

بد نیست بدانید!

اگر $A^2 = I$ شود، به ماتریس A متناوب گویند. ماتریس متناوب به توان زوج برسد برابر I است و اگر به توان فرد برسد، خودش می‌شود.

$$A^2 = I \xrightarrow{k \in \mathbb{N}} \begin{cases} A^{2k} = I \\ A^{2k-1} = A \end{cases}$$

۵۷- **کزینه ۲** درست است که کتاب در مورد $(B^{-1}AB)^n$ حرفی نزده اما چیز سخت و عجیبی نیست!

$$\begin{aligned} (B^{-1}AB)^n &= B^{-1}A \underbrace{BB^{-1}}_I A \underbrace{BB^{-1}}_I A \underbrace{B \dots B^{-1}}_I \underbrace{B^{-1}}_I AB \\ &= B^{-1}A^n B \end{aligned}$$

این نکته را به خاطر بسپارید:

اگر بتوانیم تکلیف A^{14} را مشخص کنیم، عملاً پاسخ سؤال را پیدا کرده‌ایم.

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

$$A^{14} = (A^2)^7 = (-I)^7 = -I$$

بنابراین:

از این‌جا به بعد حتی نیاز به دست به قلم شدن! نیست.

$$(B^{-1}AB)^{14} = B^{-1}A^{14}B = B^{-1}(-I)B = -B^{-1}B = -I$$