



هر درس با یک «سردرس» شروع می‌شود. در سردرس‌ها شماره و اسم فصل و هم‌چنین شماره و اسم درس را می‌بینید. با توجه به اسم درس می‌توانید بفهمید که قرار است در آن درس چه چیزی را بخوانید.

فصل عبارات جبری

درس چهارم اتحاد جبری و کاربردها

(a+b)²

عبارت‌های جبری، عبارتهایی شامل حروف و ضرایب عددی هستند. برای مثال $\frac{2}{3}x^2$ یک عبارت جبری است. هرگاه قسمت حرفی دو عبارت جبری کاملاً با هم برابر باشند (تول‌های برابر هم داشته باشند) آن‌ها را عبارتهای مشابه می‌نامند. $\sqrt{2x}$ و $2x^2$ با هم مشابه هستند زیرا هر دو x^2 دارند اما عبارتهای $2x^2$ و $2x^3$ مشابه نیستند چون قسمت حرفی یکی x^2 و دیگری $2x^3$ است.

توجه: فقط عبارتهای مشابه را می‌توانیم با هم جمع و تفریق کنیم.

اتحاد

برخی از تساوی‌ها در ریاضیات به ازای هر مقدار دلخواه از x برقرار هستند. به این تساوی‌ها اتحاد می‌گویند. مثلاً تساوی $x^2 - 2x = x(x-2)$ یک اتحاد است زیرا اگر به جای x هر عددی را قرار دهیم تساوی برقرار است.

در اتحادها، ضرب جملات مشابه در دو طرف تساوی با هم برابر است.

مثال: اگر عبارت $2x^2 + cx + 4 = (x-b)(x+2)$ یک اتحاد باشد، مقدار $a + b + c$ کدام است؟

$2x^2 + cx + 4 = (x-b)(x+2)$
 $2x^2 + cx + 4 = x^2 + 2x - bx - 2b$
 $2x^2 + cx + 4 = x^2 + (2-b)x - 2b$

مقایسه ضرایب:

$$\begin{cases} 2 = 1 \\ c = 2 - b \\ 4 = -2b \end{cases}$$

از معادله اول: $b = 1$
 از معادله دوم: $c = 2 - 1 = 1$
 از معادله سوم: $4 = -2b \Rightarrow b = -2$
 پس $a + b + c = 1 + (-2) + 1 = 0$

تجزیه

زمانی که یک چندجمله‌ای را به صورت حاصل‌ضرب دو یا چند عبارت جبری بنویسیم، می‌گوییم چندجمله‌ای را تجزیه کرده‌ایم. برای تجزیه عبارتهای جبری می‌توانیم از این روش‌ها استفاده کنیم:

- تجزیه به کمک اتحادها
- فاکتورگیری
- روش اقلین

در این روش از بزرگترین عامل مشترک عبارتهای فاکتور می‌گیریم. مثلاً در عبارت $x^2 + 2x + 3x + 6$ می‌توان از x فاکتور گرفت ولی بزرگترین عامل مشترک در بین دو جمله، x^2 است و بهتر است از آن فاکتورگیری شود.

مثال: عبارتهای زیر را به کمک فاکتورگیری تجزیه نمایید.

الف) $3x^2 + 2x$ ب) $3(x+1) - 2x - 2$

الف) $3x^2 + 2x = x(3x + 2)$ می‌باشد.
 ب) $3(x+1) - 2x - 2 = 3x + 3 - 2x - 2 = x + 1 = (x+1)(1)$ می‌باشد.

ج) اگر از عبارت $-2x - 2$ عدد -2 را فاکتور بگیریم حاصل برابر با $-2(x+1)$ می‌شود. حال می‌توان از $(x+1)$ فاکتور گرفت.
 $3x^2 + 2x - 2x - 2 = 3x^2 - 2x - 2 = (x+1)(3x-2)$ می‌باشد.

