خلاصه نکات ۱ — دانش فیزیک و مدل‌سازی پدیده‌ها در آن

شناخت دانش فیزیک

فیزیک از بنیادی‌ترین دانش‌ها و شالودهٔ تمام مهندسی‌ها و فناوری‌هاست که به طور مستقیم یا غیر مستقیم در زندگی روزمرهٔ ما نقش دارد. در رابطه با دانش فیزیک، به موارد زیر توجه کنید:

نکات مهم و کاربردی

۱) از آنجایی که فیزیک علمی تجربی است، لازم است درستی قوانین، مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی توسط آزمایش بررسی شوند.

۲) نظریه‌های فیزیکی در طول زمان همواره معتبر نبوده و دچار تغییر می‌شوند.

۳) ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، از نقاط قوت دانش فیزیک محسوب می‌شود.

۴) تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان نسبت به پدیده‌ها، بیشترین نقش را در پیشبرد و تکامل علم فیزیک ایفا کرده است.

۵) مفهوم قانون و اصل در فیزیک:

قانون: گزارهٔ کلی و در عین حال مختصر است که برای دامنهٔ وسیعی از پدیده‌های گوناگون طبیعت معتبر می‌باشد (مانند قوانین نیوتون).

اصل: برای توصیف دامنهٔ محدودتری از پدیده‌های فیزیکی که عمومیت کم‌تری دارند، از اصل استفاده می‌کنیم (مانند اصل پاسکال).

مدل‌سازی در فیزیک

پدیده‌های فیزیکی که در اطراف ما رخ می‌دهند، پیچیدگی‌های بسیاری را به همراه دارند. از این‌رو برای تحلیل آن‌ها، باید بتوانیم کمی آن‌ها را ساده‌تر کنیم. **مدل‌سازی در فیزیک**، فرایندی است که در طی آن یک پدیدهٔ فیزیکی، آن‌قدر ساده و آرمانی می‌شود تا امکان بررسی و تحلیل آن فراهم گردد. البته در عین حال نباید به اصل مسأله خدشه‌ای وارد شود. در واقع فقط عوامل اصلی و تعیین‌کننده را لحاظ کرده و از اثرهای جزئی صرف‌نظر می‌کنیم.

برای درک بهتر مدل‌سازی در فیزیک به مثال زیر توجه کنید:

مثال **مدل‌سازی حرکت توپ بسکتبال در هوا:**

یک توپ بسکتبال پرتاب‌شده در هوا را درنظر بگیرید. در حرکت این توپ عوامل بسیار زیادی تأثیرگذار هستند. از جمله می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

توپ کاملاً به شکل کروی نیست، مقاومت هوا در مسیر توپ وجود دارد، توپ در طی حرکتش به دور خود نیز می‌چرخد، وزن توپ با تغییر فاصله از مرکز زمین تغییر می‌کند و ...

اگر ما بخواهیم اثر تمام این عوامل را لحاظ کنیم، تحلیل ما بسیار پیچیده و مشکل می‌شود. از این‌رو با یک مدل‌سازی ساده‌تر می‌توان موارد زیر را درنظر گرفت:

توپ را همانند یک جسم نقطه‌ای یا ذره در خلأ درنظر گرفته که اثر عوامل ذکرشده (مانند مقاومت هوا و اثر وزش باد) را دیگر لحاظ نمی‌کنیم.

هم‌چنین از تغییر وزن آن در اثر تغییر ارتفاع نیز صرف‌نظر می‌کنیم.

از این‌رو می‌توانیم به راحتی به تحلیل حرکت آن بپردازیم.

الف) توپ بسکتبال در هوا — ب) مدل آرمانی توپ بسکتبال

مفاهیم اولیهٔ فیزیک و اندازه‌گیری

شاخهٔ ۱

پس از بررسی تست‌های این شاخه، برای تسلط بیشتر، در اولویت اول حل تست‌های ۱۰۰، ۱۰۴، ۱۰۶ و ۱۰۸ از قسمت IQ را به شما عزیزان پیشنهاد می‌کنیم.

۱- کدام‌یک از عبارت‌های زیر در رابطه با علم فیزیک نادرست است؟ (برگرفته از کتاب درسی)

۱) در علم فیزیک، قوانین، مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی توسط آزمایش مورد آزمون قرار می‌گیرند.

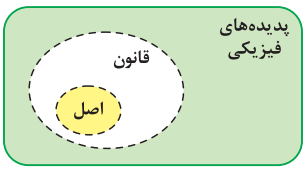
۲) مدل‌ها و نظریه‌های فیزیکی در طول زمان همواره معتبر نیستند.

۳) تفکر نقادانه و اندیشه‌ورزی فعال فیزیک‌دانان نسبت به پدیده‌ها، بیشترین نقش را در پیشبرد و تکامل علم فیزیک ایفا کرده است.

۴) اصلاح نظریه‌های فیزیکی در طول زمان از نقاط ضعف دانش فیزیک است.

gajmarket.com

۲- با توجه به شکل زیر، کدام‌یک از عبارت‌های زیر در مورد اصطلاح‌های قانون و اصل در علم فیزیک نادرست است؟ (برگرفته از کتاب درسی)



۱) قانون‌های فیزیکی برای دامنهٔ وسیعی از پدیده‌های گوناگون طبیعت معتبر هستند.

۲) برای توصیف پدیده‌های فیزیکی که عمومیت کم‌تری دارند، از اصطلاحِ اصل استفاده می‌شود.

۳) دانشمندان برای بیان قانون‌های فیزیکی از گزاره‌های جزئی و مفصل استفاده می‌کنند.

۴) اصل‌ها زیرمجموعه‌ای از قانون‌های فیزیکی هستند.

از اینجا به بعد، سؤالای مدل‌سازی در فیزیک رو براتون آوردیم. یه پک کامل از مدل‌سازی‌هایی که تو فیزیک دهم تا دوازدهم بهشون نیاز دارید.

۳ در رابطه با فرایند مدل‌سازی در فیزیک، کدام‌یک از موارد زیر نادرست است؟ (برگرفته از کتاب درسی)

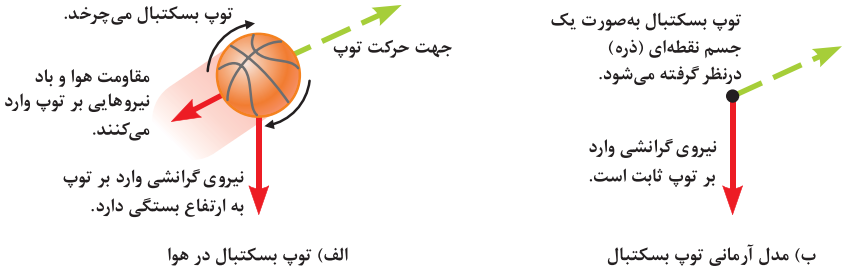
۱) در مدل‌سازی، اثرهای جزئی‌تر در نظر گرفته نمی‌شود تا روی مهم‌ترین ویژگی‌های سامانه (دستگاه) تمرکز شود.

۲) در مدل‌سازی، فقط اثرهای مهم و تعیین‌کننده لحاظ می‌شود.

۳) مدل‌سازی در فیزیک فرایندی است که در آن پدیده‌ها تا حد امکان جزئی‌سازی می‌شوند.

۴) با مدل‌سازی در فیزیک، یک پدیده آن‌قدر ساده‌سازی می‌شود تا امکان تحلیل آن به راحتی فراهم شود.

۴ شکل زیر، نحوهٔ مدل‌سازی آرمانی یک توپ بسکتبال را در هوا نشان می‌دهد: (برگرفته از کتاب درسی)



الف) توپ بسکتبال در هوا

ب) مدل آرمانی توپ بسکتبال

در این مدل‌سازی، از کدام‌یک از موارد زیر صرف‌نظر نشده است؟

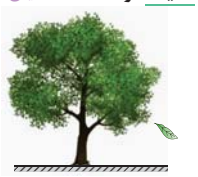
۱) مقاومت هوا ۲) گردش توپ به دور خودش ۳) تغییر نیروی گرانش با تغییر ارتفاع ۴) نیروی گرانش

۵ برای مدل‌سازی و ساخت یک مدل آرمانی برای کدام‌یک از پدیده‌های فیزیکی زیر، می‌توان از مقاومت هوا صرف‌نظر کرد؟ (تألیفی)

۱) سقوط یک قطره باران و رسیدن آن به زمین ۲) رها کردن یک گلولهٔ سنگین و کوچک از بالای یک ساختمان ۵ طبقه

۳) سقوط چترباز از یک ارتفاع بلند ۴) هر سه مورد

۶- مطابق شکل، برگی از درختی جدا می‌شود. برای مدل‌سازی و تحلیل حرکت این برگ پس از جدا شدن از درخت، کدام‌یک از موارد زیر را می‌توان نادیده گرفت؟ (تألیفی)



۱) مقاومت هوا در برابر حرکت برگ

۲) تغییرات وزن برگ از لحظهٔ جدا شدن از درخت تا لحظهٔ رسیدن به سطح زمین

۳) وزن برگ

۴) گزینه‌های (۱) و (۲)

۷- در سؤال قبل، کدام‌یک از گزینه‌های زیر، مدل‌سازی بهتری برای حرکت برگ پس از جدا شدن از درخت را نشان می‌دهد؟ (تألیفی)

۱) نیروی وزن

۲) نیروی مقاومت هوا
نیروی وزن

۳) نیروی مقاومت هوا
نیروی وزن

۴) نیروی مقاومت هوا
نیروی وزن

۸ شکل زیر، نحوهٔ حرکت یک جسم بر روی سطح افقی را نشان می‌دهد. کدام‌یک از موارد زیر، در این مدل‌سازی نباید انجام بگیرد؟ (تألیفی)

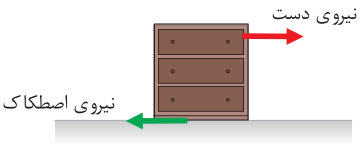
۱) صرف‌نظر کردن از مقاومت هوا

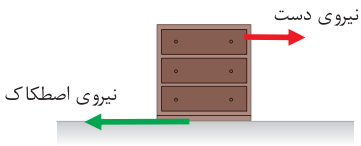
۲) درنظر گرفتن سایبدگی جسم به زمین و کم شدن جرم آن

۳) ذره‌ای فرض کردن جسم

۴) درنظر گرفتن نیروی اصطکاک

۹- در سؤال قبل، کدام‌یک از گزینه‌های زیر، نحوهٔ مدل‌سازی آرمانی حرکت جسم بر روی سطح افقی را بهتر نشان می‌دهد؟ (تألیفی)

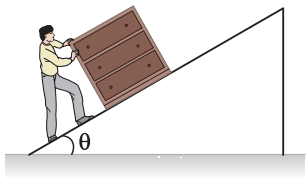
۱)


۲)


۳)

۴)

۱۰ مطابق شکل، کمدی توسط یک شخص بر روی سطح شیبدار به سمت بالا حرکت داده می‌شود. برای مدل‌سازی حرکت این جسم، کدام‌یک از ساده‌سازی‌های زیر را نمی‌توان درنظر گرفت؟ (تألیفی)



۱) جسم را به صورت یک ذره درنظر گرفت.

۲) از مقاومت هوا صرف‌نظر کرد.

۳) از زاویهٔ θ صرف‌نظر کرد.

۴) از تغییرات وزن جسم در هنگام بالا بردن آن، صرف‌نظر کرد.

۱۱- ماهواره‌ای به دور کرهٔ زمین در حال گردش است. در مدل‌سازی نحوهٔ حرکت آن، کدام‌یک از موارد زیر را باید در نظر گرفت؟ (تألیفی)

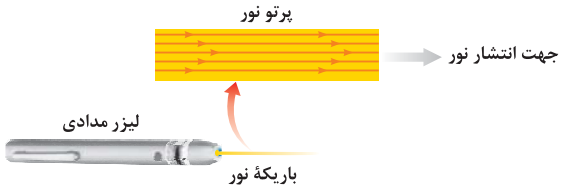
۱) جاذبهٔ بین ماهواره‌های دیگر با آن ماهواره

۲) چرخش زمین به دور خود

۳) جاذبهٔ بین آن ماهواره و زمین

۴) چرخش ماهواره به دور خود

۱۲ در بررسی نور لیزر مدادی در شکل زیر، منبع نور در واقع ..... بوده و در مدل‌سازی، آن را ..... در نظر می‌گیریم. از سوی دیگر پرتوها ..... بوده و در مدل‌سازی آن را ..... در نظر می‌گیریم. (برگرفته از کتاب درسی)



۱) نقطه‌ای ـ گسترده ـ واگرا ـ هم‌گرا

۲) نقطه‌ای ـ گسترده ـ هم‌گرا ـ موازی

۳) گسترده ـ نقطه‌ای ـ هم‌گرا ـ موازی

۴) گسترده ـ نقطه‌ای ـ واگرا ـ موازی

خلاصه نکات ۲ — کمیت‌ها و یکاهای مختلف فیزیکی

کمیت و یکا

ابتدا شما را با دو تعریف مهم کمیت و یکا در این فصل آشنا می‌کنیم:

کمیت: هر پدیدهٔ فیزیکی که قابلیت افزایش یا کاهش داشته باشد و بتوان مقدار آن را اندازه‌گیری کرد، **کمیت** نام دارد.

مثال دمای هوا، فاصلهٔ دو جسم، سرعت یک جسم و ... ، از مواردی هستند که می‌توانند افزایش یا کاهش یابند و می‌توان به آن‌ها مقدار اختصاص داد و در نتیجه کمیت محسوب می‌شوند.

تذکر پدیده‌هایی مانند خوشحالی یک نفر، شور و اشتیاق افراد برای انجام یک کار و ... که مقدار آن‌ها را نمی‌توان اندازه‌گیری کرد، **کیفیت** نامیده می‌شود.

یکا: یکای هر کمیت، مقدار ثابتی از همان کمیت است که واحد اندازه‌گیری آن کمیت محسوب می‌شود. به‌طور مثال یکای کمیت فاصلهٔ دو جسم، متر است و یا یکای اندازه‌گیری سرعت یک جسم، $\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}}$ است.

دقت اگر برای هر کمیت یکای تعریف شده و معینی نداشته باشیم، ارقام حاصل از اندازه‌گیری آن برای ما بی‌معنا خواهد بود. مثلاً ما یک متر را می‌شناسیم و به همین دلیل ارتفاع ۲۰ متری برای یک درخت را می‌توانیم تجسم کنیم.

تذکر یکای انتخاب شده برای یک کمیت، باید مقداری ثابت بوده و در شرایط فیزیکی مختلف تغییر نکند. هم‌چنین باید قابلیت بازتولید در مکان‌های مختلف را داشته باشد.

