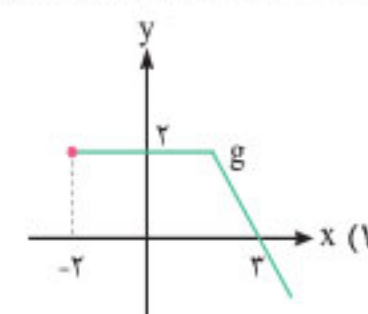
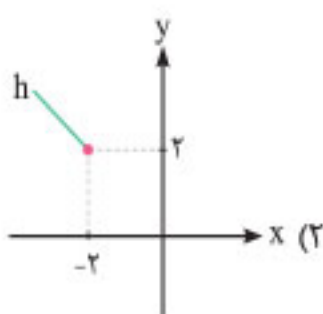
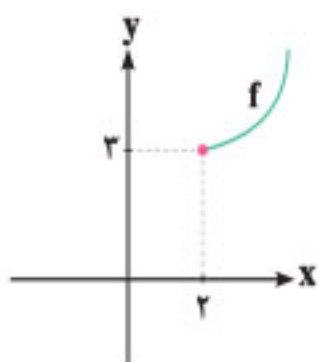
تست



۲۸۶. دامنه و برد کدام تابع به ترتیب $\mathbb{R} - \{1, 3\}$ و $\mathbb{R}$ است؟



۲۸۷. دامنه تابع f با برد کدام تابع زیر برابر است؟



تابع به شکل ضابطه و توصیف کلامی

۲۸۸. ضابطه تابع جدول مقابل، کدام گزینه می‌تواند باشد؟

$$y = x + 1 \quad (۱)$$

$$y = 2x + 1 \quad (۳)$$

$$y = x^2 + 1 \quad (۲)$$

$$y = 2x^2 + 1 \quad (۴)$$

۲۸۹. تابع f به هر عدد حقیقی، سه برابر مجموع آن عدد و مربعش را نسبت می‌دهد. ضابطه f کدام است؟

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 3x + x^2 \end{cases} \quad (۱)$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 3(x + x^2) \end{cases} \quad (۲)$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 3(x + x^2) \end{cases} \quad (۳)$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ f(x) = 3x + x^2 \end{cases} \quad (۴)$$

۲۹۰. کدام توصیف کلامی، برای تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{3}$ مناسب است؟

(۱) تابع f به هر عدد طبیعی، جذر ثلث تفاضل آن عدد از یک را نسبت می‌دهد.

(۲) تابع f به هر عدد طبیعی، ثلث جذر تفاضل آن عدد از یک را نسبت می‌دهد.

(۳) تابع f به هر عدد طبیعی، جذر ثلث تفاضل عدد ۱ از آن عدد را نسبت می‌دهد.

(۴) تابع f به هر عدد طبیعی، ثلث جذر تفاضل عدد ۱ از آن عدد را نسبت می‌دهد.

۲۹۱. در یک سری از مستطیل‌ها، طول از ۲ برابر عرض، ۴ واحد بیشتر است. اگر طول را با x نمایش دهیم تابع f که مساحت این مستطیل‌ها را بر حسب طول

آن‌ها بیان می‌کند کدام است؟ ($\mathbb{R}^+$ یعنی اعداد حقیقی مثبت)

$$\begin{cases} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ f(x) = x^2 - 4x \end{cases} \quad (۱)$$

$$\begin{cases} f: \{x > 0\} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^2 - 4x \end{cases} \quad (۲)$$

$$\begin{cases} f: \{x > 4\} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = \frac{x^2 - 4x}{3} \end{cases} \quad (۳)$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = \frac{x^2 - 4x}{3} \end{cases} \quad (۴)$$

(اردیبهشت ۱۴۰۴)

۲۹۲. اگر تابع f به هر عدد حقیقی، دو برابر مکعب همان عدد، منهای ۳ را نسبت دهد، حاصل $f(\sqrt[3]{4}) - f(\frac{1}{\sqrt[3]{4}})$ کدام است؟

$$-7/5 \quad (۱)$$

$$-2/5 \quad (۲)$$

$$2/5 \quad (۳)$$

$$7/5 \quad (۴)$$

۲۹۳. ماشین f هر عدد حقیقی که به آن وارد شود را به توان ۲ رسانده و سپس ۵ برابر x را از جواب کم می‌کند.

با توجه به شکل مقابل، مجموع مقادیر قابل قبول برای x کدام است؟

$$4 \quad (۱)$$

$$5 \quad (۲)$$

$$6 \quad (۳)$$

$$7 \quad (۴)$$

۲۹۴. اگر $f(x) = |3x - 5|$ و $g(x) = \sqrt{\frac{1}{4}x + 2}$ باشند، مقدار $f(\frac{1}{4}) + g(\frac{1}{4})$ چقدر است؟

$$2 \quad (۱)$$

$$3 \quad (۲)$$

$$4 \quad (۳)$$

$$5 \quad (۴)$$

۲۹۵. کدام گزینه می‌تواند ضابطه تابع $f = \{(1, 3), (2, -4), (3, 9), (4, -8)\}$ باشد؟

$$f(x) = 3x \quad (۱)$$

$$f(x) = \begin{cases} 3x & \text{اعداد طبیعی فرد} \\ -2x & \text{اعداد طبیعی زوج} \end{cases} \quad (۲)$$

$$f(x) = -2x \quad (۳)$$

$$f(x) = \begin{cases} 3x & ; x > 0 \\ -2x & ; x < 0 \end{cases} \quad (۴)$$

(سراسری ۹۷)

۲۹۶. اگر $f(x) = \sqrt{2x - 5}$ باشد، مقدار $f(-2) + 2f(\frac{1}{4})$ کدام است؟

$$4 \quad (۱)$$

$$5 \quad (۲)$$

$$6 \quad (۳)$$

$$7 \quad (۴)$$

(خارج ۹۷)

۲۹۷. اگر $f(x) = x\sqrt{2 + |x|}$ باشد، مقدار $f(2) + 4f(-\frac{1}{4})$ کدام است؟

$$2 \quad (۱)$$

$$2/5 \quad (۲)$$

$$3 \quad (۳)$$

$$3/5 \quad (۴)$$

۲۹۸. اگر نمودار تابع $f(x) = x^2 + ax + 1$ از نقطه $(2, 3)$ عبور کند، مقدار $f(1)$ کدام است؟

$$3 \quad (۱)$$

$$1 \quad (۲)$$

$$5 \quad (۳)$$

$$-1 \quad (۴)$$

۲۹۹. در تابع با ضابطه $f(x) = ax^2 + bx - 2$ ، تساوی‌های $f(1) = -3$ و $f(3) = 7$ برقرار است. مقدار b کدام است؟

$$-2 \quad (۱)$$

$$-2 \quad (۲)$$

$$-1 \quad (۳)$$

$$1 \quad (۴)$$

(سراسری ۹۵)

۳۰۰. اگر $f(x) = |2x - 5|$ باشد، مقدار $f(2 + \sqrt{2}) + f(1 + \sqrt{2})$ کدام است؟

$$2 \quad (۱)$$

$$4\sqrt{2} - 4 \quad (۲)$$

$$3 \quad (۳)$$

$$2\sqrt{2} + 2 \quad (۴)$$

(سراسری ۹۲)

۳۰۱. در تابع با ضابطه $f(x) = \sqrt{-2x^2 + 8x + 7}$ ، مقدار $f(2 - \sqrt{3})$ کدام است؟

$$1 \quad (۱)$$

$$2 \quad (۲)$$

$$3 \quad (۳)$$

$$4 \quad (۴)$$



۲۰۲. عبارت ذکر شده در کدام گزینه صحیح است؟

- (۱) دامنه یک تابع، مجموعه مقادیری است که یک متغیر وابسته می‌تواند داشته باشد.
 (۲) دامنه یک تابع، مجموعه مقادیری است که یک متغیر مستقل می‌تواند داشته باشد.
 (۳) در رابطه $h(x) = |x^2 - 3x|$ متغیر x متغیر وابسته و $h(x)$ متغیر مستقل است.
 (۴) برد یک تابع، مجموعه مقادیری است که یک متغیر مستقل می‌تواند داشته باشد.

۲۰۳. با توجه به تابع $f(x) = 2x - 1$ ، اگر $R_f = \{1, 3, 5\}$ باشد، دامنه تابع کدام خواهد بود؟

- (۱) $D_f = \{1, 3, 5\}$ (۲) $D_f = \{-1, -3, -5\}$ (۳) $D_f = \{1, 2, 3\}$ (۴) $D_f = \{-1, -2, -3\}$

۲۰۴. اگر برد تابع $f(x) = x^2 - 5x + 1$ برابر $R_f = \{1\}$ باشد، تابع f به صورت زوج مرتب کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $f = \{(0, 1), (4, 1)\}$ (۲) $f = \{(4, 1)\}$ (۳) $f = \{(0, 1), (5, 1)\}$ (۴) $f = \{(1, 1), (5, 1)\}$

۲۰۵. با توجه به تابع $f: A \rightarrow B$ و $f(x) = \sqrt{x+1} - 1$ ، $A = \{0, -1, 8, 3\}$ ، برد تابع f کدام است؟

- (۱) $R_f = \{0, 1, -2, -1\}$ (۲) $R_f = \{0, -1, 2, 1\}$ (۳) $R_f = \{0, 1, 2\}$ (۴) $R_f = \{0, -1, -2\}$

۲۰۶. در تابع $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ اگر $f(a) = 3$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) فقط ۳ (۲) فقط ۱ (۳) ۱ و ۳ (۴) ۳

۲۰۷. اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{x^2 - 4}{3x}$ چهار عضوی و برد آن $\{0, 1\}$ باشد، مجموع عضوهای دامنه کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) صفر (۴) ۱

۲۰۸. کدام یک از رابطه‌های زیر، تابع نیست؟

- (۱) رابطه بین هر مسلمان و قبله او (۲) رابطه بین هر فرد و شماره ملی او (۳) رابطه بین مساحت هر مربع و ضلع آن (۴) رابطه بین هر شهر و سوغاتی آن شهر

۲۰۹. کدام گزینه بیانگر یک تابع نیست؟

- (۱) رابطه‌ای که به هر شخص، شماره ملی او را نسبت می‌دهد.
 (۲) رابطه‌ای که به هر فرد، نام خانوادگی‌اش را نسبت می‌دهد.
 (۳) رابطه‌ای که به هر شخص، نام والدین او را نسبت می‌دهد.
 (۴) رابطه‌ای که به هر شخص، رنگ پوستش را نسبت می‌دهد.

۲۱۰. سه نفر می‌خواهند زمین مستطیل شکلی را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و حصار کشی کنند، به طوری که یک حصار مشترک بین دو قسمت کشیده شود. اگر کمترین حصار کشی ۱۹۰ متر باشد، ضابطه جبری مساحت زمین کدام است؟

(سراسری ۱۴۰۲)

- (۱) $S(x) = 95x - 2x^2, 0 < x < 47/5$
 (۲) $S(x) = 190x - x^2, 0 < x < 95$
 (۳) $S(x) = 95x - 2x^2, 0 < x < 95$
 (۴) $S(x) = 190x - x^2, 0 < x < 47/5$

۲۱۱. دو نفر می‌خواهند زمینی به شکل مستطیل را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده و حصار کشی کنند، به طوری که یک حصار بین دو قسمت مشترک باشد. اگر کمترین طول حصار کشی ۲۱۰ متر باشد، ضابطه جبری مساحت زمین کدام است؟

(خارج ۱۴۰۲)

- (۱) $S(x) = 210x - \frac{1}{2}x^2, 0 < x < 70$
 (۲) $S(x) = 210x - \frac{1}{2}x^2, 0 < x < 105$
 (۳) $S(x) = 105x - \frac{3}{2}x^2, 0 < x < 70$
 (۴) $S(x) = 105x - \frac{3}{2}x^2, 0 < x < 105$

محاسبه تعداد توابع از A به B

۲۱۲. مجموعه A دارای ۱۰ عضو و مجموعه B دارای ۴ عضو می‌باشد. چند تابع مختلف از A به B می‌توان ساخت؟

- (۱) ۱۰۴ (۲) ۲۲۰ (۳) ۱۰۸ (۴) ۲۱۰

۲۱۳. چند تابع مختلف از مجموعه اعداد طبیعی زوج یک رقمی به مجموعه اعداد طبیعی اول یک رقمی می‌توان ساخت؟

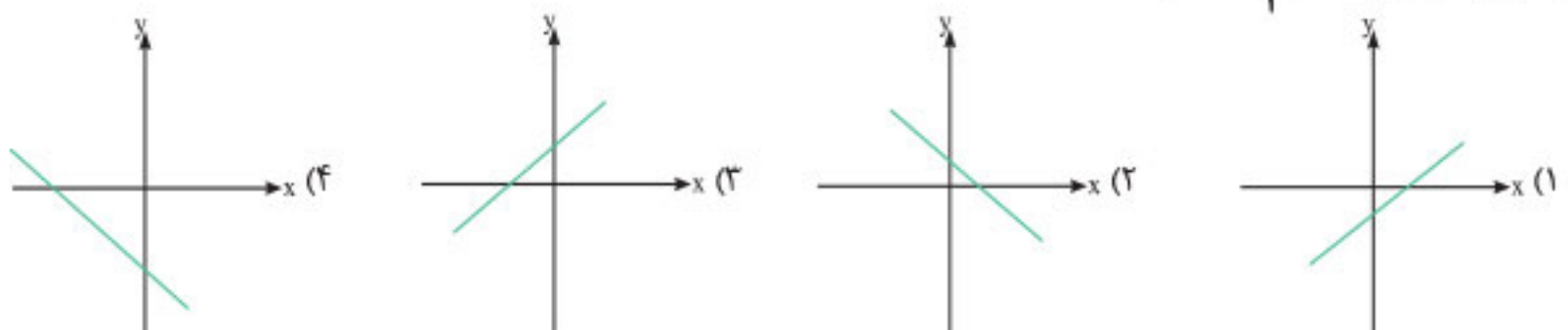
- (۱) ۲۵۶ (۲) ۱۲۸ (۳) ۶۴ (۴) ۳۲

۲۱۴. مجموعه A دارای ۳ عضو و مجموعه B دارای ۲ عضو است. چند تابع از مجموعه A به مجموعه B می‌توان نوشت؟

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۵

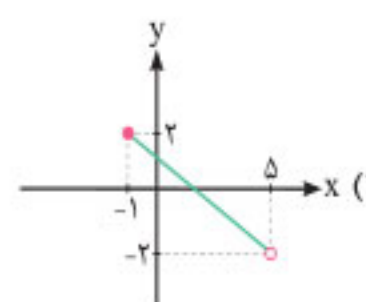
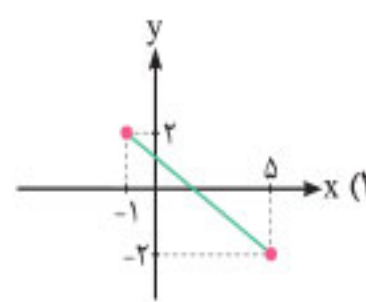
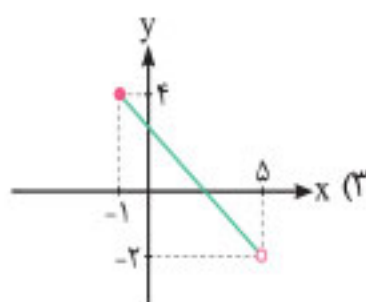
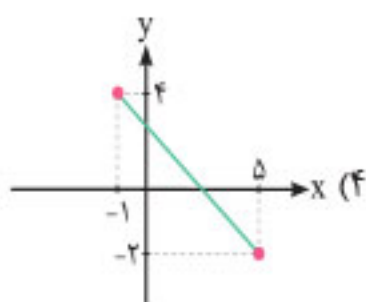
شیب، معادله خط و نمودار آن

۲۱۵. نمودار تابع $\frac{2y-1}{3} = -2x$ کدام است؟





۳۱۶. نمودار تابع $y = 3 - x$ با دامنه $D_y = \{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x < 5\}$ کدام است؟



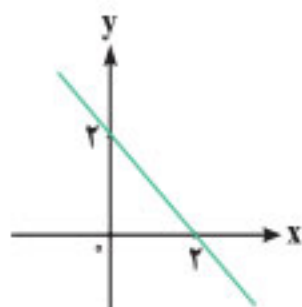
۳۱۷. نمودار مقابل مربوط به کدام ضابطه زیر است؟

(۱) $y = -x + 2$

(۲) $y = x + 2$

(۳) $y = x - 2$

(۴) $y = -2x + 2$



(سراسری ۱۴۰۱)

۳۱۸. نمودار یک تابع خطی از نقاط $(-2, a)$ ، $(-1, 3)$ و $(1, -4)$ می‌گذرد. مقدار a کدام است؟

(۴) $7/5$

(۳) 7

(۲) $6/5$

(۱) 6

(خارج ۱۴۰۱)

۳۱۹. در یک تابع خطی $f(1) = 5$ و $f(3) = -9$ است. اگر $A = \{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \leq 5\}$ دامنه تابع f باشد. برد این تابع کدام است؟

(۴) $-23 \leq y \leq 12$

(۳) $-47 \leq y \leq 12$

(۲) $-23 \leq y \leq 7$

(۱) $-47 \leq y \leq 7$

۳۲۰. در تابع خطی f داریم: $f(1) = 3$ و $f(10) = 21$ ، حاصل $f(\sqrt{2}) + f(-2\sqrt{2})$ کدام است؟

(۴) $2\sqrt{2}$

(۳) $\sqrt{2}$

(۲) 1

(۱) صفر

۳۲۱. نمودار تابع $y = -2mx + n$ ، با فرض $m > 0$ و $n > 0$ از کدام ناحیه محورهای مختصات عبور نمی‌کند؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

۳۲۲. معادله خطی با شیب یک که از نقاط $(1, a)$ و $(a, 3)$ بگذرد، به چه صورت است؟

(۴) $y = x + 1$

(۳) $y = x - 2$

(۲) $y = x - 1$

(۱) $y = x + 2$

۳۲۳. اگر شیب تابع خطی گذرنده از نقاط $A(2k-1, 7)$ و $B(-3, k+2)$ برابر یک باشد، مقدار k چقدر است؟

(۴) 1

(۳) -2

(۲) 3

(۱) -1

۳۲۴. خط $ay + 4x = 4b$ از نقطه‌های $(1, 4)$ و $(-1, 2)$ عبور می‌کند. حاصل $a + b$ کدام است؟

(۴) -4

(۳) 4

(۲) -7

(۱) 7

۳۲۵. اگر خط به معادله $3mx - (2m-2)y - 18 = 0$ از نقطه‌ای به طول ۳ واقع بر محور طول‌ها بگذرد، شیب خط کدام است؟

(۴) 4

(۳) 3

(۲) 2

(۱) 1

(سراسری ۱۴۰۲)

۳۲۶. اگر تابع خطی $f(x) = (1-2m)x - \frac{2m+3}{4}$ ، به‌ازای همه مقادیر m از نقطه (α, β) بگذرد، مقدار $\beta - \alpha$ کدام است؟

(۴) $-\frac{5}{2}$

(۳) $\frac{5}{2}$

(۲) $-\frac{3}{2}$

(۱) $\frac{3}{2}$

(خارج ۱۴۰۲)

۳۲۷. اگر تابع خطی $f(x) = (\frac{1-m}{4})x - m + \frac{1}{4}$ به‌ازای همه مقادیر m از نقطه (a, b) بگذرد، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

(۴) -4

(۳) 4

(۲) $-\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{1}{4}$

(خارج ۱۴۰۲)

۳۲۸. اگر ضابطه تابع خطی $f(x) = \frac{-4}{a+2}x + b$ ، $f(1) = 2a-1$ و $f(-\frac{a}{4}) = 2$ باشد، مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟

(۴) 1

(۳) 2

(۲) $1/6$

(۱) $3/2$

۳۲۹. در خط گذرنده از دو نقطه $(4, 5)$ و $(2, -3)$ ، علامت شیب و عرض از مبدأ چگونه است؟

(۱) شیب منفی - عرض از مبدأ مثبت (۲) شیب منفی - عرض از مبدأ منفی (۳) شیب مثبت - عرض از مبدأ مثبت (۴) شیب مثبت - عرض از مبدأ منفی

(سراسری ۱۴۰۰)

۳۳۰. تابع $f(x) = -\frac{1}{4}x + 4$ را در دامنه $\{-99, -98, \dots, 0, 1, \dots, 99, 100\}$ در نظر بگیرید. مقدار متوسط عضوهای برد تابع f کدام است؟

(۴) $4/25$

(۳) 4

(۲) $3/75$

(۱) $3/5$

۳۳۱. در تابع $f(x) = -4x + 1$ اگر دامنه برابر $-3 \leq x < 6$ باشد، برد تابع کدام است؟

(۴) $-10 < y \leq 18$

(۳) $-10 \leq y < 18$

(۲) $-23 < y \leq 13$

(۱) $-23 \leq y < 13$

(سراسری ۱۴۰۳)

۲۲۲. نقاط متمایز $(1, 3a)$ ، $(-1, a)$ و $(a, 2)$ روی یک خط قرار دارند. مقدار a کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) ۳

(خارج ۱۴۰۳)

۲۲۳. نقاط متمایز $(-\frac{a}{2}, 2/5)$ ، $(3, a-2)$ و $(3a, -1)$ روی یک خط قرار دارند. مقدار a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۳

۲۲۴. نمودار تابع خطی f از مبدأ گذشته و $f(-6) = 2$ است. حاصل $f(0/3) - f(-0/3)$ کدام است؟

- (۱) $0/2$ (۲) $0/4$ (۳) $-0/2$ (۴) $-0/4$

۲۲۵. در تابع خطی f اگر $2f(1) - f(4) = 10$ باشد و نمودار f از نقطه‌ای به عرض ۴ روی محور y بگذرد. مقدار $f(100)$ کدام است؟

