



۱۰☆. ماتریس  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  با شرط  $\begin{cases} i=j \\ i \neq j \end{cases}$   $a_{ij} = \begin{cases} 3 \\ \sin \pi(i+j) \end{cases}$  کدام است؟

- (۱) ماتریس صفر (۲) ماتریس همانی (۳) ماتریس سطری (۴) ماتریس اسکالر

۱۱☆. اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  و  $xA + yB = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$  آن‌گاه مقدار  $x + y$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ  $x$  و  $y$  به دست نمی‌آید.

۱۲☆. اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & b \\ 3 & -1 \\ 2 & a \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} a & 3 \\ b & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  و  $C = A + B$  باشد و  $c_{11} = 2c_{22}$ ،  $c_{12} = 2$ ،  $c_{31} - 2 = c_{12}$  آن‌گاه  $a + b$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۲

۱۳☆. اگر  $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}$ ،  $D = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ k & 2 \end{bmatrix}$  و  $C + 2D = 3I$ ، آن‌گاه مقدار  $k$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

۱۴☆. اگر  $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$  آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس  $B = A + 2A + 3A + \dots + nA$  ( $n$  عددی طبیعی است) کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳)  $n(n+1)$  (۴)  $\frac{n}{4}(n+1)$

۱۵☆. ماتریس  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  با شرط  $\begin{cases} i \neq j \\ i = j \end{cases}$   $a_{ij} = \begin{cases} 3 - a_{ij} \\ -a_{ij} \end{cases}$  مفروض است. مجموع درایه‌های ماتریس  $A - \frac{1}{3}I$  کدام است؟

- (۱) ۷ (۲) ۸ (۳)  $7/5$  (۴)  $8/5$

۱۶☆. ماتریس  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$  با شرط  $\begin{cases} i < j \\ i = j \end{cases}$   $a_{ij} = \begin{cases} 2i - a_{ji} \\ 6 - a_{ji} \end{cases}$  مفروض است. مجموع درایه‌های آن کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۳۰ (۳) ۱۷ (۴) ۲۴

**ضرب ماتریس‌ها، ماتریس‌های تعویض پذیر**

درست نوشتن درایه‌های ماتریس و تسلط بر محاسبات ریاضی در این‌ها بسیار مهم است. با کمی دقت اغلب سؤال‌های این بخش را پاسخ خواهید داد.

۱۷☆. اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & b \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} -2a & 3 \\ 1 & c \end{bmatrix}$  و  $AB = \begin{bmatrix} 0 & -5 \\ -6 & -1 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه  $abc$  کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۸ (۳) -۱۶ (۴) -۲

۱۸. اگر  $A = \begin{bmatrix} x & x \\ y & y \end{bmatrix}$  و  $A^2 = A$ ، آن‌گاه  $x + y$  کدام است؟ ( $xy \neq 0$ )

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۹☆. اگر  $A = [a_{ij}]_{3 \times 4}$ ،  $B = [b_{ij}]_{4 \times 6}$ ،  $C = AB$  با فرض آن‌گاه  $b_{ij} = 2i + 3j$ ،  $c_{34}$  کدام است؟

- (۱) ۲۸ (۲) ۲۴ (۳) ۲۶ (۴) ۳۰

۲۰☆. اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ a^2 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ a \end{bmatrix}$ ،  $C = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  و  $AC = B$  باشد، آن‌گاه مجموع مقادیر  $a$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) صفر

۲۱☆. اگر  $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ ،  $C = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$  و  $A \times B = C$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس  $A$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۲۲☆. اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 3 & -9 \\ 6 & 12 \\ 0 & 15 \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} 4 & -1 & 5 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه با فرض  $D = (2A - \frac{1}{3}B)C$ ،  $d_{22}$  کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۱۲ (۳) -۶ (۴) -۲

۲۳☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه ماتریس  $A^2B + BAB$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -3 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} -3 & -1 \\ -3 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$

۲۴☆ با توجه به تساوی ماتریسی  $\begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta \\ -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}$ ، مقدار  $b$  کدام است؟

(۱)  $\cos(\alpha - \beta)$  (۲)  $\sin(\alpha - \beta)$  (۳)  $\sin(\beta - \alpha)$  (۴)  $\sin(\alpha + \beta)$

۲۵ جواب‌های معادله  $\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  کدام‌اند؟

(۱)  $-1, -3$  (۲)  $1, -3$  (۳)  $-1, 3$  (۴)  $1, 3$

۲۶☆ اگر ماتریس  $A_{2 \times 2}$  چنان باشد که  $A \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -b \\ -a \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه حاصل  $A^2 \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix}$

۲۷☆ کدام گزینه می‌تواند  $A \times B - B \times A$  باشد؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 7 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 3 & -3 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$