کمیت و یکاهای اصلی و فرعی

همان‌طور که می‌دانیم بین کمیت‌های مختلف توسط قوانین فیزیک، روابط ریاضی برقرار می‌شود. این روابط به ما اجازه می‌دهند بعضی از کمیت‌ها را برحسب کمیت‌های دیگر بیان کنیم و نیازی به تعریف تعداد زیادی کمیت و یکای اصلی نداشته باشیم. از این رو کمیت‌ها را به دو دستهٔ اصلی و فرعی تقسیم می‌کنیم:

۱) کمیت‌هایی که یکای آن‌ها به‌طور مستقل تعریف شده‌اند و می‌توانیم تمام کمیت‌های دیگر را برحسب آن‌ها تعریف کنیم، **کمیت‌های اصلی** نام دارند و به یکای آن‌ها **یکای اصلی** می‌گوییم.

gajmarket.com

در فیزیک دبیرستان، معمولاً از سیستم بین‌المللی (SI) برای اندازه‌گیری کمیت‌ها استفاده می‌شود. کمیت‌های اصلی تعریف‌شده در این سیستم، به همراه یکای (واحد) آن کمیت‌ها در جدول زیر آورده شده است:

کمیت اصلی	جرم (m)	طول (L)	زمان (t)	دما (T)	مقدار ماده (M)	جریان الکتریکی (I)	شدت روشنایی (I_v)
یکای اصلی مرتبط	کیلوگرم (kg)	متر (m)	ثانیه (s)	کلوین (K)	مول (mol)	آمپر (A)	کندلا (cd)

(۲) سایر کمیت‌های فیزیک، کمیت‌هایی هستند که یکای (واحد) آن‌ها مستقل نبوده و یکای آن‌ها برحسب یکای کمیت‌های اصلی بیان می‌شود. این کمیت‌ها، **کمیت‌های فرعی** نام دارند و در جدول زیر، برخی از کمیت‌های فرعی به همراه یکاهای آن‌ها آورده شده است. به وابستگی یکای این کمیت‌ها به یکاهای اصلی دقت کنید:

چند کمیت فرعی	سرعت	شتاب	فشار	حجم	سطح
یکای مرتبط	متر بر ثانیه (m/s)	متر بر مجذور ثانیه (m/s^2)	پاسکال یا کیلوگرم بر متر مجذور ثانیه $(Pa$ یا $kg/m.s^2)$	مترمکعب (m^3)	مترمربع (m^2)

نکته در برخی از مواقع در سؤالات خواسته می‌شود که یکای یک کمیت فرعی را برحسب یکاهای فرعی و اصلی دیگر بیان کنیم، به‌عنوان یک روش ساده برای پاسخ به این‌گونه سؤالات، ابتدا با توجه به گزینه‌ها، یک رابطهٔ فیزیکی مناسب را بین آن‌ها به‌خاطر آورده و پارامتری که واحد آن موردنظر ماست را در یک طرف تساوی نگه داشته و سایر پارامترها را به‌طرف دیگر تساوی منتقل می‌کنیم. در ادامه و به جای کمیت‌های رابطه، یکای آن‌ها را می‌گذاریم تا یکای (واحد) کمیت موردنظرمان را به‌دست آوریم.

تمرین ۱ **واحد کمیت سرعت را چگونه می‌توان به واحد کمیت‌های اصلی مرتبط کرد؟**

پاسخ رابطه‌ای از سرعت را به‌خاطر می‌آوریم، بنابراین می‌توان نوشت:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow \text{واحد سرعت}\equiv\frac{\text{واحد}\,\Delta x\,(\text{جابه‌جایی})}{\text{واحد}\,\Delta x\,(\text{زمان})}\equiv\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}}(m/s)$$

تمرین ۲ **واحد کمیت نیرو (یعنی نیوتون) را چگونه می‌توان به واحد کمیت‌های اصلی مرتبط کرد؟**

پاسخ با توجه به رابطهٔ $F=ma$، می‌توان نوشت:

$$F=ma\Rightarrow(\text{واحد شتاب})\times(\text{واحد جرم})\equiv\text{واحد نیرو (نیوتون)}\Rightarrow N\equiv kg.\frac{m}{s^2}$$

کمیت‌های نرده‌ای و برداری

در فیزیک کمیت‌ها از یک دیدگاه دیگر به دو دستهٔ نرده‌ای (اسکالر) و برداری تقسیم می‌شوند. در ادامه می‌خواهیم با این کمیت‌ها آشنا شویم:

کمیت‌های نرده‌ای (اسکالر)

کمیت‌هایی که برای نشان دادن آن‌ها از یک عدد و یکای مناسب آن کمیت استفاده می‌کنیم و جمع، تفریق و ضرب آن‌ها از قوانین جبری پیروی می‌کند، **کمیت‌های نرده‌ای** محسوب می‌شوند.

کمیت نرده‌ای طول: ۱۶۵ (عدد) cm (یکا)

تذکر برخی از کمیت‌های نرده‌ای مهم در فیزیک دبیرستان عبارت‌اند از:

زمان، جرم، طول، تندی، دما، فشار، حجم، مساحت، چگالی، مقاومت، ولتاژ، شدت جریان، بار الکتریکی، انرژی، کار، توان و ...

کمیت‌های برداری

کمیت‌هایی که برای نشان دادن آن‌ها علاوه بر عدد و یکای مناسب آن کمیت، از جهت نیز استفاده می‌شود و این کمیت‌ها از قاعدهٔ جمع برداری نیز پیروی می‌کنند، **کمیت‌های برداری** نام دارند.

کمیت برداری شتاب: ۱۰ (عدد) $\frac{m}{s^2}$ (یکا) (به طرف شرق) (جهت)

تذکر برخی از کمیت‌های برداری مهم در فیزیک دبیرستان عبارت‌اند از:

جابه‌جایی، سرعت، شتاب، نیرو، میدان الکتریکی، میدان مغناطیسی و ...

تذکر از حاصل‌ضرب یک کمیت نرده‌ای در یک کمیت برداری، یک کمیت برداری جدید به‌دست می‌آید. به‌طور مثال کمیت برداری نیرو، از حاصل‌ضرب جرم که یک کمیت نرده‌ای است در کمیت برداری شتاب به‌دست می‌آید. در مورد جهت بردارها نیز داریم:

$\vec{F}$ و $\vec{a}$، همواره در جهت یک‌دیگر هستند. $\vec{F}=m\vec{a}\xrightarrow[\text{مثبت است.}]{\text{جرم، عددی}}$

$\vec{A}$ و $\vec{M}$، همواره در خلاف جهت یک‌دیگر هستند. $\vec{A}=K\vec{M}\xrightarrow[\text{منفی باشد.}]{\text{اگر } K}$

سازگاری یکاها در یک رابطهٔ فیزیکی

به‌طور کلی در یک رابطهٔ فیزیکی، یکاهای طرفین رابطه باید با یک‌دیگر معادل باشند. برای این منظور، اگر بخواهیم طرفین یک رابطه برحسب یکاهای SI باشد، باید یکای کمیت‌های داده‌شده در رابطه را به یکاهای SI تبدیل کنیم. به‌عنوان مثال اگر جرم یک جسم برابر ۱۰۰ گرم و شتاب آن برابر ۲ متر بر مربع ثانیه باشد، به منظور سازگاری یکاها در دو طرف رابطهٔ $F=ma$، باید یکای جرم را برحسب کیلوگرم بنویسیم. در این صورت یکای نیرو را می‌توان برحسب یکای نیوتون بیان کرد:

$$F=ma=(\underbrace{0/1}_{\text{جرم برحسب کیلوگرم}}\ \underbrace{kg}_{\text{یکای SI جرم}})\times\left(2\frac{m}{s^2}\right)=0/2\ \underbrace{N}_{\text{یکای SI نیرو}}$$

یکای SI شتاب

برای درک بهتر سازگاری یکاها در معادله، به مثال زیر توجه کنید:

مثال **اگر در معادلهٔ $x=at^2+bt+c$، نماد x معرف طول و نماد t معرف زمان باشد، یکاهای مربوط به a، b و c را به دست آورید.**

پاسخ موضوع بسیار مهمی که باید به آن توجه داشته باشیم این است که اگر چند عبارت را بتوان با هم جمع کرد، لزوماً یکاهای هر کدام از آن‌ها باید با یک‌دیگر برابر باشد. با توجه به این موضوع، یکای هر کدام از عبارت‌های at^2، bt و c اولاً باید با هم یکسان باشد تا این عبارات با هم جمع‌پذیر باشند، ثانیاً با توجه به این‌که عبارت سمت چپ رابطه، معرف طول (x) می‌باشد، یکای هر کدام از عبارت‌های سمت راست نیز باید برحسب متر (m) باشد و در نهایت می‌توان گفت:

$$\underbrace{x}_{\text{برحسب متر }(m)}=\underbrace{at^2}_{m}+\underbrace{bt}_{m}+\underbrace{c}_{m}\Rightarrow\begin{cases}x\text{ یکای}\equiv at^2\text{ یکای عبارت}\Rightarrow m\equiv(a\text{ یکای})\times(s)^2\Rightarrow a\text{ یکای}\equiv\dfrac{m}{s^2}\\ x\text{ یکای}\equiv bt\text{ یکای عبارت}\Rightarrow m\equiv(b\text{ یکای})\times(s)\Rightarrow b\text{ یکای}\equiv\dfrac{m}{s}\\ x\text{ یکای}\equiv c\text{ یکای عبارت}\Rightarrow c\text{ یکای}\equiv m\end{cases}$$

۱۳- مجموعهٔ یکاهای مورد توافق بین‌المللی را به اختصار یکاهای ..... می‌نامند و یکای کمیت‌های فرعی را می‌توان ..... (برگرفته از کتاب درسی)

۱) اصلی ـ برحسب یکاهای اصلی تعیین کرد.
۲) اصلی ـ به طور مستقل تعریف کرد.
۳) SI ـ به طور مستقل تعریف کرد.
۴) SI ـ برحسب یکاهای اصلی تعیین کرد.

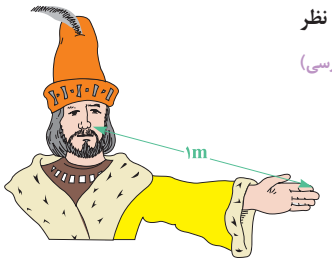
۱۴- در سیستم SI، برای هریک از کمیت‌های علم فیزیک یکای مستقل تعریف نمی‌شود. دلیل این موضوع در کدام عبارت بهتر ذکر شده است؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)

۱) در انتخاب یکا، با منابع محدود روبه‌رو هستیم.
۲) تمام کمیت‌ها در محاسبات کاربرد ندارد.
۳) قوانین و روابط موجود در فیزیک، کمیت‌ها را به هم مربوط می‌کند.
۴) کمیت‌های زیادی بدون یکا (واحد) می‌باشند.

۱۵- کدام‌یک از عبارت‌های زیر، در مورد کمیت‌های اصلی و یکای اندازه‌گیری یک کمیت نادرست است؟ (برگرفته از کتاب درسی)

۱) یکای اندازه‌گیری یک کمیت باید در شرایط فیزیکی تعیین‌شده برای آن تغییر نکند.
۲) یکای اندازه‌گیری یک کمیت باید قابلیت بازتولید در مکان‌های مختلف را داشته باشد.
۳) اصلی‌ترین ویژگی کمیت‌های اصلی، تعریف شدن یکای کوچک برای آن‌ها است.
۴) اساس دستگاه بین‌المللی یکاها را یکای هفت کمیت اصلی تشکیل می‌دهد.

۱۶ اگر یکای طول، به صورت فاصلهٔ نوک بینی تا نوک انگشتان دست کشیده‌شده و یکای زمان، تعداد ضربان قلب شخص در نظر گرفته شود، مهم‌ترین مشکل این انتخاب برای یکاها کدام است؟ (برگرفته از کتاب درسی)



۱) قابل دسترس نبودن
۲) تغییرپذیر بودن
۳) کوچک بودن
۴) بزرگ بودن

۱۷ در کدام‌یک از موارد زیر، همهٔ کمیت‌ها فرعی هستند؟ (تجربی داخل ۹۸)

۱) جرم، زمان، فشار
۲) چگالی، تندی، انرژی
۳) چگالی، جریان الکتریکی، حجم
۴) شدت روشنایی، مقدار ماده، زمان

۱۸ کدام کمیت‌ها، همگی از کمیت‌های اصلی هستند؟ (تجربی خارج ۹۸)

۱) دما، نیرو، فشار
۲) فشار، زمان، سرعت
۳) جریان الکتریکی، جرم، نیرو
۴) دما، جریان الکتریکی، جرم

۱۹- ..... از کمیت‌های اصلی و ..... از کمیت‌های فرعی می‌باشند. (ریاضی داخل ۸۶)

۱) حجم و جرم ـ زمان و انرژی
۲) جرم و زمان ـ طول و نیرو
۳) طول و جرم ـ مساحت و نیرو
۴) نیرو و دما ـ سرعت و جریان الکتریکی

۲۰ جرم و زمان از ..... و کیلوگرم و ثانیه از ..... می‌باشند. (ریاضی خارج ۸۶)

۱) یکاهای فرعی ـ یکاهای اصلی ۲) یکاهای اصلی ـ کمیت‌های فرعی ۳) کمیت‌های اصلی ـ یکاهای اصلی ۴) کمیت‌های اصلی ـ کمیت‌های فرعی

۲۱ کدام کمیت‌ها همگی فرعی و نرده‌ای هستند؟ (ریاضی داخل ۹۷)

۱) نیرو ـ جرم ـ گرمای ویژه ۲) انرژی جنبشی ـ شار مغناطیسی ـ شتاب

۳) فشار ـ جرم ـ میدان مغناطیسی ۴) انرژی جنبشی ـ شار مغناطیسی ـ فشار

۲۲ در میان کمیت‌های «دما، سرعت، فشار، زمان، طول، نیرو و تندی»، به ترتیب از راست به چپ، به تعداد ..... عدد کمیت برداری و ..... عدد کمیت اصلی وجود دارد.

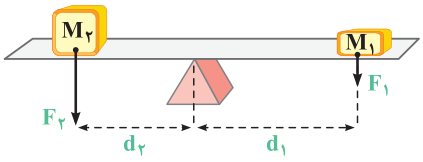
۱) ۴، ۲ ۲) ۴، ۳ ۳) ۲، ۳ ۴) ۴، ۴ (مکمل مفهومی ریاضی ۹۷ و تجربی ۹۸)

۲۳ در کدام‌یک از گزینه‌های زیر، کمیت مورد نظر به همراه یکای آن برحسب یکاهای اصلی، نادرست بیان شده است؟ (تألیفی)

۱) انرژی ـ $kg.m^2/s^2$ ۲) فشار ـ $kg/m^2.s^2$ ۳) شدت روشنایی ـ کَندِلا (شمع) ۴) تندی ـ m/s

اینم یاد و خاطره‌ای از علوم پایهٔ نهم ...

۲۴- در شکل مقابل، گشتاور نیروی ناشی از بستهٔ سمت چپ، بیشتر از بستهٔ سمت راست است. یکای گشتاور نیرو برحسب یکاهای اصلی برابر کدام‌یک از گزینه‌ها است؟ (تألیفی)



۱) $kg.m^3/s^2$ ۲) $kg.m^2/s^2$

۳) $kg.m/s^2$ ۴) $kg.m/s$

۲۵ در تعریف یکای کمیت انرژی، از α عدد کمیت اصلی متفاوت و در تعریف یکای کمیت نیرو، از β عدد کمیت اصلی متفاوت استفاده شده است. نسبت $\frac{\alpha}{\beta}$ کدام است؟ (تألیفی)

۱) $\frac{5}{4}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{3}{4}$

اینم چند تا تست که شما رو با سازگاری یکاها بیشتر آشنا می‌کنه ...

