

بانک سوالات مسابقات بین المللی

# ریاضے IMC

۷ام + ۸ام + ۹ام

از اولین دورہ تا سال ۲۰۱۵  
بہ ہمراہ پاسخ تشریحی



گرد آورندگان:

حمیدرضا بیات - کیهان خجسته  
مرتضی خمایی ابدی - کیان کریمی خراسانی

## فهرست مطالب

عنوان.....	صفحه	عنوان.....	صفحه
پاسخ آزمون انفرادی ۲۰۰۳.....	۶۳	آزمون انفرادی ۲۰۰۳.....	۱
پاسخ آزمون تیمی ۲۰۰۳.....	۶۸	آزمون تیمی ۲۰۰۳.....	۳
پاسخ آزمون انفرادی ۲۰۰۴.....	۷۳	آزمون انفرادی ۲۰۰۴.....	۵
پاسخ آزمون تیمی ۲۰۰۴.....	۷۸	آزمون تیمی ۲۰۰۴.....	۷
پاسخ آزمون انفرادی ۲۰۰۵.....	۸۲	آزمون انفرادی ۲۰۰۵.....	۹
پاسخ آزمون تیمی ۲۰۰۵.....	۸۶	آزمون تیمی ۲۰۰۵.....	۱۲
پاسخ آزمون انفرادی ۲۰۰۶.....	۹۰	آزمون انفرادی ۲۰۰۶.....	۱۵
پاسخ آزمون تیمی ۲۰۰۶.....	۹۴	آزمون تیمی ۲۰۰۶.....	۱۷
پاسخ آزمون انفرادی ۲۰۰۷.....	۹۸	آزمون انفرادی ۲۰۰۷.....	۱۹
پاسخ آزمون تیمی ۲۰۰۷.....	۱۰۵	آزمون تیمی ۲۰۰۷.....	۲۱
پاسخ آزمون انفرادی ۲۰۰۸.....	۱۱۴	آزمون انفرادی ۲۰۰۸.....	۲۳
پاسخ آزمون تیمی ۲۰۰۸.....	۱۲۰	آزمون تیمی ۲۰۰۸.....	۲۶
پاسخ آزمون انفرادی ۲۰۰۹.....	۱۲۷	آزمون انفرادی ۲۰۰۹.....	۲۸
پاسخ آزمون تیمی ۲۰۰۹.....	۱۳۴	آزمون تیمی ۲۰۰۹.....	۳۰
پاسخ آزمون انفرادی ۲۰۱۰.....	۱۳۸	آزمون انفرادی ۲۰۱۰.....	۳۳
پاسخ آزمون تیمی ۲۰۱۰.....	۱۴۵	آزمون تیمی ۲۰۱۰.....	۳۶
پاسخ آزمون انفرادی ۲۰۱۱.....	۱۵۲	آزمون انفرادی ۲۰۱۱.....	۳۹
پاسخ آزمون تیمی ۲۰۱۱.....	۱۵۷	آزمون تیمی ۲۰۱۱.....	۴۲
پاسخ آزمون انفرادی ۲۰۱۲.....	۱۶۲	آزمون انفرادی ۲۰۱۲.....	۴۴
پاسخ آزمون تیمی ۲۰۱۲.....	۱۶۷	آزمون تیمی ۲۰۱۲.....	۴۷
پاسخ آزمون انفرادی ۲۰۱۳.....	۱۷۱	آزمون انفرادی ۲۰۱۳.....	۴۹
پاسخ آزمون تیمی ۲۰۱۳.....	۱۷۵	آزمون تیمی ۲۰۱۳.....	۵۲
پاسخ آزمون انفرادی ۲۰۱۴.....	۱۸۱	آزمون انفرادی ۲۰۱۴.....	۵۵
پاسخ آزمون تیمی ۲۰۱۴.....	۱۸۷	آزمون تیمی ۲۰۱۴.....	۵۷
پاسخ آزمون انفرادی ۲۰۱۵.....	۱۹۱	آزمون انفرادی ۲۰۱۵.....	۵۹
پاسخ آزمون تیمی ۲۰۱۵.....	۱۹۸	آزمون تیمی ۲۰۱۵.....	۶۱



خداوند را شاکریم که همواره یاور ما بوده و لطف خود را باز هم شامل حال ما کرد تا بتوانیم خدمت ناچیزی به عرصه‌ی علمی کشورمان کرده باشیم.