۲۸☆ ماتریس  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \times \dots \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 7 & 1 \end{bmatrix}$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 28 & 1 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 21 & 1 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 36 & 1 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 25 & 1 \end{bmatrix}$

۲۹☆ اگر  $A + I = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$  و  $B + 2I = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  آن‌گاه حاصل  $AB + 2A + B + 2I$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 7 & 2 \\ 6 & 6 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} -7 & -2 \\ -6 & 6 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 7 & -2 \\ -6 & 6 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} -7 & 2 \\ 6 & -6 \end{bmatrix}$

۳۰☆ ماتریس  $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$  را با فرض  $a_{ij} = \begin{cases} i & i > j \\ j & i \leq j \end{cases}$  در نظر می‌گیریم. مجموع درایه‌های ماتریس  $A^2$  چقدر بیش‌تر از مجموع درایه‌های

ماتریس  $A$  است؟

(۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴) ۱۹

۳۱☆ اگر  $AB = \begin{bmatrix} 6 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ،  $BC = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}$  و  $CA = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه حاصل  $(ABC)^2$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} -7 & -2 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 3 & -8 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 18 & -11 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} -12 & 1 \\ -36 & 0 \end{bmatrix}$

(برگرفته از کتاب درسی)

۳۲☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} 5 & a \\ b & -2 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$  و ماتریس  $A \times B$  قطری باشد، مقدار  $a - b$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(سراسری ریاضی فارغ از کشور- ۹۸)

۳۳☆ به ازای کدام مقدار  $x, y$  ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 0 \\ x & y \end{bmatrix}$  یک ماتریس قطری است؟

(۱)  $x = 1, y = -7$  (۲)  $x = 2, y = -7$  (۳)  $x = 2, y = -5$  (۴)  $x = 1, y = -5$

۳۴☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} -4 & p & -2 \\ 4 & 2 & q \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} q & -4 \\ 2 & 2q \\ 4p & 6 \end{bmatrix}$  یک ماتریس قطری باشد، آن‌گاه  $p - q$  کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۵☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$  و  $A^2 = \alpha A + \beta I$  باشد، آن‌گاه زوج مرتب  $(\alpha, \beta)$  کدام است؟

(۱)  $(-1, 6)$  (۲)  $(1, -6)$  (۳)  $(-1, -6)$  (۴)  $(1, 6)$



۴۷☆. اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 2 & 0 \\ b & c & 4 \end{bmatrix}$  و  $AB = I$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس  $A + B$  کدام است؟

- ۸ (۴)                      ۸/۲۵ (۳)                      ۸/۷۵ (۲)                      ۸/۵ (۱)

۴۸☆. اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  و  $AB = I$ ، آن‌گاه درایهٔ سطر دوم و ستون سوم ماتریس  $B$  کدام است؟

- ۴ (۱)                      ۴ (۲)                      ۳ (۳)                      -۳ (۴)

۴۹☆. اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 6 & 24 \\ 1 & 1 & 2 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & 8 \\ 1 & 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} \frac{1}{6} & \frac{1}{2} & 1 & 4 \\ \frac{1}{24} & \frac{1}{8} & \frac{1}{4} & 1 \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}$  باشند، مجموع درایه‌های قطر اصلی ماتریس  $C^2$  کدام است؟

- ۱۶ (۱)                      ۱۸ (۲)                      ۲۰ (۳)                      ۲۴ (۴) (سراسری ریاضی-۹۷)

۵۰☆. فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ . مجموع عناصر روی قطر اصلی ماتریس  $A$ ، کدام است؟

- ۱۲ (۱)                      ۱۷ (۲)                      ۲۱ (۴)                      ۱۹ (۳) (سراسری ریاضی فارغ از کشور-۱۴۰۰)

۵۱☆. فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 8 & 4 \\ 3 & 2 & 5 \\ 6 & 9 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  مجموع درایه‌های سطر سوم ماتریس  $A$ ، کدام است؟

- ۳ (۱)                      ۵ (۲)                      ۱۲ (۳)                      ۱۳ (۴)

۵۲. اگر برای دو ماتریس مربعی هم‌مرتبهٔ  $A$  و  $B$  رابطهٔ  $A \times B = -2B \times A$  برقرار باشد، ماتریس  $(A + B)^2$  کدام است؟

- $A^2 + A \times B + B^2$  (۱)                       $A^2 - B \times A + B^2$  (۲)                       $A^2 - A \times B + B^2$  (۳)                       $A^2 + B^2$  (۴)

۵۳☆. اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ، چند ماتریس مانند  $B = \begin{bmatrix} 1 & a \\ 2 & b \end{bmatrix}$  وجود دارد که  $A$  با  $B$  تعویض‌پذیر است؟

- ۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۳ (۳)                      ۴ بی‌شمار

۵۴☆. اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ ،  $X = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$  و  $AX = 3X$ ، آن‌گاه حاصل  $\frac{a-b+c}{c}$  کدام است؟

- ۱ (۱)                      ۲ (۲)                      ۴ (۳)                      ۳ (۴)

۵۵☆. اگر دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} a & 1 \\ c & 5 \end{bmatrix}$  تعویض‌پذیر باشند، آن‌گاه  $a + c$  کدام است؟

- ۳ (۱)                      ۲ (۲)                      ۱ (۳)                       $\frac{1}{2}$  (۴)

۵۶⊛. اگر  $(A + I)^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  و  $(A - I)^2 = -\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  آن‌گاه مجموع درایه‌های قطر اصلی  $A_{2 \times 2}$  کدام است؟

- ۱ (۱)                      ۲ (۲)                       $\frac{5}{4}$  (۳)                       $\sqrt{2}$  (۴)

۵۷⊛. اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس تعویض‌پذیر باشند و  $AB = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$  آن‌گاه  $A^2 B^2$  کدام است؟

- $\begin{bmatrix} 25 & 5 \\ 5 & 25 \end{bmatrix}$  (۱)                       $\begin{bmatrix} 26 & 10 \\ 10 & 26 \end{bmatrix}$  (۲)                       $\begin{bmatrix} 10 & 26 \\ 26 & 10 \end{bmatrix}$  (۳)                       $\begin{bmatrix} 5 & 25 \\ 25 & 5 \end{bmatrix}$  (۴)

۵۸☆. اگر  $A = \frac{1}{\sqrt{v}} \begin{bmatrix} 2 & b & a \\ 2 & a & 2 \\ a & -2 & b \end{bmatrix}$  و  $B = \frac{1}{\sqrt{v}} \begin{bmatrix} 2 & 3 & a \\ b & a & -2 \\ a & 2 & b \end{bmatrix}$  و  $AB = I$ ، آن‌گاه مقادیر  $a$  و  $b$  به ترتیب کدامند؟

- ۳ و ۶ (۱)                      -۳ و ۶ (۲)                      -۳ و -۶ (۳)                      ۳ و -۶ (۴)

۵۹☆. اگر  $A^2 = -A - I$ ، آن‌گاه حاصل  $A(A + 2I)$  کدام است؟

- $A - I$  (۱)                       $A + I$  (۲)                       $-A + I$  (۳)                       $2A - I$  (۴)

۶۰☆. اگر  $A = \begin{bmatrix} a-2 & 4 & -7 \\ b & 0 & b+2 \\ 7 & a & 0 \end{bmatrix}$  و به ازای هر  $i$  و  $j$  رابطه  $a_{ij} = -a_{ji}$  باشد. آن گاه مجموع درایه های قطر اصلی  $A^2$  کدام است؟

(۱)  $-120$  (۲)  $-130$  (۳)  $-138$  (۴)  $-200$

۶۱☆. اگر  $A, B, C$  و ماتریس های مربع باشد به طوری که  $A+B=I$  و  $A=BC$  و  $A=BC-C$  کدام است؟

(۱)  $-B$  (۲)  $-C$  (۳)  $-A$  (۴)  $-I$

۶۲. اگر  $A, B, C$  و ماتریس های مربع باشد به طوری که  $A+B=I$  و  $A=BC=CB$  و  $A=BC$  حاصل  $AC-CA$  کدام است؟

(۱)  $I$  (۲)  $B$  (۳)  $\bar{O}$  (۴)  $A$

۶۳☆. اگر برای ماتریس  $A$  داشته باشیم  $A^2 + 2A + I = \bar{O}$  و ماتریس های  $B$  و  $C$  چنان باشند که  $2A = B^2 + C^2$ ، آن گاه  $B-C$  کدام است؟

(۱)  $A$  (۲)  $2A$  (۳)  $A + 2I$  (۴)  $A - 2I$

۶۴☆. اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس  $2 \times 2$  و  $AB = B$  و  $BA = A$  باشد آن گاه  $(A+B)^2$  کدام است؟

(۱)  $8A$  (۲)  $2A + 6B$  (۳)  $8B$  (۴)  $4(A+B)$

۶۵☆. اگر برای ماتریس  $2 \times 2$ ،  $A$  داشته باشیم  $A^2 = I - A$  آن گاه حاصل  $A^2(A+I)^2$  کدام است؟

(۱)  $I$  (۲)  $A$  (۳)  $\bar{O}$  (۴)  $-A$

۶۶. اگر برای ماتریس  $2 \times 2$ ،  $A$  داشته باشیم  $A^2 = \bar{O}$ ، آن گاه  $A(I-A)^2$  کدام است؟