- (۱) -۲۹۶ (۲) -۳۰۰ (۳) -۳۹۶ (۴) -۴۰۰

۲۲۶. اگر بدانیم دامنه و برد تابع خطی f به شکل $-4 \leq x < 1$ و $10 \leq y < 12$ باشد؛ مقدار $f(0)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{58}{2}$ (۲) $\frac{58}{5}$ (۳) $\frac{60}{5}$ (۴) $\frac{62}{5}$

۲۲۷. نمودار دو تابع خطی $f(x) = -mx - h$ و $g(x) = ax + h$ از نقطه $(-2, 3)$ می‌گذرند. اگر $f(-\frac{5}{4}) = g(-5)$ باشد، مقدار $\frac{m}{a}$ کدام است؟ (ارشدیهشت ۱۴۰۳)

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۲۸. اگر تابع $g(x) = (2k-5)x^2 + 3x - k^2$ خطی باشد حاصل $g(1)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{9}{4}$ (۲) $-\frac{11}{4}$ (۳) $-\frac{13}{4}$ (۴) $-\frac{17}{4}$

۲۲۹. اگر تابع $f(x) = \frac{x^2 + mx + 5}{x+1}$ در دامنه خود خطی باشد، مقدار $\frac{f(2)}{m}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{5}$ (۲) $\frac{5}{7}$ (۳) $\frac{6}{7}$ (۴) $\frac{7}{6}$

۲۴۰. اگر دامنه و برد تابع خطی f برابر با $1 < x < 6$ و $-2 < y < 0$ باشند، حاصل ضرب جواب‌های ممکن برای $f(4)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{24}{25}$ (۲) $\frac{12}{25}$ (۳) $\frac{8}{25}$ (۴) $\frac{11}{25}$

تست خطوط عمود و خطوط موازی

۲۴۱. خط $2y = -4x + 3$ با کدام خط زیر موازی است؟

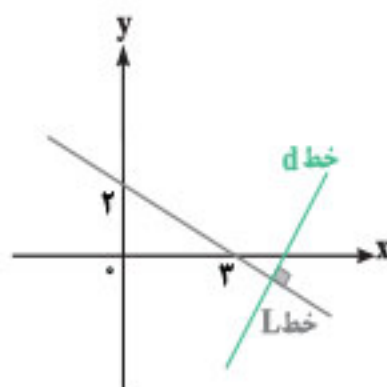
- (۱) $x + y = 2$ (۲) $3x - 4y = 5$ (۳) $2x + y = 10$ (۴) $y = -x$

۲۴۲. معادله خطی که نمودار آن از نقطه $A(2, 6)$ گذشته و با خط $\frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 1$ موازی باشد کدام است؟

- (۱) $y = 8 - x$ (۲) $y = 8 + x$ (۳) $y = 6 - x$ (۴) $y = 6 + x$

۲۴۳. با توجه به شکل داده‌شده، شیب خط d کدام است؟

- (۱) $4/5$ (۲) $2/5$ (۳) $2/5$ (۴) $1/5$



تلاقی خط و محورهای مختصات - تلاقی دو خط با هم

۲۴۴. نمودار تابع خطی $f(x) = (3k-1)x + 2m$ از نقطه $(3, -2)$ عبور کرده و محور x را در نقطه‌ای به طول ۵ قطع می‌کند. مقدار $3k + m$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) ۷

۲۴۵. خط d از نقطه $A(-2, 4)$ و نقطه تلاقی دو خط به معادلات $2x + y = 5$ و $3y - x + 6 = 0$ گذشته است. شیب خط d کدام است؟ (سراسری ۹۷)

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

۲۴۶. خط به معادله $\frac{y-3x}{5} - \frac{x}{2} = 3$ محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می‌کند. اگر مبدأ مختصات را O بنامیم، مساحت مثلث OAB کدام است؟

- (۱) $\frac{90}{11}$ (۲) $\frac{450}{11}$ (۳) $\frac{45}{11}$ (۴) $\frac{450}{22}$

۲۴۷. تابع خطی $f(x) = mx + h$ در هیچ نقطه‌ای با خط $3x - 2y = b$ برخورد ندارد. اگر $f(2) = 2a - 1$ و $f(1-a) = 2$ باشد، مقدار $f(-6)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) ۱۱ (۴) ۸

(سراسری ۱۴۰۲)

کاربرد توابع خطی در حل مسائل توصیفی

۲۴۸. رابطه بین ارتفاع از سطح زمین (x) و دما (y) رابطه‌ای خطی است. در سطح زمین دما برابر ۲۴ درجه سانتی‌گراد و در ارتفاع ۲۰۰۰ متری از سطح دریا دما برابر ۴ درجه است. دما در ارتفاع ۱۴۰۰ متری از سطح دریا چند درجه سانتی‌گراد است؟

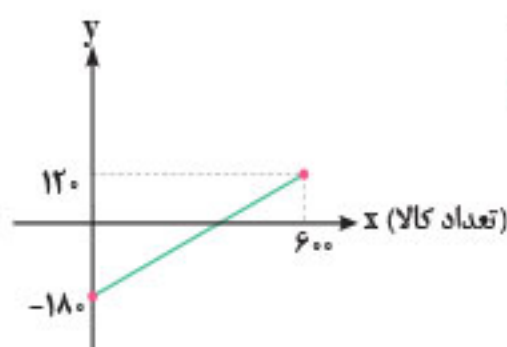
- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۲۴۹. وقتی هیچ وزنه‌ای به یک فنر آویزان نباشد، طول آن ۲۰ سانتی‌متر است. به ازای هر ۱ کیلوگرم وزنه‌ای که به آن متصل شود، ۲ سانتی‌متر به طول فنر اضافه می‌شود. با فرض آنکه f طول فنر بر حسب سانتی‌متر و x مقدار وزنه بر حسب کیلوگرم باشد، مقدار $\frac{f(h)-f(h+1)}{h}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{h}$ (۲) $-\frac{2}{h}$ (۳) $\frac{2}{h}$ (۴) $-\frac{2}{h}$

۲۵۰. نمودار تابع مقابل، نمودار سود یک کارخانه بر حسب تعداد کالا می‌باشد. با تولید چه تعداد کالا، سوددهی شروع می‌شود؟

- (۱) ۳۵۸ (۲) ۳۵۹ (۳) ۳۶۰ (۴) ۳۶۱



۲۵۱. رابطه بین دما بر حسب سانتی‌گراد (C) و فارنهایت (F) به صورت $F = \frac{9}{5}C + 32$ است. دمای یک جسم ۳۰ درجه سانتی‌گراد بالا رفته است. دمای آن بر حسب فارنهایت چقدر افزایش داشته است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۰ (۳) ۵۴ (۴) ۶۴

۲۵۲. اگر به سه برابر دمای جسمی بر حسب سانتی‌گراد (C)، ۲۰ واحد اضافه شود، دمای آن بر حسب فارنهایت (F) به دست می‌آید، درجه حرارت این جسم چند درجه سانتی‌گراد است؟ ($F = 1/8C + 32$)

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۱۰ (۴) ۳۵

رأس سهمی، محور تقارن، ماکزیمم یا مینیمم داشتن سهمی

۲۵۳. مختصات رأس سهمی به معادله $y = 2x^2 - 4x + 1$ کدام است؟

- (۱) $(1, -1)$ (۲) $(2, 1)$ (۳) $(-1, 7)$ (۴) $(-1, 2)$

۲۵۴. مختصات رأس سهمی به معادله $y = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 5$ کدام است؟

- (۱) $(2, 5)$ (۲) $(-2, 5)$ (۳) $(-1, \frac{5}{4})$ (۴) $(-1, -\frac{5}{4})$

۲۵۵. معادله محور تقارن منحنی $y = \frac{1}{4}x^2 - 3x + 1$ کدام است؟

- (۱) $x = -6$ (۲) $x = -2$ (۳) $x = 2$ (۴) $x = 6$

۲۵۶. سهمی $y = 2(x-1)^2 + 3$ از کدام نواحی می‌گذرد؟

- (۱) اول و دوم (۲) دوم، سوم و چهارم (۳) سوم و چهارم (۴) اول، دوم و سوم

۲۵۷. اگر رأس سهمی $y - 2 = -3(x+a)^2 + b$ نقطه $(2, 5)$ باشد، حاصل $a \times b$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) -۶ (۳) ۴ (۴) -۴

۲۵۸. خط $x = -1$ محور تقارن سهمی $y = ax^2 + 3x + c$ است. اگر رأس سهمی روی خط $y = 1$ قرار داشته باشد، مقدار ac کدام است؟

- (۱) $5/75$ (۲) $3/75$ (۳) $-3/25$ (۴) $-5/25$

۲۵۹. به ازای چند مقدار m تابع $y = (1-18m)x^2 + 11(m^2+1)x + 11$ در نقطه‌ای به طول $\frac{1}{4}$ دارای ماکزیمم است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) هیچ مقدار m (۴) تمام مقادیر m

۲۶۰. شیب خط $y = ax + b$ ، $-1/5$ برابر شیب خط $y = cx + d$ است. اگر دو خط در $x = -2$ روی محور x ها یکدیگر را قطع کنند، محور تقارن

(دی ۱۴۰۵) $f(x) = (\frac{c}{4}x + d)^2 - (ax + b)^2$ کدام است؟

- (۱) $x = -2$ (۲) $x = -3$ (۳) $x = -\frac{3}{2}$ (۴) $x = -\frac{7}{4}$

۲۶۱. رأس سهمی به معادله $y = -x^2 + ax + 5$ بر روی خط به معادله $x = 2$ قرار دارد. این سهمی از کدام نقطه می‌گذرد؟

- (۱) $(-1, 4)$ (۲) $(-1, 5)$ (۳) $(1, 8)$ (۴) $(1, 10)$

(سراسری ۹۷)

۲۶۲. به ازای کدام مقدار a ، بیشترین مقدار تابع $f(x) = ax^2 + 2x - 12$ برابر ۱۸۰ است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۶۳. به ازای چه محدوده‌ای از m تابع $y = (m-1)x^2 - mx + \frac{1}{4}m$ دارای مینیمم است و نمودار آن محور x ها را قطع نمی‌کند؟

- (۱) $m < 0$ (۲) $m > 1$ (۳) $\mathbb{R}$ (۴) $\emptyset$

۲۶۴. اگر کمترین مقدار تابع $f(x) = \frac{x^2}{4} - 2ax + 1$ برابر ۲- باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) $\pm\sqrt{\frac{4}{6}}$ (۲) $\pm\sqrt{\frac{6}{4}}$ (۳) $\pm\frac{\sqrt{6}}{4}$ (۴) $\pm\sqrt{6}$

۲۶۵. مجموع ریشه‌های معادله $x^2 - ax - 1 = 0$ با حاصل ضرب ریشه‌های معادله $ax^2 - 4x + a + 2 = 0$ برابر است. طول رأس سهمی $y = x^2 + (1-2a)x - 3$ کدام است؟

(سراسری ۱۴۰۲)

- (۱) $-1/5$ (۲) -3 (۳) $1/5$ (۴) 3

۲۶۶. مجموع ریشه‌های معادله $ax^2 + (a + \frac{4}{3})x + 2 = 0$ با حاصل ضرب ریشه‌های معادله $3x^2 - 4x - a = 0$ برابر است. محور تقارن سهمی

(خارج ۱۴۰۲)

 $y = -ax^2 - (1 + \frac{5}{4}a)x - 1$ کدام است؟

- (۱) $x = \frac{3}{4}$ (۲) $x = -\frac{3}{4}$ (۳) $x = \frac{11}{8}$ (۴) $x = -\frac{11}{8}$

۲۶۷. اگر تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ در رأس خود دارای کمترین مقدار باشد، نمودار خط به معادله $y = ax + a + 1$ از کدام ناحیه محورهای

(سراسری ۱۴۰۴)

مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) چهارم (۲) سوم (۳) دوم (۴) اول

۲۶۸. اگر سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ در نقطه رأس خود دارای بیشترین مقدار باشد، نمودار خط به معادله $y = ax + a - 2$ از کدام ناحیه محورهای

(خارج ۱۴۰۴)

مختصات نمی‌گذرد؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

تست < مسائلی که در آن‌ها، نمودار سهمی به ما داده می‌شود

۲۶۹. شکل مقابل کدام تابع را نشان می‌دهد؟

(۱) $y = x^2 + 4x + 3$

(۲) $y = -x^2 - 2x + 4$

(۳) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$

(۴) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$

۲۷۰. شکل مقابل نمودار کدام تابع را نشان می‌دهد؟

(۱) $y = 2x^2 + 4x + 1$

(۲) $y = 2x^2 - 2x + 1$

(۳) $y = 2x^2 - 4x + 1$

(۴) $y = -2x^2 + 4x + 1$

۲۷۱. شکل مقابل نمودار کدام تابع را نشان می‌دهد؟

(۱) $y = -2x^2 + 4x - 2$

(۲) $y = -2x^2 - 4x - 2$

(۳) $y = -x^2 - 2x - 2$

(۴) $y = 2x^2 + 4x - 2$

۲۷۲. شکل روبه‌رو نمودار تابع $y = -2x^2 + ax + b$ است. مقدار b کدام است؟

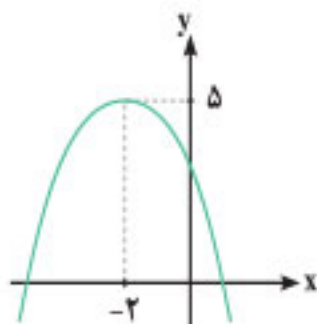
(۱) ۳

(۲) ۴

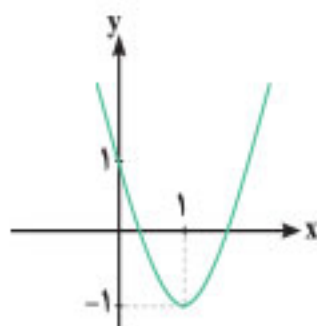
(۳) ۵

(۴) ۶

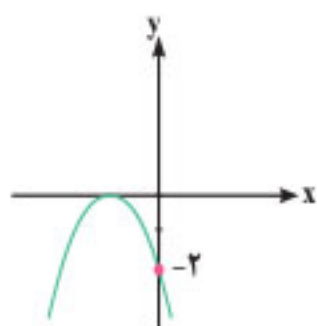
(سراسری ۹۴)



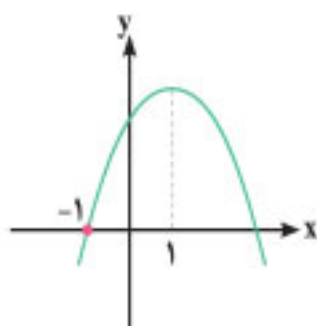
(خارج ۹۴)

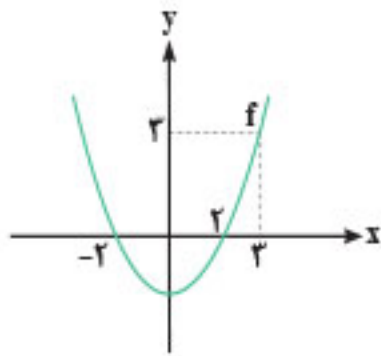


(سراسری ۹۵)



(سراسری ۹۶)





۲۸۶. سهمی f را ۱ واحد به راست و ۳ واحد به بالا منتقل می‌کنیم. اگر سهمی جدید را $y = ax^2 + bx + c$ فرض کنیم،

مقدار $(a + b + c)$ کدام است؟

(۱) $-۰/۵$

(۲) -۱

(۳) ۱

(۴) ۲

۲۸۷. با چه تغییری می‌توانیم سهمی $y = -(x-1)^2 - 3$ را به سهمی $y = x^2$ تبدیل کنیم؟

(۱) ۱ واحد حرکت به راست، ۳ واحد حرکت به بالا، قرینه کردن نسبت به محور y ها

(۲) ۱ واحد حرکت به چپ، ۳ واحد حرکت به بالا، قرینه کردن نسبت به محور x ها

(۳) ۱ واحد حرکت به چپ، ۳ واحد حرکت به پایین، قرینه کردن نسبت به محور x ها

(۴) ۱ واحد حرکت به راست، ۳ واحد حرکت به پایین، قرینه کردن نسبت به محور y ها

ماکزیمم یا مینیمم کردن یک عبارت درجه دوم

(خارج ۹۴)

۲۸۸. بیشترین مقدار اختلاف مربع نصف عددی، از شش برابر همان عدد کدام است؟

(۴) ۴۸

(۳) ۴۲

(۲) ۳۸

(۱) ۳۶

(سراسری ۹۴)

۲۸۹. بیشترین مقدار تفاضل $\frac{1}{9}$ مربع عددی از ۶ برابر آن کدام است؟

(۴) ۸۱

(۳) ۷۲

(۲) ۶۳

(۱) ۵۴

۲۹۰. اگر $4a + 3b = 48$ باشد، $a - b$ کدام مقدار باشد تا مقدار $8ab$ ماکزیمم شود؟

(۴) -۳

(۳) ۳

(۲) -۲

(۱) ۴

۲۹۱. اگر $2x + a = 8$ باشد، کمترین مقدار عبارت $y = x^2 + a^2$ کدام است؟

(۴) $13/4$

(۳) ۱۳

(۲) $12/8$

(۱) ۱۲

(سراسری ۱۴۰۱)

۲۹۲. محیط مستطیلی ۳۰ متر است. ماکزیمم مساحت این مستطیل چقدر است؟

(۴) $11/25$

(۳) $56/25$

(۲) ۲۰۹

(۱) ۲۲۵

۲۹۳. می‌خواهیم با یک قطعه سیم به طول ۵۶ متر، زمینی به شکل مستطیل، که یک طرف آن دیوار است محصور شود.

(سراسری ۹۸ و مشابه سراسری ۹۵)

بیشترین مساحت زمین محصور شده، کدام است؟

(۴) ۴۰۶

(۳) ۳۹۲

(۲) ۳۷۸

(۱) ۳۶۴

۲۹۴. می‌خواهیم از یک رشته سیم به طول ۱۰۰، یک مستطیل به اضلاع $\frac{a}{4}$ و $2x$ بسازیم به طوری که مساحت آن ماکزیمم شود.

(اردیبهشت ۱۴۰۴)

مقدار x کدام است؟

(۴) $6/25$

(۳) $12/5$

(۲) ۲۵

(۱) ۵۰

(سراسری ۸۵)

۲۹۵. از بین مربع‌هایی که عدد مساحت آن‌ها از عدد محیط کمتر است، بیشترین مقدار فزونی عدد محیط از عدد مساحت کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۳

۲۹۶. در تعدادی مثلث، مجموع یک قاعده و ۲ برابر ارتفاع وارد بر آن برابر ۴۸ می‌باشد. بیشترین مساحت این مثلث‌ها کدام است؟

(۴) ۱۰۲

(۳) ۱۰۰

(۲) ۹۸

(۱) ۹۶

۲۹۷. در یک قطعه زمین اگر ۲۰ درخت میوه با فاصله‌های مساوی کاشته شود پس از رشد کافی، از هر درخت به طور متوسط ۶۰ کیلوگرم میوه برداشت می‌شود

(سراسری ۸۶)

و به ازای هر درخت اضافی که کاشته شود، دو کیلوگرم از متوسط محصول هر درخت کم می‌شود. حداکثر برداشت میوه کدام است؟

(۴) ۱۲۸۰

(۳) ۱۲۵۰

(۲) ۱۲۴۰

(۱) ۱۲۰۰

۲۹۸. در یک کارگاه تولیدی، یکی از کارگران متعهد شده است که در پایان هر هفته ۸۰ قطعه با دستمزد هر قطعه ۴۵۰ تومان تحویل دهد. به ازای هر قطعه

(سراسری ۹۳)

اضافه بر تعهد، مبلغ ۵ تومان از دستمزد هر قطعه تحویلی، کسر می‌شود. بیشترین دستمزد هفته این کارگر چند تومان است؟

(۴) ۳۶۲۲۵

(۳) ۳۶۱۷۵

(۲) ۳۶۱۲۵

(۱) ۳۶۰۷۵

تست

ماکزیم کردن سود شرکت‌ها

۲۹۹. اگر برای x تعداد واحد کالا، تابع درآمد به صورت $R(x) = 240x - \frac{1}{2}x^2$ و تابع هزینه به صورت $C(x) = 36000 + 40x$ باشد، ماکزیم سود چقدر است؟

- (۱) ۱۳۲۰۰۰ (۲) ۱۴۴۰۰۰ (۳) ۱۵۶۰۰۰ (۴) ۱۶۴۰۰۰ (سراسری ۹۲)

۴۰۰. اگر x تعداد واحد کالا باشد، معادله درآمد به صورت $R = 100x - 0.1x^2$ و معادله هزینه به صورت $C = 400 + 60x$ است. ماکزیم سود کدام است؟

- (۱) ۲۴۰۰ (۲) ۳۲۰۰ (۳) ۳۶۰۰ (۴) ۴۸۰۰ (خارج ۹۵)

۴۰۱. اگر x تعداد کالا و p قیمت هر واحد آن باشد، معادله تقاضا به صورت $x = 3000 - 40p$ برآورد شده است. ماکزیم درآمد کدام است؟

- (۱) ۵۳۷۵۰ (۲) ۵۴۷۵۰ (۳) ۵۵۲۵۰ (۴) ۵۶۲۵۰ (خارج ۹۲)

۴۰۲. اگر تابع درآمد به صورت $y = -\frac{1}{3}x^2 + 28x$ و تابع هزینه $y = 16x + 55$ باشد، ماکزیم مقدار سود، کدام است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۴۸ (۳) ۵۳ (۴) ۵۷ (خارج ۹۸)

۴۰۳. معادله تقاضا به صورت $x = 3600 - 20p$ و معادله هزینه $C = 24000 + 80x$ مدل سازی شده است که در آن x تعداد واحد کالا و p قیمت هر واحد کالا است.