د) اگر $3x^2 - 2x - 2 = (x+1)(3x-2)$ باشد حاصل عبارت $3x^2 - 2x - 2 = (x+1)(3x-2)$ می‌باشد.
 می‌توانیم $3x^2 - 2x - 2 = (x+1)(3x-2)$ را به $3x^2 - 2x - 2 = (x+1)(3x-2)$ تبدیل کنیم.
 $3x^2 - 2x - 2 = (x+1)(3x-2)$
 $3x^2 - 2x - 2 = 3x^2 + 3x - 2x - 2 = 3x^2 + x - 2$
 $-2x - 2 = x - 2$
 $-2x - 2 - x + 2 = x - 2 - x + 2 = -2x = x - 2 - x + 2 = -2x$

ه) اگر $3x^2 - 2x - 2 = (x+1)(3x-2)$ باشد حاصل عبارت $3x^2 - 2x - 2 = (x+1)(3x-2)$ می‌باشد.
 می‌توانیم $3x^2 - 2x - 2 = (x+1)(3x-2)$ را به $3x^2 - 2x - 2 = (x+1)(3x-2)$ تبدیل کنیم.
 $3x^2 - 2x - 2 = (x+1)(3x-2)$
 $3x^2 - 2x - 2 = 3x^2 + 3x - 2x - 2 = 3x^2 + x - 2$
 $-2x - 2 = x - 2$
 $-2x - 2 - x + 2 = x - 2 - x + 2 = -2x = x - 2 - x + 2 = -2x$

حالا در دو جمله اول از x و در دو جمله بعدی از $(x+1)$ فاکتور می‌گیریم و مقدار نامشده در صورت سؤال را جایگزین می‌کنیم.
 $3x^2 - 2x - 2 = x(3x-2) + (x+1)(-2)$
 $3x^2 - 2x - 2 = 3x^2 - 2x - 2 = x(3x-2) + (x+1)(-2)$
 $3x^2 - 2x - 2 = 3x^2 - 2x - 2 = x(3x-2) + (x+1)(-2)$

درسنامه و تست 8

اولین بخش این کتاب درس‌نامه و تست است. در این کتاب هر فصل را به چند درس تقسیم کرده‌ایم و ابتدای هر درس، درس‌نامه و بعد از آن، تست‌های مربوط به آن درس را قرار داده‌ایم. در درس‌نامه‌ها از اضافه‌گویی و آن‌چه که در کنکور مطرح نمی‌شود، پرهیز کرده‌ایم؛ به همین خاطر درس‌نامه‌های این کتاب کاملاً استاندارد و مطابق کنکور است.

درس‌نامه‌ی این کتاب پر از مثال و تست است تا قدم‌به‌قدم مهارت حل مسئله شما بالا برود و بتوانید به راحتی به تست‌های کنکور پاسخ دهید.

فهرست

پاسخنامه

تست

درسنامه

• فصل ۱: عبارتهای جبری

۱۶۹	۱۳	۸	درس ۱: چند اتحاد جبری و کاربردها
۱۷۲	۱۹	۱۶	درس ۲: عبارتهای گویا

• فصل ۲: معادله درجه ۲

۱۷۵	۲۲	۲۲	درس ۱: معادله و مسائل توصیفی
۱۷۶	۲۸	۲۳	درس ۲: حل معادله درجه ۲ و کاربردها
۱۸۱	۳۳	۳۲	درس ۳: معادلات شامل عبارتهای گویا

• فصل ۳: تابع

۱۸۳	۳۷	۳۵	درس ۱: مفهوم تابع
۱۸۴	۳۹	۳۸	درس ۲: ضابطه جبری تابع
۱۸۵	۴۲	۴۰	درس ۳: تابع خطی
۱۸۷	۴۶	۴۳	درس ۴: تابع درجه ۲
۱۹۱	۵۳	۵۰	درس ۵: توابع ثابت، همانی و چندضابطه‌ای
۱۹۳	۶۰	۵۶	درس ۶: توابع پلکانی، علامت، جزء صحیح و قدرمطلق
۱۹۸	۶۷	۶۴	درس ۷: اعمال جبری روی توابع