۲۶ فرض کنید که برای متحرکی، بین نیروی وارد بر متحرک (F) و مکان متحرک (x)، رابطهٔ $F=-kx$ برقرار است. یکای k در SI کدام است؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)

۱) کیلوگرم در مربع ثانیه ۲) کیلوگرم در مکعب ثانیه ۳) کیلوگرم بر مربع ثانیه ۴) کیلوگرم بر مکعب ثانیه

۲۷- نیروی وارد بر یک جسم به صورت $F=b^{\alpha}c^{\beta}d^{\gamma}$ است که یکای کمیت‌های b، c و d به ترتیب m، kg و $\frac{1}{s}$ هستند. اعداد α، β و γ به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟ (تألیفی)

۱) ۱ و ۱ و ۱ ۲) ۲ و ۱ و ۱ ۳) ۱ و ۱ و ۲ ۴) ۱ و ۲ و ۲

۲۸ در رابطهٔ فیزیکی $A=\frac{B^2}{C}+CDE$، اگر کمیت A برحسب ژول (J) و کمیت C برحسب کیلوگرم (kg) باشند، یکای کمیت $\frac{B^2}{DE}$ در SI کدام است؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)

۱) $kg.m/s$ ۲) m^2/s^2 ۳) $kg^2.m^2/s^2$ ۴) kg^2

خلاصه نکات ۳ — آشنایی با پیشوندها و نمادگذاری علمی

در این خلاصه نکات می‌خواهیم سه مهارت پرکاربرد زیر را به‌دست آوریم:

مهارت اول: استفاده از پیشوندها

در فیزیک گاهی اوقات که کمیت اندازه‌گیری‌شده خیلی کوچک و یا خیلی بزرگ است، اگر بخواهیم از یکای استاندارد آن استفاده کنیم، باید از اعداد با رقم‌های زیاد استفاده کنیم. برای جلوگیری از این موضوع از پیشوندها استفاده می‌کنیم، این پیشوندها همگی به‌صورت 10^n هستند و کار ما را در نوشتن اعداد ساده‌تر می‌سازند. به‌عنوان مثال به جای این‌که بگوییم ۱۰۰۰ متر، می‌گوییم یک کیلومتر یا به جای ۰/۰۱ متر از یک سانتی‌متر استفاده می‌کنیم.

تذکر پیشوندهای مورد استفاده در فیزیک می‌توانند پیشوندهای بزرگ‌تر از واحد (برای مقادیر بزرگ) و یا کوچک‌تر از واحد (برای مقادیر کوچک) باشند. در زیر پیشوندهای مهم را آورده‌ایم:

پیشوندهای بزرگ‌تر از واحد	نام	ترا	گیگا	مگا	کیلو	هکتو	دکا
	نماد	T	G	M	k	h	da
	معنا	$\times 10^{12}$	$\times 10^{9}$	$\times 10^{6}$	$\times 10^{3}$	$\times 10^{2}$	$\times 10^{1}$

پیشوندهای کوچک‌تر از واحد	نام	پیکو	نانو	میکرو	میلی	سانتی	دسی
	نماد	p	n	μ	m	c	d
	معنا	$\times 10^{-12}$	$\times 10^{-9}$	$\times 10^{-6}$	$\times 10^{-3}$	$\times 10^{-2}$	$\times 10^{-1}$

پیشوندهای دیگه‌ای هم هست که نسبت به پیشوندهایی که گفتیم کاربردش کم‌تره و حفظی نیست، چندتاشو ببینید:

پیشوندهای بزرگ‌تر از واحد	نام	یوتا	زِتا	اِگزا	پِتا
	نماد	Y	Z	E	P
	معنا	$\times ۱۰^{۲۴}$	$\times ۱۰^{۲۱}$	$\times ۱۰^{۱۸}$	$\times ۱۰^{۱۵}$

پیشوندهای کوچک‌تر از واحد	نام	یوکتو	زِپتو	آتو	فِمتو
	نماد	y	z	a	f
	معنا	$\times ۱۰^{-۲۴}$	$\times ۱۰^{-۲۱}$	$\times ۱۰^{-۱۸}$	$\times ۱۰^{-۱۵}$

مهارت دوم: نمایش عددها به‌کمک نمادگذاری علمی

یک روش دیگر جهت نمایش اعداد خیلی بزرگ یا خیلی کوچک، استفاده از نمادگذاری علمی است. در این روش مقدار یک پارامتر را به‌صورت $A = a \times ۱۰^{\pm n}$ نمایش داده که a یک عدد حقیقی $(۱ \le a < ۱۰)$ و n یک عدد طبیعی است. برای درک بهتر به مثال‌های زیر توجه کنید:

توجه

(۱) $۰/۰۰۰۰۰۱۲ = ۱/۲ \times ۱۰^{-۶}$ (۶ رقم)

(۲) $۱۲۰۰۰ = ۱/۲ \times ۱۰^{۴}$ (۴ رقم)

(۳) $۰/۰۰۴۰۸۰۱ = ۴/۰۸۰۱ \times ۱۰^{-۳}$ (۳ رقم)

(۴) $۱۰۳۴۸۰۰۱ = ۱/۰۳۴۸۰۰۱ \times ۱۰^{۷}$ (۷ رقم)

ممیز را به سمت راست (جلو) جابه‌جا کنیم $\Leftarrow (n < ۰)۱۰^{n}$ $\Leftarrow$ مثال‌های (۱) و (۳)

ممیز را به سمت چپ (عقب) جابه‌جا کنیم $\Leftarrow (n > ۰)۱۰^{n}$ $\Leftarrow$ مثال‌های (۲) و (۴)

مهارت سوم: استراتژی تبدیل یکا در فیزیک

در بسیاری از اوقات در حل مسائل فیزیکی، باید یک کمیت را از یک مقیاس به مقیاس دیگر تبدیل کنیم. به‌طور مثال فرض کنید می‌خواهیم ۱۲ سانتی‌متر را برحسب متر بازنویسی کنیم. در این مواقع، از دو استراتژی زیر می‌توانیم استفاده کنیم:

استراتژی ۱: همان‌طور که می‌دانیم هر سانتی‌متر، $۱۰^{-۲}$ متر است. بنابراین خیلی سریع به کمک شیوهٔ زیر عمل می‌کنیم:

$$۱\,\text{cm} \equiv ۱ \times ۱۰^{-۲}\,\text{m} = ۱۰^{-۲}\,\text{m} \quad (\text{یعنی } ۱۰^{-۲})$$

$$x = ۱۲\,\text{cm} \xrightarrow[\text{به متر}]{\text{تبدیل سانتی‌متر}} x = ۱۲ \times ۱۰^{-۲}\,\text{m} = ۰/۱۲\,\text{m}$$

استراتژی ۲: در این روش که در کتاب درسی به آن اشاره شده است، از یک تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم. برای این منظور، اندازهٔ کمیت موردنظر را در یک عامل تبدیل (یعنی نسبتی از یکاها که برابر یک است) ضرب می‌کنیم. برای مثال، چون $۱\,\text{m}$ برابر $۱۰۰\,\text{cm}$ است، داریم:

$$\frac{۱\,\text{m}}{۱۰۰\,\text{cm}} = ۱ \quad , \quad \frac{۱۰۰\,\text{cm}}{۱\,\text{m}} = ۱$$

بنابراین، هر دو کسر بالا که برابر یک هستند را می‌توان به عنوان عامل تبدیل به‌کار برد (دقت کنید که ذکر یکاها در صورت و مخرج کسر الزامی است). از آنجا که ضرب کردن هر کمیت در عدد یک، اندازهٔ آن کمیت را تغییر نمی‌دهد، هرگاه عامل تبدیلی را مناسب بدانیم، می‌توانیم از آن برای تبدیل یکا استفاده کنیم. برای مثال، یکای cm را در عدد $۱۲\,\text{cm}$، به‌صورت زیر به m تبدیل می‌کنیم:

$$۱۲\,\text{cm} = (۱۲\,\text{cm})(۱) = (۱۲\,\text{cm})\underbrace{\left(\frac{۱\,\text{m}}{۱۰۰\,\text{cm}}\right)}_{\text{عامل تبدیل}} = ۰/۱۲\,\text{m}$$

برای تسلط بیشتر بر روی مفاهیم فوق، به تمرین‌های زیر توجه کنید:

تمرین ۱ **۷۲ کیلومتر بر ساعت چند متر بر ثانیه است؟**

پاسخ با هر یک از دو استراتژی مطرح شده در فوق، به این سؤال پاسخ می‌دهیم:

استراتژی ۱: نحوهٔ حل به شکل زیر است:

$$\text{تندی}: v = ۷۲\frac{\text{km}}{\text{h}} \xrightarrow[\text{تبدیل ساعت به ثانیه در مخرج}]{\text{تبدیل کیلومتر به متر در صورت}} v = ۷۲ \times \frac{۱۰۰۰\,\text{m}}{۶۰ \times ۶۰\,\text{s}} = ۷۲ \times \frac{۱۰۰۰}{۳۶۰۰}\frac{\text{m}}{\text{s}} = ۲۰\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

gajmarket.com

استراتژی ۲: با کمک دو عامل تبدیل، می‌توان $\frac{km}{h}$ را به $\frac{m}{s}$ تبدیل کرد:

$$v = ۷۲\frac{km}{h} = (۷۲\frac{km}{h})\times(۱)\times(۱) = (۷۲\frac{km}{h})\times(\frac{۱h}{۳۶۰۰s})\times(\frac{۱۰۰۰m}{۱km}) = ۲۰\frac{m}{s}$$

عامل تبدیل برای تبدیل h به s ← ... ← عامل تبدیل برای تبدیل km به m

تذکر در تمرین ۱، از شیوهٔ تبدیل یکای $\frac{km}{h}$ به $\frac{m}{s}$ در استراتژی دوم که مدنظر کتاب پایهٔ دهم است، موارد بسیار مهم زیر برداشت می‌شود:

۱) با توجه به این‌که یکای km به m و یکای h به s باید تبدیل شود، عملاً به دو عامل تبدیل نیاز داریم.

۲) در نوشتن عامل تبدیل مرتبط با تبدیل واحد h به s، چون h در مخرج یکای $\frac{km}{h}$ است، در عامل تبدیل برای ساده شدن، h باید در صورت و s در مخرج باشد.

همین تفکر برای km نیز حاکم است. به ساده شدن‌ها در رابطهٔ زیر توجه کنید:

$$۷۲\frac{km}{h} = ۷۲\frac{km}{h}\times\frac{۱h}{۶۰\times۶۰s}\times\frac{۱۰۰۰m}{۱km} = ۲۰\frac{m}{s}$$

m می‌ماند ↑ ... ثانیه می‌ماند ↓

تمرین ۲ **جرم جسمی ۰/۰۰۵ میلی‌گرم اندازه‌گیری شده است. جرم این جسم به‌صورت نمادگذاری علمی چند مگاگرم است؟**

پاسخ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: ابتدا میلی‌گرم را به گرم و سپس گرم را به مگاگرم تبدیل می‌کنیم:

$$m = ۰/۰۰۵mgr = ۰/۰۰۵\times۱۰^{-۳}gr \xrightarrow[\text{مگا گرم}]{\text{تبدیل گرم به}} m = ۰/۰۰۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰^{-۶}Mgr = ۰/۰۰۵\times۱۰^{-۹}Mgr$$

تذکر به‌طور کلی این‌گونه به‌خاطر بسپاریم که برای تبدیل واحد بزرگ مگاگرم به واحد کوچک گرم (قطعه‌های کوچک‌تر) باید تعداد آن‌ها افزایش یابد، یعنی باید در عدد مثبت ۱۰ ضرب کنیم. از طرفی برای تبدیل واحد کوچک گرم به واحد بزرگ مگاگرم (قطعه‌های بزرگ‌تر) باید تعداد آن‌ها کاهش یابد، یعنی در عدد منفی ۱۰ ضرب کنیم.

$$\underset{\text{واحد بزرگ}}{۱Mgr} = ۱۰^{۶}\underset{\text{واحد کوچک}}{gr} \Rightarrow \underset{\text{واحد کوچک}}{۱gr} = ۱۰^{-۶}\underset{\text{واحد بزرگ}}{Mgr}$$

گام دوم: عدد به‌دست آمده را به شیوهٔ نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$m = \underset{\text{۳ رقم}}{۰/۰۰۵}\times۱۰^{-۹}Mgr = ۵\times۱۰^{-۳}\times۱۰^{-۹}Mgr = \underset{۱\le a<۱۰}{۵\times۱۰^{-۱۲}}Mgr$$

عدد صحیح ↑

تمرین ۳ **زمان انجام یک واکنش بسیار سریع، ۴۰ میکروثانیه است. زمان انجام این واکنش مطابق شیوهٔ نمادگذاری علمی، چند پیکوثانیه است؟** (تألیفی)

۱) ۴۰×۱۰^{۶} ۲) ۴×۱۰^{۷} ۳) ۴۰×۱۰^{۳} ۴) ۴×۱۰^{۴}

پاسخ برای پاسخ دادن به این سؤال، ابتدا روند تبدیل واحد را انجام می‌دهیم. به‌همین منظور میکروثانیه را به ثانیه و سپس ثانیه را به پیکوثانیه تبدیل می‌کنیم:

$$t = ۴۰\mu s \xrightarrow[\text{به ثانیه}]{\text{تبدیل میکروثانیه}} t = ۴۰\times(۱۰^{-۶}s) \xrightarrow[\text{به پیکوثانیه}]{\text{تبدیل ثانیه}} t = ۴۰\times۱۰^{-۶}\times(۱۰^{۱۲}ps) = ۴۰\times۱۰^{۶}ps$$

حال مقدار به‌دست آمده را به روش نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$t = \underset{\text{یک رقم}}{۴۰}\times۱۰^{۶}ps = ۴\times\overset{۱}{۱۰}\times۱۰^{۶}ps = ۴\times۱۰^{۷}ps$$ (گزینهٔ ۲)

دقت

$$۱ps = ۱۰^{-۱۲}s \xrightarrow{\text{یا}} ۱s = ۱۰^{+۱۲}ps$$

این قسمت رو خیلی خوب یاد بگیرید، چون تو کل فیزیک بهش نیاز دارید و باید این پیشوندها رو همیشه به خاطر بسپارید...