(۱)  $A$  (۲)  $-A$  (۳)  $\bar{O}$  (۴)  $I$

۶۷☆. اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$  و  $A^2 = mA + nI$  آن گاه  $n^m$  کدام است؟

(۱)  $-1$  (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $2$  (۴)  $-2$

۶۸☆. اگر  $A$  و  $B$  ماتریس های مربعی  $2 \times 2$  باشند به طوری که  $A+B = 2AB$ ، آن گاه حاصل  $A^2 + B^2 + AB + BA$  کدام است؟

(۱)  $(AB)^2$  (۲)  $4(AB)^2$  (۳)  $(BA)^2$  (۴)  $4(BA)^2$

۶۹☆. اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس مربعی هم مرتبه باشند، به طوری که  $A+B+AB = \bar{O}$ ، آن گاه  $(A+I)(B+I)$  کدام است؟

(۱)  $2AB$  (۲)  $2BA$  (۳)  $O$  (۴)  $I$

۷۰☆. اگر  $A$  ماتریس مربعی باشد، به طوری که  $A^2 - A - 2I = \bar{O}$ ، آن گاه حاصل  $A^3 + I$  کدام است؟

(۱)  $3A + 2I$  (۲)  $2A + 2I$  (۳)  $3A - 2I$  (۴)  $2A - 2I$

۷۱⊙. اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 6 \end{bmatrix}$  آن گاه حاصل  $A^3 - 7A^2 + 2A + 4I$  کدام است؟

(۱)  $4I$  (۲)  $3I$  (۳)  $5I$  (۴)  $6I$

۷۲☆. اگر  $A^2 = A$  باشد و  $AB = I$ ، آن گاه حاصل  $A^2B^2$  کدام است؟

(۱)  $I$  (۲)  $A$  (۳)  $B$  (۴)  $\bar{O}$

۷۳☆. اگر  $A$  و  $B$  ماتریس های مربعی  $2 \times 2$  باشند، به طوری که  $AB + BA = I$ ، آن گاه حاصل  $A^2B - BA^2$  کدام است؟

(۱)  $I$  (۲)  $\bar{O}$  (۳)  $A$  (۴)  $B$

۷۴☆.  $A$  یک ماتریس  $2 \times 2$  است، به طوری که  $A^2 + 3A - I = O$  می باشد و اگر  $AU = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  به طوری که  $U = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  در این صورت  $A^3U$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 7 \\ -10 \end{bmatrix}$

۷۵☆. اگر  $AB = \lambda BA$ ، آن گاه حاصل  $(AB)^2 - A^2B^2$  کدام است؟

(۱)  $\lambda A^2B^2$  (۲)  $\frac{\lambda-1}{\lambda} A^2B^2$  (۳)  $\frac{1-\lambda}{\lambda} A^2B^2$  (۴)  $\bar{O}$

۷۶⊙. اگر  $AB - BA = 2I$ ، آن گاه حاصل  $(A+I)(B-I) - (B-I)(A+I)$  کدام است؟

(۱)  $2I$  (۲)  $-2I$  (۳)  $I$  (۴)  $\bar{O}$

توان ماتریس‌ها

در این مبحث با توجه به فواید ضرب ماتریس‌ها و نتیجه‌گیری صحیح استقرایی می‌توانیم بدون در دستر ز یاد، توان‌های بالای ماتریس‌ها را به‌دست آوریم.