• فصل ۴: کار با داده‌های آماری

۲۰۱	۷۲	۷۰	درس ۱: گردآوری داده‌ها و انواع متغیرها
۲۰۲	۷۵	۷۴	درس ۲: معیارهای گرایش به مرکز
۲۰۳	۷۹	۷۷	درس ۳: شاخص‌های پراکندگی

• فصل ۵: نمایش داده‌ها

۲۰۶	۸۴	۸۱	درس ۱: نمودارهای یک‌متغیره
۲۰۸	۸۹	۸۷	درس ۲: نمودارهای چندمتغیره

پاسخنامه

تست

درسنامه

• فصل ۶: آمار

۲۰۹	۹۴	۹۲	درس ۱: شاخص‌های آماری
۲۱۲	۱۰۰	۹۸	درس ۲: سری زمانی

• فصل ۷: آشنایی با منطق و استدلال ریاضی

۲۱۳	۱۰۷	۱۰۲	درس ۱: گزاره‌ها و ترکیب گزاره‌ها
۲۱۷	۱۱۳	۱۱۰	درس ۲: استدلال ریاضی

• فصل ۸: آمار و احتمال

۲۱۸	۱۲۰	۱۱۵	درس ۱: شمارش
۲۲۳	۱۲۸	۱۲۳	درس ۲: احتمال
۲۲۹	۱۳۴	۱۳۲	درس ۳: چرخه آمار در حل مسائل

• فصل ۹: الگوهای خطی

۲۳۰	۱۳۹	۱۳۶	درس ۱: مدل‌سازی الگو
۲۳۴	۱۴۶	۱۴۲	درس ۲: دنباله‌های حسابی

• فصل ۱۰: الگوهای غیرخطی

۲۴۱	۱۵۵	۱۵۱	درس ۱: دنباله هندسی
۲۴۷	۱۶۱	۱۵۸	درس ۲: توان‌های گویا
۲۵۰	۱۶۶	۱۶۴	درس ۳: تابع نمایی

۲۵۳			پاسخنامه کلیدی
-----	--	--	----------------

تابع

درس ۱: مفهوم تابع

$$y=f(x)$$

مفهوم تابع

تابع نوعی رابطه است! رابطه‌ای بین دو مجموعه A و B. فرض کنید مجموعه A اسم دانش‌آموزان یک کلاس باشد و مجموعه B مجموعه‌ای باشد که قد دانش‌آموزان را نمایش می‌دهد. هر کدام از اعضای مجموعه A فقط به یکی از اعضای مجموعه B وصل می‌شود. رابطه‌ای که بین دو مجموعه A و B وجود دارد قد هر کدام از دانش‌آموزان را مشخص می‌کند.

هاشم	مهدی	اصغر	علی	مجموعه A (اسم دانش‌آموزان)
۱۶۳	۱۸۰	۱۷۱	۱۸۰	مجموعه B (قد دانش‌آموزان)

به طور علمی‌تر تابع f : یک رابطه از مجموعه A به مجموعه B است که به هر عضو A دقیقاً یک عضو از مجموعه B را نسبت می‌دهد. این تابع را با نماد $f: A \rightarrow B$ نمایش می‌دهند. ضمناً توابع را با حروف کوچک انگلیسی مانند f, g, k, \dots نمایش می‌دهند. توابع را می‌توان به روش‌های مختلف نمایش داد:

نمایش توابع به صورت زوج مرتب

تابع را می‌توانیم به صورت مجموعه‌ای از زوج مرتب‌ها به شکل (x, y) نمایش دهیم. واژه زوج مرتب از دو قسمت «زوج» و «مرتب» تشکیل شده است. «زوج» یعنی یک دوتایی و «مرتب» یعنی ترتیب آن مهم است و (x, y) با (y, x) متفاوت است یا به عبارتی دیگر $(1, 2)$ با $(2, 1)$ متفاوت است. (چیزی مثل مختصات!) در زوج مرتبی مثل $(2, 5)$ به عدد سمت چپ که این‌جا ۲ است، مؤلفه اول و به عدد سمت راست یعنی ۵ مؤلفه دوم می‌گویند. در مثال قبل زوج مرتب $(180, \text{علی})$ نمایش قسمتی از یک تابع است.