مسابقات بین‌المللی ریاضی IMC از سال ۱۹۹۹ برای دانش‌آموزان دوره‌ی دوم متوسطه (دبیرستان سابق) و از سال ۲۰۰۳ برای دانش‌آموزان دوره‌ی اول متوسطه (راهنمایی سابق) هر سال برگزار شده است. بانیان آن چند ریاضی‌دان از کشورهای شرق آسیا هستند. یکی از اهداف این پایه‌گذاری این بود که کشورهای آسیایی بتوانند در یک مسابقه‌ی ریاضی با هم‌تایان خود در بلوک شرق، نظیر المپیادهای ریاضی بالکان یا مسابقات ریاضی تورنمنت شهرها رقابت کنند.

در ابتدا کشورهای شرکت‌کننده عموماً از شرق آسیا بودند، نظیر چین، تایلند و فیلیپین. ولی اکنون این مسابقات IMC وجهه‌ای جهانی پیدا کرده است به طوری که از نقاط مختلف جهان، کشورهایی نظیر آمریکا، روسیه، بلغارستان، هند و آفریقای جنوبی نیز در آن شرکت می‌کنند. ایران از سال ۲۰۱۰ در این مسابقات شرکت کرد و درخشش دانش‌آموزان کشورمان در آن ما را تشویق کرد تا درصدد تألیف این کتاب شویم.

این کتاب شامل تمامی آزمون‌های IMC از سال ۲۰۰۳ (اولین دوره) تا سال ۲۰۱۵ است که هر سال ۱۵ سوال در بخش انفرادی و ۱۰ سؤال در بخش تیمی دارد. در قسمت دوم کتاب برای تمامی سؤالات راه‌حل تشریحی نوشته شده است که آموزش نیز در بطن آن مشاهده می‌شود. وظیفه‌ی خود می‌دانیم از جناب آقای یحیی دهقانی، مدیر عامل شرکت آموزشی، فرهنگی و انتشاراتی مبتکران که به ما این فرصت را دادند تا بتوانیم عرصه‌ای برای خدمت به آموزش در کشورمان داشته باشیم، قدردانی کنیم.

از جناب آقای خدایار مبین به خاطر پیگیری مسئولانه‌شان متشکریم. از خانم‌ها ملیحه محمدی آندرس، سمانه ایمان فرد، مینا هرمزی و آقای نیما علوی که دلسوزانه حروف‌چینی، صفحه‌آرایی، ترسیم شکل‌ها، و طراحی جلد این کتاب را انجام دادند، تشکر می‌کنیم.

از خانم‌ها مریم نظام‌لی و سمیرا نیکزاد به خاطر همراهی و همدلی‌شان در زمان نگارش این کتاب، ممنونیم. بی‌تردید این کتاب خالی از اشتباه نیست. لطفاً در صورت مشاهده‌ی هرگونه اشتباه یا داشتن پیشنهاد یا انتقاد، نظرات خود را به پست الکترونیک [bayat@mobtakeran.com](mailto:bayat@mobtakeran.com) ایمیل فرمایید و ما را در ویراستای و بهبود این کتاب در چاپ‌های بعدی یاری نمایید.