- ۷۷ ☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های  $A^5$  کدام است؟
- (۱) ۳۲ (۲) ۶۴ (۳) ۱۲۸ (۴) ۱۶
- ۷۸ ☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه  $A^{100}$  کدام است؟
- (۱)  $A$  (۲)  $\frac{1}{2^{100}}A$  (۳)  $2^{100}A$  (۴)  $I$
- ۷۹ ☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه کم‌ترین مقدار  $n$  که به ازای آن  $A^n = I$  است، کدام است؟
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷
- ۸۰ ☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه کم‌ترین مقدار  $n$  که به ازای آن  $(A - A^2)^n = \frac{1}{4^{n-1}}$  برابر  $I$  باشد، کدام است؟
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴
- ۸۱ ☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & a \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های قطر اصلی  $A^n$  کدام است؟
- (۱)  $a^n$  (۲)  $2a^n$  (۳)  $na^n$  (۴) صفر
- ۸۲ ☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$  و  $B = A^{50}$ ، آن‌گاه  $b_{12}$  کدام است؟
- (۱)  $\frac{7^{50}-1}{3}$  (۲)  $\frac{7^{50}-2}{3}$  (۳)  $\frac{7^{50}+1}{3}$  (۴)  $\frac{7^{50}+2}{4}$
- ۸۳ ☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  و  $B = A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2022}$ ، آن‌گاه  $B$  کدام است؟
- (۱)  $I$  (۲)  $A$  (۳)  $2022A$  (۴)  $A - I$
- ۸۴ اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه  $A^{2010}$  کدام است؟
- (۱)  $I$  (۲)  $A$  (۳)  $\bar{O}$  (۴)  $-I$
- ۸۵ ☆ اگر  $M = \begin{bmatrix} 2 \cos^2 \theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & 2 \sin^2 \theta \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه  $M^3$  کدام است؟
- (۱)  $M$  (۲)  $2M$  (۳)  $3M$  (۴)  $4M$
- ۸۶ ☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه ماتریس  $A^8 \times B^9$  کدام است؟
- (۱)  $\begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 9 & 7 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 9 & 71 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 1 & 8 \\ 9 & 72 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 1 & 9 \\ 8 & 73 \end{bmatrix}$
- ۸۷ ☆ اگر  $A$  ماتریس مربعی  $2 \times 2$  و  $A^2 - A + I = \bar{O}$  باشد، آن‌گاه ماتریس  $A^{30}$  کدام است؟
- (۱)  $I$  (۲)  $-I$  (۳)  $A$  (۴)  $-A$
- ۸۸ ☆ اگر  $A^2 = B^2 = I$  و  $AB = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  و  $BA = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه حاصل  $((A+B)(A-B))^{100}$  کدام است؟
- (۱)  $I$  (۲)  $-I$  (۳)  $\bar{O}$  (۴)  $2I$
- ۸۹ ☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه درایهٔ نظیر سطر سوم و ستون اول  $A^3$  کدام است؟
- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴
- ۹۰ ☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  و  $(A+I)^6 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه  $a - b$  کدام است؟
- (۱) صفر (۲) ۶ (۳) ۱ (۴) ۳۶

۹۱ ⚡ اگر  $A^2 = \bar{O}$ ، حاصل  $(I - A)^4 (I + A)^5$  کدام است؟

- (۱)  $I + A$  (۲)  $I - A$  (۳)  $20A$  (۴)  $O$

۹۲ ⚡ اگر  $A^2 = A$  باشد، آنگاه حاصل  $(I + A)^4$  کدام است؟

- (۱)  $15A$  (۲)  $16A$  (۳)  $I + 15A$  (۴)  $I + 16A$

۹۳ ☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه  $A^{40}$  کدام است؟

- (۱)  $\begin{bmatrix} 2^{40} & 0 \\ 0 & 2^{40} \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 2^{39} & 2^{39}\sqrt{3} \\ -2^{39}\sqrt{3} & 2^{39} \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} -2^{39} & 2^{39}\sqrt{3} \\ -2^{39}\sqrt{3} & -2^{39} \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 2^{39}\sqrt{3} & -2^{39} \\ 2^{39} & 2^{39}\sqrt{3} \end{bmatrix}$

۹۴ ⚡ اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس  $2 \times 2$  و  $BA = B$  و  $AB = A$  و  $2 \times 2$  باشد حاصل  $A + A^2 + A^3 + \dots + A^{140}$  کدام است؟

- (۱)  $1400A$  (۲)  $1401A$  (۳)  $1400B$  (۴)  $1401A$

۹۵ ☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$  و  $C = AB$ ، آنگاه مجموع درایه‌های  $A^2 + C^n$  کدام است؟ ( $n$  عدد طبیعی)

- (۱) صفر (۲)  $2 + 2(-1)^n$  (۳)  $(-1)^n + 1$  (۴)  $2(-1)^n + 3$

۹۶ ☆ اگر داشته باشیم  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$  و ماتریس  $B$  چنان باشد که درایه‌های زیر قطر اصلی آن صفر باشد و  $AB = I$  باشد آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس  $B$  کدام است؟

- (۱)  $21$  (۲)  $20$  (۳)  $18$  (۴)  $15$

۹۷ ☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$  آنگاه مجموع درایه‌های قطر اصلی  $A^n$  برابر  $244$  باشد آنگاه  $n$  کدام است؟

- (۱)  $7$  (۲)  $3$  (۳)  $5$  (۴)  $4$

۹۸ اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس  $A^n$  کدام است؟

- (۱)  $-n$  (۲) صفر (۳)  $2 - n$  (۴)  $1 - n$

۹۹ ☆ اگر  $A^2 = 2A - I$  آنگاه  $A^{10} = aA + bI$ . زوج مرتب  $(a, b)$  کدام است؟

- (۱)  $(10, -9)$  (۲)  $(10, 9)$  (۳)  $(9, -10)$  (۴)  $(9, 10)$

۱۰۰ ☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = A + A^2 + A^3 + \dots + A^n$  ( $n$  عدد طبیعی) آنگاه مجموع درایه‌های  $B$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}(n - n^2)$  (۲)  $2n - 2n^2$  (۳)  $2n - n^2$  (۴)  $n - n^2$

