

تقدیم به عزیزترین... تقدیم به همسر مهربانم

پیام ابراهیم‌نژاد

سپهر متولی

## مقدمه ناشر

شاید برای شما خیلی سبزی‌ها هم اتفاق بیفتد!

این‌که نمودار کسینوس یادت بره!

اتحاد چاق و لاغر یادت بره!

تعریف دو پیشامد ناسازگار (یعنی پیشامدهایی با هم دعوا دارند!) یادت بره!

دیگه اوضاع خیلی بحرانی بشه و یادت بره چطوری نقطه بحرانی یه تابع رو پیدا کنی!

...

خیلی وقتا پیش میاد وقتی که واسه کنکور یه فرمولی یه تعریفی یه

نکته کنکوری ... خلاصه یه چیزی یادتون می‌ره دیگه! حالا بیا

جمعش کن! باید کلی تو کتابات بگردی تو جزوه‌ها ت بگردی تا پیداش

کنی! تازه از بس ورق زدی کتابارو دستاتم ممکنه پینه بزنه! 😊

نگران نباش! چون تو فرمول‌نامه ریاضیات رو تو جیبیت داری!

با این کتاب می‌تونی خیلی راحت همه فرمول‌ها، تعاریف، نمودارها و نکات

کنکوری رو سریع مرور کنی!

این کتاب حاصل دسترنج همه دوستان تألیف و تولید خیلی سبزه که

زحمت زیادی براش کشیدن. دم همتون گرم!

## مقدمه مؤلف

اون موقعی که کنکور داشتم و یه کتاب کنکوری می خریدم بلافاصله مقدمشو می خوندم تا با تفکرات مؤلف آشنا بشم علی الخصوص کتابای خیلی سبز، اصلاً مقدمه های خیلی سبز یه چیز دیگه بودن! حالا نوبت خودم شده تا برای خیلی سبز مقدمه بنویسم. فرصت زیادی ندارم ولی بگم با این کتابی که دستتونه تو مدت کوتاهی مثلاً چند ساعت، می تونین یه مرور خوب و کافی از کل ریاضی کنکورتون داشته باشید... البته کارکرد این کتاب خیلی بیشتر از این حرفاست. قبل از هر آزمون برای دوره کردن مطالب یا برای چک کردن هر چیزی که فراموش کردید می تونید از این کتاب استفاده کنید.

فصل های کتاب به صورت موضوعی دسته بندی شدن. هر فصل شامل تمامی فرمول ها، تعاریف، نمودارها، روابط و نکات کنکوریه. جاهایی هم که نیاز بوده از مثال استفاده کردیم تا مطلب حسابی براتون جا بیفته! در تألیف این کتاب دوستان زیادی تلاش کردند که قدردان همشون هستیم. تشکر ویژه از:

- دکتر کمیل نصری که فرصت تألیف این کتاب رو به ما دادند.
  - احسان حسینیان عزیز مدیر تألیف خوب و خوش ذوق انتشارات.
  - کیوان صارمی بابت کمک هاش
  - و بچه های خوب تولید خیلی سبز که زحمت زیادی برای این کتاب کشیدند.
- و در پایان ممنون می شیم ایرادات کتاب رو باهامون در میون بذارید.

@payamebrahimnejad پیام ابراهیم نژاد @mathmots سپهر متولی

بهار ۱۴۰۲

# فهرست مطالب

۷	توان‌های گویا و عبارتهای جبری	فصل اول
۱۲	معادله، نامعادله و تعیین علامت	فصل دوم
۲۲	قدرمطلق و جزءصحیح	فصل سوم
۳۰	تابع	فصل چهارم
۵۱	توابع نمایی و لگاریتمی	فصل پنجم
۵۷	مثلثات	فصل ششم
۶۸	حد و پیوستگی	فصل هفتم
۸۹	مشتق	فصل هشتم
۹۹	کاربرد مشتق	فصل نهم
۱۰۶	مجموعه، الگو و دنباله	فصل دهم
۱۱۸	آمار	فصل یازدهم
۱۲۵	شمارش، بدون شمردن	فصل دوازدهم
۱۲۸	احتمال	فصل سیزدهم

۱۳۴	ترسیم‌های هندسی و استدلال	فصل چهاردهم
۱۳۹	قضیهٔ تالس و تشابه	فصل پانزدهم
۱۴۸	هندسه تحلیلی	فصل شانزدهم
۱۵۴	هندسه دوازدهم	فصل هفدهم

# توان‌های گویا و عبارات‌های جبری

## فصل ۱

### ۱ قوانین توان‌ها:

$\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n} = a^n$		$a^0 = 1 \ (a \neq 0)$	$1^a = 1$
$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$(ab)^n = a^n \cdot b^n$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
$(a^m)^n = a^{mn}$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$	

۲ ریشه‌ی  $n$ ام: عدد  $b$  را ریشه‌ی  $n$ ام عدد  $a$  می‌گوییم هرگاه  $(n \geq 2)$ :

$$b^n = a$$



۲، ریشه‌ی پنجم ۳۲ است  $\Rightarrow 2^5 = 32$

### ۳ بررسی ریشه‌ها:

$a > 0$	$n$ زوج	$a$ دارای دو ریشه‌ی $n$ ام، $\sqrt[n]{a}$ و $-\sqrt[n]{a}$ است.
	$n$ فرد	$a$ دارای یک ریشه‌ی $n$ ام، $\sqrt[n]{a}$ است.
$a < 0$	$n$ زوج	ریشه‌ی $n$ ام وجود ندارد.
	$n$ فرد	$a$ دارای یک ریشه‌ی $n$ ام، $\sqrt[n]{a}$ است.