ماکزیم سود کدام است؟

- (۱) ۲۲۰۰۰ (۲) ۲۴۰۰۰ (۳) ۲۶۰۰۰ (۴) ۲۸۰۰۰ (خارج ۹۷)

۴۰۴. یک کارگاه نوعی کالا تولید و هر واحد آن را ۲۴۰ ریال می‌فروشد. اگر صاحب کارگاه در هر روز x واحد کالا تولید کرده و تابع هزینه آن $C(x) = x^2 + 60x + 200$ باشد، بیشترین سود روزانه آن کدام است؟

- (۱) ۵۶۰۰ (۲) ۶۱۰۰ (۳) ۷۹۰۰ (۴) ۸۱۰۰ (خارج ۹۹)

۴۰۵. در یک شرکت خودکار سازی، هر خودکار به مبلغ ۲۰۰۰ تومان به فروش می‌رود. اگر تابع هزینه این شرکت برابر $C(x) = x^2 + 600x + 1000$ باشد وقتی که

سود، ماکزیم است مقدار درآمد چقدر است؟ (x تعداد خودکارهاست)

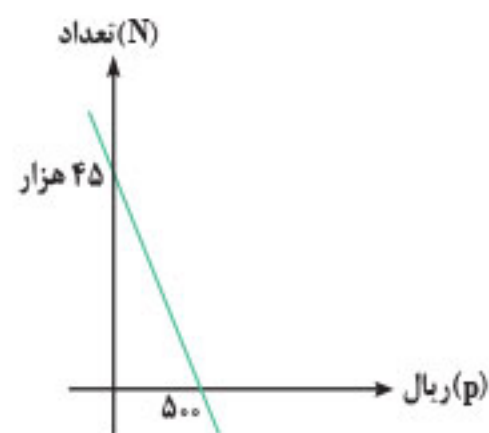
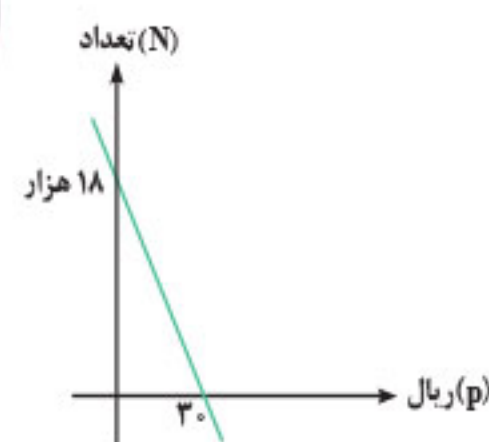
- (۱) ۲,۶۰۰,۰۰۰ تومان (۲) ۲,۰۰۰,۰۰۰ تومان (۳) ۳,۶۰۰,۰۰۰ تومان (۴) ۴,۰۰۰,۰۰۰ تومان

۴۰۶. نمودار مقابل، تعداد فروش یک کالا توسط یک بنگاه اقتصادی را با توجه به قیمت آن نشان می‌دهد. اگر هزینه

تولید هر واحد از این کالا ۲۵ ریال و هزینه اولیه ۱۸ هزار ریال باشد، بنگاه این کالا را با چه قیمتی بفروشد تا

بیشترین سود را به دست آورد؟

(سراسری ۱۴۰۳)



۴۰۷. نمودار مقابل، تعداد فروش یک کالا توسط یک بنگاه اقتصادی را با توجه به قیمت آن نشان می‌دهد. اگر هزینه

تولید هر واحد از این کالا ۲۰ ریال و هزینه اولیه ۴۵ هزار ریال باشد، بنگاه برای به دست آوردن بیشترین سود،

این کالا را باید چند ریال بفروشد؟

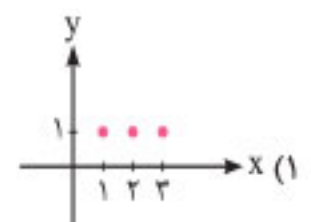
(خارج ۱۴۰۳)

- (۱) ۲۹۰ (۲) ۲۷۰

- (۳) ۲۶۰ (۴) ۲۴۰

تابع ثابت

۴۰۸. کدام یک از گزینه‌ها تابع ثابت نیست؟



$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = \sqrt{x} \end{cases} \quad (۴)$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = \sqrt{x} \end{cases} \quad (۳) \quad f = \{(1, 2), (3, 2), (5, 2)\} \quad (۲)$$

۴۰۹. اگر $f = \{(8, 3a-b), (4, a+b), (7, 2)\}$ یک تابع ثابت باشد، $a-b$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) -۲

۴۱۰. اگر برد تابع $f = \{(7, 2a), (6, a-b), (4, 6)\}$ تنها شامل یک عضو باشد، کسر $\frac{b}{a}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) -۲

۴۱۱. اگر $f = \{(a, b), (c, d), (e, f)\}$ یک تابع ثابت باشد، تفاضل میانه از میانگین اعضای مجموعه برد تابع f کدام است؟ (مشابه تمرین کتاب درسی)

- (۱) d (۲) $b-d$ (۳) صفر (۴) $\frac{b+d+f}{3}$

۴۱۲. در تابع ثابت $f(x) = a$ ، اگر $f(a-b) = f(a) \times f(b) \times f(c)$ باشد، حاصل $2a^2 - 2a + 5$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۷ (۴) ۶

۴۱۳. در تابع ثابت $f(x) = c$ ، اگر $f(a+b) = f(a) \times f(b)$ باشد، حاصل $c^2 - c - 1$ کدام است؟ (مشابه تمرین کتاب درسی)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) ۵

۴۱۴. اگر f تابعی ثابت با دامنه $\mathbb{R}$ و $2f(1) + f(2)$ برابر ۲ باشد، حاصل $f(2) + f(-2)$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۷

۴۱۵. اگر $f = \{(m, 3m-1), (-1, k^2-k), (k^2-k, 2)\}$ تابع ثابت باشد، حاصل ضرب اعضای دامنه f کدام است؟ (ارذیبهشت ۱۴۰۳)

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۸ (۴) -۸

۴۱۶. اگر $f = \{(3, n^2-2n), (m, 8), (2n-5, t), (4, 3m+2)\}$ یک تابع ثابت سه عضوی باشد، $m+n+t$ کدام است؟ (سراسری ۹۸)

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۴۱۷. رابطه $f = \{(m+3n, 2t^2), (-2, n^2+2n), (1-3m, 8)\}$ یک تابع ثابت با دامنه دو عضوی است. اگر m و n عضوی از اعداد طبیعی باشند، مجموع دو عضو دامنه چقدر است؟

(خارج ۱۴۰۱)

- (۱) ۲۳ (۲) ۲۱ (۳) ۵ (۴) ۳

۴۱۸. اگر $f(x) = (2a-4)x^2 + (3b-1)x + 2c$ تابعی ثابت با بُرد $\{a-2b\}$ باشد، حاصل $a-b-c$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

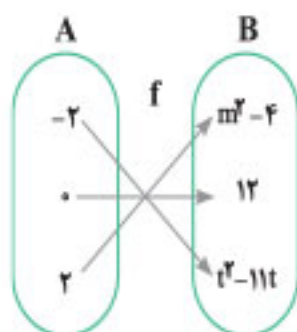
۴۱۹. اگر تابع f ثابت باشد مقدار $m+t$ کدام است؟ (m و t اعداد حقیقی منفی هستند.)

- (۱) -۵

- (۲) ۵

- (۳) -۶

- (۴) ۶



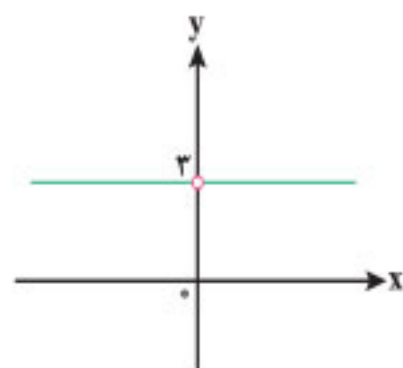
۴۲۰. تابع $f: A \rightarrow B$ که در آن مجموعه‌ای تک عضوی است را در نظر بگیرید. اگر $a \in A \cap B$ و $f(\frac{1}{a}) = \frac{f(1)}{f(a)} - a$ باشد، کدام مورد قطعاً درست است؟ (ارذیبهشت ۱۴۰۴)

- (۱) $3 \in A$ (۲) $2 \in A$ (۳) $3 \notin A$ (۴) $2 \notin A$

۴۲۱. تابع با ضابطه $f(x) = (5x^2 - (ax+1)(x-b))c$ ثابت است. اگر $f(x+y) = f(x)f(y) - 2$ باشد، مقدار مثبت c کدام است؟ (سراسری ۱۴۰۳)

- (۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۲ (۴) ۴

۴۲۲. نمودار مقابل مربوط به کدام تابع است؟



$$\begin{cases} f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 3 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 3 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} f: \{3\} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \{0\} \\ f(x) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

۴۲۳. اگر $f(x) = (k-3)x^2 + (m+1)x - 6mk$ تابع ثابت باشد، حاصل $f(\frac{m}{k})$ چیست؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۸ (۴) ۲۰

۴۲۴. اگر f تابعی ثابت باشد و رابطه $\frac{f(10) - 2f(\sqrt{2})}{10} = 3 + f(6)$ برقرار باشد، مقدار $f(1000)$ کدام است؟

- (۱) -۲/۵ (۲) ۲/۵ (۳) -۳/۵ (۴) ۳/۵

۴۲۵. اگر f تابعی ثابت باشد که از مبدأ می‌گذرد و g تابعی ثابت باشد که از نقطه $A(1, 4)$ می‌گذرد، حاصل $2f(\frac{5}{4}) - 6g(10)$ کدام است؟

- (۱) -۳۰ (۲) -۲۴ (۳) -۱۸ (۴) -۱۲

تست

(مشابه تمرین کتاب درسی)

۴۲۶. اگر تابع $f = \{(a, b), (c, d), (e, f), (g, h)\}$ تابعی ثابت باشد، واریانس اعداد b, d, f, h کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) $\sqrt{2}$ (۴) $\sqrt{3}$

۴۲۷. اگر $f = \{(-1, n^2 - 2n), (m - 4, 3), (m + n, t)\}$ یک تابع ثابت دو عضوی و m و n اعداد طبیعی باشند حاصل $\frac{m \times n}{t}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۷

(تمرین کتاب درسی)

تابع همانی

(مشابه تمرین کتاب درسی)

۴۲۸. اگر f یک تابع همانی باشد، حاصل $-f(x) + f(-x)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $-2x$ (۳) صفر (۴) -1

(مشابه تمرین کتاب درسی)

۴۲۹. اگر $f = \{(a, 2), (b, 3), (c, 5)\}$ یک تابع همانی باشد، میانگین a, b, c کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۲ (۳) $\frac{10}{3}$ (۴) $\frac{11}{3}$

۴۳۰. جدول مقابل مربوط به تابع همانی f است. حاصل abc کدام است؟

x	۷	$10b - 1$	$\frac{c}{2}$	۲۰
y	$3a - 2$	۱۹	$a - b$	۲۰

- (۱) ۱۲ (۲) ۲ (۳) ۸ (۴) ۶

(اردیبهشت ۱۴۰۴)

۴۳۱. اگر رابطه $f = \{(-1, 1 - 2a^2), (a^2 - 3b, 2a + b + 1), (a + 6b, 4b^2 - a)\}$ یک تابع همانی باشد، مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۴۳۲. اگر تابع $f(x) = \frac{3x^2 - mx + 2n}{kx - 2}$ تابع همانی باشد، $\frac{m+n}{k}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{2}{5}$

۴۳۳. برای برخی مقادیر x ، زوج مرتب $(f(x) + f(-x), 3x^2 - 17x + 10)$ ، روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم قرار دارد. اگر تابع f همانی با دامنه $\mathbb{R}$ باشد،

(دی ۱۴۰۱)

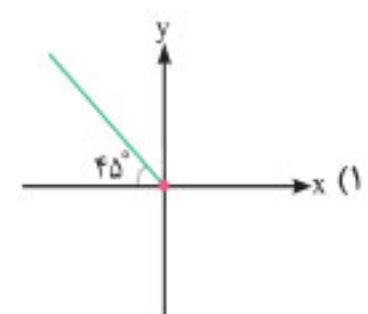
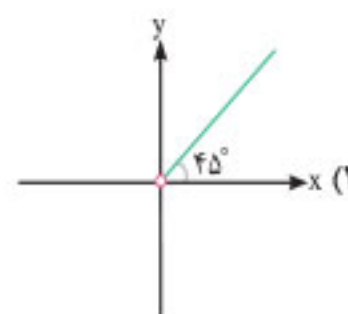
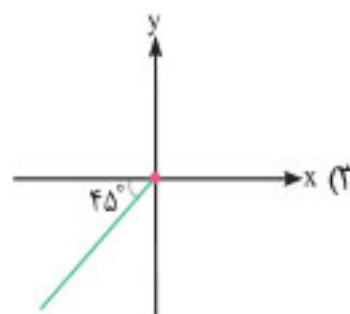
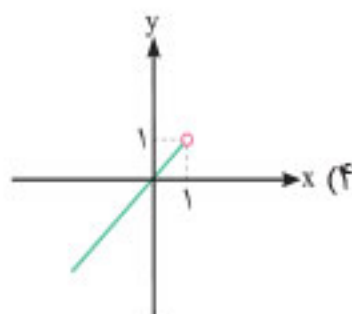
اختلاف مقادیر x کدام است؟

- (۱) $\frac{7}{3}$ (۲) $\frac{10}{3}$ (۳) $\frac{13}{3}$ (۴) $\frac{17}{3}$

۴۳۴. اگر هر سه زوج مرتب $(n^2 - 3n, 4)$ ، $(20, n^2 + n)$ و $(1, m + n)$ بر روی نیمساز ناحیه اول و سوم باشند، m کدام است؟

- (۱) -3 (۲) -2 (۳) ۲ (۴) ۶

(خارج ۹۸)

۴۳۵. کدام نمودار، یک تابع همانی با دامنه $x \leq 0$ را نمایش می‌دهد؟

(سراسری ۱۴۰۴)

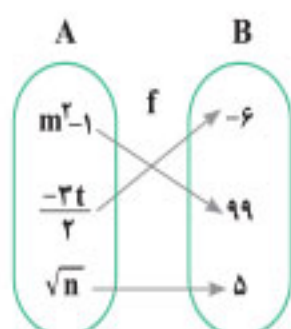
۴۳۶. اگر تابع همانی در نقطه‌ای به طول -2 از سهمی $y = ax^2 + 3x - 2$ بگذرد، طول رأس این سهمی کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) -1

(خارج ۱۴۰۴)

۴۳۷. اگر سهمی به معادله $y = ax^2 + 2x + 3$ در نقطه‌ای به طول ۲ تابع همانی را قطع کند، طول رأس این سهمی کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۱ (۴) ۲

۴۳۸. اگر نمودار پیکانی زیر نمایشگر تابعی همانی باشد، واریانس m و t و n اعداد حقیقی مثبت هستند.

- (۱) ۷۵ (۲) ۷۸ (۳) ۸۰ (۴) ۸۲

۴۳۹. می‌دانیم تابع $f = \{(k^2 - k, 0), (a - 6, b), (k - 2, 2n)\}$ همانی بوده و دامنه آن دو عضوی است. مقدارهای قابل قبول برای a کدام است؟ ($k \neq 0$)

- (۱) ۴، ۳ (۲) ۵، ۴ (۳) ۶، ۵ (۴) ۷، ۶

۴۴۰. اگر تابع $f(x) = (\frac{k-1}{3})x^2 - (m+1)x - n - 1$ همانی باشد، حاصل $(m+n+k)$ کدام است؟

- (۱) -2 (۲) -3 (۳) -4 (۴) -5

۴۴۱. اگر نمودار تابع همانی، از نقطه $A(m^2 - 6m, m + 1)$ عبور کند، قدر مطلق تفاضل جواب‌های به دست آمده برای m کدام است؟

- (۱) $\sqrt{53}$ (۲) $\frac{\sqrt{53}}{4}$ (۳) $\sqrt{52}$ (۴) $\frac{\sqrt{52}}{4}$

۴۴۲. نقطه $A(2a^2 - 6, a^2 - a)$ روی نیمساز ربع اول قرار دارد. چند جواب قابل قبول برای a وجود دارد؟

- (۱) هیچ (۲) یک (۳) دو (۴) بی‌شمار

(خارج ۱۴۰۳)

۴۴۳. تابع با ضابطه $f(x) = c + (x + a)(bx + 2) - 3x^2$ همانی است. حاصل $\left[\frac{a}{c}\right]$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) -۱

تابع ثابت و همانی با هم

۴۴۴. مطلب ذکر شده در کدام گزینه، نادرست است؟

(۱) تابعی که برد آن تنها شامل یک عضو باشد، تابع ثابت است.

(۲) هر عضو از دامنه تابع همانی به همان عضو در برد تابع نظیر می‌شود.

(۳) توابع به شکل $\{(a, a)\}$ هم ثابت‌اند هم همانی. $(a \in \mathbb{R})$

(۴) هر تابعی که دامنه و بردش مساوی باشد، تابع همانی است.

۴۴۵. کدام تابع، هم همانی و هم ثابت است؟

- (۱) $\{(1, 1), (2, 2)\}$ (۲) $\{(3, 3), (7, 3)\}$ (۳) $\{(5, 5)\}$ (۴) $\{(1, 2), (2, 1)\}$

۴۴۶. اگر $f = \{(1, a), (3, b), (c, 5)\}$ تابع همانی باشد، کدام تابع ثابت است؟

- (۱) $\{(1, 5), (2, a + b)\}$ (۲) $\{(3, 7), (4, b + c)\}$ (۳) $\{(3, 9), (5, a + b + c)\}$ (۴) $\{(2, a), (3, b)\}$

۴۴۷. تابع f تابع ثابت و برای $m, n \in \mathbb{N}$ داریم $f(m) + f(n) = f(m)f(n)$. اگر دو زوج مرتب $(2n^2 - 7n + 1, -f(m))$ و $(m^2 - 4m + 6, nf(n))$ روی

(سراسری ۱۴۰۲)

نیمساز ناحیه اول و سوم باشند، مقدار $\left[\frac{mn}{5}\right]$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۴۴۸. اگر f تابع ثابت و برای $m, n, k \in \mathbb{N}$ و $f(kx) = (k^2 - 3)f(x)$ و تابع g به صورت زیر یک تابع همانی باشد، مقدار $f(m)$ کدام است؟

$g = \{(k, n^2 - 3n + 4), (2n, m^2 - 4m + 4), (f(n), n - 4)\}$

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) -۲ (۴) صفر

۴۴۹. اگر f تابعی همانی، g تابعی ثابت و $2g(3) + 6f(2) = 18$ باشد، مساحت ناحیه محصور بین نمودار f و g و محور عرض‌ها کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۳/۵ (۳) ۴ (۴) ۴/۵

۴۵۰. اگر f تابعی ثابت، g تابعی همانی و $\frac{f(a+b) + g(1)}{g(5) + g(-4)} = 2f(ab) + g(2)$ باشد، حاصل $f(b) \times f(a)$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۴۵۱. اگر f تابع همانی و تابع g ثابت باشد و از نقطه $(1, 2)$ بگذرد، مقدار $m \times n$ کدام است؟

$(m-1) \rightarrow \boxed{f} \rightarrow (2n-6) \rightarrow \boxed{g} \rightarrow (m+1)$

- (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

تابع چندضابطه‌ای

(مشابه تمرین کتاب درسی)

۴۵۲. اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & ; x \geq 1 \\ 2x - 2 & ; x < 1 \end{cases}$ باشد، حاصل $f(\sqrt{2}) + f(0)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) -۲ (۴) صفر

۴۵۳. اگر ضابطه $\begin{cases} 3x + a & ; x \geq 2 \\ x^2 + 1 & ; x \leq 2 \end{cases}$ بیانگر یک تابع باشد، مقدار a چقدر است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۵۴. اگر $f(x) = \begin{cases} -2x + 1 & ; x > -1 \\ x + 3 & ; x \leq -1 \end{cases}$ باشد، حاصل $f(f(0)) + f(-1)$ کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) -۱ (۴) ۱

۴۵۵. با توجه به تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} + 1 & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$ ، حاصل $|f(9) - f(-4)|$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۱۵

تست

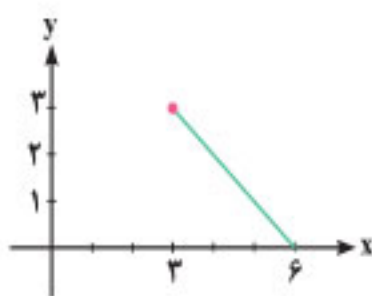


۴۵۶. اگر $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\sqrt{1-x}} & ; x \leq 1 \\ x+7 & ; x > 1 \end{cases}$ باشد، حاصل $f(f(\frac{3}{4}))$ کدام است؟

- ۷ (۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۱۷ (۴)

۴۵۷. اگر $f(x) = \begin{cases} x+1 & ; 0 \leq x < 3 \\ \dots\dots & ; 3 \leq x \leq 6 \end{cases}$ و قسمتی از نمودار تابع f به صورت مقابل باشد، حاصل $f(1) \times f(4)$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) ۸ (۴) (مشابه تمرین کتاب درسی)

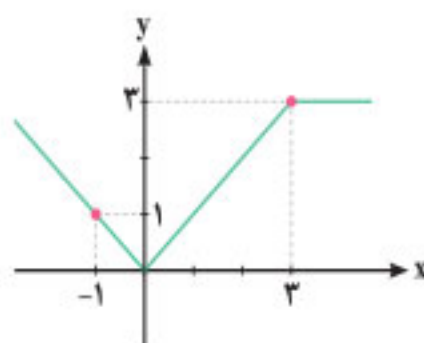


۴۵۸. در تابع $f(x) = \begin{cases} x^2+ax & ; x \geq 2 \\ ax-b & ; x < 2 \end{cases}$ روابط $f(2)=6$ و $f(0)=7$ برقرار هستند. مقدار $2a+3b$ کدام است؟

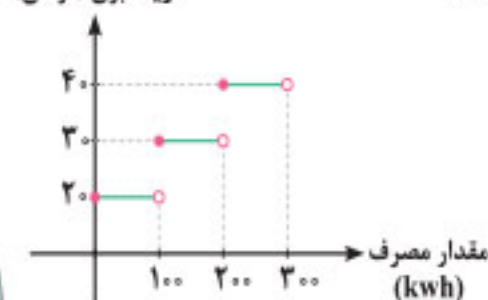
- ۱۶ (۱) -۱۹ (۲) ۱۵ (۳) -۱۴ (۴)

۴۵۹. نمودار تابع f به صورت روبه رو است. مجموع تمام ضابطه های f برابر با و حاصل ضرب آن ها برابر است.