۲۹ **هر میلی‌لیتر معادل با ..... است و هر دسی‌متر مکعب معادل با ..... است.** (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

۱) سانتی‌متر مکعب، لیتر ۲) سانتی‌متر مکعب، میلی‌لیتر ۳) دسی‌متر مکعب، لیتر ۴) دسی‌متر مربع، میلی‌لیتر

۳۰- جرم هسته‌ای ۱۶۷۷×۱۰^{-۳۰} برابر واحد SI است. جرم این هسته به صورت نمادگذاری علمی چند نانوگرم است؟ (تألیفی)

۱) ۱۶۷۷×۱۰^{-۱۸} ۲) ۱۶۷۷×۱۰^{-۱۵} ۳) $۱/۶۷۷\times۱۰^{-۱۵}$ ۴) $۱/۶۷۷\times۱۰^{-۱۸}$

۳۱ **فاصلهٔ بین دو شهر A و B برابر ۷۸ کیلومتر است. اگر این فاصله به صورت نمادگذاری علمی برحسب پیکومتر به صورت $۷/۸\times۱۰^{n}$ نشان داده شود، عدد n کدام است؟** (تألیفی)

۱) ۱۴ ۲) ۱۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۷

۳۲ **حداکثر جرمی که بر روی یک میز شیشه‌ای می‌توان قرار داد، برابر ۲۵ کیلوگرم است. کدام‌یک از بسته‌های زیر را می‌توان بر روی این میز قرار داد تا شیشه نشکند؟** (تألیفی)

۱) $۱/۲۵\times۱۰^{۱۱}\mu g$ ۲) $۵\times۱۰^{۷}mg$ ۳) $۷/۵\times۱۰^{۱۲}ng$ ۴) $۴/۵\times۱۰^{-۴}Gg$

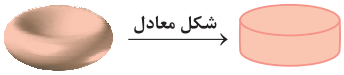
۳۳- زمان انجام یک واکنش بسیار سریع، ۴۰ میکروثانیه است. زمان انجام این واکنش مطابق با شیوهٔ نمادگذاری علمی، چند پیکوثانیه است؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)

۱) ۴۰×۱۰^{۶} ۲) ۴×۱۰^{۷} ۳) ۴۰×۱۰^{۳} ۴) ۴×۱۰^{۴}

۳۴- کدام‌یک از مقایسه‌های زیر نادرست است؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)

۱) $۵۴۰\,dm > ۳/۸ \times ۱۰^{-۴}\,km$
۲) $۲/۷ \times ۱۰^{۲۵}\,pm < ۹/۸ \times ۱۰^{۶}\,Mm$
۳) ده هزار دکامتر مربع = صد هکتار
۴) هزار کیلومتر مربع > یک گیگامتر مربع

۳۵- اگر گلبول قرمز را بتوان به صورت یک استوانه به حجم $۱۰^{۱۱}\,nm^۳$ و ضخامت $۲/۵\,\mu m$ شبیه‌سازی کرد، در این صورت مساحت قاعدهٔ آن چند میلی‌متر مربع خواهد بود؟ (تألیفی)



۱) ۴×۱۰^{-۵}
۲) ۴×۱۰^{-۱۱}
۳) $۲/۵ \times ۱۰^{-۵}$
۴) $۲/۵ \times ۱۰^{-۱۱}$

۳۶- عرض یک صفحهٔ مستطیلی $۹\,nm$ و طول آن $۰/۲\,\mu m$ است. مساحت آن به شیوهٔ نمادگذاری علمی چند $m^۲$ است؟ (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

۱) ۱۸×۱۰^{-۱۶}
۲) $۱/۸ \times ۱۰^{-۱۶}$
۳) $۱/۸ \times ۱۰^{-۱۵}$
۴) $۱/۸ \times ۱۰^{-۱۴}$

۳۷ به دلیل ترکیدن یک لوله، آب با آهنگ $۲۰۰\,cm^۳$ در هر ثانیه هدر می‌رود. اگر ۱۰ ساعت طول بکشد تا این لوله تعمیر شود، در این مدت‌زمان، چند لیتر آب هدر می‌رود؟ (تألیفی)

۱) ۶۰۰
۲) ۶۰۰۰
۳) ۷۲۰
۴) ۷۲۰۰

تو چند تا تست بعدی، پیشوندهایی رو که کم‌تر کاربرد دارند، می‌بینید. با تمرکز این سؤالا رو حل کنید تا روی مبحث تبدیل واحد، کاملاً مسلط بشید ...

۳۸- قد یک کودک ۱۰ ساله برابر $۱۵۲/۴\,cm$ اندازه‌گیری شده است. قد این کودک، برابر چند فوت است؟ (هر اینچ برابر $۲/۵۴\,cm$ و هر فوت، برابر $۱۲\,inch$ در نظر گرفته شود.) (تألیفی)

۱) ۵
۲) ۷/۵
۳) ۱۰
۴) ۱۲/۵

۳۹ فاصلهٔ دو شهر A و B از یک‌دیگر، برابر ۳۱۲ کیلومتر است. این فاصله بر حسب ذرع و فرسنگ، به شیوهٔ نمادگذاری علمی به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (هر ذرع ۱۰۴ سانتی‌متر و هر فرسنگ معادل ۶۰۰۰ ذرع است.) (برگرفته از کتاب درسی)

۱) ۵×۱۰^{۲} ، $۳/۱۲ \times ۱۰^{۵}$
۲) ۵×۱۰^{۰} ، $۳/۱۲ \times ۱۰^{۴}$
۳) ۵×۱۰^{۱} ، $۳/۱۲ \times ۱۰^{۵}$
۴) ۵×۱۰^{۱} ، $۳/۱۲ \times ۱۰^{۴}$

۴۰ جرم یک قطعه سنگ قیمتی ۲۰۰ قیراط است و هر قیراط معادل ۲۰۰ میلی‌گرم است. جرم این سنگ چند گرم است؟ (ریاضی خارج ۹۸)

۱) ۴
۲) ۱۰
۳) ۴۰
۴) ۱۰۰

۴۱ جرم یک ساختمان دو طبقه، حدوداً $۶۲۲۰۸\,kg$ تخمین زده شده است. جرم این ساختمان، به‌صورت نمادگذاری علمی چند خروار است؟ (هر مثقال معادل $۴/۸۶\,gr$، هر من تبریز معادل ۶۴۰ مثقال و هر خروار معادل ۱۰۰ من تبریز می‌باشد.) (مکمل محاسباتی ریاضی ۹۸)

۱) ۲×۱۰^{-۲}
۲) ۲×۱۰^{۲}
۳) ۴×۱۰^{۲}
۴) ۲×۱۰^{۱}

۴۲- فاصلهٔ متوسط زمین تا خورشید، چند برابر یکای نجومی (AU) است؟ (برگرفته از کتاب درسی)

۱) ۲
۲) ۱
۳) ۴
۴) ۳

۴۳- تندی یک ناوشکن، برابر ۴۰۰ گرهٔ دریایی است. این ناوشکن به‌صورت نمادگذاری علمی، در طی چند میکروثانیه مسافت ۲ مایل را طی می‌کند؟ (هر گرهٔ دریایی تقریباً $۰/۵\,m/s$ و هر مایل دریایی، حدوداً ۱۸۵۰ متر است.) (کتاب درسی)

۱) $۳/۷ \times ۱۰^{۶}$
۲) $۳/۷ \times ۱۰^{۷}$
۳) $۱/۸۵ \times ۱۰^{۶}$
۴) $۱/۸۵ \times ۱۰^{۷}$

۴۴ یکی از واحدهای متداول حجم در برخی کشورها، گالن می‌باشد که تقریباً برابر ۴/۴ لیتر است. اگر ۶ گالن آب در یک استوانه به قطرِ قاعدهٔ $۴۰\,cm$ ریخته شود، ارتفاع آب در استوانه چند میلی‌متر می‌شود؟ $(\pi = ۳)$ (برگرفته از امتحانات کشوری)

۱) ۵۵
۲) ۲۲۰
۳) ۱۱۰
۴) ۴۴۰

خلاصه نکات ۴ — دقت اندازه‌گیری

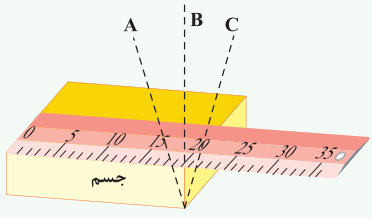
همان‌طور که می‌دانید، اندازه‌گیری همیشه با خطا همراه است. به‌طور کلی برای افزایش دقت اندازه‌گیری، عوامل زیر تأثیرگذار است:

۱) دقت شخص آزمایشگر
۲) تعداد دفعات اندازه‌گیری
۳) کیفیت و دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری مورد استفاده

در رابطه با موارد ۱ و ۲، به نکات کاربردی زیر توجه کنید:

نکات مهم و کاربردی

۱) مهارت شخص آزمایشگر در قرائت عدد اندازه‌گیری شده، می‌تواند تأثیر قابل توجهی بر روی دقت اندازه‌گیری داشته باشد. به‌طور مثال در شکل مقابل که تفاوت زاویهٔ دید افراد مختلف را در اندازه‌گیری نشان می‌دهد، شخص B که به‌صورت عمود بر جسم نتیجهٔ اندازه‌گیری را قرائت می‌کند، عملاً بیشترین دقت را در اندازه‌گیری داشته و خطای آن از سایرین کم‌تر است.



gajmarket.com

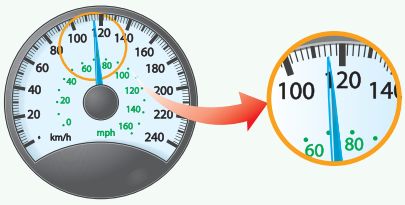
۲) برای کاهش خطای ناشی از اندازه‌گیری، می‌توان کمیت موردنظر را چندین‌بار اندازه‌گیری کرد و در نهایت میانگین آن‌ها را به‌عنوان نتیجهٔ اندازه‌گیری آن کمیت درنظر گرفت. البته دقت کنید که اگر در نتایج مختلف اندازه‌گیری، یک یا دو عدد اختلاف زیادی با دیگر اعداد داشته باشند (داده‌های پرت) آن‌ها را حذف کرده و در میانگین‌گیری به‌حساب نمی‌آوریم. به‌طور مثال در شکل زیر که هر یک از خطوط آبی رنگ نتیجهٔ یک اندازه‌گیری می‌باشد، دادهٔ به‌دست آمده در سمت چپ که اختلاف زیادی با بقیهٔ اعداد دارد را حذف کرده و در میانگین‌گیری وارد نمی‌کنیم.

در رابطه با دقت وسایل اندازه‌گیری به ادامهٔ بحث توجه کنید. دقت کنید که برای تعیین دقت اندازه‌گیری، باید به نوع آن دستگاه (یعنی مدرج یا دیجیتالی بودن آن) توجه کنیم. به همین منظور ابتدا به تحلیل دستگاه‌های مدرج و سپس دیجیتال می‌پردازیم:

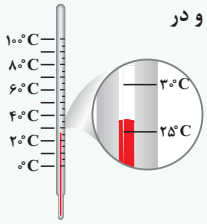
دقت اندازه‌گیری در وسایل درجه‌بندی‌شده

در وسایل درجه‌بندی شده (مانند خطکش فلزی) که در نهایت عدد اندازه‌گیری شده را با چشم تخمین می‌زنیم، دقت اندازه‌گیری یک خطکش و یا یک وسیلهٔ درجه‌بندی شده، برابر کوچک‌ترین مقدار درجه‌بندی آن می‌باشد. به‌عنوان مثال در یک خطکش مدرج برحسب سانتی‌متر، دقت اندازه‌گیری ۱cm است.

تمرین ۱ **در شکل (۱)، دقت اندازه‌گیری توسط تندی‌سنج چند کیلومتر بر ساعت و در شکل (۲)، دقت اندازه‌گیری توسط دماسنج، چند درجهٔ سلسیوس است؟**



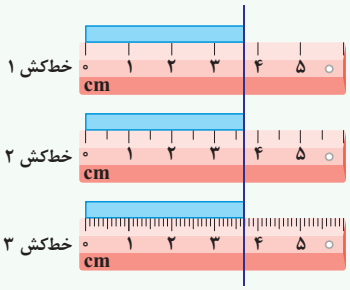
شکل(۱)



شکل(۲)

پاسخ با توجه به این‌که کوچک‌ترین تقسیم‌بندی تندی‌سنج برابر $2\frac{km}{h}$ است، دقت اندازه‌گیری این تندی‌سنج برابر $2\frac{km}{h}$ است. از سوی دیگر کوچک‌ترین تقسیم‌بندی دماسنج برابر $5^{\circ}C$ بوده و دقت اندازه‌گیری آن نیز $5^{\circ}C$ است.

تمرین ۲ **در سه تصویر نشان داده‌شده، دقت اندازه‌گیری توسط هر خطکش را با هم مقایسه کنید.**



پاسخ **خطکش ۱:** کمینهٔ درجه‌بندی این خطکش، برابر ۱cm و در نتیجه دقت آن نیز برابر ۱cm است.

خطکش ۲: کمینهٔ درجه‌بندی این خطکش، برابر ۰/۵cm و در نتیجه دقت آن نیز برابر ۰/۵cm است.

خطکش ۳: کمینهٔ درجه‌بندی این خطکش، برابر ۱mm و در نتیجه دقت آن نیز برابر ۱mm است. با توجه به تقسیم‌بندی‌های ریزتر خطکش (۳)، با کمک آن می‌توان طول‌ها را دقیق‌تر اندازه‌گیری کرد.

دقت اندازه‌گیری در وسایل رقمی (دیجیتال)

با پیشرفت علم، در بسیاری از موارد عملاً اندازه‌گیری با وسایل دیجیتالی (رقمی) انجام می‌شود و دیگر به کمک چشم مقدار کمیت موردنظر تخمین زده نمی‌شود. دقت اندازه‌گیری برای وسایل دیجیتالی با وسایل درجه‌بندی شده که تاکنون بررسی کردیم، تفاوت دارد و در مورد آن نکات زیر حائز اهمیت است:

۱) در این دستگاه‌ها، یک واحد از کوچک‌ترین (آخرین) رقمی که توسط دستگاه اندازه‌گیری می‌شود **معادل با دقت دستگاه** است. به‌عنوان مثال دماسنج‌های دیجیتالی زیر را درنظر بگیرید:

در این شکل‌ها، دقت دماسنج شکل (۱) که عدد $26/8^{\circ}C$ را می‌خواند برابر $0/1^{\circ}C$ و دقت دماسنج شکل (۲) که عدد $32^{\circ}C$ را می‌خواند برابر $1^{\circ}C$ است.

دماسنج (۲) دماسنج (۱)

۲) در شکل‌های نشان داده شده در فوق، دماسنج (۱) دقت بیشتری نسبت به دماسنج (۲) دارد و اگر بخواهیم اعداد اندازه‌گیری شده توسط آن‌ها را دقیق‌تر نشان دهیم، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

(۲) عدد دماسنج : $3\overset{\downarrow}{2}^{\circ}C \pm 1^{\circ}C$
آخرین رقمی که دماسنج نشان می‌دهد.

(۱) عدد دماسنج : $26/\overset{\downarrow}{8}^{\circ}C \pm 0/1^{\circ}C$
آخرین رقمی که دماسنج نشان می‌دهد.

۳ در دماسنج (۱)، عملاً عدد واقعی اندازه‌گیری شده برای دما، در محدودهٔ زیر قرار می‌گیرد:

$$\underbrace{۲۶/۸-۰/۱}_{۲۶/۷^\circ C} \leq \text{عدد واقعی دما در دماسنج (۱)} \leq \underbrace{۲۶/۸+۰/۱}_{۲۶/۹^\circ C}$$

۴ در اندازه‌گیری با دستگاه‌های دیجیتالی، برای محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری، می‌توان به‌جای آخرین رقم سمت راست، عدد یک و به‌جای بقیهٔ رقم‌ها عدد صفر گذاشت و ممیز در سرجای خود باقی می‌ماند. با این روش، دقت اندازه‌گیری برحسب واحد داده شده به‌دست می‌آید. به‌طور مثال اگر عدد گزارش شده توسط یک دستگاه دیجیتال به صورت $۱۸/۰۶۳\,mm$ گزارش شود، برای محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری این دستگاه می‌توان نوشت:

$$۱۸/۰۶۳ \xrightarrow{\text{محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری}} ۰/۰۰۱\,mm \text{ یا } ۰/۰۰۰۱\,mm$$

نمونه ۳ دو تندی‌سنج دیجیتالی A و B، تندی اتومبیلی را به‌ترتیب $۲۵/۲\frac{km}{h}$ و $۲۵/۲۰\frac{km}{h}$ اندازه‌گیری کرده‌اند. دقت اندازه‌گیری کدام‌یک از این دو تندی‌سنج بیشتر است؟

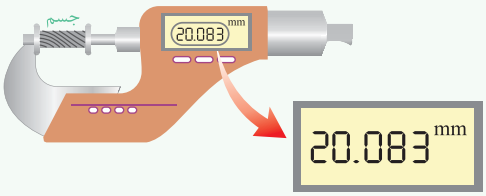
پاسخ برای هر یک از اندازه‌گیری‌های انجام‌شده، آخرین رقمی را که تندی‌سنج نشان می‌دهد، مدنظر قرار می‌دهیم:

B : اندازه‌گیری توسط ۲۵/۲۰
آخرین رقم ۰ و مرتبهٔ آن ۰/۱ است.