۱۰۱ ☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$  آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس  $A + A^2 + A^3 + \dots + A^{200}$  کدام است؟

- (۱)  $200$  (۲)  $400$  (۳)  $398$  (۴)  $399$

۱۰۲ ☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt[3]{2} & 0 \\ \sqrt[3]{8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt[3]{4} \end{bmatrix}$  آنگاه مجموع درایه‌های قطر اصلی  $A^{10}$  کدام است؟

- (۱)  $16$  (۲)  $48$  (۳)  $144$  (۴)  $192$

۱۰۳ ☆ اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$  و  $I$  ماتریس همانی مرتبه ۳ باشد، مجموع درایه‌های ماتریس  $A^3 - 2A^2 + 5I$  کدام است؟

- (۱)  $19$  (۲)  $20$  (۳)  $21$  (۴)  $22$

۱۰۴ ⚡ اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 0 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ ، آنگاه مجموع درایه‌های قطر اصلی  $A^4$  کدام است؟

- (۱)  $96$  (۲)  $97$  (۳)  $99$  (۴)  $98$



(سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۹)

☆۱۰۵. اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، درایه‌های سطر اول ماتریس  $A^4$ ، کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

(سراسری ریاضی خارج از کشور- ۹۲)

☆۱۰۶. اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ ، ماتریس  $A^4$  کدام می‌باشد؟

(۱) درایه‌های زیر قطر اصلی آن صفر است. (۲) درایه‌های بالای قطر اصلی آن صفر است.  
(۳) قطری غیرهمانی (۴) همانی

(سراسری ریاضی- ۹۹)

☆۱۰۷. اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 5 \\ -3 & 0 & 4 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  باشد، درایه‌های سطر اول  $A^3$ ، کدام است؟

(۱)  $[30 \ 6 \ 64]$  (۲)  $[30 \ 6 \ 78]$  (۳)  $[24 \ 8 \ 86]$  (۴)  $[30 \ 6 \ 86]$

(سراسری ریاضی خارج از کشور- ۱۴۰۱)

☆۱۰۸. اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، درایه‌های سطر اول ماتریس  $A^3$  کدام است؟

(۱)  $[1 \ -1 \ 3]$  (۲)  $[9 \ 12 \ 16]$  (۳)  $[1 \ 0 \ -2]$  (۴)  $[9 \ 5 \ -7]$

☆۱۰۹. اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه مجموع درایه‌های  $A^{11}$  از مجموع درایه‌های قطر اصلی چقدر بیش تر است؟

(۱)  $2^9$  (۲)  $2^{10}$  (۳)  $2^{11}$  (۴)  $2^{12}$

☆۱۱۰. اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه  $A^{42} + A^{55}$  کدام است؟

(۱)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  (۲)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$  (۳)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$  (۴)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$

☆۱۱۱. اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ، آنگاه  $A^{100}$  کدام است؟

(۱)  $A$  (۲)  $-A$  (۳)  $I$  (۴)  $3I$

☆۱۱۲. اگر  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ ،  $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ ،  $a_{ij} = |i - j| + j - i$ ، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس  $B = A + A^2 + A^3 + \dots + A^{140}$  کدام است؟

(۱)  $16$  (۲)  $10$  (۳)  $12$  (۴)  $140$

☆۱۱۳. اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{40} \frac{1}{36}$  کدام است؟

(۱)  $6$  (۲)  $36$  (۳)  $\frac{1}{6}$  (۴)  $\frac{1}{36}$

☆۱۱۴. اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$  و  $A^{100} = 2^K A^2$  باشد، آنگاه  $K$  کدام است؟

(۱)  $100$  (۲)  $99$  (۳)  $98$  (۴)  $101$

☆۱۱۵. اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{n+1}$  ( $n$  عدد طبیعی) کدام است؟

(۱)  $2^{n+1} + 1$  (۲)  $2^{n+2} + 1$  (۳)  $2^n - 1$  (۴)  $2^{n-1} + 1$

☆۱۱۶. اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  و  $A^{49} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 49 & 1 & 0 \\ x & 49 & 1 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه  $x$  کدام است؟

- ۱) ۱۲۳۵ (۱)      ۲) ۱۲۲۵ (۲)      ۳) ۱۱۲۵ (۳)      ۴) ۱۲۷۵ (۴)

☆۱۱۷. اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های ماتریس  $A^{25} + A^{24} + \dots + A^2 + A + 2I$  کدام است؟

- ۱) ۵ (۱)      ۲) ۲ (۲)      ۳) ۳ (۳)      ۴) ۴ (۴)