- (۱) $3x^2, -3$ (۲) $-3x^2, 3$ (۳) $4x^2, 2x$ (۴) $-4x^2, -2x$



هزینه برق (تومان)

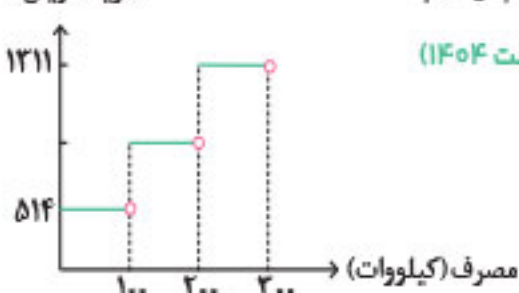


۴۶۰. نمودار تابع مقابل، محاسبه هزینه برق خانواده های یک شهر را نشان می دهد. اگر یک خانواده 250 kWh برق مصرف کرده باشد، هزینه پرداختی آن چقدر است؟ (kWh یعنی کیلووات ساعت)

- (۱) ۸۰۰۰ (۲) ۷۰۰۰ (۳) ۱۲۰۰۰ (۴) ۲۰۰۰۰

فصل ۲

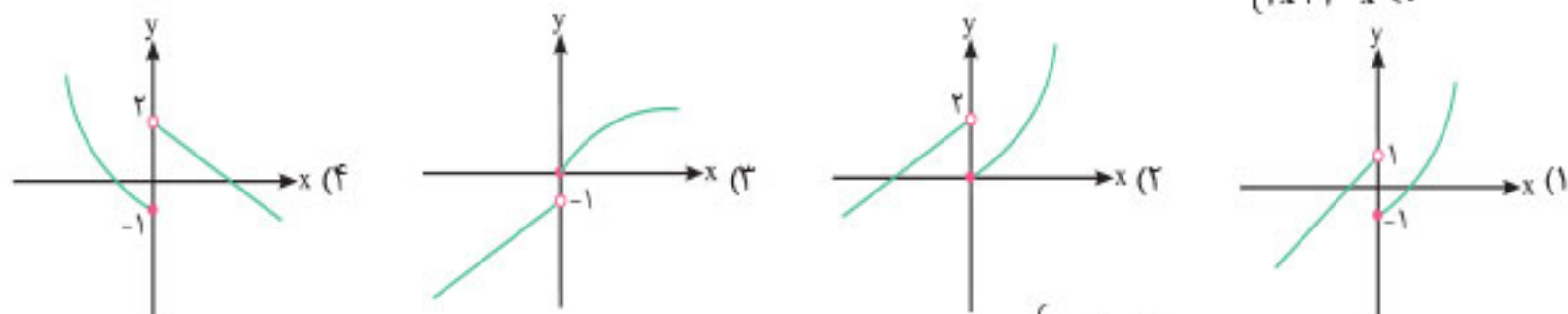
هزینه (ریال)



۴۶۱. نمودار پلکانی هزینه برق مصرفی در یک دوره در زیر رسم شده است. اگر هزینه مصرفی مازاد بر ۱۰۰ تا ۲۰۰ (کیلووات ساعت) ۶۱۵۰ تومان باشد، هزینه کل برق مصرفی در این دوره چند هزار ریال است؟ (اردیبهشت ۱۴۰۴)

- (۱) ۲۴۰ (۲) ۲۴۴ (۳) ۲۵۰ (۴) ۲۵۴

۴۶۲. نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2-1 & ; x \geq 0 \\ 2x+1 & ; x < 0 \end{cases}$ کدام است؟



۴۶۳. نمودار خط $y = -2$ نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x-1 & ; x > 0 \\ 6 & ; x = 0 \\ -x^2 & ; x < 0 \end{cases}$ را در چند نقطه قطع می کند؟

- (۱) هیچ (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۴۶۴. تابع f به اعداد نامنفی، جذرشان را و به بقیه اعداد، نصف مکعبشان را نسبت می دهد. ضابطه f کدام است؟

- (۱) $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \geq 0 \\ \frac{x^2}{3} & ; x < 0 \end{cases}$ (۲) $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x > 0 \\ \frac{x^2}{3} & ; x \leq 0 \end{cases}$ (۳) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ \frac{x^2}{2} & ; x < 0 \end{cases}$ (۴) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x > 0 \\ \frac{x^2}{2} & ; x \leq 0 \end{cases}$

۴۶۵. قسمتی از نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 2x^2+2 & ; x \geq 1 \\ x-3 & ; x < 1 \end{cases}$ کدام است؟

- (۱) $y \leq -4$ (۲) $y \geq -4$ (۳) $y \geq 2$ (۴) $y \leq 2$

تابع جزء صحیح و خواص آن

۴۸۰. چند مورد از جملات زیر، درست هستند؟ ([] نفاذ جزء صحیح است.)

الف) تابع $[x]$ به هر عدد صحیح، خود آن عدد را نسبت می‌دهد.

ب) تابع براکت به تمام اعداد بین دو عدد صحیح متوالی k و $k+1$ عدد صحیح $k+1$ را نسبت می‌دهد.

ج) برد تابع $f(x)=[x]$ حداکثر برابر $\mathbb{Z}$ است.

د) اگر $x \notin \mathbb{Z}$ آنگاه $[x]+[-x]=0$ است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۸۱. چند مورد از جملات زیر، درست هستند؟ ([] نفاذ جزء صحیح است.)

الف) اگر $[x]=2$ باشد آنگاه $2 \leq x < 3$ خواهد بود.

ب) تابع علامت ($y=\text{sign}(x)$) یک تابع پلکانی است.

ج) جزء صحیح یک عدد منفی، ممکن است از خود آن عدد بزرگ‌تر باشد. (د) تابع پلکانی، یک تابع چندضابطه‌ای است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(مشابه تمرین کتاب درسی)

۴۸۲. حاصل $[1/2]+[5]+[-7/2]$ کدام است؟ ([] نفاذ جزء صحیح است.)

(۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) صفر

۴۸۳. اگر $x=1/5$ و $y=-2/7$ باشند، حاصل عبارت $\frac{[x]+[-x]}{[y]+[-y]}$ کدام است؟ ([] نفاذ جزء صحیح است.)

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) صفر

(خارج ۹۸)

۴۸۴. در تابع $f(x)=2[x]+[-x]$ مقدار $f(-\frac{1}{4})+f(\frac{3}{4})$ کدام است؟ ([] نفاذ جزء صحیح است.)

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۱

(سراسری ۹۸)

۴۸۵. در تابع $f(x)=[x+\frac{3}{4}]-[-x]$ مقدار $f(\frac{9}{4})+f(-\frac{1}{4})$ کدام است؟ ([] نفاذ جزء صحیح است.)

(۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۴۸۶. حاصل $[\frac{x^2+3}{x^2+2}]$ به ازای تمام مقادیر x کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۴۸۷. اگر $f(x)=|2x+1|$ و $g(x)=|5x-1|$ باشند، حاصل $\frac{f(\frac{3}{4})-g(\frac{-1}{2})}{f(\sqrt{3}) \times g(\sqrt{3})}$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

(۱) $\frac{6}{7}$ (۲) $\frac{13}{7}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{3}{14}$

۴۸۸. در معادله $|4x-1|=15$ چند عدد صحیح صدق می‌کند؟

(۱) هیچ (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۴۸۹. دامنه تابع $f(x)=\frac{[x]-2}{[2x]-1}$ کدام است؟

(۱) $\mathbb{R}-\{\frac{1}{2} \leq x \leq 1\}$ (۲) $\mathbb{R}-\{\frac{1}{2} \leq x < 1\}$ (۳) $\mathbb{R}-\{1, \frac{1}{2}\}$ (۴) $\mathbb{R}-\{1\}$

۴۹۰. اگر $[x]=-4$ باشد، مجموعه مقادیر ممکن برای $[-2x-1]$ کدام است؟ ([] نفاذ جزء صحیح است.)

(۱) $\{3, 4, 5\}$ (۲) $\{5, 6, 7\}$ (۳) $\{1, 2, 3\}$ (۴) $\{7, 8, 9\}$

(سراسری ۹۹)

۴۹۱. اگر $f(x)=[2x-1]$ باشد، مقدار $f(\frac{-3}{4})+f(\frac{\sqrt{5}}{4})$ کدام است؟ ([] نفاذ جزء صحیح است.)

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

(سراسری ۱۴۰۱)

۴۹۲. اگر $f(x)=|1-3x|$ باشد، مقدار $f(-7/2)-f(-7/2)$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۶ (۳) ۲ (۴) ۱

(خارج ۱۴۰۱)

۴۹۳. اگر $f(x)=|1-\frac{x}{\pi}|$ باشد، مقدار $f(0/7)+2f(\pi)$ کدام است؟ ([] نفاذ جزء صحیح است.)

(۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

(خارج ۹۹)

۴۹۴. اگر $f(x)=|1-\frac{x}{\pi}|$ باشد، مقدار $f(\sqrt{2})+f(\frac{-3}{4})$ کدام است؟ ([] نفاذ جزء صحیح است.)

(۱) صفر (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) ۱

۴۹۵. کدام رابطه همواره درست است؟ ([] نفاذ جزء صحیح است.)

(۱) $[-x]=-x$ (۲) $[x+y]=[x]+[y]$ (۳) $[y^x]=[y]^x$ (۴) $[x+1]=[x]+1$

قدر مطلق و خواص آن

$$A = |\sqrt{2} - 1| + |\sqrt{2} - 1|$$

$$\sqrt{2} - 1 \quad (4)$$

$$2\sqrt{2} \quad (3)$$

$$\sqrt{2} + 1 \quad (2)$$

$$\sqrt{2} \quad (1)$$

۵۹. حاصل عبارت مقابل چیست؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

۵۱۰. حاصل عبارت $A = |2x - 3|$ به ازای $x = \sqrt{5} - 1$ کدام است؟

$$5 - 2\sqrt{5} \quad (2)$$

$$5 + 2\sqrt{5} \quad (1)$$

$$\sqrt{5} \quad (3)$$

$$2\sqrt{5} \quad (4)$$

۵۱۱. اگر $0 < x < 1$ باشد، حاصل $|x| + |x - 2|$ کدام است؟

$$-2 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$1 \quad (3)$$

$$-1 \quad (4)$$

۵۱۲. تابع $y = -|2x - 5| + 1$ به صورت تابع دوضابطه‌ای کدام است؟

$$y = \begin{cases} 2x - 5 & ; x \geq \frac{5}{2} \\ -2x + 5 & ; x < \frac{5}{2} \end{cases} \quad (4)$$

$$y = \begin{cases} 2x - 5 & ; x \leq \frac{5}{2} \\ -2x + 5 & ; x > \frac{5}{2} \end{cases} \quad (3)$$

$$y = \begin{cases} -2x + 6 & ; x \geq \frac{5}{2} \\ 2x - 4 & ; x < \frac{5}{2} \end{cases} \quad (2)$$

$$y = \begin{cases} 2x - 4 & ; x \geq \frac{5}{2} \\ -2x + 6 & ; x < \frac{5}{2} \end{cases} \quad (1)$$

۵۱۳. کدام رابطه زیر، لزوماً درست نیست؟

$$|\sqrt{x}| = \sqrt{x} \quad (4)$$

$$|x + 1| = x + 1 \quad (3)$$

$$|x^2 - 2x + 1| = (x - 1)^2 \quad (2)$$

$$|x^2 + 1| = x^2 + 1 \quad (1)$$

۵۱۴. مجموع ریشه‌های معادله $|x - 3| - 2 = 0$ کدام است؟

$$6 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

$$7 \quad (3)$$

$$8 \quad (4)$$

۵۱۵. در تابع $y = |x - 1| - 5$ وقتی y برابر -3 باشد، مقدار x کدام است؟

$$\text{فقط } 1 \quad (2)$$

$$\text{فقط } 3 \quad (1)$$

$$-1, 3 \quad (3)$$

$$-3, 1 \quad (4)$$

۵۱۶. اگر تابع $f(x) = |2x - a|$ محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۲ قطع کند، حاصل $f(4)$ کدام است؟

$$4 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

$$6 \quad (3)$$

$$8 \quad (4)$$

۵۱۷. معادله $\frac{|x|}{x} = 3x - 2$ چند جواب دارد؟

$$2 \quad (2)$$

$$\text{صفر} \quad (1)$$

$$1 \quad (3)$$

$$\text{بی شمار} \quad (4)$$

۵۱۸. دو تابع با ضابطه‌های $f(x) = x^2 - 2x - 2$ و $g(x) = \frac{|x|}{x}$ ، در نقطه‌ای با کدام طول مشترک‌اند؟

$$-1, 1 + \sqrt{2} \quad (2)$$

$$3, 1 - \sqrt{2} \quad (1)$$

$$3, 1 + \sqrt{2} \quad (3)$$

$$-1, 1 - \sqrt{2} \quad (4)$$

۵۱۹. نمودار $y = \frac{|2x|}{x}$ و خط $y = 2x - 1$ ، در دو نقطه A و B مشترک‌اند. میانگین طول نقاط A و B کدام است؟

$$\text{صفر} \quad (2)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

$$1 \quad (4)$$

ادغام قدر مطلق با توابع دیگر

۵۲۰. ضابطه تابع $y = [-2x + |x|] + x$ در دامنه $-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3}$ ، کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

$$-2x \quad (1)$$

$$x + 1 \quad (2)$$

$$x - 2 \quad (3)$$

$$2x + \frac{1}{3} \quad (4)$$

۵۲۱. به ازای $0 < x < 1$ ضابطه تابع $f(x) = x[x] - \frac{|x|}{x} + \text{sign}(x)$ کدام است؟

$$\text{صفر} \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

$$-1 \quad (3)$$

$$2 \quad (4)$$

۵۲۲. به ازای چه مقادیری از x و k تابع $f(x) = |x - 2| + 2x + 3 - k$ به یک تابع همانی تبدیل می‌شود؟

$$k = 3, x \leq 2 \quad (1)$$

$$k = 5, x < 2 \quad (2)$$

$$k = 5, x > 2 \quad (3)$$

$$k = 3, x \geq 2 \quad (4)$$

۵۲۳. به ازای چه محدوده‌ای از x تابع $g(x) = 2x - |2x - 6|$ تبدیل به یک تابع ثابت می‌شود؟

$$x \leq 3 \quad (1)$$

$$x \leq 0 \quad (2)$$

$$x \geq 3 \quad (3)$$

$$x \geq 0 \quad (4)$$

نمودار تابع شامل قدر مطلق

۵۲۴. نمودار $y = -|x| + 3$ کدام است؟

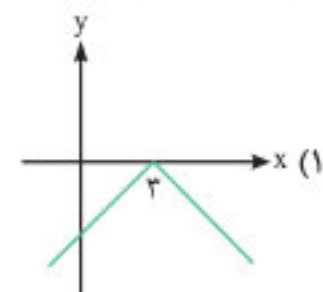
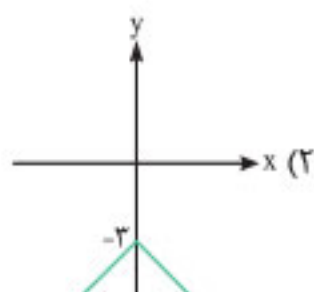
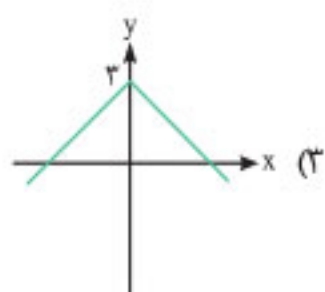
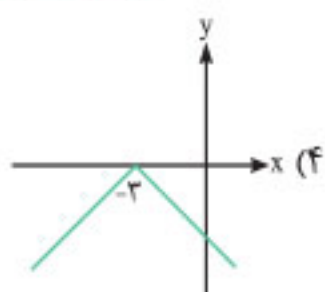
(مشابه سراسری ۹۹)

(سراسری ۹۹)

(خارج ۹۹)

(سراسری ۱۴۰۰)

(مشابه تمرین کتاب درسی)





۶۴۹. اگر $[\frac{x}{y} - 2] = \text{sign}(|x| + 2)$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $[-3x + 30]$ کدام است؟ ([نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۲۱ (۲) ۳۰ (۳) ۴۱ (۴) ۵۰

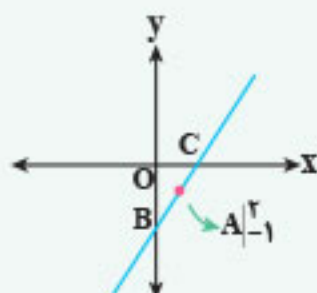
۶۵۰. اگر $f(x) = \sqrt{x-2}$ و $g(x) = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$ باشند، دامنه تابع $f \times g$ کدام است؟

- (۱) $\{2 \leq x < 3\}$ (۲) $\{x \geq 2\}$ (۳) $\{x \geq 0\}$ (۴) $\{x < 3\}$

۶۵۱. با توجه به شکل مقابل، مساحت مثلث OBC بر حسب شیب خط (m) کدام است؟

(۱) $S = \frac{(m+1)^2}{m}$ (۲) $S = (m+1)^2$

(۳) $S = \frac{(2m+1)^2}{2m}$ (۴) $S = (2m+1)^2$



۶۵۲. سهمی $y = x^2 + x - 2k$ با نیمساز ربع اول و سوم دو نقطه برخورد دارد و با نیمساز ربع دوم و چهارم نقطه برخوردی ندارد. حدود k کدام است؟

(۱) $k > 0$ (۲) $k < -\frac{1}{2}$

(۳) $-\frac{1}{2} < k < 0$ (۴) هیچ مقداری برای k وجود ندارد.

۶۵۳. اگر دامنه و برد تابع $f = \{(2, b), (a, 3), (4, c)\}$ با هم برابر باشند و ضمیمه رابطه $f(4) = f(a)$ برقرار باشد، مقدار $(a+b+c)$ کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۸ (۴) ۷

۶۵۴. اگر سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ از نقاط $A(m-2, \sqrt{2n})$ ، $B(m, -2)$ و $C(m+2, \sqrt{2n})$ بگذرد و ضمیمه خط $y = k$ سهمی را در دو نقطه قطع کند، مجموعه تمام مقادیر ممکن برای k کدام است؟

(۱) $k > 0$ (۲) $k > -3$ (۳) $k < 0$ (۴) $k < -3$

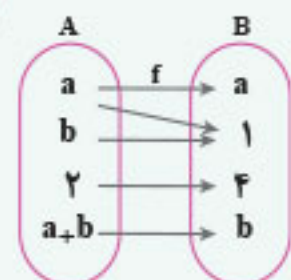
۶۵۵. اگر نمودار پیکانی مقابل تابع باشد، b چند مقدار را نمی پذیرد؟

- (۱) ۱

- (۲) ۲

- (۳) ۳

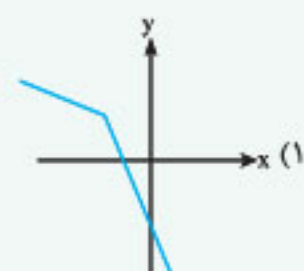
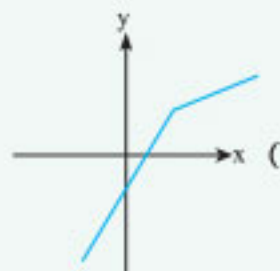
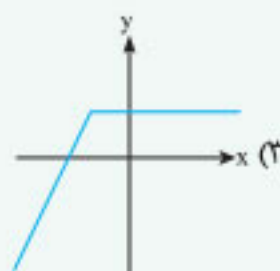
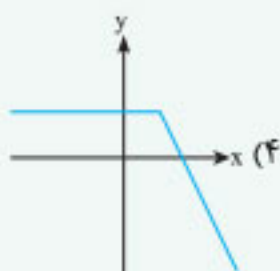
- (۴) ۴



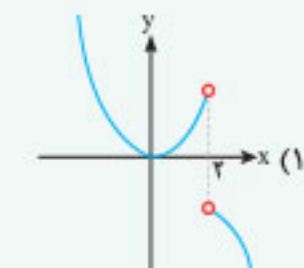
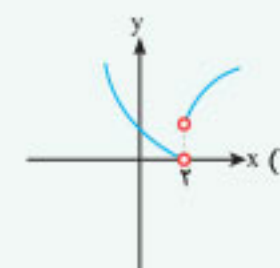
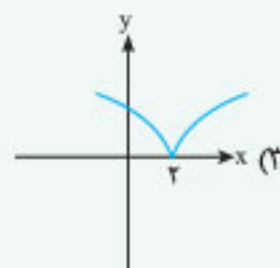
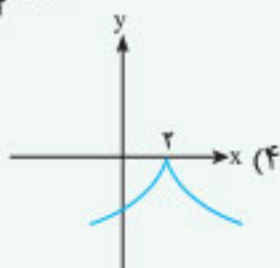
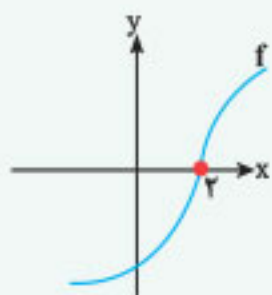
۶۵۶. اگر $f = \{(-3, 8), (\frac{1}{2}, 10)\}$ و $g(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & x \in \mathbb{Z} \\ \lfloor \frac{x+1}{2} \rfloor & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ باشند، آنگاه تابع $(\frac{f-g}{f+g})^2$ کدام است؟

- (۱) $\{(-\frac{1}{2}, 25), (\frac{1}{2}, 625)\}$ (۲) $\{(0, 4), (4, 100)\}$ (۳) $\{(-3, 81), (\frac{1}{2}, 4)\}$ (۴) $\{(-3, \frac{81}{625}), (\frac{1}{2}, 1)\}$