A : اندازه‌گیری توسط ۲۵/۲
آخرین رقم ۲ و دقت آن ۰/۱ است.

با توجه به این‌که مرتبهٔ آخرین رقم در اندازه‌گیری توسط دستگاه B کوچک‌تر است، بنابراین اندازه‌گیری توسط دستگاه B دقیق‌تر بوده و دقت اندازه‌گیری دستگاه B بیشتر از A است.

نمونه ۴ ریزسنج دیجیتالی، یکی از وسایلی است که به کمک آن با دقت بسیار زیادی می‌توان طول یک جسم را اندازه گرفت. شکل زیر نمایشی از یک اندازه‌گیری با ریزسنج دیجیتالی است. در رابطه با این ریزسنج، به موارد زیر پاسخ دهید:



الف) آخرین رقمی که ریزسنج در این اندازه‌گیری نشان می‌دهد، کدام است؟

ب) دقت اندازه‌گیری ریزسنج دیجیتالی چند میلی‌متر است؟

ج) طول واقعی این جسم در چه محدوده‌ای قرار می‌گیرد؟

پاسخ الف) آخرین رقم سمت راست اندازه‌گیری عبارت است از:

$۲۰/۰۸۳\,mm$
اخرین رقم سمت راست

ب) با توجه به مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست، دقت اندازه‌گیری برابر $۰/۰۰۱\,mm$ است.

ج) با توجه به دقت اندازه‌گیری دستگاه، نمایش واقعی این عدد به‌صورت مقابل می‌باشد: $۲۰/۰۸۳\,mm \pm ۰/۰۰۱\,mm$

این موضوع یعنی طول واقعی این جسم در محدودهٔ زیر قرار می‌گیرد:

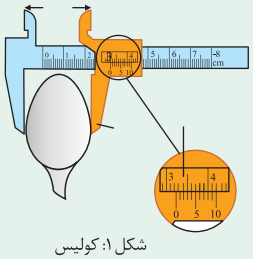
$$۲۰/۰۸۳\,mm - ۰/۰۰۱\,mm \leq \text{طول واقعی} \leq ۲۰/۰۸۳\,mm + ۰/۰۰۱\,mm \Rightarrow ۲۰/۰۸۲\,mm \leq \text{طول} \leq ۲۰/۰۸۴\,mm$$

بررسی یک موضوع کاربردی

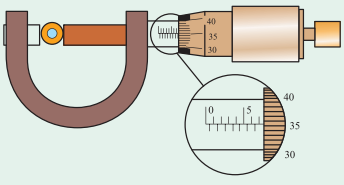
وسایل اندازه‌گیری طول: برخی از وسایل اندازه‌گیری طول عبارت‌اند از:

الف) خط‌کش معمولی (میلی‌متری): با این وسیله طول‌های نه چندان بزرگ و نه چندان کوچک را می‌توان اندازه گرفت. کمینهٔ تقسیم‌بندی خط‌کش معمولی برابر $۱\,mm$ است، بنابراین به کمک این خط‌کش طول‌هایی مانند $۴۱/۸۲\,mm$ یا $۴۲/۱۲\,mm$ را نمی‌توان اندازه گرفت.

ب) کولیس: برخی اوقات لازم است طول‌هایی با دقت بیشتر از خط‌کش میلی‌متری (معمولی) اندازه‌گیری شود. در این موقع می‌توان از کولیس که کمینهٔ تقسیم‌بندی در آن معمولاً برابر $۰/۱\,mm$ می‌باشد، استفاده کرد.


شکل ۱: کولیس

ج) ریزسنج: این وسیله نیز از جمله وسایل اندازه‌گیری طول می‌باشد که دقت اندازه‌گیری آن بیشتر از خط‌کش معمولی و کولیس و معمولاً $۰/۰۱\,mm$ می‌باشد. کمینهٔ تقسیم‌بندی در ریزسنج برابر $۰/۰۱\,mm$ است. در واقع با ریزسنج می‌توان مقادیر کوچک‌تری را اندازه گرفت.


شکل ۲: ریزسنج

gajmarket.com

بیشتر بدانید: ارقام بامعنا و رقم غیرقطعی

رقم‌هایی را که بعد از اندازه‌گیری یک کمیت فیزیکی ثبت می‌کنند، **رقم‌های بامعنا** می‌گویند. در رابطه با این موضوع به موارد زیر توجه کنید:

۱) برای شمارش ارقام معنادار از اولین عدد (غیرصفر) سمت چپ شروع می‌کنیم و تا آخرین رقم سمت راست (حتی صفرها) پیش می‌رویم. به‌عنوان مثال عدد ۱/۴۱۱ دارای چهار رقم بامعنا و عدد ۰/۰۵۲۰ دارای سه رقم بامعنا می‌باشد.

آخرین رقم سمت راست — اولین رقم غیرصفر سمت چپ — ۰/۰۵۲۰ — سه رقم بامعنا

آخرین رقم سمت راست — اولین رقم غیرصفر سمت چپ — ۱/۴۱۱ — چهار رقم بامعنا

۲) آخرین رقم معنادار سمت راست را رقم غیرقطعی (حدسی) می‌گویند. به‌عنوان مثال در اعداد ۱/۴۱۱ و ۰/۰۵۲۰ داریم:

۰/۰۵۲(۰) — رقم غیرقطعی که مرتبهٔ آن ۰/۰۰۱ است.

۱/۴۱(۱) — رقم غیرقطعی که مرتبهٔ آن ۰/۰۰۱ است.

۳) در مقایسهٔ دو اندازه‌گیری، بدیهی است که هرچه مرتبهٔ رقم غیرقطعی کوچک‌تر باشد، یعنی حدس کم‌تری در اندازه‌گیری داشته‌ایم و اندازه‌گیری با وسیلهٔ دقیق‌تری انجام شده است.

۴۵- چه تعداد از عوامل زیر، نقش مهمی در افزایش دقت اندازه‌گیری دارند؟ (برگرفته از کتاب درسی)

الف) دقت وسیلهٔ اندازه‌گیری

ب) تعداد دفعات اندازه‌گیری

پ) یکای گزارش‌شده برای اندازه‌گیری

ت) مهارت شخص آزمایشگر

ث) رقمی (دیجیتال) بودن یا نبودن وسیلهٔ اندازه‌گیری

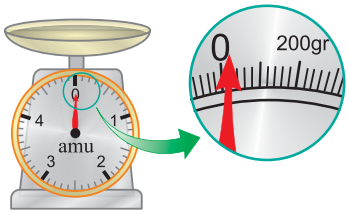
۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۴۶ دقت اندازه‌گیری توسط خطکش و سایر وسیله‌های درجه‌بندی‌شده، ..... کم‌ترین تقسیم‌بندی آن وسیله است و دقت اندازه‌گیری برای وسیله‌های رقمی (دیجیتال)، ..... واحد از آخرین رقمی است که می‌تواند اندازه بگیرد. (تألیفی)

۱) بزرگ‌تر از ـ برابر با یک ۲) بزرگ‌تر از ـ بزرگ‌تر از یک

۳) برابر با ـ برابر با یک ۴) برابر با ـ بزرگ‌تر از یک

۴۷- در شکل مقابل، یک ترازو نشان داده شده است. دقت این ترازو چند میکرو گرم است؟ (برگرفته از کتاب‌درسی)



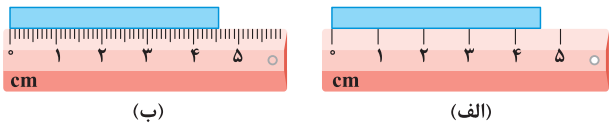
۱) ۲×۱۰^{۷}

۲) ۲۰

۳) $۱۰^{۷}$

۴) ۱۰

۴۸ در شکل‌های (الف) و (ب)، دقت اندازه‌گیری به ترتیب از راست به چپ ..... و ..... است. (ریاضی خارج ۹۸، با تغییر)



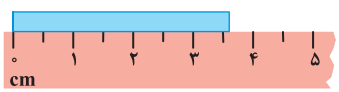
۱) ۱mm ،۱cm

۲) ۰/۱mm ،۱cm

۳) ۰/۱cm ،۱mm

۴) ۰/۱mm ،۰/۱cm

۴۹- در شکل زیر، دقت اندازه‌گیری برابر چند میلی‌متر است؟ (تجربی داخل ۹۹، با تغییر)



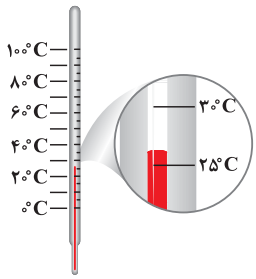
۱) ۰/۱

۲) ۲/۵

۳) ۵

۴) ۱۰

۵۰ در دماسنج مقابل، دقت اندازه‌گیری چند درجهٔ سلسیوس است؟ (کتاب درسی)



۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۲/۵
۴) ۲۰

۵۱ فاصلهٔ بین دو نقطه، به شکل چهار گزینهٔ زیر اعلام شده است. دقت اندازه‌گیری در کدام‌یک از آن‌ها بیشتر است؟ (ریاضی داخل ۸۱)

۱) $۸/۷۹\text{km}$
۲) $۸/۷۹۰\times۱۰^{۶}\text{mm}$
۳) ۸۷۹۰۰۰cm
۴) $۸/۷۹۰۰۰\times۱۰^{۳}\text{m}$

حالا بریم سراغ اندازه‌گیری توسط دستگاه دیجیتال تا دقت اندازه‌گیری تو اون رو هم خوب یاد بگیرید...

۵۲- یک آمپرسنج رقمی، جریان الکتریکی مداری را به‌صورت 3.25A نشان می‌دهد. دقت این اندازه‌گیری چند آمپر است؟ (ریاضی داخل ۹۹)

۱) ۰/۰۱
۲) ۰/۰۵
۳) ۰/۱
۴) ۱

۵۳ یک آمپرسنج دیجیتالی، شدت جریانی را که از یک مدار می‌گذرد، ۲/۰۰۴ میلی‌آمپر نشان می‌دهد. دقت این اندازه‌گیری چند میکروآمپر است؟ (ریاضی خارج ۹۶)

۱) ۰/۴
۲) ۱
۳) ۰/۱
۴) $۱۰^{۳}$

۵۴- ترازوی دیجیتالی A جرم جسمی را $۲/۴۰۰\text{kg}$ و ترازوی دیجیتالی B جرم یک جسم دیگر را $۴/۹۰۱۰\text{kg}$ اندازه‌گیری کرده است. به‌ترتیب از راست به چپ، دقت اندازه‌گیری ترازوی A چند کیلوگرم و دقت اندازه‌گیری ترازوی B چند گرم است؟ (مکمل محاسباتی ریاضی ۹۶ و ۹۹)

۱) ۰/۰۱ و ۰/۱−
۲) ۱ و ۰/۱−
۳) ۰/۰۰۱ و ۰/۱−
۴) ۰/۰۰۱ و ۰/۰۰۰۱−

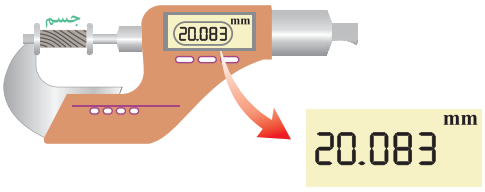
۵۵- یک ساعت دیجیتال، نیمهٔ روز را با عدد ۱۲ : ۰۰ و ساعت دیجیتال دیگر، آن را با عدد ۰۰ : ۰۰ نشان می‌دهد. دقت اندازه‌گیری این دو ساعت به‌ترتیب از راست به چپ چند ثانیه است؟ (مکمل خلاقانهٔ ریاضی ۹۶ و ۹۹)

۱) ۶۰ و ۱−
۲) ۶۰ و ۶۰−
۳) ۱ و ۱−
۴) ۱ و ۶۰−

۵۶ با چند دستگاه دیجیتالی، جرم چند جسم را اندازه‌گیری می‌کنیم. دقت اندازه‌گیری در کدام‌یک از این اندازه‌گیری‌ها با بقیه متفاوت است؟ (تألیفی)

۱) $۳۵/۴۳\text{gr}$
۲) $۷۸/۵\text{dgr}$
۳) $۴/۷۴\times۱۰^{-۳}\text{kg}$
۴) ۴۵۶mgr

۵۷ ریزسنج دیجیتالی، یکی از وسایلی است که به کمک آن می‌توان طول یک جسم را با دقت بسیار زیادی اندازه گرفت. شکل زیر، نمایشی از یک اندازه‌گیری با ریزسنج دیجیتالی است. چه تعداد از عبارت‌های زیر در رابطه با این اندازه‌گیری، صحیح است؟ (تألیفی)



الف) دقت اندازه‌گیری این ریزسنج برابر $۰/۰۰۱\text{mm}$ است.

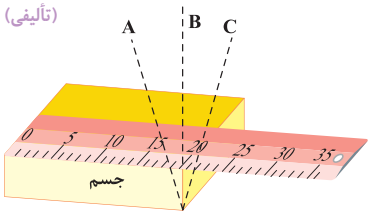
ب) عدد اندازه‌گیری شده توسط این ریزسنج به صورت $۲۰/۰۸۳\text{mm}\pm۰/۰۰۱\text{mm}$ گزارش می‌شود.

پ) طول واقعی این جسم بین $۲۰/۰۸۲۵\text{mm}$ تا $۲۰/۰۸۳۵\text{mm}$ قرار دارد.

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۳

گفتیم که مهارت شخص آزمایشگر و تعداد دفعات اندازه‌گیری در افزایش دقت اندازه‌گیری مهمه؟!... اینم دو تا تست از این موضوع...

۵۸- مطابق شکل زیر، برای آن‌که ناظری طول جسم را اندازه بگیرد، پس از قرار دادن خط‌کش بر روی جسم، در سه مکان A، B و C قرار گرفته و عدد خط‌کش را قرائت می‌کند. ناظر در کدام‌یک از این مکان‌ها قرار گیرد تا عدد قرائت شده برای طول جسم، دقیق‌تر باشد؟ (تألیفی)



۱) A
۲) B
۳) C
۴) هر سه عدد خوانده‌شده یکسان است.

۵۹ فردی جرم جسمی را با یک ترازوی دیجیتالی با دقت ۱۰۰ گرم، ۶ بار اندازه‌گیری کرده و داده‌های ۸/۲، ۸/۳، ۸/۴، ۸/۳، ۱۳/۴ و ۴/۳ را برحسب کیلوگرم ارائه کرده است. با توجه به این اندازه‌گیری‌ها، جرم واقعی جسم برحسب کیلوگرم در چه محدوده‌ای است؟ (تألیفی)

۱) بین $۸/۲\text{kg}$ تا $۸/۴\text{kg}$
۲) بین $۸/۲۰\text{kg}$ تا $۸/۴۰\text{kg}$
۳) بین $۸/۰\text{kg}$ تا $۹/۰\text{kg}$
۴) بین $۸/۰۰\text{kg}$ تا $۹/۰۰\text{kg}$

gajmarket.com

خلاصه نکات ۵ — چگالی (جرم حجمی)

به نسبت جرم (m) به حجم (V) یک ماده، چگالی آن ماده می‌گویند. به‌عبارتی، «**جرم واحد حجم هر ماده، برابر با چگالی آن ماده است**» و می‌توان نوشت:

$$\text{چگالی}: \rho = \frac{m}{V} \quad \begin{matrix}\text{جرم ماده}\uparrow\\ \downarrow\text{حجم ماده}\end{matrix} \Rightarrow \text{یکای چگالی در SI} \equiv kg/m^3$$

معمولاً سؤالاتی که از مبحث چگالی در کنکور مطرح می‌شوند، نیاز به تبدیل واحد دارند. در اکثر این سؤالات، تبدیل یکاهای زیر مورد استفاده قرار می‌گیرند، بنابراین توصیه می‌شود آن‌ها را به خاطر بسپارید:

۱) **تبدیل لیتر به مترمکعب و برعکس:** هر مترمکعب برابر با ۱۰۰۰ لیتر است، بنابراین:

$$\text{مترمکعب} \underset{\times 1000}{\overset{\div 1000}{\rightleftarrows}} \text{لیتر}$$

- برای تبدیل مترمکعب به لیتر، حجم داده شده را در ۱۰۰۰ (یا 10^3) ضرب می‌کنیم.
- برای تبدیل لیتر به مترمکعب، حجم داده شده را بر ۱۰۰۰ (یا 10^3) تقسیم می‌کنیم.