اگر رابطه‌ای را به صورت مجموعه‌ای از زوج مرتب‌ها نمایش دهیم، آن‌گاه زمانی این رابطه یک تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی با مؤلفه‌های اول برابر در آن وجود نداشته باشد.

دقت کنید که اگر دو زوج مرتب مؤلفه‌های اول و دومشان با هم برابر بود در واقع یک زوج مرتب هستند و از سوی دیگر اگر مؤلفه‌های اول دو زوج مرتب یکسان نباشند، مهم نیست که مؤلفه دومشان با هم برابر باشد یا نباشد.

به توابع مقابل دقت کنید.

$$f = \{(2, 3), (-1, 5), (5, -1)\} \quad g = \{(1, 2), (1, 2), (3, 2)\} \quad h = \{(1, 2), (1, 3)\}$$

تابع f سه‌عضوی است.

تابع g دو عضو دارد چون عضوهای تکراری یک عضو حساب می‌شوند.

تابع h تابع نیست. چون زوج مرتب‌هایی دارد که مؤلفه اولشان با هم برابر است ولی مؤلفه دومشان با هم برابر نیست.

تست اگر $f = \{(1, 2), (-1, m-1), (-1, 2m)\}$ نمایشگر یک تابع باشد، m چه قدر است؟

گزینه «۴» مؤلفه‌های اول زوج مرتب $(-1, 2m)$ و $(-1, m-1)$ با هم برابرند، پس مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز باید با هم برابر باشند. $m-1 = 2m \Rightarrow m = -1$

نمایش به صورت جدولی

گاهی توابع را در یک جدول قرار می‌دهند که در آن سطر یا ستونی که متعلق به x است، همان مؤلفه اول زوج مرتب‌ها است و سطر یا ستونی که y در آن نمایش داده شده است، نشان‌دهنده مؤلفه دوم است.

در واقع جدول مقابل و تابع زوج مرتب روبرویش با هم معادل هستند.

x	۲	۰	۳
y	-۱	۴	-۱

$$f = \{(2, -1), (0, 4), (3, -1)\}$$

تست به ازای کدام مقدار m جدول زیر نمایشگر یک تابع است؟

x	۲	۳	۲	$m+2$
y	$(m-2)$	۱	$-m^2$	۲

گزینه «۲» همان‌طور که گفته شد سطر اول که متعلق به x ها است همان مؤلفه اول است که در آن عدد ۲ تکرار شده است. پس برای آن‌که این جدول یک تابع را نمایش دهد می‌بایست مؤلفه‌های دوم هم با هم برابر باشند.

گزینه «۲» همان‌طور که گفته شد سطر اول که متعلق به x ها است همان مؤلفه اول است که در آن عدد ۲ تکرار شده است. پس برای آن‌که این جدول یک تابع را نمایش دهد می‌بایست مؤلفه‌های دوم هم با هم برابر باشند.

$$-m^2 = m - 2$$

برای حل این تساوی می‌بایست همه جملات جبری را به یک سمت تساوی برده و معادله درجه ۲ به دست آمده را به کمک تجزیه حل کنیم.

$$m^2 + m - 2 = 0 \Rightarrow (m+2)(m-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -2 \\ m = 1 \end{cases}$$

حالا می‌بایست این دو عدد را به جای m در جدول جای‌گذاری کرده و بررسی کنیم تا احياناً جای دیگری تابع بودن را نقض نکنند.

x	۲	۳	۲	۳
y	-۱	۱	-۱	۲

اگر $m = 1$ را در جدول قرار دهیم، خواهیم داشت:

می‌بینیم که دو زوج مرتب $(3, 1)$ و $(2, 2)$ مؤلفه‌های اولشان برابر است ولی مؤلفه‌های دوم نابرابر دارند. پس نمی‌توانیم عدد ۱ را

x	۲	۳	۲	۰
y	-۴	۱	-۴	۲

قرار دهیم؛ حالا عدد $m = -2$ را هم بررسی می‌کنیم.