۶۵۷. نمودار تابع $f(x) = 2x - \sqrt{x^2 - 6x + 9}$ شبیه کدام است؟



۶۵۸. با توجه به نمودار f در شکل مقابل، نمودار تابع $g(x) = -x^2 \times \frac{|f(x)|}{f(x)}$ کدام است؟





۲۲۶۷. در یک سری از داده‌های آماری انحراف داده‌ها از میانگین $2, -1, -3, -2$ می‌باشد. انحراف معیار کدام است؟

- (۱) $2/5$ (۲) $2/6$ (۳) $2/7$ (۴) $2/8$

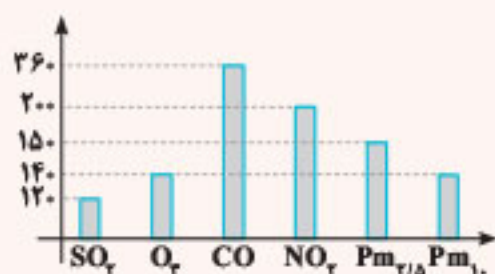
۲۲۶۸. اگر میانه داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_{19}$ برابر ۸۲ باشد و داده‌های ۸۵, ۸۹, ۳۶, ۲۵ را به آن‌ها اضافه کنیم، میانه داده‌های جدید کدام است؟

- (۱) ۸۵ (۲) ۷۰ (۳) ۸۱ (۴) ۸۲

۲۲۶۹. اگر میانگین داده‌های $5 + x_1, 5 + x_2, \dots, 5 + x_{17}$ برابر ۱۷ باشد، مجموع داده‌های $x_1, x_2, \dots, x_{17}$ کدام است؟

- (۱) -40 (۲) -20 (۳) 20 (۴) 40

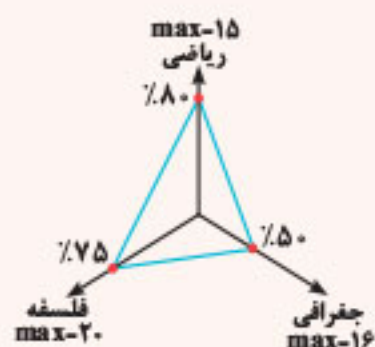
۲۲۷۰. نمودار میله‌ای داده‌شده، انواع آلاینده‌های موجود در هوای شهر اصفهان را نشان می‌دهد. تقریباً چند



درصد آلاینده‌ها شامل O_3 هستند؟

- (۱) 29% (۲) 32% (۳) 15% (۴) 20%

۲۲۷۱. نمودار راداری سه درس علی به صورت مقابل می‌باشد. میانگین نمرات این سه درس علی تقریباً چقدر است؟



- (۱) $11/6$

- (۲) $12/6$

- (۳) $14/1$

- (۴) ۱۵

۲۲۷۲. در یک نمودار جعبه‌ای اگر طول جعبه ۱۸، دامنه تغییرات ۲۹ و طول سیل سمت چپ ۴ و همچنین بزرگ‌ترین داده ۳۰ باشد، $Q_1 + Q_3$ کدام است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۲۹ (۳) ۲۸ (۴) ۳۱

۲ آزمون پایه یازدهم

۲۲۷۳. اگر ارزش گزاره $[r \Rightarrow (p \vee q)]$ درست باشد، ارزش چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

الف) $(q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (r \Rightarrow p)$ ب) $\sim(p \wedge \sim q) \Rightarrow \sim r$ ج) $(p \vee q) \Leftrightarrow (r \Rightarrow \sim p)$

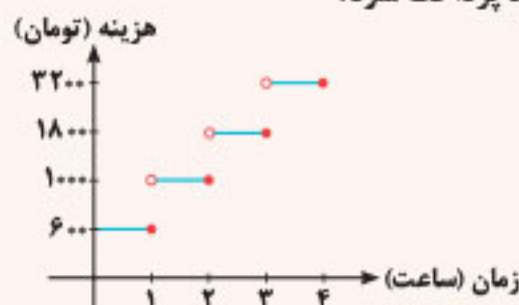
- (۱) صفر (۲) یک (۳) دو (۴) سه

۲۲۷۴. تعداد سطرهای جدول ارزش گذاری یک گزاره مرکب که شامل ۵ گزاره ساده است، چند برابر تعداد سطرهای جدول ارزش گذاری یک گزاره مرکب شامل

۸ گزاره ساده است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{16}$ (۴) $\frac{1}{32}$

۲۲۷۵. نمودار مقابل مربوط به هزینه پارکینگ یک مجتمع تفریحی می‌باشد. به ازای $50' : 2$ توقف چند تومان باید پرداخت شود؟



- (۱) ۳۴۰۰

- (۲) ۳۱۰۰

- (۳) ۳۳۰۰

- (۴) ۳۲۰۰

۲۲۷۶. اگر $\text{sign}(3-2k) = -1$ و $\left[k - \frac{1}{3}\right] = 1$ باشد، حدود k کدام است؟

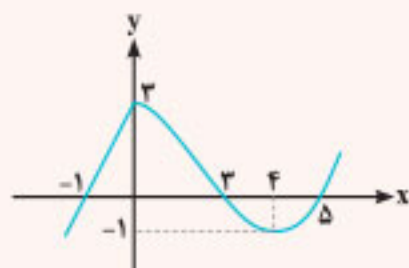
- (۱) $\frac{3}{2} < k < \frac{4}{3}$ (۲) $\frac{4}{3} \leq k < 2$ (۳) $\frac{4}{3} \leq k < \frac{5}{3}$ (۴) $\frac{3}{2} \leq k < 2$

۲۲۷۷. اگر تابع $f = \left\{ (5, ab), \left(9, \frac{2}{c}\right), (3, 1), (7, a^2 + 2a + 2), (2, b^2 + 4b + 4) \right\}$ ثابت باشد، $(a+b)^c$ کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۲۵ (۳) صفر (۴) ۴

۲۲۷۸. اگر تابع $f(x) = \frac{ax^2 + bx - k}{x - 3}$ همانی باشد، حاصل $k + a + b$ کدام است؟

- (۱) -3 (۲) ۳ (۳) -2 (۴) ۲



۲۲۷۹. اگر نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت مقابل باشد، مجموع مقادیر ممکن a برای برقراری تساوی

$$f(a-1) = f(0) + 3f(4)$$

- (۱) ۶
(۲) ۱۰
(۳) ۸
(۴) ۱۲

۲۲۸۰. تابع f به گونه‌ای است که به هر عدد طبیعی کوچک‌تر یا مساوی ۱۰ تعداد مقسوم‌علیه‌های آن را نسبت دهد، میانگین اعضای برد تابع کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{8}$
(۲) $\frac{2}{9}$
(۳) $\frac{2}{5}$
(۴) $\frac{2}{6}$

۲۲۸۱. تابع $y_1 = \frac{|3x|}{x}$ و $y_2 = x^2 - 2$ یکدیگر را در چند نقطه قطع می‌کنند؟

- (۱) صفر
(۲) یک
(۳) دو
(۴) سه

۲۲۸۲. اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x \geq 1 \\ ax - 1 & x \leq 1 \end{cases}$ یک تابع باشد، حاصل $f(\sqrt{2} + 1) + f(-\frac{\sqrt{2}}{2})$ کدام است؟

- (۱) ۴
(۲) -۴
(۳) $4\sqrt{2} - 1$
(۴) $2\sqrt{2} + 3$

۲۲۸۳. عکس نقیض گزاره $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow r$ کدام است؟

- (۱) $(\sim p \Leftrightarrow \sim q) \Rightarrow r$
(۲) $(\sim p \Leftrightarrow q) \Rightarrow r$
(۳) $(p \Rightarrow q) \Rightarrow \sim r$
(۴) $(p \Rightarrow \sim q) \Rightarrow \sim r$

۲۲۸۴. اگر $f = \{(-1, 2), (3, 1), (1, 5), (2, -2)\}$ و $g = \{(1, 7), (-1, 5), (7, 2), (2, 2)\}$ باشد، مجموع مقادیر برد تابع $\frac{f-1}{2-g}$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{7}{15}$
(۲) $-\frac{17}{15}$
(۳) $-\frac{11}{5}$
(۴) $-\frac{7}{5}$

۲۲۸۵. هر جمله یک کتاب ادبیات به طور متوسط ۸ کلمه دارد. در صورتی که شاخص پایه آموزش در این کتاب ۱۰ باشد، درصد لغات دشوار کدام است؟

- (۱) ۲۶
(۲) ۱۶
(۳) ۱۹
(۴) ۱۳

۲۲۸۶. در یک جامعه تعداد شاغلین ۹۰ میلیون نفر است. اگر شاخص نرخ بیکاری در این جامعه برابر ۱۰ درصد برابر باشد، جمعیت بیکار چند میلیون نفر است؟

- (۱) ۹
(۲) ۱۰
(۳) ۵
(۴) $\frac{5}{5}$

۲۲۸۷. سبد هزینه خانواری در سال پایه از گوشت و برنج تشکیل شده است و قیمت این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۴۰۰۰۰ و ۲۰۰۰۰ تومان و در سال ۹۶ این

قیمت‌ها ۸۰۰۰۰ و ۳۰۰۰۰ تومان است. اگر x و y به ترتیب مقدار مصرف گوشت و برنج و مجموع مصرف هر دو کالا در سال پایه ۳۰۰ کیلوگرم و شاخص بهای

گوشت و برنج ۱۹۰ باشد، $x - y$ کدام است؟

- (۱) ۵۰
(۲) ۷۵
(۳) ۱۰۰
(۴) ۲۰۰

۲۲۸۸. کدام گزینه نادرست است؟

(۱) اگر شاخص بهای کالا افزایش یابد قدرت خرید مردم کم می‌شود.

(۲) روش نصف میانگین برای خط تورم در جوامعی که اختلاف فقیر و غنی زیاد باشد، روش مناسبی نیست.

(۳) مشکل خط فقر جهانی آن است که شرایط اقتصادی و اجتماعی همه کشورهای را یکسان در نظر می‌گیرد.

(۴) شاخص بهای قیمت پرداختی توسط مصرف‌کننده در طول یک سال مشخص را با سال‌های بعدی مقایسه می‌کند.

۲۲۸۹. جدول فراوانی درآمدهای کارکنان یک شرکت به صورت زیر می‌باشد. اگر خط فقر به روش نصف میانگین $\frac{2}{7}$ باشد، چند درصد زیر خط فقر هستند؟

درآمد (میلیون تومان)	۲	۳	۷	۱۰
فراوانی	۵	۴	۳	۳

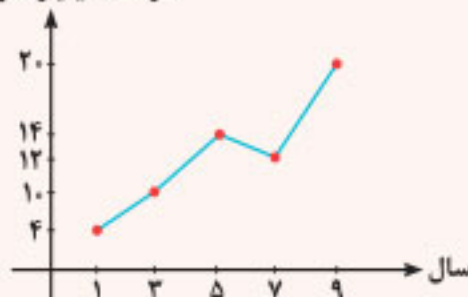
- (۱) ۲۰
(۲) ۲۵

- (۳) ۳۰
(۴) ۳۵

۲۲۹۰. شاخص توده بدنی علی و دوستش حسین برابر است. اگر قد علی $\frac{5}{8}$ قد حسین باشد، در صورتی که وزن علی برابر ۵۰ کیلوگرم باشد، وزن حسین چقدر است؟

- (۱) ۶۴
(۲) ۳۲
(۳) ۱۲۸
(۴) ۲۵

درآمد (میلیارد تومان)



۲۲۹۱. اگر نمودار فروش یک کارخانه در سال‌های مختلف بعد از تأسیس آن به صورت مقابل باشد، مقدار

فروش در چه سالی برابر ۴۰ میلیارد تومان خواهد شد؟

- (۱) ۸۲

- (۲) ۱۷

- (۳) ۱۹

- (۴) ۲۱

۲۲۹۲. تعداد مشتریان یک فروشگاه مطابق جدول زیر می‌باشد. اگر خطای درون‌یابی در ساعت ۱۸ برابر ۴ باشد، بیشترین تعداد مشتریان کدام است؟

ساعت	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹	۲۱
تعداد مشتریان	۳۲	۴۵	۸۰	۵۰	۷۰	۹۰	۳۵

- (۱) ۸۳
(۲) ۷۷

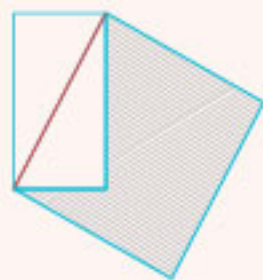
- (۳) ۸۴
(۴) ۷۶



۹ آزمون جامع ۶ (دشوار)

۲۴۱۳. اگر مجموع ریشه‌های معادله $\frac{x}{x^2-2x} + \frac{1}{x+3} = \frac{1}{m}$ برابر ۳ باشد، حاصل ضرب ریشه‌ها کدام است؟

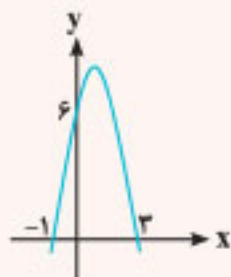
- (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۸



۲۴۱۴. مطابق شکل مقابل روی قطر یک مستطیل که طول آن یک واحد بیشتر از عرض آن است، یک مربع ساخته‌ایم.

اگر مساحت ناحیه هاشورخورده ۱۹ باشد، محیط مستطیل کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۱۴ (۴) ۷



۲۴۱۵. بیشترین مقدار سهمی روبه‌رو کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۲۴۱۶. در تابع با ضابطه $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{1-x}} & x < 1 \\ [-\frac{x}{2}] & x \geq 1 \end{cases}$ حاصل $f(f(\frac{3}{4}))$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) -۲

۲۴۱۷. تابع $f(x) = (a^2 - 9)x^2 + (b - 1)x + c - 2$ منطبق بر نیم‌ساز ناحیه اول و سوم و تابع $g(x) = (a^2 + 4a + 3)x + b$ تابعی با بردی تک‌عضوی است.

جمله $(2b - a + c)$ ام دنباله بازگشتی $\begin{cases} d_{n+1} = d_n + 2n + 1 \\ d_1 = 1 \end{cases}$ کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳۶ (۳) ۲۵ (۴) ۱۲۱

۲۴۱۸. تابع خطی f گذرنده از سه نقطه $A(0, a-2)$ ، $B(2a+1, 1)$ و $C(a-1, 5)$ از ناحیه چهارم عبور نمی‌کند. این تابع خط $y = 7$ را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۵ (۴) ۷

۲۴۱۹. اگر $f = \{(1, 3), (2, -1), (a-1, 3), (7, b^2)\}$ ، $g = \{(c-2, -1), (4, 2), (8, 1), (7, 3)\}$ و $f - g = \{(1, 4), (8, 2), (7, 5)\}$ باشد، مجموع اعضای برد

$g + bf$ کدام است؟

- (۱) ۲۱ (۲) ۳۰ (۳) ۳۱ (۴) ۲۰

۲۴۲۰. تابع $y = |2x - 6| + x$ را به صورت $y = \begin{cases} bx + c & x \geq a \\ dx + e & x < a \end{cases}$ می‌نویسیم. واریانس اعداد a, b, c, d, e کدام است؟

- (۱) ۱۷/۲ (۲) ۱۲/۴ (۳) ۲۲ (۴) ۲۰/۴

۲۴۲۱. اگر p و q دو گزاره باشند، چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

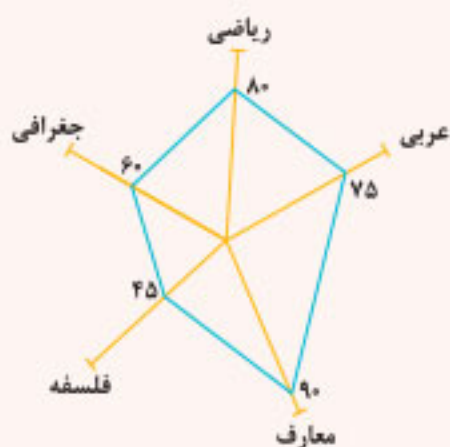
الف) $p \wedge (\sim p \Rightarrow q)$ ب) $p \Rightarrow (p \vee q)$ ج) $[p \wedge (p \vee q)] \Leftrightarrow p$

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۴۲۲. داده‌های زیر درآمد افراد یک جامعه را برحسب میلیون تومان نشان می‌دهد. اختلاف خط فقر به روش میانگین و به روش میانه کدام است و کدام روش

برای محاسبه خط فقر مناسب‌تر است؟

- (۱) ۴ - میانه (۲) ۴ - میانگین (۳) ۲ - میانگین (۴) ۲ - میانه



۲۴۲۳. نمودار راداری مقابل مربوط به نمرات ریاضی، عربی، معارف، فلسفه و جغرافیای حامد است. اگر ضرایب این دروس

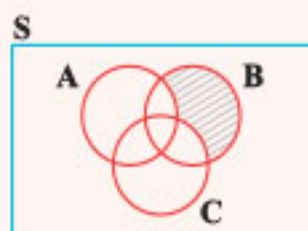
به ترتیب ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ باشد، معدل حامد کدام است؟ (بیشترین نمره در تمامی دروس ۲۰ است.)

- (۱) ۱۴/۸ (۲) ۱۵/۴ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

۲۴۲۴. با توجه به نمودار جعبه‌ای مقابل، حاصل $IQR + Q_2$ کدام است؟

- (۱) ۲۹ (۲) ۲۱ (۳) ۳۳ (۴) ۳۰





۲۴۲۵. در نمودار روبه‌رو قسمت رنگ‌شده کدام گزینه است؟

(1) $(B-C) \cap A$

(2) $(B-A) - C$

(3) $B - (A \cap C)$

(4) $B \cap (A' \cup C')$

۲۴۲۶. به چند طریق می‌توان از بین ۴ دانش‌آموز سال دهم و ۵ دانش‌آموز سال یازدهم و ۳ دانش‌آموز سال دوازدهم، دو نفر انتخاب کرد که هم‌کلاسی نباشند؟

(1) ۲۴

(2) ۴۲

(3) ۶۰

(4) ۴۷

۲۴۲۷. دو تاس را پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع اعداد رو شده مقرب ۴ است؟

(1) $\frac{1}{3}$

(2) $\frac{1}{6}$

(3) $\frac{1}{4}$

(4) $\frac{1}{2}$

۲۴۲۸. اگر $a_1 = 1$ ، $a_r = \frac{1}{r}$ و $a_{n+1} = \frac{x}{a_n + 1}$ باشد، جمله پنجم کدام است؟

(1) $\frac{25}{17}$

(2) $\frac{85}{52}$

(3) $\frac{52}{75}$

(4) $\frac{52}{85}$

۲۴۲۹. جواب معادله $22 \times 25 \times 28 \times \dots \times 274 = \left(\frac{1}{64}\right)^{50 - \frac{1}{2}x^2}$ کدام است؟

(1) ۲۲

(2) ۲۰

(3) ۲۵

(4) ۱۵

۲۴۳۰. اگر سه عدد $x+2$ ، x ، $x-4$ جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند، جمله بعد از $4x-16$ کدام است؟

(1) -۱۶

(2) -۶۴

(3) -۳۲

(4) -۱۲۸

۲۴۳۱. گزاره $\neg p \wedge (q \Rightarrow p) \Rightarrow \neg q$ هم‌ارز کدام گزاره است؟

(1) $p \vee q$

(2) $p \wedge q$

(3) T

(4) F

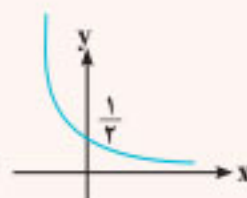
۲۴۳۲. نمودار مقابل مربوط به تابع $f(x) = (a+1)^{x+1}$ می‌باشد. مقدار $f(a)$ کدام است؟

(1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

(2) $\sqrt{2}$

(3) $\frac{1}{2}$

(4) $2\sqrt{2}$



۱۰ آزمون جامع ۷ (دشوار)

۲۴۳۳. اگر $x = 0$ یک جواب معادله $\frac{5x^2+2}{x^2-1} = \frac{2}{x+1} + \frac{A}{x-1}$ باشد، جواب دیگر کدام است؟

(1) ۲

(2) $\frac{6}{5}$

(3) $\frac{1}{5}$

(4) -۲

۲۴۳۴. در شکل مقابل طول مستطیل از دو برابر عرض آن دو واحد بیشتر است. در صورتی که مساحت ناحیه هاشورخورده

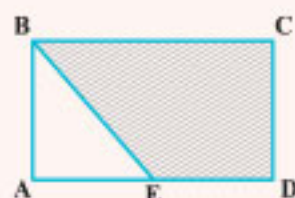
۳۰ واحد مربع و E وسط AD باشد، محیط مستطیل کدام است؟

(1) ۲۴

(2) ۲۸

(3) ۲۰

(4) ۱۲



۲۴۳۵. رأس سهمی $y = (m-2)x^2 + 4x + 1$ روی خط $y = 2$ قرار دارد. مقدار m کدام است؟

(1) ۲

(2) -۲

(3) ۱

(4) -۱

۲۴۳۶. اگر $f(x) = |x-1| - 2$ و $g(x) = \text{sign}(x)$ باشد، $g(f(\sqrt{2}-1)) + [f(\frac{1}{\sqrt{2}})]$ کدام است؟

(1) -۱

(2) ۳

(3) ۱

(4) -۳

۲۴۳۷. نمودار تابعی خطی محور xها و yها را به ترتیب در نقاط -۲ و ۴ قطع می‌کند. اگر دامنه تابع $a \leq x \leq 2$ و برد آن $-6 \leq y \leq b$ باشد، $a+b$ کدام است؟

(1) ۳

(2) ۱۰

(3) صفر

(4) -۲

۲۴۳۸. اگر تابع $f(x) = a(1-x)^2 + bx^2 + 2x$ تابعی ثابت و $g = \{(c, b^2 + a^2), (d, c+2)\}$ تابعی همانی باشد $\frac{f(5)}{d}$ کدام است؟

(1) $0/4$

(2) $0/2$

(3) $0/5$

(4) $0/25$

۲۴۳۹. اگر $f = \{(1, 2), (3, 3), (5, -1), (7, -2), (4, 0)\}$ و $g = \{(1, -1), (4, 3), (5, 1), (7, 4), (8, 1)\}$ باشد، مجموع اعضای برد تابع $\frac{fg}{f+g}$ کدام است؟

(1) -۶

(2) -۷

(3) ۵

(4) -۴

۲۴۴۰. تابع $f(x) = [x+|x|] - x$ در بازه $2 < x < \frac{3}{2}$ تابع $g(x) = x - \frac{1}{y}$ را در چه نقطه‌ای قطع می‌کند؟

(1) $\frac{y}{4}$

(2) $\frac{11}{6}$

(3) $\frac{5}{3}$

(4) $\frac{16}{9}$

۲۴۴۱. در یک نمودار جعبه‌ای دامنه تغییرات ۲۰ و طول سبیل سمت راست و چپ به ترتیب ۵ و ۳ می‌باشد. اگر کوچک‌ترین داده ۵ باشد، IQR کدام است؟

(1) ۱۰

(2) ۱۲

(3) ۸

(4) ۱۴

فصل دوم: تابع

۲۵۶. ۳

به مطلب زیر توجه کنید.