#### ۴ مقایسه ریشه‌ها و توان‌ها:

مقایسه بین ریشه و توان	حدود تغییرات a
$1 < \dots < \sqrt[n]{a} < \sqrt{a} < a < a^2 < a^3 < \dots$	$a > 1$
$0 < \dots < a^3 < a^2 < a < \sqrt{a} < \sqrt[n]{a} < \dots < 1$	$0 < a < 1$
$-1 < \dots < \sqrt[n]{a} < \sqrt{a} < a < a^2 < a^3 < \dots < 0$	$-1 < a < 0$
$\dots < a^3 < a^2 < a < \sqrt{a} < \sqrt[n]{a} < \dots < -1$	$a < -1$

#### ۵ ضرب و تقسیم رادیکال‌ها:

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}, \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

#### ۶ ساده‌کردن توان و فرجه:

n فرد	$\sqrt[n]{a^n} = a, \quad \sqrt[n]{a^n \cdot b} = a \sqrt[n]{b}$	$\sqrt[3]{375} = \sqrt[3]{3 \times 125} = \sqrt[3]{3 \times 5^3} = 5 \sqrt[3]{3}$
n زوج	$\sqrt[n]{a^n} =  a , \quad \sqrt[n]{a^n \cdot b} =  a  \sqrt[n]{b}$	$\sqrt[6]{64} = \sqrt[6]{2^6} =  2  = 2$

$(\sqrt[n]{a})^n = \sqrt[n]{a^n}$  (اگر n زوج باشد، باید  $a > 0$  باشد.)

#### ۷ بردن عدد زیر رادیکال:

n فرد	$a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$	$4 \sqrt[3]{7} = \sqrt[3]{4^3 \times 7} = \sqrt[3]{448}$
n زوج	$a > 0$	$a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$
	$a < 0$	$a \sqrt[n]{b} = -\sqrt[n]{a^n \cdot b}$



## ۸ ضرب توان و فرجه در یک عدد:

$a > 0$	$\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[m \cdot p]{a^{n \cdot p}}$		$\sqrt[3]{5} = \sqrt[3 \times 2]{5^{1 \times 2}} = \sqrt[6]{25}$
$a < 0$	فرد p	$\sqrt[m]{a^n} = \sqrt[m \cdot p]{a^{n \cdot p}}$	$\sqrt[5]{-8} = \sqrt[5]{(-2)^3}$
	زوج p	m و n فرد	$= -\sqrt[1]{(-2)^6} = -\sqrt[1]{2^6}$

## ۹ فرجه‌های متوالی:

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{\sqrt[p]{a}}} = \sqrt[mnp]{a}$$

## ۱۰ توان‌های گویا

$$\sqrt[m]{a^n} = a^{\frac{n}{m}} (a > 0)$$

## اتحادها

## ۱۱ اتحاد مربع دو جمله‌ای:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

## ۱۲ اتحاد مکعب دو جمله‌ای:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$



### ۱۳ اتحاد مزدوج:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

### ۱۴ اتحاد چاق و لاغر:

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

### ۱۵ اتحاد جمله مشترک:

$$(a + x)(a + y) = a^2 + (x + y)a + xy$$

### ۱۶ اتحاد مربع سه جمله‌ای:

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

الف)  $a^2 + b^2 = (a \pm b)^2 \mp 2ab$

### ۱۷ اتحادهای فرعی:

ب)  $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

پ)  $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

### ۱۸ گویا کردن مخرج کسر:

الف)  $\frac{A}{\sqrt[m]{a^n}} \times \frac{\sqrt[m]{a^{m-n}}}{\sqrt[m]{a^{m-n}}}$

ب)  $\frac{A}{\sqrt{a \pm \sqrt{b}}} \times \frac{\sqrt{a \mp \sqrt{b}}}{\sqrt{a \mp \sqrt{b}}}$





$$ب) \frac{A}{\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b}} \times \frac{\sqrt[3]{a^2} \mp \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}{\sqrt[3]{a^2} \mp \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}}$$

$$ت) \frac{A}{\sqrt[3]{a^2} \pm \sqrt[3]{ab} + \sqrt[3]{b^2}} \times \frac{\sqrt[3]{a} \mp \sqrt[3]{b}}{\sqrt[3]{a} \mp \sqrt[3]{b}}$$

### مثال

$$۱) \frac{5}{\sqrt{x}} = \frac{5}{\sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x^2}}{\sqrt{x^2}} = \frac{5\sqrt{x^2}}{\sqrt{x^2}} = \frac{5\sqrt{x^2}}{x}$$

$$۲) \frac{2x}{\sqrt{x}-1} = \frac{2x}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}+1} = \frac{2x(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x})^2-1^2} = \frac{2x(\sqrt{x}+1)}{x-1}$$

$$۳) \frac{3x^2+1}{\sqrt{2x}-\sqrt{4}} = \frac{3x^2+1}{\sqrt{2x}-\sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{4x^2} + \sqrt{8x} + \sqrt{16}}{\sqrt{4x^2} + \sqrt{8x} + \sqrt{16}}$$

$$= \frac{(3x^2+1)(\sqrt{4x^2} + \sqrt{8x} + \sqrt{16})}{2x-4}$$