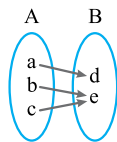
که با توجه به جدول $m = -2$ درست می‌باشد.

نمایش بانمودار پیکانی (نمودار ون)

نمودار مقابل، نمودار ون یک تابع است.

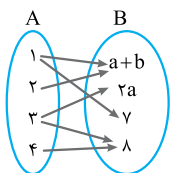
برای این که یک نمودار ون، یک تابع را نشان دهد باید یک شرط مهم داشته باشد. از هر عضو مجموعه A دقیقاً یک

پیکان خارج شده باشد. (نه کم‌تر و نه بیشتر!)



تذکره دقت کنید که مهم نیست به عضوی از B چند پیکان وارد شود یا اصلاً پیکانی وارد نشود!

تست اگر نمودار مقابل نشان‌دهنده یک تابع باشد، $a - 2b$ کدام است؟



- ۲ (۱)
- ۱ (۳)
- ۲ (۲)
- ۱ (۴)

گزینه «۲» با توجه به این که در نمایش نمودار به وسیله نمودار ون، از هر عضو مجموعه A باید دقیقاً یک پیکان خارج شود، پس $(1, a+b) = (1, 7)$ و

$$\begin{cases} 2a = 8 \\ a + b = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ a + b = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a - 2b = 4 - 6 = -2$$

است. $(3, 2a) = (3, 8)$ از این دو رابطه داریم:

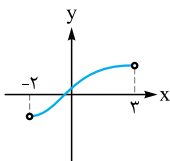
نمایش مختصاتی تابع

برای این که متوجه شویم یک نمودار نشان‌دهنده یک تابع هست یا خیر از آزمون خط قائم استفاده می‌کنیم. آزمون خط قائم به این صورت است که هر خط

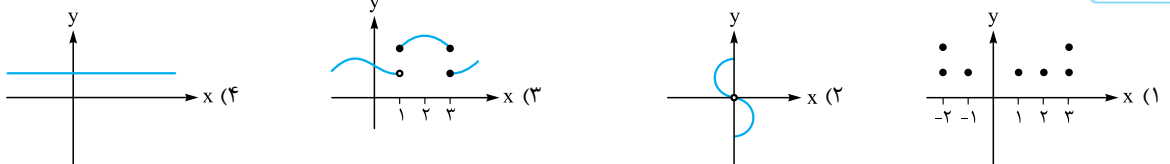
دلخواهی موازی محور عرض‌ها (به صورت قائم) بر نمودار رسم کنیم باید حداکثر یک تابع را در یک نقطه قطع کند.

دقت کنید نقاط توخالی در نمودارها یعنی خود آن نقطه در تابع وجود ندارد. مثلاً تابع زیر را ببینید. در این تابع نقطه $(-2, -1)$

عضو تابع هست چون توپر است ولی نقطه $(3, 2)$ عضوی از تابع نیست.



تست نمودار کدام رابطه یک تابع را مشخص می‌کند؟



گزینه «۴» هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

۱ اگر از $x = -2$ و $x = 3$ خط عمودی رسم کنیم، شکل را در دو نقطه قطع می‌کند.

۲ اگر روی خط $x = 0$ یا محور y ها خطی عمودی رسم کنیم، شکل را در دو نقطه قطع می‌کند.

۳ اگر در نقطه ۳ یک خط عمودی رسم کنیم، شکل را در بیش از یک نقطه قطع می‌کند.

نمایش توصیفی توابع

گاهی اوقات رابطه‌ها را به صورت جمله فارسی می‌نویسند! باید زحمت بکشید و آن‌ها را به صورت ریاضی بنویسید و دقت کنید که تابع به ازای هر ورودی باید فقط

یک خروجی داشته باشد. برای مثال رابطه‌ای که به هر مرد تاریخ تولد او را نسبت دهد یک تابع است (چون هر نفر (ورودی) فقط یک تاریخ تولد (خروجی) دارد).

ولی رابطه‌ای که به هر دانش‌آموز نمرات کارنامه او را نسبت دهد تابع نیست چرا که یک فرد (یک ورودی) بیش از یک نمره در کارنامه خود دارد (چند خروجی دارد).