راهنما: برای حل یک دستگاه ۲ معادله ۲ مجهول کافیست ضرایب یک مجهول (a) یا (b) در دو معادله، با هم قرینه باشند که این کار رو میشه با ضرب هر یک از معادلات در عددی مناسب انجام داد. سپس دو طرف دو معادله رو با هم جمع کرده تا یکی از مجهول‌ها حذف بشه و معادله، تبدیل به یک معادله درجه اول یک مجهولی بشه.

دو زوج مرتب با هم مساوی هستن، پس مؤلفه‌های اولشون با هم و مؤلفه‌های دومشون هم با هم برابرن. در یک دستگاه a و b رو به دست میاریم.

$$(2, 2a+b) = (a-b, 13) \Rightarrow \begin{cases} a-b=2 \\ 2a+b=13 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{دو معادله رو جمع می‌کنیم}} \begin{cases} a-b=2 \\ 2a+b=13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a-b=2 \\ 3a=15 \Rightarrow a=5 \end{cases}$$

$$a-b=2 \xrightarrow{a=5} 5-b=2 \Rightarrow -b=2-5=-3 \Rightarrow b=3 \Rightarrow a+b=5+3=8$$

۲۵۷. ۴

زوج مرتب‌ها رو دو به دو با هم مساوی قرار میدیم:

$$(n-2, 3m) = (m-1, 6) \Rightarrow \begin{cases} n-2=m-1 \\ 3m=6 \Rightarrow m=2 \end{cases}$$

حالا به جای m در رابطه بالا عدد ۲ رو قرار میدیم:

$$n-2=m-1 \xrightarrow{m=2} n-2=2-1 \Rightarrow n=3$$

$$(n-2, 3m) = (-4, 6) \Rightarrow \begin{cases} n-2=-4 \Rightarrow n=-2 \\ 3m=6 \Rightarrow m=2 \end{cases}$$

$$(m-1, 6) = (-4, 6) \Rightarrow \begin{cases} m-1=-4 \Rightarrow m=-3 \\ 6=6 \end{cases}$$

m و n اعداد طبیعی هستن پس فقط جواب‌های حالت اول، قابل قبول هستن. پس داریم: $m+n=2+3=5$

۲۵۸. ۳

اگر رابطه بین مجموعه A و مجموعه B رو با نمودار پیکانی نمایش بدیم، در صورتی این رابطه تابع هست که از هر عضو مجموعه A دقیقاً یک پیکان خارج بشه. **بررسی گزینه‌ها:** ۱. تابع نیست، زیرا از عدد ۲، دو پیکان خارج شده است.

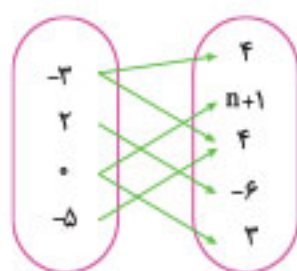
۲. تابع نیست، زیرا از عدد ۱، سه پیکان خارج شده و از دو عضو دیگه یعنی ۲ و ۳ عضو خارج نشده است. ۳. تابع است. ۴. تابع نیست، زیرا از عضو ۳، پیکانی خارج نشده است.

۲۵۹. ۱

باید از هر عضو مجموعه اول فقط یک پیکان خارج بشه، پس اگر از عضو دو پیکان خارج شده باشه، باید عضوهای مربوط به اون‌ها در مجموعه دوم با هم برابر باشن:

$$(m-1, 4) = (m-1, -2m) \Rightarrow 4 = -2m \Rightarrow m = -2$$

پس نمودار به صورت مقابل درمیاد:



دو تا -۳ در مجموعه اول داریم ولی هر دو به سمت ۴ رفته‌اند و در واقع عضو (-۳, ۴) تکراریه و مشکلی ایجاد نمی‌کنه. اما باز از صفر دو پیکان خارج شده است. دو زوج مرتب (۰, ۳) و (۰, n+1)

مؤلفه‌های اول تکراری دارن، پس مؤلفه‌های دوم اون‌ها نیز باید با هم برابر باشن.

$$n+1=3 \Rightarrow n=2 \Rightarrow n+m=(2)+(-2)=0$$

۲۵۰. ۱

$$P(x)=0 \Rightarrow -x^2-100x+60000=0$$

$$\xrightarrow{\times(-1)} x^2+100x-60000=0$$

$$\xrightarrow{\text{تجزیه با اتحاد جمله مشترک}} (x+300)(x-200)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-300 \\ x=200 \end{cases}$$

پس با تولید کالای ۲۰۱ آم سوددهی شروع میشه. (نقطه سربه‌سر برابر با ۲۰۰ هست).

۲۵۱. ۳

این سه عدد مضرب ۳ رو $x-3$, x , $x+3$ فرض می‌کنیم:

$$(x-3)^2 + x^2 + (x+3)^2 = 990$$

$$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 + x^2 + x^2 + 6x + 9 = 990$$

$$\Rightarrow 3x^2 = 972 \Rightarrow x^2 = 324 \xrightarrow{\text{جذر}} x = \pm 18$$

$$\xrightarrow{x \text{ طبیعی است}} x = 18 \Rightarrow \begin{cases} x-3=15 \\ x=18 \\ x+3=21 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع سه عدد} = 15 + 18 + 21 = 54$$

۲۵۲. ۱ **کد پاسخ تصویری** ۰۱۰۰۷۱

مجموع دو عبارت نامنفی برابر با صفر شده، پس تک‌تک اون‌ها باید صفر باشن:

$$y^2 - 2 = 0 \Rightarrow y^2 = 2 \Rightarrow y = \pm\sqrt{2}$$

$$x^2 - y^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow [|xy|] = [\sqrt{2} \times \sqrt{3}] = [\sqrt{6}] = [2/\dots] = 2$$

لازم نیست مقدار دقیق $\sqrt{6}$ رو بلد باشین فقط باید بدونین که حاصلش ۲ و خرده‌ای میشه.۲۵۳. ۳ **کد پاسخ تصویری** ۰۱۰۰۷۲

$$x^2 - (m^2 + m)x + m^3 = 0 \xrightarrow{\text{تجزیه با اتحاد جمله مشترک}} (x - m^2)(x - m) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = m \Rightarrow m = 3 - 2\sqrt{2} \\ x = m^2 \Rightarrow m^2 = 3 - 2\sqrt{2} = (\sqrt{2} - 1)^2 \\ \Rightarrow m^2 = (\sqrt{2} - 1)^2 \Rightarrow m = \pm(\sqrt{2} - 1) \xrightarrow{m>0} m = \sqrt{2} - 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مجموع مقادیر مثبت } m = (3 - 2\sqrt{2}) + (\sqrt{2} - 1) = 2 - \sqrt{2}$$

۲۵۴. ۱

$$5x^2 + 5x + 5c = 0 \xrightarrow{\div 5} x^2 + x + c = 0 \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \Delta \geq 0$$

$$\Rightarrow 1^2 - 4(1)(c) \geq 0 \Rightarrow 1 - 4c \geq 0 \Rightarrow 4c \leq 1 \Rightarrow c \leq \frac{1}{4}$$

حالا بررسی می‌کنیم به ازای $c \leq \frac{1}{4}$ دلتای کدوم معادله نامنفی میشه:

$$x^2 + 3x + c + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 3^2 - 4(1)(c+1) = 9 - 4c - 4 = 5 - 4c$$

شما هر عدد دلخواهی از محدوده $c \leq \frac{1}{4}$ رو به c بدین حاصل $(5 - 4c)$ مثبت میشه پس همین گزینه، جواب این سؤاله.

۲۵۵. ۲

$$\Delta = 6^2 - 4(1)(-1) = 40$$

$$S = \frac{-b}{a} = \frac{-6}{1} = -6$$

$$\left| \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta} \right| = \left| \frac{\alpha - \beta}{\alpha + \beta} \right| = \frac{\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}}{|S|} = \frac{\frac{\sqrt{40}}{1}}{|-6|} = \frac{\sqrt{40}}{6}$$

$$\alpha^2 \beta^2 = (\alpha\beta)^2 = P^2 = \left(\frac{c}{a}\right)^2 = \left(\frac{-1}{1}\right)^2 = -1$$

$$\Rightarrow A = \left(\frac{\sqrt{40}}{6}\right)^2 + 6(-1) = \frac{40}{36} - 6 = \frac{10}{9} - 6 = \frac{10 - 54}{9} = \frac{-44}{9}$$

پاسخ‌نامه



۲۶۶. کد پاسخ تصویری ۰۲۰۰۲۴

شرط اینکه رابطه f تابع باشد این است که زوج مرتب‌هایی که دارای مؤلفه‌های اول برابر هستند، مؤلفه‌های دومشان نیز با یکدیگر برابر باشند. پس مؤلفه‌های دوم این زوج مرتب‌ها رو مساوی یکدیگر قرار میدیم:

$$(b, m^2) = (b, x - y) \Rightarrow x - y = m^2$$

$$(a, x + y) = (a, m^2 - 1) = (a, 4)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ m^2 - 1 = 4 \end{cases} \Rightarrow m^2 = 5 \quad (1) \Rightarrow x - y = 5 \quad (2)$$

رابطه‌های (۱) و (۲) رو در دستگاه حل می‌کنیم تا x و y را به دست بیاریم:

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

$$2x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{2} = 4.5$$

$$x + y = 4 \xrightarrow{x=4.5} 4.5 + y = 4 \Rightarrow y = 4 - 4.5 = -0.5$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = (4.5)^2 + (-0.5)^2 = 20.25 + 0.25 = 20.5$$

۲۶۷. کد پاسخ تصویری ۰۲۰۰۲۵

برای تابع بودن باید زوج مرتب‌های مختلف، با مؤلفه‌های اول برابر نداشته باشیم که در رابطه داده‌شده، هیچ کدام از زوج مرتب‌ها مؤلفه‌های اول برابر ندارند، پس این رابطه به ازای هر مقدار m همیشه تابع خواهد بود.

۲۶۸. کد پاسخ تصویری ۰۲۰۰۲۶

در زوج‌های $(3, 7)$ و $(3, a + 2b)$ فقط مؤلفه‌های اول مساوی هستند، پس خودمون مؤلفه‌های دومشون رو با هم مساوی قرار میدیم. در مورد زوج‌های $(5, 4)$ و $(5, 2a - b)$ هم همین کار رو انجام میدیم:

$$\begin{cases} (3, a + 2b) \\ (3, 7) \end{cases} \Rightarrow a + 2b = 7 \quad \begin{cases} (5, 2a - b) \\ (5, 4) \end{cases} \Rightarrow 2a - b = 4$$

اکنون دو معادله به دست‌آورده رو در یک دستگاه حل می‌کنیم:

$$\begin{cases} 2a - b = 4 \\ a + 2b = 7 \end{cases} \xrightarrow{\times 2} \begin{cases} 4a - 2b = 8 \\ a + 2b = 7 \end{cases} \Rightarrow 5a = 15 \Rightarrow a = 3, b = 2$$

$$\Rightarrow a^2 - b^2 = 3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5$$

۲۶۹. کد پاسخ تصویری ۰۲۰۰۲۵

$$a^2 = 3a^2 \Rightarrow a^2 - 3a^2 = 0 \Rightarrow a^2(a^2 - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = 0 \Rightarrow a = 0 \\ a^2 = 3 \Rightarrow a = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\xrightarrow{a=0} f = \{(1, 0), (1, 1), (0, 1), (-3, 2), (1, 0)\}$$
 تابع نیست

$$\xrightarrow{a=\sqrt{3}} f = \{(1, 9), (\sqrt{3}+1, 1), (0, -2), (0, 2), (1, 9)\}$$
 تابع نیست

$$\xrightarrow{a=-\sqrt{3}} f = \{(1, 9), (-\sqrt{3}+1, 1), (0, 4), (0, 2), (1, 9)\}$$
 تابع نیست

۲۷۰. کد پاسخ تصویری ۰۲۰۰۲۶

ابتدا دو مجموعه داده‌شده رو به صورت مجزا به دست می‌اریم:

$$A = \{(a, a^2) | a = 0, 1, 2\} = \{(0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$$

$$B = \{(a, a + b) | a, b \in \{0, 1, 2\}\}$$

$$= \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (2, 4)\}$$

از آنجا که $A \subseteq B$ است، پس $A \cup B = B$ بوده و f همان مجموعه B می‌باشد که دارای ۹ عضو است.

تذکره: رابطه به دست آمده تابع نیست درحالی که در صورت سؤال f به عنوان یک تابع معرفی شده و این ایراد علمی به سؤال وارد است.

۲۶۰. کد پاسخ تصویری ۰۲۰۰۲۳

اگر نمودار پیکانی رو به صورت زوج مرتب نمایش بدیم، مجموعه مؤلفه‌های اول، دامنه و مجموعه مؤلفه‌های دوم، برد تابع است: پس:

$$f = \{(1, 4), (2, 4), (3, 4)\} \Rightarrow \begin{cases} D_f = \{1, 2, 3\} \\ R_f = \{4\} \end{cases}$$

۲۶۱. کد پاسخ تصویری ۰۲۰۰۲۴

مجموعه‌ای از زوج مرتب‌ها در صورتی تابع هست که هیچ دو زوج مرتب مختلفی با مؤلفه‌های اول برابر در اون مجموعه وجود نداشته باشه. (اگر مؤلفه اول دو زوج برابر بودن، مؤلفه دوم اون‌ها هم باید برابر باشن).

بررسی گزینه‌ها: ۱ دو زوج مرتب $(1, 2)$ و $(1, 4)$ ، مؤلفه‌های اول برابر دارن، ولی مؤلفه‌های دومشون با هم برابر نیست، بنابراین تابع نیست. ۲ مؤلفه‌های اول برابر نیستن، بنابراین تابع است. ۳ دو زوج مرتب $(1, 2)$ و $(1, 2)$ عیناً مثل هم هستن، پس مشکلی ایجاد نمیشه و تابع داریم. ۴ فقط یک زوج مرتب داریم، بنابراین تابع است.

۲۶۲. کد پاسخ تصویری ۰۲۰۰۲۵

می‌دونیم در نمایش تابع به صورت زوج مرتب، مجموعه مؤلفه‌های اول، دامنه تابع و مجموعه مؤلفه‌های دوم، برد تابع هستن، بنابراین:

$$D_f = \{1, 2, 3, 5\} \quad R_f = \{2, 4, 5, 7\}$$

۲۶۳. کد پاسخ تصویری ۰۲۰۰۲۶

اگر زوج‌های مرتبی دارای مؤلفه‌های اول برابر باشن، برای اینکه مجموعه داده‌شده تابع باشه، باید مؤلفه‌های دومشون هم با هم برابر باشن.

$$(1, 2a - 5) = (1, 1 - a) \Rightarrow 2a - 5 = 1 - a$$

$$\Rightarrow 2a + a = 1 + 5 \Rightarrow 3a = 6 \Rightarrow a = \frac{6}{3} = 2$$

حالا $a = 2$ رو در مجموعه f قرار میدیم: $f = \{(1, -1), (1, -1), (1, b)\}$ برای اینکه مجموعه داده‌شده تابع باشه، زوج مرتب $(1, b)$ نیز باید به صورت $(1, -1)$ باشه.

$$\Rightarrow (1, b) = (1, -1) \Rightarrow b = -1 \Rightarrow a + b = 2 + (-1) = 1$$

۲۶۴. کد پاسخ تصویری ۰۲۰۰۲۷

باید زوج مرتب‌های مختلف، با مؤلفه‌های اول برابر نداشته باشیم یا در صورتی که مؤلفه‌های اول دو زوج مرتب برابر باشن، باید مؤلفه‌های دومشون هم با هم برابر باشن تا رابطه تبدیل به یک تابع بشه، بنابراین:

$$(2, m^2) = (2, 1) \Rightarrow m^2 = 1 \Rightarrow m = \pm 1$$

حالا هر یک از مقادیر m رو در رابطه R قرار میدیم تا ببینیم شرط تابع بودن برقرار شده یا نه: $m = 1 \Rightarrow R = \{(2, 1), (-4, 1), (1, 4), (1, 5)\}$

به خاطر وجود دو زوج مرتب $(1, 4)$ و $(1, 5)$ که دارای مؤلفه اول برابر و مؤلفه دوم نابرابر هستن، این رابطه به ازای $m = 1$ تابع نیست.

$$m = -1 \Rightarrow R = \{(2, 1), (-4, -1), (1, 2), (-1, 5)\} \Rightarrow$$
 تابع است

۲۶۵. کد پاسخ تصویری ۰۲۰۰۲۳

زوج مرتب‌های $(1, x - 2y)$ و $(1, -7)$ دارای مؤلفه‌های اول یکسان هستن، پس برای تابع بودن این رابطه، باید مؤلفه‌های دوم هم برابر باشن: $x - 2y = -7$ به همین ترتیب برای $(9, x + y)$ و $(9, 5)$ داریم: $x + y = 5$

از حل دو معادله دو مجهول فوق داریم:

$$\begin{cases} x - 2y = -7 \\ x + y = 5 \end{cases} \xrightarrow{-} \begin{cases} -3y = -12 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow y = 4 \Rightarrow x = 1$$

حالا خواسته سؤال رو پیدا می‌کنیم:

$$\frac{x^2 + y^2}{-x - 4y} = \frac{16 + 1}{-1 - 16} = \frac{17}{-17} = -1$$

۲۷۱. ۳

با توجه به تابع داده شده، $f(1) = 4$ و $f(2) = 5$ است، بنابراین:

$$2f(1) - f(2) = 2(4) - 5 = 8 - 5 = 3$$

۲۷۲. ۱

در سؤال از ما خواسته شده که از رابطه f اعضای رو انتخاب کنیم که عضوهای دومشون ۱ و ۲ باشن. بنابراین باید زوج مرتبهای $(2, 1)$ و $(3, 2)$ رو برداریم که عضوهای اولشون ۲ و ۳ هستن.

۲۷۳. ۲

چون دامنه $\{1, 2, 5\}$ است پس نتیجه می‌گیریم که:

$$b + 2 = 5 \Rightarrow b = 5 - 2 = 3$$

$$a - 1 = -1 \Rightarrow a = 0$$

و چون برد $\{3, 7, -1\}$ است، پس:

$$\Rightarrow 2a + b = 2(0) + 3 = 3$$

۲۷۴. ۲

$$\text{مجموع اعضای برد} = a + 1 + a^2 + 1 - 2a = 4 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$$

$$\Rightarrow (a+1)(a-2) = 0 \Rightarrow a = -1 \text{ یا } a = 2$$

حالا باید بررسی کنیم که کدام جواب قابل قبوله:

$$f = \{(0, 2), (5, 4), (1, -3)\}$$

اگر $a = 2$ باشه: f تابع است: پس $a = 2$ قابل قبوله و مجموع اعضای دامنه در این حالت برابر با ۶ است.

$$f = \{(-3, 0), (-1, 1), (-2, 3)\}$$

اگر $a = -1$ باشه: f تابع هست پس $a = -1$ قابل قبوله.

$$-3 + (-1) + (-2) = -6$$

مجموع اعضای دامنه در این حالت:

۲۷۵. ۴ ☒ کد پاسخ تصویری ۰۲۰۲۰۸۴۸

اولاً f تابع هست پس اگر دو زوج مرتب، مؤلفه اولشون مساوی باشن باید مؤلفه‌های دومشون هم مساوی باشن. الان دو زوج داریم که با ۲ شروع میشن، پس:

$$x - y = -3$$

ثانیاً گفته شده دامنه فقط یک عضو داره که می‌دونیم $\{2\}$ است، پس حاصل $4x + y$

$$4x + y = 2$$

هم فقط باید ۲ باشه چون اگر ۲ نباشه دامنه دو عضوی میشه:

اکنون دو معادله داریم با دو تا مجهول، پس باید دستگاه حل کنیم:

$$\begin{cases} x - y = -3 \\ 4x + y = 2 \end{cases}$$

$$5x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{5}$$

$$4x + y = 2 \xrightarrow{x = -\frac{1}{5}} 4(-\frac{1}{5}) + y = 2 \Rightarrow y = 2 + \frac{4}{5}$$

$$\Rightarrow y = \frac{14}{5} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{-\frac{1}{5}}{\frac{14}{5}} = -\frac{1}{14}$$

۲۷۶. ۳

می‌دونیم که: $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2}$ و $-1^3 = -1$ پس در ردیف بالای جدول (x) ها ۴ خارج میشه

دوتا (-1) و دوتا $(2\sqrt{2})$ مشاهده می‌کنیم لذا y هاشون رو با هم مساوی قرار میدیم:

$$m - n = 2m \xrightarrow{\text{می‌بریم به راست}} 2m - m + n = 0$$

$$\Rightarrow m + n = 0$$

$$\text{برای } (2\sqrt{2}) \text{ ها: } n - 2m = 4$$

حالا دستگاه رو حل می‌کنیم، برای این کار معادله $m + n = 0$ رو در یک منفی ضرب می‌کنیم:

$$\begin{cases} -m - n = 0 \\ n - 2m = 4 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \xrightarrow{+} -3m = 4 \Rightarrow m = -\frac{4}{3} \\ & m + n = 0 \Rightarrow -\frac{4}{3} + n = 0 \Rightarrow n = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

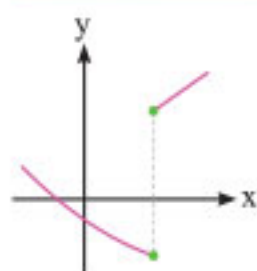
$$\Rightarrow m - n = -\frac{4}{3} - \frac{4}{3} = -\frac{8}{3}$$

۲۷۷. ۱

می‌دونیم در یک تابع، اگر مؤلفه‌های اول، مساوی باشن، مؤلفه‌های دوم هم باید مساوی باشن. به ازای $b = \frac{4}{y}$ ، y های مربوط به عدد $x = -3$ با هم مساوی میشن و g تابع خواهد بود. به ازای $c = 5$ هم y های مربوط به $x = -1$ مساوی میشن ولی به ازای $a = 2$ ، y های مربوط به $x = 4$ مساوی نمیشن پس g تابع نخواهد بود.