با سپاس

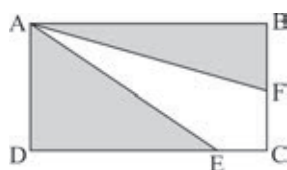
حمیدرضا بیات - کیهان خجسته

مرتضی خمایی ابدی - کیان کریمی خراسانی



## آزمون انفرادی ۲۰۰۳

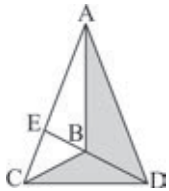
۱. حاجی ارزونی تعدادی سیب فروخت و مقداری پول به دست آورد. اگر او ۱۰ تا سیب بیش‌تر می‌فروخت، باید قیمت هر سیب را ۲ تومان کم‌تر می‌کرد تا بتواند همان مقدار پول را به دست آورد. اگر او ۱۰ تا سیب کم‌تر می‌فروخت، باید قیمت هر سیب را ۴ تومان بیش‌تر می‌کرد تا بتواند همان مقدار پول را به دست آورد.
- الف) حاجی ارزونی چند سیب فروخته است؟  
ب) قیمت هر سیب چند تومان است؟
۲. در کیف A به تعداد دو برابر کیف B، سنگ زیتنی وجود دارد. ۱۲٪ از سنگ‌های A را برداشتیم و داخل کیف C قرار دادیم. هم‌چنین ۲۰٪ از سنگ‌های کیف B را برداشتیم و در کیف C قرار دادیم. اکنون داخل کیف C، ۴۸۸ سنگ وجود دارد که ۲۲٪ بیش‌تر از تعداد سنگ‌هایش، در ابتدا بوده است. در ابتدا چند سنگ در کیف A وجود داشت؟
۳. شهر P در فاصله‌ی ۶۲۵ کیلومتری شهر Q قرار دارد. شایان رأس ساعت ۳:۰۵ صبح، از شهر P، با سرعت ۱۰۰ کیلومتر بر ساعت حرکت کرد و به شهر Q رسید. پوریا ۱۵ دقیقه بعد از شروع حرکت شایان، از شهر Q با سرعت ۸۰ کیلومتر در ساعت به سمت شهر P حرکت کرد. پوریا و شایان در چه ساعتی هم‌دیگر را ملاقات می‌کنند؟
۴. هومن ۸۰٪ بیش‌تر از مازیار تمبر دارد. مازیار به اندازه‌ی  $\frac{۳}{۵}$  نیما تمبر دارد. اگر مازیار ۱۵۰ تا از تمبرهایش را به نیما بدهد، آن‌گاه نیما به اندازه‌ی سه برابر تعداد تمبرهای باقی‌مانده‌ی مازیار، تمبر خواهد داشت. مجموع تعداد تمبرهای همه‌ی آن‌ها چقدر است؟
۵. یک قایق در فاصله‌ی ۵۰ کیلومتری مقصدش است. کف این قایق سوراخ است و هر ۵ دقیقه، ۲ تن آب به داخل می‌رود. اگر ۹۰ تن آب داخل قایق باشد، قایق غرق خواهد شد. اگر قایق یک پمپ تخلیه داشته باشد که در هر ساعت ۱۲ تن آب را بیرون بریزد، حداقل سرعت قایق باید چند کیلومتر بر ساعت باشد تا بتواند به مقصدش برسد؟
۶. X یک عدد دو رقمی است که برابر با  $\frac{۱۳}{۴}$  مجموع ارقامش است. اگر عدد ۳۶ به X اضافه شود، عدد حاصل همان ارقام را دارد ولی ترتیب برعکس. X را پیدا کنید.



۷. ABCD یک مستطیل است که  $BF = FC$  و  $DE = ۶EC$  است. نسبت مساحت ناحیه‌ی هاشور نخورده به مساحت ناحیه‌ی هاشور خورده چند است؟

۸. تمامی اعداد دو رقمی را طوری پیدا کنید که اگر بر مجموع ارقامشان تقسیم شوند، خارج قسمت ۴ شود و باقی‌مانده ۳.

۹. حاصل عبارت  $۱^۲ - ۲^۲ + ۳^۲ - ۴^۲ + \dots + ۲۰۰۱^۲ - ۲۰۰۲^۲ + ۲۰۰۳^۲$  را حساب کنید.



۱۰. در شکل زیر،  $\frac{EB}{BD} = \frac{1}{4}$  است و مساحت ناحیه‌ی هاشور خورده برابر با ۴۲ سانتی‌متر مربع است. مساحت  $ABC$  را پیدا کنید.

۱۱.  $A$ ،  $B$  و  $C$  با هم کار کردند و در مجموع ۵۲۴۰۰ تومان دستمزد گرفتند.  $A$  به اندازه‌ی ۱۲۵٪  $B$  دستمزد گرفت ولی به اندازه‌ی ۹۰٪  $C$  دستمزد گرفت.