۲) **تبدیل سانتی‌مترمکعب به لیتر و برعکس:** می‌دانیم هر لیتر برابر با ۱۰۰۰ سانتی‌مترمکعب است، بنابراین:

$$cm^3 \underset{\times 1000}{\overset{\div 1000}{\rightleftarrows}} Lit$$

- برای تبدیل لیتر به سانتی‌مترمکعب، حجم داده شده را در ۱۰۰۰ (یا 10^3) ضرب می‌کنیم.
- برای تبدیل سانتی‌مترمکعب به لیتر، حجم داده شده را بر ۱۰۰۰ (یا 10^3) تقسیم می‌کنیم.

۳) **تبدیل گرم بر سانتی‌مترمکعب (gr/cm^3) به کیلوگرم بر مترمکعب (kg/m^3) و برعکس:** یک گرم بر سانتی‌مترمکعب برابر با ۱۰۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب است، بنابراین:

- برای تبدیل gr/cm^3 به kg/m^3، چگالی داده شده را در ۱۰۰۰ ضرب می‌کنیم.

$$kg/m^3 \underset{\times 1000}{\overset{\div 1000}{\rightleftarrows}} gr/cm^3$$

- برای تبدیل kg/m^3 به gr/cm^3، چگالی داده شده را بر ۱۰۰۰ تقسیم می‌کنیم.

تذکر برای مقایسهٔ چگالی دو ماده، به‌صورت مقابل عمل می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$

در ادامه با حل سه تمرین خوب و آموزشی، مفاهیم این بخش را بهتر درک می‌کنیم.

تمرین ۱ **جرم ۵۰ سانتی‌مترمکعب محلول یک اسید ۶۰ گرم است. جرم حجمی این محلول برحسب gr/Lit و kg/m^3، از راست به چپ کدام است؟**

۱) ۰/۱۲۰،۱/۲ ۲) ۱۲.۱۲ ۳) ۱۲۰،۱/۲ ۴) ۱۲۰۰،۱۲۰۰

پاسخ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: (محاسبهٔ چگالی محلول برحسب kg/m^3):

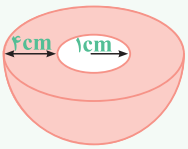
$$\begin{cases} m = 60\,gr \\ V = 50\,cm^3 \end{cases} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{60}{50} = 1/2\,gr/cm^3 \xrightarrow[\text{تبدیل } gr/cm^3 \text{ به } kg/m^3]{\times 1000} \rho = 1200\,kg/m^3$$

گام دوم: (محاسبهٔ چگالی محلول برحسب gr/Lit):

$$\begin{cases} m = 60\,gr \\ V = 50\,cm^3 \xrightarrow[\text{تبدیل } cm^3 \text{ به } Lit]{\div 1000} V = 0/05\,Lit \end{cases} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{60}{0/05} = 1200\,gr/Lit$$

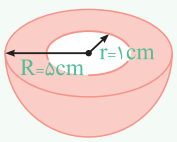
بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

تمرین ۲ **شکل روبه‌رو نیم‌کره‌ای از جنس یک فلز با چگالی $6\,gr/cm^3$ را نشان می‌دهد که حفره‌ای به شکل نیم‌کره در آن ایجاد شده است. وزن این جسم چند نیوتون است؟ $(\pi \simeq 3, g \simeq 10\frac{m}{s^2})$**



۱) ۷/۴۴ ۲) ۱۴/۸۸ ۳) ۱/۵ ۴) ۲۹/۷۶

پاسخ ابتدا با کمک رابطهٔ حجم یک کره $\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)$، حجم فلز به‌کار رفته در ساخت این جسم را از تفاضل حجم نیم‌کره‌های خارجی و داخلی به دست می‌آوریم که برابر است با:



$$\text{حجم فلز}: V = \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi r^3\right) = \frac{2}{3}\pi(R^3 - r^3) \Rightarrow V \simeq \frac{2}{3} \times 3 \times (5^3 - 1^3) = 248\,cm^3$$

در ادامه جرم این جسم به‌سادگی به‌دست می‌آید:

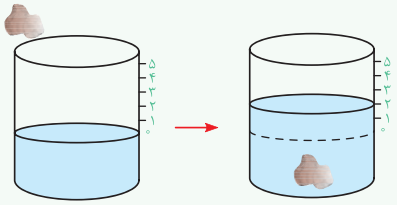
$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = ۶ \times ۲۴۸ = ۱۴۸۸\,gr = ۱/۴۸۸\,kg$$

حال وزن این جسم برابر است با:

$$W = mg = ۱/۴۸۸ \times ۱۰ = ۱۴/۸۸\,N$$ (گزینهٔ ۲)

نکات مهم و کاربردی

معمولاً برای اندازه‌گیری حجم اجسامی که شکل مشخصی ندارند از استوانهٔ مدرج استفاده می‌کنند، یعنی جسم موردنظر را درون یک استوانهٔ مدرج می‌اندازند، حجم مایع (آب) جابه‌جا شده (با فرض آن که آب در ماده نفوذ نکند که البته برای این منظور ماده را آغشته به پارافین می‌کنند)، برابر با حجم جسم است.



تمرین ۳ **جرم یک گلولهٔ آهنی ۳۹۰۰ گرم و چگالی آن $۷۸۰۰\,kg/m^۳$ است. اگر گلولهٔ آهنی را به آرامی در ظرف پر از الکل فرو بریم و چگالی الکل ۸۰۰ گرم بر لیتر باشد، چند گرم الکل از ظرف خارج می‌شود؟** (تجربی خارج ۹۰)

۱) ۴۰۰ ۲) ۳۹۰

۳) ۵۰۰ ۴) ۴۰۰۰

پاسخ در این‌گونه مسائل ابتدا باید توجه شود که حجم الکل سرریز شده برابر حجم گلولهٔ آهنی است. در ادامه برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: (محاسبهٔ حجم گلولهٔ آهنی):

$$\text{جرم گلوله آهنی}: m = ۳۹۰۰\,gr \quad , \quad \text{چگالی آهن}: \rho = ۷۸۰۰\,kg/m^۳ = ۷/۸\,gr/cm^۳$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \text{حجم گلوله}: V = \frac{m}{\rho} = \frac{۳۹۰۰}{۷/۸} = ۵۰۰\,cm^۳$$

گام دوم: (محاسبهٔ جرم الکل سرریز شده): حجم الکل سرریز شده برابر حجم گلوله بوده و می‌توان نوشت:

$$\text{حجم الکل}: V_{\text{الکل}} = ۵۰۰\,cm^۳ \quad , \quad \text{چگالی الکل}: \rho_{\text{الکل}} = ۸۰۰\,gr/Lit = ۰/۸\,gr/cm^۳$$

$$\text{جرم الکل}: m_{\text{الکل}} = \rho_{\text{الکل}} \times V_{\text{الکل}} = ۰/۸ \times ۵۰۰ = ۴۰۰\,gr$$ (گزینهٔ ۱)

خلاقیت حرفه‌ای ها

با توجه به تساوی حجم گلوله و حجم الکل سرریز شده می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V_{\text{آهن}} = V_{\text{الکل}} \Rightarrow \frac{m_{\text{آهن}}}{\rho_{\text{آهن}}} = \frac{m_{\text{الکل}}}{\rho_{\text{الکل}}} \Rightarrow \frac{۳۹۰۰}{۷۸۰۰} = \frac{m_{\text{الکل}}}{۸۰۰} \Rightarrow m_{\text{الکل}} = ۴۰۰\,gr$$

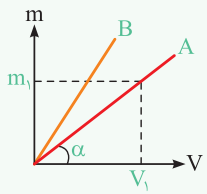
دقت شود که gr/Lit و $kg/m^۳$ با یک‌دیگر معادل هستند (چرا؟).

نمودارهای مربوط به چگالی

در صورت رسم نمودار جرم یک جسم برحسب حجم آن، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱) شیب نمودار برابر با چگالی جسم است $\left(\rho_A = \tan\alpha = \frac{m_۱}{V_۱}\right)$.

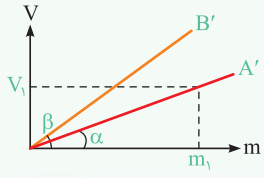
۲) هرچه شیب نمودار بیشتر باشد، چگالی آن جسم بیشتر است $(\rho_B > \rho_A)$.



تذکر در صورت رسم نمودار حجم یک جسم برحسب جرم آن که در برخی تست‌ها انجام می‌شود، به موارد زیر توجه کنید:

۱) شیب نمودار برابر با عکس چگالی جسم است $\left(\tan\alpha = \frac{V_۱}{m_۱} = \frac{۱}{\rho_{A'}}\right)$.

۲) این موضوع یعنی در شکل مقابل هرچه شیب نمودار کم‌تر باشد، چگالی جسم بیشتر است $(\rho_{A'} > \rho_{B'})$.



gajmarket.com

تحلیل مسائل مرتبط با چگالی

شاخهٔ ۲

پس از بررسی تست‌های این شاخه، برای تسلط بیشتر، در اولویت اول حل تست‌های ۱۱۱، ۱۱۳، ۱۱۴، ۱۱۵، ۱۱۷ و ۱۱۹ از قسمت IQ را به شما عزیزان پیشنهاد می‌کنیم.

رابطهٔ چگالی یک جسم با جرم و حجم آن (تسلط به تبدیل واحد)

خوب توی شروع سؤالای این قسمت، می‌خوایم اول روی واحدهای چگالی مسلط بشیم و بعدش هم چگالی اجسام با حجم مشخص (مثل مکعب، کره و ...) رو حساب کنیم ...

۶۰- جرم قطعه فلزی ۴۰۵ گرم و حجم آن ۱۵۰ سانتی‌متر مکعب است. چگالی این فلز چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟ (M.K.A)

۱) ۲/۷ ۲) ۲۷ ۳) ۲۷۰۰ ۴) ۲۷۰

۶۱ حجم جسمی ۰/۰۰۲ دسی‌متر مکعب و جرم آن ۵ گرم است. چگالی این جسم چند واحد SI است؟ (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

۱) $۲/۵ \times ۱۰^{۳}$ ۲) $۲/۵ \times ۱۰^{۲}$ ۳) ۴×۱۰^{۳} ۴) ۴×۱۰^{۲}

۶۲- اگر چگالی خون بدن انسان $۱/۰۵ gr/cm^{۳}$ باشد، جرم دو لیتر از خون برابر چند دکاگرم است؟ (کتاب درسی)

۱) ۲۱۰ ۲) ۲۱۰۰ ۳) ۱۰۵ ۴) ۱۰۵۰

۶۳- اگر چگالی جسمی ۰/۰۱ گرم بر میلی‌متر مکعب باشد، چگالی آن برحسب کیلوگرم بر سانتی‌متر مکعب کدام است؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)

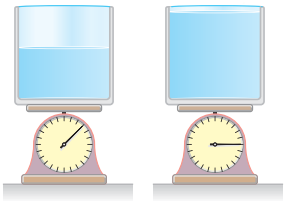
۱) ۰/۰۰۰۱ ۲) ۰/۰۰۱ ۳) ۰/۰۱ ۴) ۰/۱

۶۴ در یک روز بارانی، ۴۰ میلی‌متر باران روی سطحی به مساحت ۲۵۰۰ کیلومتر مربع بارید. جرم این مقدار باران چند کیلوگرم است؟ ($۱۰^{۳} kg/m^{۳}$ = چگالی آب باران) (تجربی خارج ۸۷)

۱) $۱۰^{۸}$ ۲) $۱۰^{۹}$ ۳) $۱۰^{۱۰}$ ۴) $۱۰^{۱۱}$

دو تا تست بعدی خیلی مهم هستن و پتانسیل طرح مجدد ازشون خیلی بالاست ...

۶۵ مطابق شکل، اگر ظرفی تا نیمه از مایع پر شود، جرم آن ۲۴۰ گرم و اگر به طور کامل پر از همان مایع شود، جرم آن ۳۰۰ گرم می‌شود. در صورتی که کل حجم داخل ظرف برابر ۸۰ سانتی‌متر مکعب باشد، جرم ظرف برابر ..... گرم بوده و چگالی این مایع برابر ..... گرم بر سانتی‌متر مکعب است. (مکمل خلاقانهٔ ریاضی ۹۵)



۱) ۱۲۰، ۲/۲۵ ۲) ۱۲۰، ۱/۵
۳) ۱۸۰، ۲/۲۵ ۴) ۱۸۰، ۱/۵

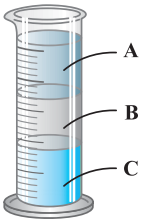
۶۶ جرم یک ظرف فلزی توخالی ۳۰۰ گرم است. اگر این ظرف را پر از مایعی به چگالی $۱/۲ gr/cm^{۳}$ نماییم، جرم مجموعه ۵۴۰ گرم و در صورتی که پر از نوعی روغن نماییم، جرم مجموعه ۴۶۰ گرم می‌شود. چگالی این روغن چند گرم بر لیتر است؟ (ریاضی داخل ۹۵)

۱) ۹۵۰ ۲) ۹۰۰ ۳) ۸۵۰ ۴) ۸۰۰

۶۷- کدام‌یک از موارد زیر نادرست است؟ (برگرفته از کتاب درسی)

۱) کم‌تر بودن چگالی هوای گرم در داخل بالن نسبت به هوای بیرونِ آن، باعث بالا رفتن بالن می‌شود.
۲) پرتقال پوست‌کنده روی آب شناور می‌ماند و پرتقال با پوست، چون سنگین‌تر است، در آب فرو می‌رود.
۳) به علت بیشتر بودن چگالی آب نسبت به بنزین، آب مایع مناسبی برای خاموش کردن آتشِ ناشی از بنزین نیست.
۴) هر سه مورد

۶۸- مطابق شکل مقابل، سه مایع مخلوط‌نشدنی جیوه، آب و روغن زیتون که چگالی‌های آن‌ها به‌ترتیب برابر با ۱۳/۶، ۱ و ۰/۹۲ گرم بر سانتی‌متر مکعب است در داخل یک استوانهٔ شیشه‌ای ریخته شده‌اند. هر کدام از مایع‌های A، B و C نشان داده‌شده بر روی شکل، به‌ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟ (کتاب درسی)



۱) جیوه، روغن زیتون، آب ۲) آب، جیوه، روغن زیتون ۳) آب، روغن زیتون، جیوه ۴) روغن زیتون، آب، جیوه

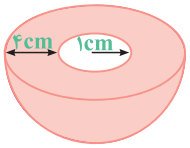
محاسبهٔ چگالی اجسامی که شکل هندسی مشخصی دارند

این قسمت با هندسه قاطی میشه ...