۲۷۸. ۴

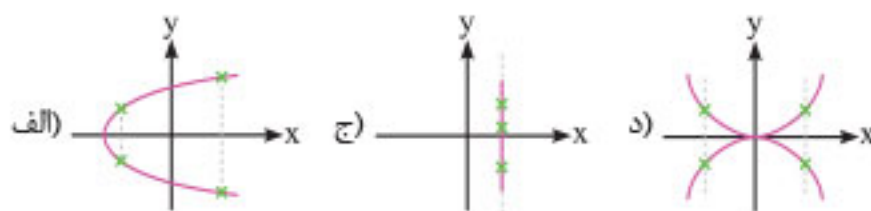
دام آموزشی: نقاط توخالی جزء نمودار حساب نمیشن، ولی نقاط توپر جزئی از نمودار هستن.



می‌دونیم هر خط موازی با محور عرض‌ها نمودار تابع رو حداکثر توی یک نقطه قطع می‌کنه. در نمودار گزینۀ «۴»، دو نقطه توپر، زیرهم هستن یعنی اون خط عمودی، نمودار رو در دو نقطه قطع می‌کنه، پس تابع نیست.

۲۷۹. ۲

خطی موازی محور y ها میشه رسم کرد که نمودارهای «الف»، «ج» و «د» رو در بیش از یک نقطه قطع کنه، پس هیچ کدومشون تابع نیستن.



بنابراین فقط یک نمودار (نمودار ب) تابع هست.

۲۸۰. ۴ ☒ کد پاسخ تصویری ۰۲۰۲۰۸۴۹

فقط در نمودار «۴»، هر خط موازی با محور y ها، نمودار رو حداکثر در یک نقطه قطع می‌کنه و تابع داریم.

۲۸۱. ۲

با توجه به شکل، هیچ دو نقطه‌ای نباید زیر هم باشن (روی خطی موازی محور y ها). اگر نقاط B ، F و G حذف بشن یک تابع ایجاد خواهد شد.

۲۸۲. ۳

هر خط عمودی که رسم می‌کنیم باید نمودار تابع رو حداکثر در یک نقطه قطع کنه، پس فقط می‌تونیم پاره خط $y = 3$ با دامنه $-1 \leq x \leq 2$ رو به شکل اضافه کنیم.

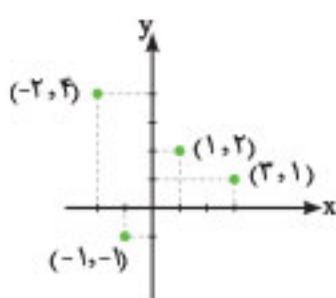
۲۸۳. ۲ ☒ کد پاسخ تصویری ۰۲۰۲۰۰۷۷

با توجه به نمودار تابع، مقدار تابع در هر نقطه به طول x برابر با عرض همون نقطه خواهد بود:

$$\left. \begin{aligned} f(-3) &= 0 \\ f(1) &= -1 \\ f(3) &= 4 \\ f(0) &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(-3) - f(1) + f(3) + f(0) = 0 - (-1) + 4 + 0 = 5$$

۲۸۴. ۲

با توجه به نمودار، چهار نقطه با طول‌های -2 ، -1 ، 1 و 3 و عرض‌های -1 ، 0 ، 1 و 4 داریم؛ بنابراین دامنه که همون مجموعه مقادیر طول‌هاست به صورت $D_f = \{-2, -1, 1, 3\}$ و برد که همون مجموعه مقادیر عرض‌هاست به صورت $R_f = \{-1, 1, 2, 4\}$ خواهد بود.



۲۹۲. کد پاسخ تصویری ۰۴۰۲۰۷۸۰

اگر متغیر مستقل تابع را x فرض کنیم، خواهیم نوشت:

$$f(x) = 2x^2 - 3 \Rightarrow f(\sqrt[3]{4}) = 2(\sqrt[3]{4})^2 - 3 = 2(4) - 3 = 5$$

$$\Rightarrow f\left(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right)^2 - 3 = 2\left(\frac{1}{4}\right) - 3 = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow f(\sqrt[3]{4}) - f\left(\frac{1}{\sqrt[3]{4}}\right) = 5 + \frac{5}{2} = 5 + 2\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$$

۲۹۳.

با توجه به توصیف کلامی مطرح شده در متن سؤال، ضابطه تابع f رو می نویسیم:

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = x^2 - 5x \end{cases}$$

در شکل، خروجی یا همون y برابر ۶ است، لذا به جای $f(x)$ عدد ۶ رو قرار میدیم:

$$x^2 - 5x = 6 \Rightarrow x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ریشه‌ها} = S = \frac{-b}{a} = \frac{-(-5)}{1} = 5$$

می‌تونستیم معادله $x^2 - 5x - 6 = 0$ رو به روش تجزیه یا دلتا حل کنیم و بعد جوابهای به دست آمده رو با هم جمع کنیم:

$$x^2 - 5x - 6 = 0 \xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}} (x-6)(x+1) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 6, x_2 = -1 \xrightarrow{\text{مجموع جوابها}} -1 + 6 = 5$$

۲۹۴.

ابتدا با جای گذاری $x = \frac{1}{y}$ در $f(x)$ و $g(x)$ مقادیر $f\left(\frac{1}{y}\right)$ و $g\left(\frac{1}{y}\right)$ رو به دست میاریم، سپس جوابها رو با هم جمع می‌کنیم:

$$f(x) = |3x - 5| \Rightarrow f\left(\frac{1}{y}\right) = \left|3\left(\frac{1}{y}\right) - 5\right| = \left|\frac{3}{y} - 5\right|$$

$$= \left|\frac{3-5y}{y}\right| = \left|\frac{-7}{y}\right| = \frac{7}{y}$$

$$g(x) = \sqrt{\frac{1}{y}x + 2} \Rightarrow g\left(\frac{1}{y}\right) = \sqrt{\frac{1}{y} \times \frac{1}{y} + 2} = \sqrt{\frac{1}{y^2} + 2}$$

$$= \sqrt{\frac{1+8}{y^2}} = \sqrt{\frac{9}{y^2}} = \frac{3}{y} \Rightarrow f\left(\frac{1}{y}\right) + g\left(\frac{1}{y}\right) = \frac{7}{y} + \frac{3}{y} = \frac{10}{y} = 5$$

۲۹۵.

در گزینه ۲، اگر به جای x مقادیر ۱، ۲، ۳ و ۴ رو قرار بدیم، به ترتیب اعداد ۳، -۴، ۹ و -۸ به دست میان. پس در گزینه ۲ داریم:

$$f(x) = \begin{cases} 3x & \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 3(1) = 3 \\ f(3) = 3(3) = 9 \end{cases} \\ -2x & \Rightarrow \begin{cases} f(2) = -2(2) = -4 \\ f(4) = -2(4) = -8 \end{cases} \end{cases}$$

برای سایر گزینه‌ها یک مثال نقض میاریم. (مثال نقض یعنی یک مثال بزنیم که نادرستی یک رابطه رو نشون میده.)

$$1 \quad \begin{cases} \text{در سؤال: } f(2) = -4 \\ \text{در گزینه ۱: } f(2) = 3(2) = 6 \end{cases}$$

$$3 \quad \begin{cases} \text{در سؤال: } f(1) = 3 \\ \text{در گزینه ۳: } f(1) = -2(1) = -2 \end{cases}$$

$$4 \quad \begin{cases} \text{در سؤال: } f(2) = -4 \\ \text{در گزینه ۴: } f(2) = 6 \end{cases}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲۸۵.

برد تابع، زمانی تک‌عضوی هست که نمودار اون، خطی موازی با محور x ها (یا قسمتی از یک خط افقی) باشه و در اینجا فقط گزینه ۱، چنین شرطی رو داره.

۲۸۶.

دامنه باید $\mathbb{R} - \{1, 3\}$ باشه یعنی x هر عددی می‌تونه باشه به جز ۱ و ۳ که نمودارهای ۲، ۳ و ۴ این ویژگی رو دارن ولی برد تابع باید $\mathbb{R}$ باشه یعنی y هر عدد حقیقی رو باید بتونه داشته باشه. برد همه گزینه‌ها رو بررسی می‌کنیم:

$$1 \quad \text{برد} = \{y \in \mathbb{R} \mid y < 2\}$$

$$2 \quad \text{برد} = \{y \in \mathbb{R} \mid y > -4\}$$

$$3 \quad \text{برد} = \{2\}$$

$$4 \quad \text{برد} = \mathbb{R}$$

بررسی گزینه‌ها:

۲۸۷. کد پاسخ تصویری ۰۲۰۲۰۰۷۸۰

دامنه f برابر با $x \geq 2$ می‌باشد، از طرفی برد تابع h هم برابر با $y \geq 2$ است که با هم برابر هستند.

۲۸۸.

با توجه به جدول، میشه حدس زد که مقادیر x به توان ۲ میرسن، سپس با یک جمع میشن، یعنی گزینه ۲. اگر هم نتونستین حدس بزنین کافیه اعداد جدول رو در ضابطه‌ها قرار بدین و ببینین کدومشون درسته.

$$y = x^2 + 1 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=0^2+1=1 \Rightarrow (0, 1) \\ x=1 \Rightarrow y=1^2+1=2 \Rightarrow (1, 2) \\ x=2 \Rightarrow y=2^2+1=5 \Rightarrow (2, 5) \\ x=3 \Rightarrow y=3^2+1=10 \Rightarrow (3, 10) \\ x=4 \Rightarrow y=4^2+1=17 \Rightarrow (4, 17) \end{cases}$$

بنابراین حدسمون درست بود. مثلاً اگر $x=4$ رو در بقیه ضابطه‌ها بذارین، y هیچ‌کدوم ۱۷ نمیشه.

۲۸۹.

گزینه‌های ۳ و ۴، خیلی سریع رد میشن چون که طبق متن سؤال، دامنه تابع $\mathbb{R}$ هست ولی در این گزینه‌ها دامنه $\mathbb{N}$ است. طبق متن سؤال، اگر ورودی تابع رو x بگیریم، خواهیم داشت:

$$\begin{array}{ccc} \text{خروجی} & & \\ x & \xrightarrow{f} & 3(x+x^2) \end{array}$$

پس ضابطه f به صورت $f(x) = 3(x+x^2)$ می‌باشد ولی ضابطه تابع به همراه دامنه و برد، همان ضابطه گزینه ۲، است.

۲۹۰.

اولاً با توجه به $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ دامنه تابع $\mathbb{N}$ است. ثانیاً اگر ورودی تابع رو x فرض کنیم، با توجه به رابطه $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{3}$ فقط و فقط توصیف کلامی گزینه ۴، درست است.

۲۹۱. کد پاسخ تصویری ۰۲۰۲۰۰۷۹۰

اگر طول مستطیل رو با x و عرض رو با y نمایش بدیم، با توجه به متن سؤال داریم:

$$x = 3y + 4 \xrightarrow{\text{y رو بر حسب x پیدا می‌کنیم.}} 3y = x - 4 \xrightarrow{+3} y = \frac{x-4}{3}$$

$$\text{مساحت مستطیل} = x.y = x.\left(\frac{x-4}{3}\right) = \frac{x^2-4x}{3}$$

البته همیشه باید به دامنه هم توجه کنیم، چون ضابطه خالی، به درد نمی‌خوره، الان x باید از ۴ بزرگ‌تر باشه وگرنه مقدار مساحت، عددی منفی میشه که این، غیرممکن هست. گزینه ۴، به همین علت رد میشه چون اگر مثلاً x رو ۱ فرض کنیم، مساحت برابر میشه با:

$$\text{مساحت} = \frac{x^2-4x}{3} = \frac{1^2-4(1)}{3} = \frac{-3}{3} = -1$$



مهر و ماه



هومان

روی مود آزمون باش!

آزمون مود ریاضی و آمار انسانی

کُر آزمون های مرحله ای

۸۰
آزمون

۶۰ آزمون تدریجی (کتاب واقعاً جامع)

۲۰ آزمون تجمیعی (کتاب آرمود)

به همراه پاسخ برگ های خام و امکان دریافت کارنامه و رتبه در سوپر اپلیکیشن مهر و ماه

پاسخنامه فوق تشریحی ویدئویی سؤالات منتخب

دارای دستیار آموزشی هوش مصنوعی

وای فای رایگان! رمز: =

+ هدیه ویژه
پوستر بزرگ برنده



قیمت بسته کامل



آزمون مرحله اول

● ریاضی و آمار ۱: معادله درجه دوم (معادله و مسائل توصیفی، حل معادله درجه ۲ و کاربردها)
● ریاضی و آمار ۳: شمارش (اصل جمع، ... و تبدیل)

۱- کدام معادله زیر، درجه اول محسوب می شود؟

(۱) $\frac{1}{x} - 1 = x + 3$ (۲) $\frac{x-3}{x-1} = 2$ (۳) $x(x-6) = 0$ (۴) $5x - 1 = \frac{3}{8}$

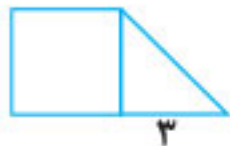
۲- معادله $2x(x-2) = (x-1)(x-4)$ چند جواب حقیقی دارد؟

(۱) ریشه ندارد. (۲) دو ریشه متمایز (۳) دو ریشه یکسان (یک ریشه مضاعف) (۴) سه ریشه متمایز

۳- در یک مستطیل، اندازه طول و عرض به ترتیب $x+6$ و ۲ می باشد. اگر مساحت این مستطیل با مساحت دایره‌ای به شعاع ۲ برابر باشد، مقدار x کدام است؟ (π را $3/14$ فرض کنید).

(۱) $0/26$ (۲) $0/28$ (۳) $0/32$ (۴) $0/36$

۴- اگر در شکل زیر مساحت مربع از نصف مساحت دوزنقه ۵ واحد بیشتر باشد، محیط مربع کدام است؟



(۱) ۲۰ (۲) ۱۶ (۳) ۱۲ (۴) ۸

۵- اگر یکی از جواب‌های معادله $3x^2 - (a+3)x + a = 1$ برابر ۲ باشد، ریشه دیگر کدام است؟

(۱) ۵ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۶- تابع درآمد یک شرکت به صورت $R(x) = 20x$ و تابع هزینه به صورت $C(x) = 800 + 12x$ می باشد. نقطه سربه‌سر شرکت کدام است؟ (x تعداد کالاهاست)

(۱) ۱۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۱۵۰ (۴) ۲۵۰

۷- در یک کارخانه، تابع سود به صورت $P(x) = -x^2 + kx - 10$ می باشد. (x تعداد کالاهاست) اگر با تولید کالای ششم، سوددهی آغاز شود، مقدار k کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۰ (۳) ۷ (۴) ۸

۸- اگر دو عدد فرد طبیعی متوالی ریشه‌های معادله $x^2 - (1+a)x + a = 0$ باشند، ریشه مضاعف معادله $bx^2 - (a-1)x + 1 = 0$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۲

۹- اگر مجموع ریشه‌های معادله $x(2-x) - 2kx = -3$ ثلث ضرب ریشه‌های آن باشد، k کدام است؟

(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $-\frac{1}{2}$ (۴) $-\frac{3}{2}$

۱۰- ریشه‌های معادله $x^2 - x - 2 = 0$ با ریشه‌های کدام معادله برابر است؟

(۱) $100x^2 - 10x - 20 = 0$ (۲) $100x^2 - 100x - 200 = 0$ (۳) $10x^2 - 100x - 200 = 0$ (۴) $100x^2 - 10x + 200 = 0$

محل انجام محاسبات

۱۱- با حروف کلمه «پارک ملت» چند کلمه هفت حرفی می‌توان ساخت به طوری که با عبارت «پا» شروع و به عبارت «رک» ختم شوند؟ (تکرار حروف، غیرمجاز است).

- ۱۲ (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴)

۱۲- چند مورد از موارد زیر نادرست است؟

- الف) $3! - 2! = 1!$ ب) $3! \times 2! = 6!$ ج) $7! = 42 \times 5!$ د) $0! = \frac{5!}{5!}$

- ۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

۱۳- حاصل $\frac{{}^2P(n,n) + P(n,1) \times (n-1)!}{P(n,0)}$ کدام است؟ (P نماد تبدیل است).

- ۳n! (۱) ۴n! (۲) n! (۳) ۱ (۴)

۱۴- چند مورد از روابط زیر، همواره درست هستند؟ (a و b اعداد طبیعی هستند و تمام عبارت‌ها تعریف شده فرض می‌شوند).

- الف) $(a+b)! = a! + b!$ ب) $(a-b)! = a! - b!$ ج) $(a \times b)! = a! \times b!$

- د) $\left(\frac{a}{b}\right)! = \frac{a!}{b!}$ ه) $(a!)^2 = (a^2)!$ و) $\sqrt{a!} = (\sqrt{a})!$

- ۱ (صفر) ۲ (یک) ۳ (دو) ۴ (سه)

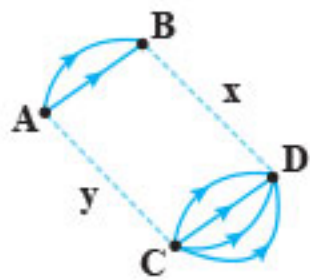
۱۵- اگر از شهر A به شهر D با ۱۴ حالت مختلف بتوان حرکت کرد، طبق شکل $x + 2y$ کدام است؟

- ۷ (۱)

- ۶ (۲)

- ۴ (۳)

- ۳ (۴)



۱۶- با ارقام ۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶ چند عدد ۳ رقمی مضرب ۱۰ بدون تکرار ارقام بزرگ‌تر از ۴۰۰ می‌توان نوشت به طوری که مجموع ارقام آن فرد باشد؟

- ۱۲ (۱) ۹ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴)

۱۷- به چند طریق می‌توان ۲ کتاب ریاضی مختلف، ۲ کتاب اقتصاد مختلف و ۳ کتاب فلسفه متفاوت را کنار هم قرار داد به طوری که کتاب‌های ریاضی کنار هم و اقتصادها نیز کنار هم باشند؛ ولی کتاب‌های فلسفه کنار هم نباشند؟

- ۸۴ (۱) ۶۴ (۲) ۴۸ (۳) ۳۶ (۴)

۱۸- اگر $\frac{(n+1)!}{(n-2)!} = 60$ باشد، مقدار عددی $P(n^2 - 10, n)$ کدام است؟

- ۳۶۰ (۱) ۲۴۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۱۲۰ (۴)

۱۹- اگر بتوانیم به ۴۲ حالت مختلف، k نفر را از بین ۷ نفر برای سه پست مدیریت، معاونت و حسابداری انتخاب کنیم، مقدار $(k!)^3$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۸ (۲) ۲۱۶ (۳) ۱۳۸۲۴ (۴)

۲۰- چند عدد سه رقمی مضرب ۵ داریم که شامل ۲, ۳, ۴ نباشد ولی شامل عدد ۵ باشد؟ (تکرار ارقام مجاز نیست).

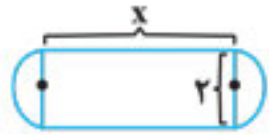
- ۳۰ (۱) ۴۰ (۲) ۳۵ (۳) ۴۵ (۴)

محل انجام محاسبات

۱- در مورد معادله $2x(x-1) = (x-3)(x+1)$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) یک ریشه مضاعف دارد.
(۲) ریشه حقیقی ندارد.
(۳) دو ریشه مثبت متمایز دارد.
(۴) دو ریشه منفی متمایز دارد.

۲- در شکل مقابل، مساحت مستطیل از ۳ برابر مساحت هر نیم دایره، ۱ واحد بیشتر است. محیط مستطیل کدام است؟ ($\pi \simeq 3$)



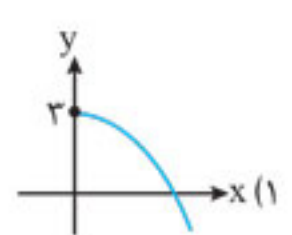
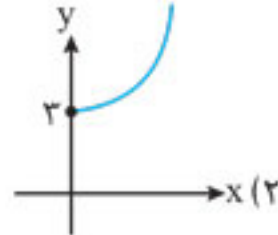
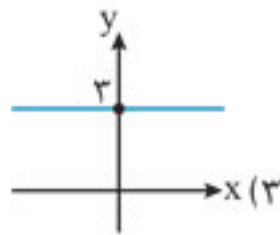
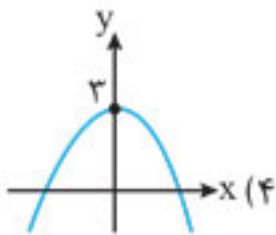
- (۱) $9/5$ (۲) ۱۰ (۳) $11/5$ (۴) ۱۲

۳- یک کیک را بین افراد حاضر در یک مهمانی به طور مساوی تقسیم می‌کنیم. سپس ۲ نفر جدید به مهمانی اضافه شده ولی ۶ نفر از مهمانان قبلی، آن جا را ترک می‌کنند. اگر یک کیک جدید (با همان اندازه قبلی) را بین نفرات باقی مانده تقسیم کنیم، به هر نفر $\frac{1}{3}$ بیشتر از قبل می‌رسد.