الف) مشخص کنید که کدام یک دستمزد بیش‌تری گرفته است:  $B$  یا  $C$ ؟

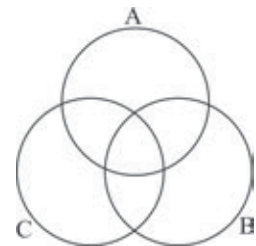
ب) تفاضل بین دستمزدهای  $B$  و  $C$  چه قدر است؟

۱۲. در یک جعبه ۲۰ توپ قرمز، ۳۰ توپ سفید و چند توپ آبی وجود دارد. اگر شما یک توپ به دلخواه از جعبه بردارید، احتمال یا شانس آبی بودنش،  $\frac{9}{11}$  است. چند توپ آبی در جعبه است؟

۱۳. وقتی که هر کدام از دو عدد ۳۱۵۱۳ و ۳۴۳۶۹ بر یک عدد سه رقمی تقسیم شدند، باقی‌مانده در هر دو تقسیم عددی برابر شد. این باقی‌مانده را پیدا کنید.

۱۴. تمامی اعداد زیر را طوری درون شکل قرار دهید که، تمام اعداد داخل دایره‌ی  $A$  بر ۲، تمام اعداد داخل دایره‌ی  $B$  بر ۳ و تمام اعداد داخل دایره‌ی  $C$  بر ۵ بخش‌پذیر باشند.

۱۶۰۵، ۷۵۰، ۲۰۷، ۹۳۰، ۲۰۳۰، ۴۸، ۱۰۲، ۱۱۲، ۲۰۰۱، ۱۳۴۸، ۲۰۲۵، ۷۸۹۳، ۳۲۵۰، ۱۷۴۹



۱۵. اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸ و ۹ را در جعبه‌های شکل زیر طوری بگذارید که، حاصل ضرب بزرگ‌ترین مقدار ممکن شود. (هر رقم باید یک بار استفاده شود)

$$\square\square\square\square\square \times \square\square\square \times \square$$

## آزمون تیمی ۲۰۰۳



۱. در چهارضلعی  $ABCD$ ، نقاط  $M$ ،  $N$ ،  $P$  و  $Q$  به ترتیب روی اضلاع  $AB$ ،  $BC$ ،  $CD$  و  $DA$  قرار دارند. نسبت فاصله‌ها به صورت زیر است:

$$AM : MB = 3 : 5$$

$$BN : NC = 1 : 3$$

$$CP : PD = 4 : 5$$

$$DQ : QA = 1 : 8$$

نسبت مساحت  $MBNPDQ$  به مساحت  $ABCD$  چند است؟

۲. آرتین ۱۴۴ تا کتاب داشت که می‌خواست آن‌ها را به ۴ تا مدرسه‌ی  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  اهدا کند. او می‌خواست طوری این کار را بکند که تفاضل بین کتاب‌های مدارس  $A$  و  $B$  برابر ۴، تفاضل بین کتاب‌های مدارس  $B$  و  $C$  برابر ۳، و تفاضل بین کتاب‌های مدارس  $C$  و  $D$  برابر ۲ شود.

در ضمن مدرسه‌ی  $A$  بیش‌ترین تعداد کتاب‌ها را داشته باشد ولی تعداد کتاب‌هایش از ۴۰ کمتر شود.

الف) با توجه به شرایط، آرتین به چند طریق می‌تواند به مدرسه‌ی  $B$  و مدرسه‌ی  $D$  کتاب اهدا کند؟

ب) هر کدام از مدارس  $B$  و  $D$  چند کتاب خواهند داشت؟

۳. مساحت چهارضلعی  $ABCD$  برابر با ۶۱۷۴ سانتی‌متر مربع است. نقاط  $E$  و  $F$  به ترتیب وسط اضلاع  $AB$  و  $CD$  هستند، در حالی که نقاط  $G$  و  $H$  به ترتیب روی اضلاع  $BC$  و  $AD$  هستند به طوری که  $CG = 2GB$  و  $AH = 2HD$  است. اندازه‌ی مساحت  $EGFH$  چند است؟

۴. در سمت راست حاصل عددی  $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \dots \times 2003$  چند صفر وجود دارد؟ (مثلاً عدد  $10200000$  پنج رقم صفر در سمت راست خود دارد.)

۵. آلیاژ  $M$  از ۹۵٪ برنز، ۴٪ قلع و ۱٪ روی ساخته شده است. آلیاژ  $N$  فقط از برنز و قلع ساخته می‌شود. اگر دو آلیاژ  $M$  و  $N$  به مقداری نه لزوماً برابر با هم مخلوط شوند، آلیاژ جدیدی تولید می‌شود که ۸۶٪ برنز، ۱۳٪ قلع و ۰٫۴٪ روی دارد.