⊙۱۱۸. اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 8 \\ 2 & -1 & 6 \\ -2 & 0 & -5 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه  $(A^2 + 2A)^{10}$  کدام است؟

- ۱)  $I$  (۱)      ۲)  $-I$  (۲)      ۳)  $A$  (۳)      ۴)  $-A$  (۴)

☆۱۱۹. اگر  $A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه  $(A^2 - 2A + 2I)^6$  کدام است؟

- ۱)  $I$  (۱)      ۲)  $\bar{O}$  (۲)      ۳)  $A$  (۳)      ۴)  $-I$  (۴)

⊙۱۲۰. اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه  $(A^2 + 3I)^4$  کدام است؟

- ۱)  $27I$  (۱)      ۲)  $81I$  (۲)      ۳)  $16I$  (۳)      ۴)  $64I$  (۴)

☆۱۲۱. اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ ، با فرض  $(A - kI)^n = \bar{O}$ ، آن‌گاه کم‌ترین مقدار  $k + n$  کدام است؟

- ۱) ۱ (۱)      ۲) ۲ (۲)      ۳) ۳ (۳)      ۴) ۴ (۴)

☆۱۲۲. اگر  $4A^2 = 2A$ ، آن‌گاه ماتریس  $A^4$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{3}{4}A$  (۱)      ۲)  $\frac{9}{16}A$  (۲)      ۳)  $\frac{27}{64}A$  (۳)      ۴)  $\frac{81}{256}A$  (۴)

⊙۱۲۳. اگر  $A^2 = A$  باشد، آن‌گاه حاصل  $(A - \frac{1}{3})^6$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{64}I$  (۱)      ۲)  $\frac{1}{32}I$  (۲)      ۳)  $\frac{1}{32}A$  (۳)      ۴)  $\frac{1}{64}A$  (۴)

☆۱۲۴. اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه مجموع درایه‌های  $(2I - A)^{100}$  کدام است؟

- ۱) ۳۰۱ (۱)      ۲) ۳۰۲ (۲)      ۳) ۳۰۰ (۳)      ۴) ۳۰۳ (۴)

☆۱۲۵. اگر  $A = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{2}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$  و  $C = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{2}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه  $(ABC)^n = I$ ، کم‌ترین مقدار  $n$  کدام است؟

- ۱) ۱ (۱)      ۲) ۲ (۲)      ۳) ۳ (۳)      ۴) ۴ (۴)

قسمت دوم: وارون ماتریس و دترمینان

دترمینان  $2 \times 2$

⊙ مناسبهٔ دترمینان  $2 \times 2$  ساده می‌باشد. در این مبحث دانستن قواعد دترمینان و دقت در مناسبه بسیار مهم است.

☆۱۲۶. اگر  $\begin{vmatrix} a & b \\ -4 & 1 \end{vmatrix} = 32$ ، آن‌گاه  $\begin{vmatrix} a & -b \\ 2 & 3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a & b \\ 6 & -5 \end{vmatrix}$  کدام است؟

- ۱) ۸ (۱)      ۲) ۱۶ (۲)      ۳) ۳۲ (۳)      ۴) ۶۴ (۴)

☆۱۲۷. اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ، آن‌گاه حاصل  $\frac{|A^2 + AB|}{|B^2 + BA|}$  کدام است؟

- ۱)  $-\frac{1}{3}$  (۱)      ۲)  $\frac{1}{2}$  (۲)      ۳)  $\frac{1}{6}$  (۳)      ۴)  $\frac{1}{3}$  (۴)

☆ ۱۲۸. اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$  و  $B = A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2n-1}$  (n عدد طبیعی) آن گاه  $|B|$  کدام است؟

$$(1) n^2 \quad (2) -n^2 \quad (3) -(2n-1)^2 \quad (4) (2n-1)^2$$

☆ ۱۲۹. اگر A و B ماتریس های  $2 \times 2$  باشند، به طوری که  $A + 2B = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -5 & -3 \end{bmatrix}$  و  $2A - B = \begin{bmatrix} 5 & -11 \\ -5 & 4 \end{bmatrix}$ ، آن گاه  $|A| + |B|$  کدام است؟

$$(1) 10 \quad (2) 7 \quad (3) -7 \quad (4) -10$$

☆ ۱۳۰. اگر A یک ماتریس  $2 \times 2$  باشد، به طوری که  $|A| = 3$ ، آن گاه حاصل  $|A+I| + |A-I|$  کدام است؟

$$(1) 6 \quad (2) 3 \quad (3) 8 \quad (4) 4$$

☆ ۱۳۱. دترمینان ماتریس  $2 \times 2$ ، A را  $\Delta$  و مجموع درایه های قطر اصلی  $A^2$  را T می نامیم. مربع مجموع درایه های قطر اصلی A کدام است؟

$$(1) T + \Delta \quad (2) T^2 + 2\Delta \quad (3) 2\Delta + T \quad (4) \Delta + 2T$$