۶۹ می‌خواهیم از فلزی به چگالی $۶ gr/cm^{۳}$، کرهٔ توپری به شعاع ۵cm بسازیم. جرم این کره چند کیلوگرم می‌شود؟ (ریاضی داخل ۹۶)

۱) ۱/۵۷ ۲) ۲/۳۶ ۳) ۳/۱۴ ۴) ۴/۷۱

۷۰- شکل زیر نیم‌کره‌ای از جنس یک فلز با چگالی $6\,gr/cm^3$ را نشان می‌دهد که حفره‌ای به شکل نیم‌کره در آن ایجاد شده است. وزن این جسم چند نیوتون است؟ $(\pi \simeq 3\,،\, g \simeq 10\frac{m}{s^2})$ (مکمل محاسباتی ریاضی ۹۶)



۱) ۷/۴۴
۲) ۱۴/۸۸
۳) ۱/۵
۴) ۲۹/۷۶

۷۱ یک الماس مکعبی‌شکل با طول ضلع $2cm$، چند قیراط جرم دارد؟ (چگالی الماس $4\,gr/cm^3$ و هر قیراط معادل ۲۰۰ میلی‌گرم است.) (تألیفی)

۱) ۴۰
۲) ۶۰
۳) ۸۰
۴) ۱۶۰

۷۲- کره‌ای توپر با شعاع R را ذوب کرده و با استفاده از مصالح آن، یک استوانه با شعاع داخلی R' و شعاع خارجی R می‌سازیم. اگر ارتفاع استوانهٔ ساخته‌شده برابر $2R$ باشد، نسبت $\frac{R'}{R}$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۸۱)

۱) $\sqrt{3}$
۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
۳) $\sqrt{2}$
۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

۷۳- قطر داخلی یک لولهٔ آهنی استوانه‌ای‌شکل برابر d_1 و قطر خارجی آن برابر $d_2 = 2d_1$ است. اگر چگالی آهن ρ و طول لوله L باشد، جرم لوله برابر کدام است؟ (مکمل محاسباتی ریاضی ۸۱)

۱) $\frac{3}{2}\pi\rho L d_2^2$
۲) $\frac{3}{2}\pi\rho L d_1^2$
۳) $\frac{3}{4}\pi\rho L d_2^2$
۴) $\frac{3}{4}\pi\rho L d_1^2$

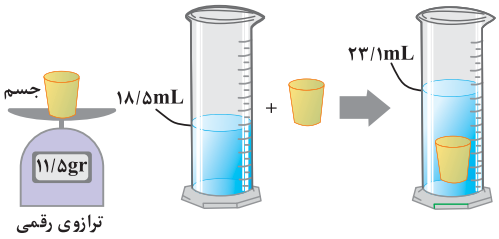
۷۴ با ذوب M گرم از عنصری، استوانه‌ای به طول L، شعاع داخلی R_1 و شعاع خارجی R_2 ساخته‌ایم. اگر بخواهیم از همان ماده استوانهٔ دیگری به طول $3L$، شعاع داخلی $2R_1$ و شعاع خارجی $2R_2$ بسازیم، جرم مورد نیاز چند M می‌شود؟ (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

۱) ۴
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۲

محاسبهٔ چگالی با توجه به حجم مایع جابه‌جا شده در استوانهٔ مدرج

گفتیم که یکی از روش‌های آزمایشگاهی برای اندازه‌گیری چگالی، استفاده از میزان حجم جابه‌جا شده تو استوانهٔ مدرجه که تو این‌جا سؤالای خوبی از این مبحث براتون اُوردیم ...

۷۵ در یک آزمایش، جرم و حجم یک جسم جامد را مطابق شکل مقابل، پیدا می‌کنیم. با توجه به داده‌های روی شکل، چگالی جسم در SI، چقدر است؟ (ریاضی خارج ۹۹)



۱) ۲۵۰۰
۲) ۲۰۵۰
۳) ۲/۵
۴) ۲/۰۵

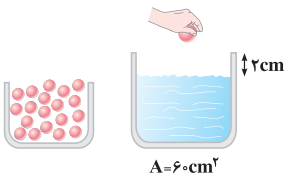
۷۶- یک قطعه فلز به جرم ۹۰ گرم را درون آب در داخل استوانه‌ای می‌اندازیم. با این عمل قطعه فلز کاملاً در آب فرو می‌رود و سطح آب درون استوانه به اندازهٔ $1/2cm$ بالا می‌آید. اگر سطح مقطع داخلی استوانه $10cm^2$ باشد، چگالی فلز چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ (ریاضی داخل ۸۲)

۱) ۵/۵
۲) ۶
۳) ۷/۵
۴) ۸

۷۷ یک قطعه فلز را که چگالی آن $2/7\,gr/cm^3$ است، کاملاً در ظرفی پر از الکل به چگالی $0/8\,gr/cm^3$ وارد می‌کنیم و به اندازهٔ ۱۶۰ گرم الکل از ظرف بیرون می‌ریزد. جرم قطعه فلز چند گرم است؟ (ریاضی داخل ۹۳، مشابه تجربی خارج ۹۰)

۱) ۵۴۰
۲) ۴۵۰
۳) ۴۳۲
۴) ۲۰۰

۷۸ در شکل زیر، ارتفاع سطح آزاد مایع تا لبهٔ ظرف برابر ۲ سانتی‌متر است. حداکثر چه تعداد از گوی‌های مشابه به چگالی $8\,gr/cm^3$ و جرم $120gr$ را می‌توان در داخل ظرف مایع قرار داد تا مایع از ظرف سرریز نکند؟ (تألیفی)



۱) ۴
۲) ۸
۳) ۱۶
۴) ۲۰

محاسبهٔ حجم حفرهٔ موجود در یک جسم جامد

اینم یه موضوعی که تو سال‌های اخیر واقعاً مهم و پرتکرار بوده، یعنی وجود داشتن حفره توی یه جسم. خیلی حواستون به این سبک تستا باشه ...

۷۹- درون یک کرهٔ فلزی به شعاع $10cm$، حفرهٔ خالی و کروی‌شکل به شعاع $5cm$ قرار دارد. اگر چگالی فلز $8\,kg/lit$ باشد، جرم این کره چند کیلوگرم است؟ $(\pi \simeq 3)$ (مکمل محاسباتی ریاضی ۸۸)

۱) ۲/۸
۲) ۲/۴
۳) ۲۴
۴) ۲۸

gajmarket.com

۸۰ طول هر ضلع یک مکعب فلزی ۱۰cm و جرم آن ۶kg است. اگر چگالی فلز $8\,gr/cm^3$ باشد، مکعب: (ریاضی داخل ۸۸)

۱) توپر و حجم آن $750\,cm^3$ است.
۲) توپر و حجم آن $1000\,cm^3$ است.
۳) حفرهٔ خالی دارد و حجم حفره $750\,cm^3$ است.
۴) حفرهٔ خالی دارد و حجم حفره $250\,cm^3$ است.

۸۱ شعاع ظاهری یک کرهٔ فلزی ۵ سانتی‌متر و جرم آن ۱۰۸۰گرم و چگالی آن $2/7\,gr/cm^3$ است. درون این کره یک حفره وجود دارد. حجم این حفره چند درصد حجم کره را تشکیل می‌دهد؟ $(\pi \simeq 3)$ (ریاضی خارج ۹۴، مشابه ریاضی داخل ۸۷ و ۸۹)

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

۸۲- وقتی یک مکعب فلزی را به آرامی داخل ظرف پر از آبی می‌کنیم، مکعب کاملاً وارد آب می‌شود و ۲۰۰ سانتی‌مترمکعب آب بیرون می‌ریزد. اگر چگالی فلز $8\,gr/cm^3$ و جرم مکعب ۱۴۰۰گرم باشد، حجم حفره‌ای که در داخل مکعب وجود دارد، چند سانتی‌متر مکعب است؟ (مکمل محاسباتی ریاضی ۹۲ و ۹۴)

۱) ۲۵ ۲) ۱۲/۵ ۳) ۲۰ ۴) ۱۰

۸۳- جرم یک مجسمهٔ برنزی برابر ۴۰kg و حجم ظاهری آن برابر $0/05\,m^3$ است. اگر چگالی برنز برابر $8000\,kg/m^3$ باشد، در فضای خالی داخل مجسمه چند کیلوگرم نفت جای می‌گیرد؟ $(\rho_{نفت} = 0/8\,gr/cm^3)$ (مکمل خلاقانهٔ ریاضی ۹۴)

۱) ۳۶ ۲) 36×10^{-3} ۳) ۴۵ ۴) ۴/۵

۸۴ دو مکعب مشابه از یک فلز با چگالی $10\,gr/cm^3$، یکی توپر و دیگری تو خالی با حفره‌ای کروی در درون آن در اختیار داریم. اگر وزن مکعب توپر ۸ نیوتون و وزن مکعب تو خالی ۴ نیوتون باشد، حجم فضای خالی داخل این مکعب چند سانتی‌متر مکعب است؟ $(g \simeq 10\frac{m}{s^2})$ (مکمل محاسباتی ریاضی ۸۸)

۱) ۲۰ ۲) ۶۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

مسائل مقایسهٔ چگالی دو جسم مختلف و نمودارهای آن

۸۵ چگالی جسم A، ۱/۵ برابر چگالی جسم B است. اگر جرم ۵۰۰ سانتی‌متر مکعب از جسم B برابر ۲۰۰گرم باشد، جرم ۲۰۰ سانتی‌متر مکعب از جسم A چند گرم است؟ (ریاضی خارج ۹۱، تجربی داخل ۸۱ و ۸۴)

۱) ۱۲۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۲۴۰ ۴) ۳۶۰

۸۶- چگالی فلز اُسمیم برابر $22/5\times10^3\,kg/m^3$ و چگالی مس برابر $9\,gr/cm^3$ است. در یک حجم یکسان از این دو فلز، جرم فلز اُسمیم چند برابر جرم مس است؟ (برگرفته از کتاب درسی)

۱) ۲ ۲) ۲/۵ ۳) ۵ ۴) ۱۰

۸۷- دو استوانهٔ همگن A و B دارای جرم و ارتفاع مساوی‌اند. استوانهٔ A توپر و استوانهٔ B توخالی است. اگر شعاع خارجی این دو استوانه با هم برابر و شعاع داخلی استوانهٔ B نصف شعاع خارجی آن باشد، چگالی استوانهٔ A چند برابر چگالی استوانهٔ B است؟ (ریاضی داخل ۸۹)

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

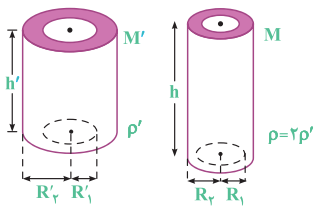
۸۸ نسبت چگالی کرهٔ A به کرهٔ B برابر ۱/۶ است. اگر شعاع کرهٔ A برابر ۳cm و شعاع کرهٔ B برابر ۶ سانتی‌متر باشد، جرم کرهٔ A چند برابر جرم کرهٔ B است؟ (ریاضی خارج ۸۹)

۱) ۵ ۲) $\frac{5}{4}$ ۳) $\frac{1}{5}$ ۴) $\frac{4}{5}$

۸۹ ارتفاع یک مخروط توپُر به چگالی ρ_1، برابر طول ضلع یک مکعب توپُر به چگالی ρ_2 است و شعاع قاعدهٔ آن، نصف طول ضلع مکعب است. اگر جرم این دو با هم برابر باشد، $\frac{\rho_1}{\rho_2}$ کدام است؟ $(\pi \simeq 3)$ (تجربی داخل ۹۷)

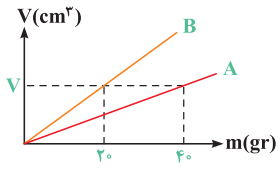
۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{1}{4}$ ۳) ۴ ۴) ۲

۹۰ دو لولهٔ استوانه‌ای به جرم‌های M' و $M = 3M'$ و چگالی‌های ρ' و $\rho = 2\rho'$ که ارتفاع آن‌ها h' و h است، در اختیار داریم. اگر $R'_1 = 3R_1$ و $R'_2 = 3R_2$ باشد، نسبت $\frac{h}{h'}$ چه‌قدر است؟ (مکمل محاسباتی تجربی ۹۷)



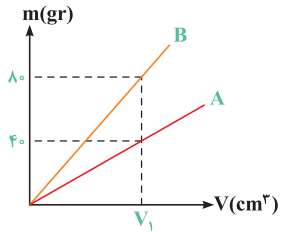
۱) ۴/۵
۲) ۹
۳) ۱۳/۵
۴) ۲۷

۹۱ نمودار حجم بر حسب جرم برای دو فلز A و B مطابق شکل است. چگالی فلز A چند برابر فلز B است؟ (تألیفی)



۱) $\frac{1}{4}$ ۲) ۴
۳) $\frac{1}{2}$ ۴) ۲

۹۲- نمودار جرم برحسب حجم برای دو فلز A و B مطابق شکل زیر است. اگر چگالی A برابر $۴۰۰۰ kg/m^۳$ باشد، حجم یک مکعب از فلز B با جرم ۴۰۰ گرم، چند میلی‌لیتر است؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)



۱) ۱۲/۵

۲) ۰/۱۲۵

۳) ۵۰

۴) ۰/۰۵

خلاصه نکات ۶ — چگالی مخلوط چند ماده (آلیاژ)

در صورتی‌که دو یا چند ماده را با هم مخلوط کنیم (به‌طوری که تغییر حجم صورت نگیرد)، چگالی مادهٔ مخلوط با توجه به تعریف چگالی، به سادگی از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$\rho_{کل}=\frac{\text{مجموع جرم مواد}}{\text{مجموع حجم مواد}}=\frac{m_۱+m_۲+...}{V_۱+V_۲+...}$$

$m_۱$: جرم مادهٔ اول ، $V_۱$: حجم مادهٔ اول

$m_۲$: جرم مادهٔ دوم ، $V_۲$: حجم مادهٔ دوم

نکته در بعضی موارد، حجم یا جرم ماده‌ها به‌طور مستقیم در صورت سؤال داده نمی‌شود، در این مواقع از روابط زیر استفاده می‌کنیم:

(۱) در صورتی که چگالی و حجم مواد به‌کار رفته در صورت سؤال داده شود:

$$\rho_{کل}=\frac{\overbrace{(\rho_۱V_۱)}^{(m_۱)}+\overbrace{(\rho_۲V_۲)}^{(m_۲)}+...}{V_۱+V_۲+...}$$

(۲) در صورتی که چگالی و جرم مواد به‌کار رفته در صورت سؤال داده شود:

$$\rho_{کل}=\frac{m_۱+m_۲+...}{\underbrace{(\frac{m_۱}{\rho_۱})}_{V_۱}+\underbrace{(\frac{m_۲}{\rho_۲})}_{V_۲}+...}$$

دقت شود که نیازی به حفظ کردن این روابط نبوده و کافی است آن‌ها را کمی درک کنید.