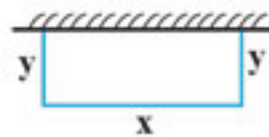
تعداد افراد مهمانی در حالت دوم کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۲ (۴) ۵

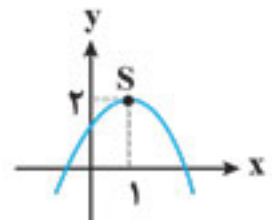
۴- در برد کدام تابع، تعداد بیشتری اعداد طبیعی وجود دارد؟



۵- می‌خواهیم با طنابی به طول ۴۰۰ متر یک زمین مستطیل شکل را حصارکشی کنیم. (یک طرف زمین، دریاست و قابل حصارکشی نیست) بیشترین مساحت زمین محصور شده کدام است؟



- (۱) ۲۵۰۰۰ مترمربع
(۲) ۲۰۰۰۰ مترمربع
(۳) ۲۴۰۰۰ مترمربع
(۴) ۲۸۰۰۰ مترمربع



۶- نمودار مقابل، مربوط به سهمی $f(x) = ax^2 + 2x + 1$ است. مقدار $f(3)$ کدام است؟ (S رأس سهمی است).

- (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) -۶

$$f = \{(2, 2a - b), (10, 4), (5, b - a)\}$$

۷- اگر f تابع ثابت باشد، حاصل $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{3}$

۸- با فرض آن که $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x & x < 2 \\ 2k - 1 & x = 2 \\ \text{sign}(x) & x > 2 \end{cases}$ باشد و رابطه $3f(2) - f(10) = \frac{f(0)}{4}$ برقرار باشد، مقدار k^2 کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) $\frac{25}{36}$ (۳) ۱ (۴) $\frac{4}{9}$

۹- ریشه بزرگ‌تر معادله $|x-1| + 2x = 4$ کدام است؟

- (۱) $\frac{5}{3}$ (۲) ۳ (۳) $2/5$ (۴) $\frac{7}{3}$

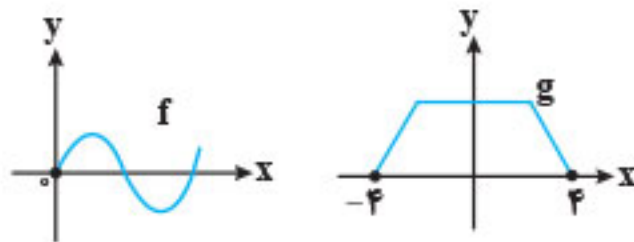
۱۰- با توجه به نمودارهای زیر، دامنه تابع $f - g$ کدام است؟

(۱) $\{x \in \mathbb{R} | 0 < x < 4\}$

(۲) $\{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \leq 4\}$

(۳) $\{x \in \mathbb{R} | x \geq 0\}$

(۴) $\{x \in \mathbb{R} | x \leq 4\}$



۱۱- کدام جمله درست است؟

(۱) وزن هواپیما متغیر کمی نسبتی است.

(۲) مقدار پارامتر همیشه از مقدار آماره بزرگتر است.

(۳) در روش پرسش نامه برای جمع آوری داده ها نیاز به فرد پاسخگو نداریم.

(۴) نمودار پراکنش نگاشت می تواند به طور همزمان مقادیر ۳ متغیر کمی را نمایش دهد.

۱۲- در نمودار جعبه ای مربوط به داده های ۳, ۲, ۴, ۸, ۷, ۶, ۲, ۲, ۱, ۳, ۵, ۷, ۹, ۱۲ میانگین داده های داخل جعبه (به همراه لبه های جعبه) چند برابر واریانس داده های روی سیل سمت راست (به همراه چارک سوم) است؟

(۱) $\frac{13}{15}$

(۲) $\frac{74}{56}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۴) $\frac{3}{2}$

۱۳- در دنباله بازگشتی $a_{n+1} = a_n + 6$ با فرض آن که $a_7 = 4$ باشد، مجموع ۱۰۰ جمله اول کدام است؟

(۱) ۲۹۵۰۰

(۲) ۲۹۰۰۰

(۳) ۳۰۰۰۰

(۴) ۳۱۵۰۰

۱۴- بین اعداد ۸ و ۶۴۸ می خواهیم ۳ واسطه هندسی مثبت درج کنیم. واسطه دوم کدام است؟

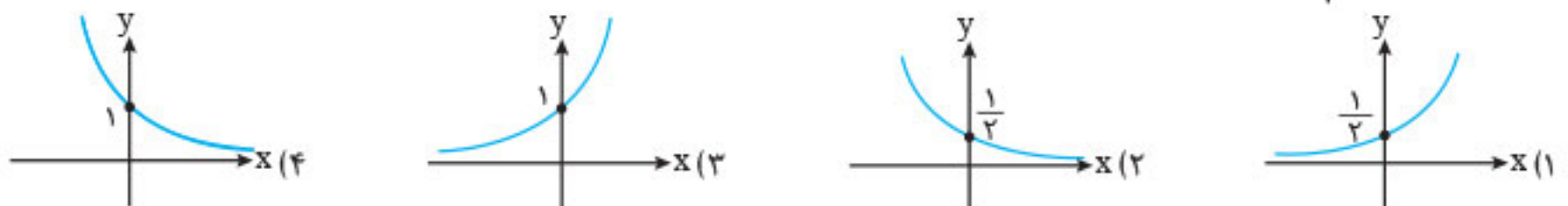
(۱) ۱۰۸

(۲) ۲۴

(۳) ۷۲

(۴) ۲۱۶

۱۵- اگر ریشه معادله $\frac{1}{4} = \sqrt{2} \times 32^{x-1}$ را k بنامیم، نمودار تابع $y = k^x$ کدام است؟



۱۶- به چند طریق می توان با ارقام ۱ تا ۵ بدون تکرار ارقام عددی ۵ رقمی نوشت به طوری که عدد حاصل زوج باشد و با رقم فرد شروع شود؟

(۱) ۶

(۲) ۱۲

(۳) ۲۴

(۴) ۳۶

۱۷- از ارقام ۱ تا ۵ دو رقم به تصادف انتخاب می کنیم و با آن یک عدد دو رقمی می سازیم. با کدام احتمال عدد دو رقمی حاصل از ارقام انتخاب شده مضرب ۳ است؟

(۱) ۰/۲

(۲) ۰/۴

(۳) ۰/۵

(۴) ۰/۶

۱۸- اگر $p \Rightarrow q$ گزاره ای درست و $p \Leftrightarrow q$ نادرست باشد، ارزش گزاره $[(p \wedge \sim r) \Leftrightarrow (p \vee \sim q)]$ کدام است؟

(۱) همواره درست

(۲) همواره نادرست

(۳) هم ارزش r

(۴) هم ارزش $\sim r$

۱۹- در یک بررسی آماری، داده های ۹۳, ۹۶, ۹۴, ۱۰۵, ۹۸ ثبت شده اند. پس از بررسی مجدد، نتیجه آن جابه جایی یکان و صدگان عدد سه رقمی می باشد. خط فقر کدام است؟

(۱) ۴۸/۶

(۲) ۴۸

(۳) ۸۸

(۴) ۸۸/۲

۲۰- در یک روستا، ۲۰۰ نفر بیکار و ۶۰۰ نفر شاغل هستند. چند شغل ایجاد شود تا نرخ بیکاری ۱۰ درصد کاهش یابد؟

(۱) ۱۰۰

(۲) ۹۰

(۳) ۸۰

(۴) ۷۰

محل انجام محاسبات

یاسخ سوالات باید با مداد مشکی نرم و بیرنگ در محل مربوطه مطابق نمونه صحیح علامت‌گذاری شود.

صحیح:

غلط: ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

آزمون شماره ۱

۱	☐	☐	☐	☐
۲	☐	☐	☐	☐
۳	☐	☐	☐	☐
۴	☐	☐	☐	☐
۵	☐	☐	☐	☐
۶	☐	☐	☐	☐
۷	☐	☐	☐	☐
۸	☐	☐	☐	☐
۹	☐	☐	☐	☐
۱۰	☐	☐	☐	☐

۱۱	☐	☐	☐	☐
۱۲	☐	☐	☐	☐
۱۳	☐	☐	☐	☐
۱۴	☐	☐	☐	☐
۱۵	☐	☐	☐	☐
۱۶	☐	☐	☐	☐
۱۷	☐	☐	☐	☐
۱۸	☐	☐	☐	☐
۱۹	☐	☐	☐	☐
۲۰	☐	☐	☐	☐

آزمون شماره ۲

۱	☐	☐	☐	☐
۲	☐	☐	☐	☐
۳	☐	☐	☐	☐
۴	☐	☐	☐	☐
۵	☐	☐	☐	☐
۶	☐	☐	☐	☐
۷	☐	☐	☐	☐
۸	☐	☐	☐	☐
۹	☐	☐	☐	☐
۱۰	☐	☐	☐	☐

۱۱	☐	☐	☐	☐
۱۲	☐	☐	☐	☐
۱۳	☐	☐	☐	☐
۱۴	☐	☐	☐	☐
۱۵	☐	☐	☐	☐
۱۶	☐	☐	☐	☐
۱۷	☐	☐	☐	☐
۱۸	☐	☐	☐	☐
۱۹	☐	☐	☐	☐
۲۰	☐	☐	☐	☐

آزمون شماره ۳

۱	☐	☐	☐	☐
۲	☐	☐	☐	☐
۳	☐	☐	☐	☐
۴	☐	☐	☐	☐
۵	☐	☐	☐	☐
۶	☐	☐	☐	☐
۷	☐	☐	☐	☐
۸	☐	☐	☐	☐
۹	☐	☐	☐	☐
۱۰	☐	☐	☐	☐

۱۱	☐	☐	☐	☐
۱۲	☐	☐	☐	☐
۱۳	☐	☐	☐	☐
۱۴	☐	☐	☐	☐
۱۵	☐	☐	☐	☐
۱۶	☐	☐	☐	☐
۱۷	☐	☐	☐	☐
۱۸	☐	☐	☐	☐
۱۹	☐	☐	☐	☐
۲۰	☐	☐	☐	☐

آزمون شماره ۴

۱	☐	☐	☐	☐
۲	☐	☐	☐	☐
۳	☐	☐	☐	☐
۴	☐	☐	☐	☐
۵	☐	☐	☐	☐
۶	☐	☐	☐	☐
۷	☐	☐	☐	☐
۸	☐	☐	☐	☐
۹	☐	☐	☐	☐
۱۰	☐	☐	☐	☐

آزمون شماره ۵

۱	☐	☐	☐	☐
۲	☐	☐	☐	☐
۳	☐	☐	☐	☐
۴	☐	☐	☐	☐
۵	☐	☐	☐	☐
۶	☐	☐	☐	☐
۷	☐	☐	☐	☐
۸	☐	☐	☐	☐
۹	☐	☐	☐	☐
۱۰	☐	☐	☐	☐

۱۱	☐	☐	☐	☐
۱۲	☐	☐	☐	☐
۱۳	☐	☐	☐	☐
۱۴	☐	☐	☐	☐
۱۵	☐	☐	☐	☐
۱۶	☐	☐	☐	☐
۱۷	☐	☐	☐	☐
۱۸	☐	☐	☐	☐
۱۹	☐	☐	☐	☐
۲۰	☐	☐	☐	☐

آزمون شماره ۶

۱	☐	☐	☐	☐
۲	☐	☐	☐	☐
۳	☐	☐	☐	☐
۴	☐	☐	☐	☐
۵	☐	☐	☐	☐
۶	☐	☐	☐	☐
۷	☐	☐	☐	☐
۸	☐	☐	☐	☐
۹	☐	☐	☐	☐
۱۰	☐	☐	☐	☐

۱۱	☐	☐	☐	☐
۱۲	☐	☐	☐	☐
۱۳	☐	☐	☐	☐
۱۴	☐	☐	☐	☐
۱۵	☐	☐	☐	☐
۱۶	☐	☐	☐	☐
۱۷	☐	☐	☐	☐
۱۸	☐	☐	☐	☐
۱۹	☐	☐	☐	☐
۲۰	☐	☐	☐	☐

آزمون شماره ۷

۱	☐	☐	☐	☐
۲	☐	☐	☐	☐
۳	☐	☐	☐	☐
۴	☐	☐	☐	☐
۵	☐	☐	☐	☐
۶	☐	☐	☐	☐
۷	☐	☐	☐	☐
۸	☐	☐	☐	☐
۹	☐	☐	☐	☐
۱۰	☐	☐	☐	☐

۱۱	☐	☐	☐	☐
۱۲	☐	☐	☐	☐
۱۳	☐	☐	☐	☐
۱۴	☐	☐	☐	☐
۱۵	☐	☐	☐	☐
۱۶	☐	☐	☐	☐
۱۷	☐	☐	☐	☐
۱۸	☐	☐	☐	☐
۱۹	☐	☐	☐	☐
۲۰	☐	☐	☐	☐

آزمون شماره ۸

۱	☐	☐	☐	☐
۲	☐	☐	☐	☐
۳	☐	☐	☐	☐
۴	☐	☐	☐	☐
۵	☐	☐	☐	☐
۶	☐	☐	☐	☐
۷	☐	☐	☐	☐
۸	☐	☐	☐	☐
۹	☐	☐	☐	☐
۱۰	☐	☐	☐	☐

آزمون شماره ۹

۱	☐	☐	☐	☐
۲	☐	☐	☐	☐
۳	☐	☐	☐	☐
۴	☐	☐	☐	☐
۵	☐	☐	☐	☐
۶	☐	☐	☐	☐
۷	☐	☐	☐	☐
۸	☐	☐	☐	☐
۹	☐	☐	☐	☐
۱۰	☐	☐	☐	☐

۱۱	☐	☐	☐	☐
۱۲	☐	☐	☐	☐
۱۳	☐	☐	☐	☐
۱۴	☐	☐	☐	☐
۱۵	☐	☐	☐	☐
۱۶	☐	☐	☐	☐
۱۷	☐	☐	☐	☐
۱۸	☐	☐	☐	☐
۱۹	☐	☐	☐	☐
۲۰	☐	☐	☐	☐

آزمون شماره ۱۰

۱	☐	☐	☐	☐
۲	☐	☐	☐	☐
۳	☐	☐	☐	☐
۴	☐	☐	☐	☐
۵	☐	☐	☐	☐
۶	☐	☐	☐	☐
۷	☐	☐	☐	☐
۸	☐	☐	☐	☐
۹	☐	☐	☐	☐
۱۰	☐	☐	☐	☐

۱۱	☐	☐	☐	☐
۱۲	☐	☐	☐	☐
۱۳	☐	☐	☐	☐
۱۴	☐	☐	☐	☐
۱۵	☐	☐	☐	☐
۱۶	☐	☐	☐	☐
۱۷	☐	☐	☐	☐
۱۸	☐	☐	☐	☐
۱۹	☐	☐	☐	☐
۲۰	☐	☐	☐	☐



مهرماه



هومان
مرکز تخصصی آموزش آنلاین

برگ برنده ریاضی و آمار

دهم، یازدهم و دوازدهم

بیا تا بهت بگم برگ برنده چی می‌گه و تو باید چجوری بخونیش!

رفیق انسانی! می‌دونم سوالات ریاضی و آمار ممکنه اولش ترسناک به نظر برسن، ولی اگه مفاهیم و فرمول‌ها رو خوب بلد باشی، کلی سوال راحت داره که می‌تونی با حل اونا درصد بالایی بیاری. این پوستر دقیقاً همون چیزیه که نیاز داری: یه خلاصه جمع و جور از نکات کلیدی، فرمول‌های پرکاربرد و ترفندهای حل سریع سوالات. با مرور روزانه این پوستر، ذهنت مرتب میشه و دیگه لازم نیست توی جزوه‌ها و کتابا غرق بشی. فقط کافیه روزی چند دقیقه وقت بذاری ... شاید باورت نشه ولی همین مرورهای کوتاه می‌تونه این پوستر رو تبدیل کنه به برگ برنده ات تو جلسه کنکور!

یادآوری

اتحادهای مهم

چهار اتحاد کاربردی به شکل زیر داریم:

- 1 اتحاد مزدوج $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$
- 2 اتحاد مربع مجموع دوجمله‌ای $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- 3 اتحاد مربع تفاضل دوجمله‌ای $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- 4 اتحاد جمله مشترک $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

روش‌های تجزیه عبارت‌های جبری

- 1 استفاده از فاکتورگیری: در این روش از عامل مشترک جملات فاکتور می‌گیریم:
مثال $2a^2b^2c - 8a^2bc^2 = 2a^2bc(ab - 4c)$
عامل مشترک یا همان ب.م.م
- 2 استفاده از اتحادها: در فرمول‌های اتحادها که در ابتدا نوشتیم، اگر سمت راست آن‌ها داده شد، باید به عبارت سمت چپ برسیم تا عبارت تجزیه شود:
مثال $x^2 - 16 = (x^2 - 4)(x^2 + 4) = (x-2)(x+2)(x^2 + 4)$
تجزیه به کمک دوباره مزدوج اتحاد مزدوج
- مثال $x^2 - x - 2 = (x-2)(x+1)$
تجزیه به کمک اتحاد جمله مشترک

عبارت گویا: کسری مثل $\frac{f}{g}$ است که در آن f و g چندجمله‌ای هستند مثل $\frac{2x-1}{x^2+4}$ یا $\frac{1}{x}$.
عبارت گویا وقتی تعریف شده است که مخرج آن صفر نباشد، مثلاً عبارت $\frac{x-1}{x-2}$ به ازای $x=2$ تعریف نشده نیست. برای انجام محاسبات روی عبارت‌های گویا، ابتدا تمام صورت و مخرج‌ها را تا حد امکان تجزیه کرده و کسرها را ساده می‌کنیم و سپس عملیات مورد نظر را انجام می‌دهیم.

فصل ۱: معادله درجه ۲

معادله درجه اول

معادله‌ای است که بتوانیم آن را به شکل $ax+b=0$ تبدیل کنیم ($a \neq 0$). این معادله را در سال‌های قبل هم خوانده‌اید و نکته جدیدی ندارد. برای حل معادله درجه اول کسری $\frac{x}{5} - \frac{x-1}{3} = 2$ ابتدا مخرج‌ها را از بین می‌بریم (در اینجا تمام جملات را در ۱۵ ضرب می‌کنیم) سپس معادله ساده شده را حل می‌کنیم.

$$3x - 5x + 5 = 30 \Rightarrow -2x = 25 \Rightarrow x = -\frac{25}{2}$$

معادله درجه دوم

شکل کلی این معادله به صورت $ax^2 + bx + c = 0$ است ($a \neq 0$). این معادله به چهار روش قابل حل است:

۱ تجزیه: از اطلاعات فصل یادآوری استفاده می‌کنیم:

مثال $x^4 - 4x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$

۲ مربع کامل کردن: ابتدا تمام جملات را بر a تقسیم می‌کنیم (اگر a یک نبود)، سپس عدد ثابت را به سمت راست تساوی می‌بریم و عدد $\frac{b^2}{4}$ را به دو طرف اضافه می‌کنیم. سمت چپ را به کمک اتحاد مربع دوجمله‌ای تجزیه کرده و در نهایت از دو طرف جذر می‌گیریم.

۳ روش کلی (دلتا): ابتدا عبارت $\Delta = b^2 - 4ac$ را که دلتا نام دارد، حساب می‌کنیم، سه حالت رخ می‌دهد:
 $\Delta > 0 \Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ دو ریشه متمایز داریم.
 $\Delta = 0 \Rightarrow x = \frac{-b}{2a}$ یک ریشه مضاعف داریم.
 $\Delta < 0 \Rightarrow$ ریشه حقیقی نداریم.

مثال $x^2 - 2x - 5 = 0 \Rightarrow \Delta = (-2)^2 - 4(1)(-5) = 24$
 $\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{24}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{4 \times 6}}{2} = \frac{2 \pm 2\sqrt{6}}{2} = 1 \pm \sqrt{6}$

۴ روش جذرگیری: اگر معادله به شکل $x^2 = k$ یا $x^2 = k^2$ باشد، همان ابتدا از دو طرف جذر می‌گیریم. البته اگر $x^2 = k$ باشد، k نباید منفی باشد:

مثال $(2x-1)^2 = 25 \xrightarrow{\text{جذر}} 2x-1 = \pm 5 \Rightarrow \begin{cases} 2x-1 = 5 \Rightarrow x = 3 \\ 2x-1 = -5 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$

■ دو حالت خاص معادله درجه دو:

حالت اول اگر $a+b+c=0$ باشد، داریم: $x_1 = 1$ و $x_2 = \frac{c}{a}$

حالت دوم اگر $a+c=b$ باشد، داریم: $x_1 = -1$ و $x_2 = \frac{-c}{a}$

مجموع، تفاضل و حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه دو: اگر α و β ریشه‌های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ باشد، خواهیم داشت:

$$S = \alpha + \beta = \frac{-b}{a}, \quad P = \alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}, \quad M = |\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

تابع سود و نقطه سربه‌سر: اگر R تابع درآمد و C تابع هزینه باشد، تابع سود برابر می‌شود با:
 $P(x) = R(x) - C(x)$

توجه کنید که در مبحث سود، x تعداد یا مقدار کالاها و p قیمت هر واحد کالا است و داریم:

قیمت فروش هر کالا $\uparrow$ $\uparrow$ تعداد کالاها
 $R(x) = x \times p$
هزینه متغیر $+$ هزینه ثابت
 $C(x) = \left(\begin{array}{c} \text{هزینه تولید هر واحد کالا} \\ \times \text{تعداد کالاها} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{هزینه دستگاه‌ها، اجاره، تبلیغات} \end{array} \right)$

اگر درآمد و هزینه با هم برابر باشند، سود شرکت برابر با صفر است و تعداد (مقدار) کالایی که باعث چنین اتفاقی می‌شود، نقطه سربه‌سر نام دارد. (با تولید اولین کالا بعد از نقطه سربه‌سر، شرکت به سوددهی می‌رسد.)