چه درصدی از آلیاژ  $N$  از برنز تشکیل شده است؟

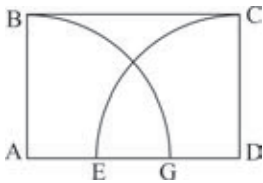
(یادداشت: آلیاژ مخلوطی از چند فلز است)

۶. یک مخزن آب استوانه‌ای روباز دارای گنجایش  $43/12$  مترمکعب است. قطر درونی مخزن  $2/8$  متر است. دیواره و کف این مخزن ضخامتی برابر با  $10$  سانتی‌متر دارند. می‌خواهیم این مخزن را رنگ کنیم. رنگ زدن هر مترمربع از آن هزینه‌ای برابر با  $80$  تومان دارد. هزینه کل رنگ‌زدن این مخزن را حساب کنید.

(فرض کنید  $\pi = \frac{22}{7}$  و پاسخ را تا دو رقم اعشار حساب کنید)

(فراموش نکنید که همه‌ی سطوح را در نظر داشته باشید)

۷. سه عدد داریم:  $3945$ ،  $4686$  و  $5598$ . وقتی که هر سه را بر عدد  $x$  تقسیم می‌کنیم، باقی‌مانده‌هایشان برابر می‌شود. مجموع این باقی‌مانده و عدد  $x$  چند است؟



۸.  $ABCD$  یک مستطیل است و  $AB = 4$  است. مساحت مستطیل  $ABCD$  برابر با مساحت نیم‌دایره به شعاع  $AB$  است. طول پاره‌خط  $EG$  را پیدا کنید. ( $\pi = 3/14$ )

۹. در یک جعبه‌ی مدادرنگی،  $12$  مداد با رنگ‌های مختلف وجود دارد که یکی از آن‌ها مشکی است. معلمی می‌خواهد تعدادی از این مدادرنگی‌ها را به یک دانش‌آموز بدهد. به طوری که حتماً یکی از مدادها مشکی باشد. ممکن است از  $1$  تا  $12$  مدادرنگی به او بدهد. او به چند طریق می‌تواند به او مدادرنگی بدهد؟

۱۰. چند عدد هفت‌رقمی داریم که حداقل یک بار رقم  $7$  در آن‌ها دیده شود؟



## آزمون انفرادی ۲۰۰۴

۱. ۵ کامیون داریم. هر کدام از کامیون‌های A و B اندازه‌ی ۳ تن بار دارند. کامیون‌های C و D هر کدام ۴/۵ تن بار دارند. کامیون E به اندازه‌ی ۱ تن بیشتر از میانگین بارهای کل کامیون‌ها بار دارد. کامیون E چند تن بار دارد؟
۲. فرض کنید  $A = ۲۰۰۳۲۰۰۳۲۰۰۳ \times ۲۰۰۴۲۰۰۴۲۰۰۴$  و  $B = ۲۰۰۴۲۰۰۴۲۰۰۴ \times ۲۰۰۳۲۰۰۳۲۰۰۳$  باشد. مقدار  $A - B$  را پیدا کنید.
۳. پنج جعبه داریم که در هر کدام از آن‌ها تعدادی توپ قرمز و سبز قرار دارد. تعداد توپ‌ها در جعبه‌ها به ترتیب برابر است با: ۱۱۰، ۱۰۵، ۱۰۰، ۱۱۵ و ۱۳۰. اگر یکی از جعبه‌ها را کنار بگذاریم، در چهار جعبه‌ی باقی‌مانده، تعداد توپ‌های قرمز سه برابر توپ‌های سبز است. جعبه‌ای که کنار گذاشته شده، حاوی چند توپ بوده است؟
۴. کوچک‌ترین عدد طبیعی را طوری پیدا کنید که اگر در ۱۲۳ ضرب شود، چهار رقم سمت راست عدد حاصل برابر ۲۰۰۴ شود.
۵. پویا یک ترازوی دوکفه‌ای دارد. او همچنین یک وزنه‌ی ۲۰۰ گرمی و یک وزنه‌ی ۱۰۰۰ گرمی دارد. او می‌خواهد از یک مخزن ۲۰۰۰ گرمی شکر، مقدار ۶۰۰ گرم شکر بردارد. او با حداقل چند حرکت می‌تواند این کار را انجام دهد؟
۶. برای سرخ کردن هر طرف یک ماهی ۶ دقیقه زمان لازم است. در یک ماهی‌تابه فقط ۴ ماهی جای می‌گیرد. حداقل چند دقیقه لازم است تا هر دو طرف ۵ ماهی سرخ شود؟
۷. افشین و سروش به نوبت از یک ظرف، شوکولات برمی‌دارند. ابتدا افشین ۱ شوکولات، سپس سروش ۲ شوکولات، سپس افشین ۳ شوکولات، سپس سروش ۴ شوکولات و همین‌طور تا آخر. آن‌ها آن‌قدر این کار را ادامه می‌دهند تا تعداد شوکولات‌ها در نوبت n، کم‌تر از n باشد، در این موقع کسی که نوبتش است تمام شوکولات‌های باقی‌مانده را برمی‌دارد. هنگامی که کل شوکولات‌ها برداشته شد، افشین ۱۰۱۲ شوکولات دارد. در ابتدا، تعداد کل شوکولات‌ها چند تا بوده است؟
۸. پنج عدد مثبت داده شده است. مجموع عدد اول و پنجم ۱۳ شده است. عدد دوم برابر با یک سوم مجموع این پنج عدد، عدد سوم یک چهارم این مجموع، و عدد چهارم نیز برابر با یک پنجم این مجموع است. مقدار بزرگ‌ترین عدد چند است؟
۹. در یک کلاس ۸۰٪ دانش‌آموزان در رشته‌ی بستکبال، ۸۵٪ در فوتبال، ۷۴٪ در والیبال و ۶۸٪ در تنیس شرکت کردند. حداقل چند درصد دانش‌آموزان در هر چهار رشته شرکت کردند؟