تست کدام رابطه تابع نیست؟

- ۱) رابطه‌ای که به هر دانش‌آموز معدلش را نسبت می‌دهد.
- ۲) رابطه‌ای که به هر عدد معکوسش را نسبت می‌دهد.
- ۳) رابطه‌ای که به هر عدد مثبت ریشه دومش را نسبت می‌دهد.
- ۴) رابطه‌ای که به هر مسلمان قبله او را نسبت می‌دهد.

گزینه «۳» گزینه (۳) تابع نیست. چرا که هر عدد مثبت دو ریشه دارد. مثلاً ریشه‌های ۴ برابر است با ± 2 .

۱۹۷- کدام مجموعه از زوج مرتب‌ها، نمایش یک تابع است؟

- (۱) $\{(1,2), (3,4), (2,4), (4,4)\}$ (۲) $\{(-1,-1), (-2,-3), (-1,-2)\}$ (۳) $\{(2,2), (\sqrt{2},1), (\sqrt{4},3)\}$ (۴) $\{(3,4), (4,3), (2,1), (2,4)\}$

۱۹۸- اگر رابطه $f = \{(1,2), (3,4), (1,x+2), (x,y-1), (0,3)\}$ یک تابع باشد، مقدار $x+y$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) ۴

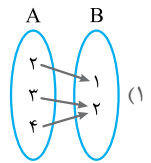
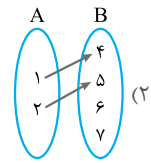
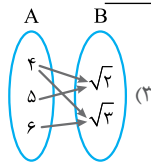
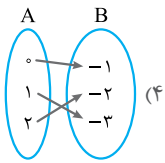
۱۹۹- اگر رابطه $f = \{(3,a+2b), (5,4), (7,2), (3,7), (5,2a-b)\}$ یک تابع باشد، $a^2 - b^2$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

۲۰۰- اگر دو زوج مرتب $(a+b, 2)$ و $(3, a-b)$ با هم برابر باشند، مقدار $\frac{a}{b}$ برابر با کدام گزینه است؟

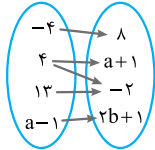
- (۱) ۵ (۲) -۵ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) $-\frac{1}{5}$

۲۰۱- کدام یک از رابطه‌های زیر که با نمودار پیکانی نمایش داده شده‌اند، تابع نیست؟



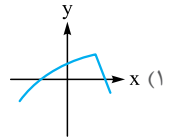
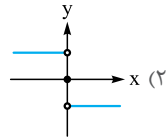
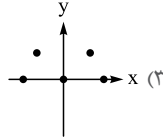
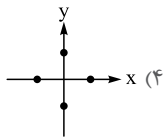
(کانون فرهنگی آموزش ۹۸)

۲۰۲- اگر نمودار ون مقابل بیانگر تابع باشد، $(a+b)$ کدام است؟



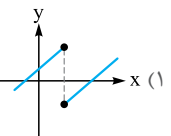
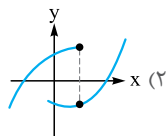
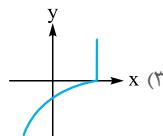
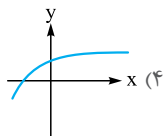
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{3}$ (۳) ۲ (۴) ۳

۲۰۳- کدام گزینه نمودار یک تابع نیست؟



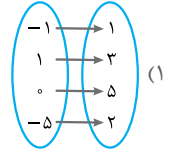
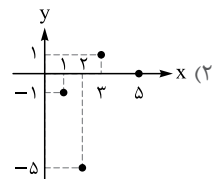
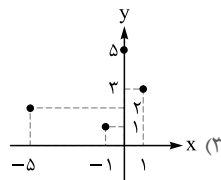
(انسانی قارچ ۹۸)

۲۰۴- کدام نمودار نمایش یک تابع $y = f(x)$ است؟



۲۰۵- نمایش دیگر تابع $\frac{x}{y} \begin{matrix} 1 & 3 & 5 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & -5 \end{matrix}$ در کدام گزینه آمده است؟