☆ ۱۳۲. اگر  $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$ ،  $B = [b_{ij}]_{2 \times 2}$  و  $a_{ij} = \begin{cases} 2i-j & i < j \\ i & i \geq j \end{cases}$ ،  $b_{ij} = \begin{cases} i+2j & i \leq j \\ 2+j & i > j \end{cases}$ ، آن گاه با فرض  $AX = B$  حاصل  $|X|$  کدام است؟

$$(1) 1 \quad (2) -1 \quad (3) \frac{3}{2} \quad (4) -\frac{3}{2}$$

☆ ۱۳۳. اگر  $A = [a_{ij}]_{2 \times 2}$  و  $B = [b_{ij}]_{2 \times 2}$  به طوری که  $B = [b_{ij}]_{2 \times 2}$  و  $a_{ij} = (-1)^i - j$  و  $b_{ij} = (-1)^j + i$ ، آن گاه دترمینان ماتریس  $A \times B$  کدام است؟

$$(1) 24 \quad (2) -24 \quad (3) 20 \quad (4) -20$$

☆ ۱۳۴. اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$  و  $B = A + A^2 + A^3 + \dots + A^{2022}$  آن گاه دترمینان ماتریس B کدام است؟

$$(1) \text{ صفر} \quad (2) 2 \quad (3) 1 \quad (4) -1$$

☆ ۱۳۵. اگر  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $x^2 - 4x + 1 = 0$  باشد آن گاه دترمینان ماتریس  $A = \begin{bmatrix} \alpha + \beta & \alpha + \beta \\ -\beta & \alpha \end{bmatrix}$  کدام است؟

$$(1) 4 \quad (2) 9 \quad (3) 16 \quad (4) 25$$

☆ ۱۳۶. اگر  $A = \begin{bmatrix} 0 & -a \\ a & 0 \end{bmatrix}$  و دترمینان ماتریس  $A^{2n} + A^{2n+1}$  برابر  $a^{n+27} + a^{n+25}$  باشد، آن گاه n کدام است؟

$$(1) 4 \quad (2) 5 \quad (3) 6 \quad (4) 3$$

☆ ۱۳۷. اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -2 \end{bmatrix}$  و  $B = A + I$  آن گاه دترمینان ماتریس  $A^{2022} + B$  کدام است؟

$$(1) -1 \quad (2) -2021 \quad (3) 2021 \quad (4) 1$$

☆ ۱۳۸. اگر  $2A = \begin{bmatrix} |A| & -2 \\ 2 & |A| \end{bmatrix}$  آن گاه حاصل دترمینان  $|A|$  کدام است؟

$$(1) -8 \quad (2) -4 \quad (3) 8 \quad (4) 4$$

☆ ۱۳۹. اگر  $2A + 3I = \begin{bmatrix} 9 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$  آن گاه دترمینان ماتریس  $A^2 - 3A$  کدام است؟

$$(1) 4 \quad (2) -4 \quad (3) 2 \quad (4) -2$$

☆ ۱۴۰. اگر  $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ a & 2 & 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 3 & a \\ -1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$  و  $C = A \times B$ ، آن گاه به ازای کدام مجموعه مقادیر a، حاصل دترمینان C منفی است؟

$$(1) \emptyset \quad (2) \{a : a < 0\} \quad (3) \{a : a > 0\} \quad (4) \mathbb{R}$$

(سراسری ریاضی فارغ از کشور- ۸۶، با کمی تغییر)

☆ ۱۴۱. اگر A و B ماتریس های مربعی از مرتبه ۲ بوده و  $A \times B = \begin{bmatrix} 7 & 8 \\ 7 & 10 \end{bmatrix}$  باشد، آن گاه ماتریس  $B \times A$  کدام می تواند باشد؟

$$(1) \begin{bmatrix} 15 & 2 \\ 8 & 2 \end{bmatrix} \quad (2) \begin{bmatrix} -15 & -2 \\ -8 & 2 \end{bmatrix} \quad (3) \begin{bmatrix} 15 & 2 \\ 8 & -2 \end{bmatrix} \quad (4) \begin{bmatrix} -15 & 2 \\ -8 & -2 \end{bmatrix}$$

☆ ۱۴۲. فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 1 & a & 3 \\ -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ ،  $C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ a & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$  و  $ACB = 52I$ ، اگر  $|B| = 104$  باشد آن گاه مجموع مقادیر ممکن برای a،

$$(1) -2 \quad (2) \text{ صفر} \quad (3) 1 \quad (4) 2$$

(سراسری ریاضی فارغ از کشور- ۱۴۰۰، با کمی تغییر)