۱۰. ارقام سه عدد ۹۸۶، ۸۵۲ و ۷۴۱ به شکل نزولی هستند، یعنی هر رقم از رقم راستی‌اش کوچک‌تر است. ولی اعداد ۳۴۲، ۵۵۱ و ۶۲۲ این‌گونه نیستند.

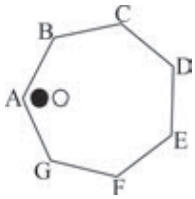
هر کدام از اعداد دنباله‌ی زیر، از سه رقم تشکیل شده‌اند:

۱۰۰، ۱۰۱، ۱۰۲، ۱۰۳، ...، ۹۹۷، ۹۹۸، ۹۹۹

چند تا از اعداد سه رقمی این دنباله، دارای ارقام به شکل نزولی هستند؟

۱۱. در شکل زیر، توپ سیاه هر بار در جهت ساعت‌گرد یک گام جابه‌جا می‌شود. توپ سفید نیز هر بار در جهت پادساعت‌گرد دو

گام جابه‌جا می‌شود. این دو توپ بعد از چند حرکت دوباره به هم‌دیگر می‌رسند؟



۱۲. حاصل عبارت  $۱^۲ - ۲^۲ + ۳^۲ - ۴^۲ + \dots - ۲۰۰۳^۲ - ۲۰۰۴^۲ + ۲۰۰۵^۲$  را حساب کنید.

۱۳. در حین زنگ تفریح، یکی از پنج دانش‌آموز یک عبارت زشت روی تخته نوشت. وقتی که ناظم از آن‌ها پرس و جو کرد، این

جواب‌ها را شنید:

A: «کار B یا C بوده است»

B: «نه من و نه E این کار را نکردیم.»

C: «A و B هر دو دروغ می‌گویند.»

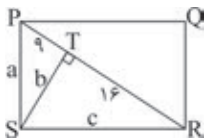
D: «هر دوی A و B راست می‌گویند.»

E: «D راست نمی‌گوید.»

ناظم می‌داند که سه تا از آن‌ها هیچ وقت دروغ نمی‌گویند و دوتای دیگر شاید دروغ بگویند. چه کسی روی تخته، عبارت زشت

را نوشته است؟

۱۴. در شکل زیر، چهارضلعی PQRS یک مستطیل است. مقدار  $a+b+c$  چقدر است؟



۱۵. در شکل زیر اگر  $CA = CE$  باشد، اندازه‌ی  $x$  چقدر است؟