- (۱) $\{(1,-1), (3,1), (0,5), (2,-5)\}$ (۲) $\{(1,-1), (3,1), (0,5), (2,-5)\}$



۲۰۶- کدام گزینه درست نیست؟

- (۱) اگر رابطه بین x و y به صورت زوج مرتبی نمایش دهیم، در صورتی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی با مؤلفه‌های اول برابر در آن وجود نداشته باشد.
 (۲) اگر رابطه‌ای از مجموعه A به مجموعه B را با نمودار پیکانی نمایش دهیم، در صورتی این رابطه تابع است که از هر عضو A حداکثر یک پیکان خارج شود.
 (۳) اگر نمودار مختصاتی یک رابطه رسم شود، در صورتی این رابطه تابع است که هیچ دو نقطه‌ای روی خطی که موازی محور y ها باشد، قرار نگیرند.
 (۴) یک رابطه بین دو مجموعه A و B (از مجموعه A به مجموعه B) یک تابع نامیده می‌شود، هرگاه متناظر با هر عضو از مجموعه A دقیقاً یک عضو از مجموعه B را بتوان نظیر کرد.

۲۰۷- اگر تابع f را به عنوان ماشینی در نظر بگیریم که مجذور ورودی خود را تقسیم بر ۲ می‌کند و در خروجی قرار می‌دهد، ضابطه تابع f کدام است؟

- (۱) $f(x) = (\frac{\sqrt{x}}{2})^2$ (۲) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2}$ (۳) $f(x) = \frac{x^2}{2}$ (۴) $f(x) = (\frac{x}{2})^2$

۲۰۸- نمایش توصیفی تابع با ضابطه $f(x) = x^2 + x$ کدام است؟

- (۱) f تابعی است که هر عدد را به مربع مجموع آن عدد با خودش نسبت می‌دهد.
 (۲) f تابعی است که هر عدد را به مربع مجموع آن عدد و خودش نسبت می‌دهد.
 (۳) f تابعی است که هر عدد را به دو برابر مجموع آن عدد با خودش نسبت می‌دهد.
 (۴) f تابعی است که هر عدد را به جذرش نسبت می‌دهد.

۱۹۷- گزینه ۱ در گزینه (۲) دو زوج مرتب $(-۱, -۲)$ و $(-۱, -۱)$

مؤلفه‌های اول یکسان دارند ولی مؤلفه‌های دوم آن‌ها برابر نیست.

در گزینه (۳) با توجه به این که $\sqrt{۴} = ۲$ است، پس زوج مرتب‌های $(۲, ۲)$ و $(\sqrt{۴}, ۳)$ مؤلفه‌های اول یکسان دارند ولی مؤلفه‌های دوم آن‌ها برابر نیست.

در گزینه (۴) هم وجود زوج مرتب‌های $(۲, ۴)$ و $(۲, ۱)$ باعث می‌شود گزینه نادرست باشد.

۱۹۸- گزینه ۴ برای تابع بودن رابطه داده شده باید زوج مرتب‌های $(۱, ۲)$ و

$$x + 2 = 2 \Rightarrow x = 0$$

برابر باشند، پس:

چون x صفر شد، باید زوج مرتب‌های $(x, y-1)$ و $(0, 3)$ هم برابر باشند.

$$y - 1 = 3 \Rightarrow y = 4$$

$$x + y = 0 + 4 = 4$$

۱۹۹- گزینه ۳ رابطه داده شده، تابع است، پس اگر مؤلفه‌های اول دو زوج

مرتب برابر باشند باید مؤلفه‌های دومشان هم برابر باشند.

با توجه به زوج مرتب‌های $(3, 7)$ و $(3, a + 2b)$ و زوج مرتب‌های $(5, 2a - b)$

$$\text{و } (5, 4) \text{ داریم: } \begin{cases} 2a + 4b = 14 \\ 2a - b = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{عبارت بالایی را دو برابر می‌کنیم}} \begin{cases} 2a + 4b = 7 \\ 2a - b = 4 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{\text{دو معادله را از هم کم می‌کنیم}} 2a + 4b - 2a + b = 14 - 4 \Rightarrow 5b = 10$$

$$\Rightarrow b = 2 \Rightarrow a + 2b = 7 \xrightarrow{b=2} a + 4 = 7$$

$$\Rightarrow a = 3 \Rightarrow a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5$$

۲۰۰- گزینه ۱ دو زوج مرتب وقتی با هم برابرند که مؤلفه‌های اول آن‌ها با

هم و مؤلفه‌های دوم آن‌ها با هم برابر باشند. پس داریم:

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ a - b = 2 \end{cases} \xrightarrow{\text{جمع طرفین}} 2a = 5 \Rightarrow a = \frac{5}{2}$$

حالا با جای‌گذاری مقدار a در یکی از معادلات بالا، مقدار b را به دست می‌آوریم.

$$a - b = 2 \xrightarrow{a=\frac{5}{2}} \frac{5}{2} - b = 2 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{1}{2}} = 5$$

در نهایت $\frac{a}{b}$ برابر است با:

۲۰۱- گزینه ۲ یک نمودار ون زمانی تابع است که از هر عضو مجموعه A

دقیقاً یک پیکان خارج شده باشد. در گزینه (۳) از عدد ۴، دو پیکان خارج شده است. پس تابع نیست.

۲۰۲- گزینه ۲ از عدد ۴، دو پیکان خارج شده، چون نمودار مربوط به تابع

$$\text{است، پس: } a + 1 = -2 \Rightarrow a = -3$$

$a - 1 = -4$ است و چون -4 به عدد ۸ وصل شده، پس برای تابع بودن باید

مقداری که $a - 1$ به آن وصل شده هم ۸ باشد، پس:

$$2b + 1 = 8 \Rightarrow 2b = 7 \Rightarrow b = \frac{7}{2}$$

$$a + b = -3 + \frac{7}{2} = -\frac{6}{2} + \frac{7}{2} = \frac{1}{2}$$

۲۰۳- گزینه ۴ در نمودار گزینه (۴) دو نقطه با طول یکسان ولی عرض متفاوت داریم. به عبارت دیگر، اگر خط قائم $x = 0$ را رسم کنیم از دو نقطه رد می‌شود، پس تابع نیست!

۲۰۴- گزینه ۴ فقط در گزینه (۴) است که اگر خطهایی موازی محور عرض‌ها رسم کنیم، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند و بنابراین تابع است.

۲۰۵- گزینه ۲ جدول داده‌شده، زوج مرتب‌های $(-5, 2), (0, 5), (1, 3), (1, -1)$ را نشان می‌دهد که این زوج مرتب‌ها فقط در گزینه (۲) حضور دارند.
در گزینه‌های (۱) و (۳) زوج مرتب‌ها به صورت زیر هستند:

۱ $\{(-1, 1), (1, 3), (0, 5), (-5, 2)\}$

۳ $\{(-5, 2), (-1, 1), (0, 5), (1, 3)\}$

۲۰۶- گزینه ۲ حداکثر یک پیکان خارج شود یعنی یا خارج نشود یا یکی خارج شود در صورتی که برای تابع بودن نمودار پیکانی باید دقیقاً یک پیکان از هر عضو A خارج شود.

۲۰۷- گزینه ۳ باید عبارت کلامی سؤال را به عبارت جبری تبدیل کنیم. اگر ورودی را x فرض کنیم، مجذور ورودی برابر با x^2 می‌شود. در این صورت تابعی که مجذور ورودی خود را تقسیم بر ۲ می‌کند برابر با $f(x) = \frac{x^2}{2}$ است.

۲۰۸- گزینه ۲ سؤال $x^2 + x$ را به زبان فارسی می‌خواهد که می‌شود مجموع مربع عددی با خود آن عدد.
بد نیست ضابطه سایر گزینه‌ها را هم ببینید.

۱ $(x + x)^2 = (2x)^2 = 4x^2$

۳ $2(x + x) = 2(2x) = 4x$

۴ $x + \sqrt{x}$