نمونه ۱ **چگالی مخلوط دو مایع A و B با حجم‌های اولیهٔ V_A و V_B، برابر ۰/۷۵ گرم بر سانتی‌متر مکعب است. اگر چگالی مایع A برابر $۶۰۰ gr/lit$ و چگالی مایع B برابر $۸۰۰ gr/lit$ باشد، V_A چند برابر V_B است؟** (ریاضی خارج ۹۲)

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

پاسخ برای حل این تمرین خوب، ابتدا جرم تک‌تک مایع‌های A و B را با توجه به رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\text{مایع A}: \rho_A=\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow m_A=\rho_A V_A=۶۰۰V_A\\ \text{مایع B}: \rho_B=\frac{m_B}{V_B}\Rightarrow m_B=\rho_B V_B=۸۰۰V_B\end{cases}$$

پس از مخلوط کردن دو مایع A و B، داریم:

$$\rho_{مخلوط}=۰/۷۵ gr/cm^۳=۷۵۰ gr/Lit$$

$$\rho_{مخلوط}=\frac{m_{کل}}{V_{کل}}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\Rightarrow ۷۵۰=\frac{۶۰۰V_A+۸۰۰V_B}{V_A+V_B}\Rightarrow ۷۵۰V_A+۷۵۰V_B=۶۰۰V_A+۸۰۰V_B$$

$$\Rightarrow ۱۵۰V_A=۵۰V_B\Rightarrow \frac{V_A}{V_B}=\frac{۱}{۳}$$ (گزینهٔ ۳)

۹۳- ۳۰۰ سانتی‌متر مکعب از مایعی به چگالی $۱۳۰۰ kg/m^۳$ را با چند سانتی‌متر مکعب از مایعی به چگالی $۱۵۰۰ kg/m^۳$ مخلوط کنیم تا چگالی مخلوط برابر $۱۴۰۰ kg/m^۳$ شود؟ (در اختلاط، تغییر حجم ناچیز است.) (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

۱) ۲۰۰ ۲) ۲۵۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۳۵۰

gajmarket.com

۱ ۴ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات (۱) توجه کنید.
ویژگی آزمون‌پذیری و اصلاح نظریه‌های فیزیکی، نقطه قوت دانش فیزیک است و نقش مهمی در فرایند پیشرفت دانش و تکامل شناخت ما از طبیعت پیرامون داشته است، بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.

۲ ۳ دانشمندان برای بیان قانون‌های فیزیکی از گزاره‌های کلی و در عین حال مختصر استفاده می‌کنند، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است. سایر گزینه‌ها در رابطه با مفاهیم قانون و اصل در علم فیزیک صحیح هستند.

۳ ۳ مدل‌سازی در فیزیک فرایندی است که در آن اثرهای مهم و تعیین‌کننده برای یک پدیدهٔ فیزیکی در نظر گرفته می‌شود و پدیده‌ها تا حد امکان ساده‌سازی می‌شوند نه جزئی‌سازی. بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

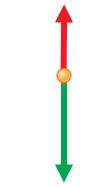
۴ ۴ هنگام مدل‌سازی یک پدیدهٔ فیزیکی، باید اثرهای جزئی‌تر را نادیده بگیریم نه اثرهای مهم و تعیین‌کننده را. برای مثال، اگر به‌جای مقاومت هوا، نیروی جاذبهٔ زمین را نادیده می‌گرفتیم، آن‌گاه مدل ما پیش‌بینی می‌کرد که وقتی توپی به بالا پرتاب شود در یک خط مستقیم بالا می‌رود! این توضیحات یعنی نمی‌توان از اثر نیروی گرانش صرف‌نظر کرد.

۵ ۲ برای مدل‌سازی یک پدیدهٔ فیزیکی، اثرهای جزئی‌تر را نادیده می‌گیریم. هنگامی که یک گلولهٔ سنگین و کوچک را از بالای ساختمانی رها می‌کنیم، عامل اصلی حرکت آن، نیروی وزن است و از نیروی مقاومت هوا در برابر حرکت آن می‌توانیم صرف‌نظر کنیم، بنابراین گزینهٔ (۲) صحیح است.

تذکر
اگر مقاومت هوا در برابر سقوط قطرهٔ باران وجود نداشته باشد، تندی حرکت قطره بر روی سطح زمین بسیار زیاد می‌شود، به طوری که با برخورد آن به زمین صدمه‌های بسیاری ایجاد می‌شود. هم‌چنین عاملی که باعث می‌شود تندی چترباز کاهش یابد تا در اثر سقوط به شخص صدمه وارد نشود، نیروی مقاومت هوا است. بنابراین مقاومت هوا عاملی مهم در نحوهٔ حرکت چترباز بوده و نمی‌توان از آن صرف‌نظر کرد.

۶ ۲ هنگام مدل‌سازی پدیده‌های فیزیکی، فقط می‌توانیم آثار جزئی را نادیده بگیریم. با توجه به این‌که ارتفاع درخت کم است، تغییرات شتاب جاذبه (g) و در نتیجه تغییرات وزن برگ (mg)، هنگام پایین آمدن قابل صرف‌نظر کردن است. دقت کنید که با توجه به این‌که سطح مقطع برگ، بزرگ و جرم آن کم است، بنابراین در مورد حرکت برگ نمی‌توانیم از اثر مقاومت هوا چشم‌پوشی کنیم، چون عاملی مهم و تعیین‌کننده در نحوهٔ حرکت برگ است.

۷ ۲ در هنگام سقوط برگ، دو نیروی وزن و مقاومت هوا به آن وارد می‌شوند که جهت نیروی وزن به سمت پایین و جهت نیروی مقاومت هوا، در خلاف جهت حرکت برگ، یعنی به سمت بالا است. با توجه به آن‌که برگ با شتاب به سمت پایین می‌آید، نیروی وزن وارد بر آن از نیروی مقاومت هوا بزرگ‌تر است و می‌توانیم حرکت برگ را به شکل مقابل مدل‌سازی کنیم (طول هر یک از بردارها متناسب با بزرگی آن رسم شده است).



۸ ۲ موارد (۱)، (۳) و (۴)، از اصلی‌ترین مواردی است که در مدل‌سازی‌های حرکت جسم بر روی سطح افقی لحاظ می‌شود، اما کم شدن جرم بر اثر ساییدگی بسیار ناچیز است و لزومی ندارد این موضوع در مدل‌سازی لحاظ شود.

۹ ۳ برای مدل‌سازی بهتر حرکت جسم، باید از اثرهای جزئی صرف‌نظر کرده و اثرهای مهم و تعیین‌کننده را لحاظ کنیم. با توجه به این‌که جسم به سمت راست حرکت می‌کند، بنابراین نیروی دست شخص باید بیشتر از نیروی اصطکاک باشد، پس گزینهٔ (۳) صحیح است (دقت شود برای مدل‌سازی حرکت این جسم، آن را به صورت نقطه‌ای در نظر می‌گیریم).

۱۰ ۳ در مدل‌سازی حرکت کمد بر روی سطح شیبدار، نیروی وزنِ کمد، نیرویی که شخص به کمد وارد می‌کند و زاویهٔ سطح شیبدار (θ)، عوامل اصلی مؤثر بر حرکت کمد هستند. سایر عوامل مانند شکل کمد، مقاومت هوا و تغییرات وزنِ کمد هنگام بالا رفتن، جزئی هستند و می‌توانیم از آن‌ها صرف‌نظر کنیم.

۱۱ ۳ نیرویی که باعث می‌شود ماهواره به دور زمین بچرخد، نیروی گرانش بین ماهواره و زمین است و در نتیجه در مدل‌سازی حرکت ماهواره به دور زمین، نمی‌توانیم از این عامل چشم‌پوشی کنیم. بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

۱۲ ۴ با توجه به علوم پایهٔ هشتم، لیزر یک منبع نور گسترده است که آن را به‌دلیل کوچک بودن، منبع نقطه‌ای در نظر می‌گیریم. از سوی دیگر، پرتوها به‌صورت واگرا می‌باشند که چون در لیزر واگرایی زیاد نیست، برای سادگی آن‌ها را موازی درنظر می‌گیریم، پس گزینهٔ (۴) صحیح است.

۱۳ ۴ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات (۲) توجه کنید.
مجموعهٔ یکاهای مورد توافق بین‌المللی را به اختصار یکاهای SI می‌نامند که معمولاً یکاهایی هستند که در مجامع علمی دنیا مورد استفاده قرار می‌گیرند. یکای کمیت‌های اصلی به صورت مستقل تعریف می‌شود و یکای کمیت‌های فرعی را می‌توان برحسب یکاهای اصلی تعیین کرد، بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

۱۴ ۳ قوانین فیزیک با کمک **روابط ریاضی**، کمیت‌های مختلف فیزیکی را به یک‌دیگر مرتبط می‌سازند. با توجه به این موضوع، یکای کمیت‌های فرعی برحسب یکای کمیت‌های اصلی بیان می‌شوند و نیازی به تعریف تعداد زیادی یکا (واحد) برای کمیت‌های مختلف نمی‌باشد.

۱۵ ۳ یکای اندازه‌گیری یک کمیت باید در شرایط فیزیکی تعیین‌شده برای آن تغییر نکند و قابلیت تولید در مکان‌های مختلف را داشته باشد. هم‌چنین اصلی‌ترین ویژگی کمیت‌های اصلی، تعریف‌شدن یکای مستقل برای آن‌ها می‌باشد، بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

۱۶ ۲ اگر یکای طول را به صورت فاصلهٔ نوک بینی تا نوک انگشتان و یکای زمان را تعداد ضربان قلب شخص در نظر بگیریم، مشکل اصلی این انتخاب، آن است که این یکاها کاملاً تغییرپذیر است. از این‌رو این موارد را نباید یکای کمیت‌های طول و زمان در نظر گرفت.

۱۷ ۲ کمیت‌های زمان، جریان الکتریکی، شدت روشنایی و مقدار ماده از کمیت‌هایی اصلی هستند، بنابراین گزینه‌های (۱)، (۳) و (۴) نادرست بوده و گزینهٔ (۲) پاسخ این سؤال است.

۱۸ ۴ دما، جریان الکتریکی و جرم از کمیت‌های اصلی هستند، بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است. دقت کنید که کمیت‌های نیرو، فشار و سرعت از کمیت‌های فرعی می‌باشند، بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) نادرست است.

۱۹ ۳ طول و جرم از کمیت‌های اصلی هستند، در حالی که مساحت یک کمیت فرعی است، زیرا یکای آن (مترمربع) وابسته به یکای طول یعنی متر (m) است.

تذکر
در مورد نیرو نیز همین موضوع برقرار است و یکای آن برحسب کمیت‌های فرعی بیان می‌شود:

$$F = ma \Rightarrow \text{واحد نیرو} \equiv \text{کیلوگرم} \times \frac{\text{متر}}{\text{مجذور ثانیه}} \Rightarrow 1N \equiv 1kg.m/s^2$$

۲۰ **۳** با توجه به تعریف کمیت و یکا که در خلاصه نکات (۲) به آن اشاره کردیم و هم‌چنین با در نظر گرفتن جدول زیر، گزینهٔ (۳) صحیح است.

کمیت اصلی	یکای اصلی
جرم	کیلوگرم
طول	متر
زمان	ثانیه
دما	کلوین
مقدار ماده	مول
شدت جریان	آمپر
شدت روشنایی	کندلا

۲۱ **۴** کمیت‌های انرژی جنبشی، شار مغناطیسی و فشار که در گزینهٔ (۴) مطرح شده‌اند، همگی از کمیت‌های فرعی و نرده‌ای محسوب می‌شوند. دقت کنید که جرم از کمیت‌های اصلی و نیرو، میدان مغناطیسی و شتاب از کمیت‌های برداری هستند. بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) نادرست هستند.

۲۲ **۳** از بین کمیت‌های داده‌شده، کمیت‌های سرعت و نیرو کمیتی برداری و سایر کمیت‌ها نرده‌ای هستند (بنابراین ۲ کمیت برداری است).

هم‌چنین از بین کمیت‌های داده شده، کمیت‌های دما، زمان و طول کمیتی اصلی و سایر کمیت‌ها فرعی هستند (بنابراین ۳ کمیت اصلی است).

۲۳ **۲** **بررسی گزینه‌ها**

(۱)

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv \underbrace{kg}_{\text{یکای جرم}} . \underbrace{\frac{m}{s^2}}_{\text{یکای شتاب}}$$

$$W = Fd \Rightarrow \text{یکای کار یا انرژی} \equiv \text{یکای جابه‌جایی} \times \text{یکای نیرو}$$

$$\Rightarrow J \equiv kg.\frac{m}{s^2} \times m = kg.\frac{m^2}{s^2}$$

(۲) $\text{یکای مساحت} \equiv m^2$ $\qquad \text{یکای نیرو} \equiv kg.\frac{m}{s^2}$

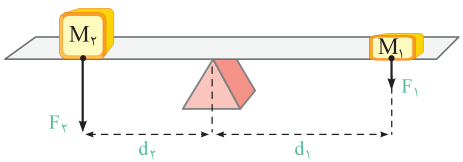
$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow \text{یکای فشار} \equiv \frac{\text{یکای نیرو}}{\text{یکای مساحت}} \quad \text{: طبق علوم پایهٔ نهم}$$

$$= \frac{kg.\frac{m}{s^2}}{m^2} = \frac{kg}{m.s^2}$$ بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.

۳) شدت روشنایی کمیتی اصلی است و یکای آن کَندِلا (شمع) است.

۴) تندی یک جسم برابر مسافت طی شده توسط آن در واحد زمان است و یکای آن m/s می‌باشد. $\qquad \text{یکای تندی} \equiv \frac{\text{یکای مسافت}}{\text{یکای زمان}} = \frac{m}{s}$

۲۴ **۲** گشتاور نیرو عاملی است که باعث چرخش می‌شود. مثلاً در شکل زیر، نیروی وزن وارد بر هر یک از وزنه‌ها سعی در چرخاندن اهرم روی تکیه‌گاه دارد.



گشتاور نیرو کمیتی برداری است و همان‌گونه که در علوم پایهٔ نهم خوانده‌اید، بزرگی آن از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

اندازهٔ نیرو × فاصلهٔ نقطه اثر نیرو تا محور چرخش = اندازهٔ گشتاور نیرو

$\Rightarrow$ یکای نیرو × یکای فاصله ≡ یکای گشتاور نیرو

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv kg.\frac{m}{s^2}$$

$$\Rightarrow \text{یکای گشتاور نیرو} \equiv m \times \left(kg.\frac{m}{s^2}\right) = kg.\frac{m^2}{s^2}$$

۲۵ **۳** برای حل این سؤال، یکاهای انرژی و نیرو را برحسب یکاهای اصلی محاسبه می‌کنیم:

محاسبهٔ یکای نیرو: $F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv kg.\frac{m}{s^2}$

محاسبهٔ یکای انرژی:

یکای جابه‌جایی × یکای نیرو ≡ یکای انرژی (یا کار) $\Rightarrow$ جابه‌جایی × نیرو = کار

$$\Rightarrow \text{یکای انرژی} \equiv kg.\frac{m}{s^2} \times m = kg.\frac{m^2}{s^2}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، برای تعریف یکای کمیت‌های نیرو و انرژی، از ۳ یکای اصلی kg، m و s استفاده می‌کنیم، بنابراین $\alpha = \beta = ۳$ است. $\qquad \frac{\alpha}{\beta} = \frac{۳}{۳} = ۱$

۲۶ **۳** برای حل این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: یکای نیرو در SI برابر است با: $F = ma \Rightarrow F \text{ یکای} \equiv kg.\frac{m}{s^2}$

گام دوم: یکای پارامتر k برابر است با (یکای مکان متحرک (x) در SI، متر است):

$$k = -\frac{F}{x} \Rightarrow k \text{ یکای} \equiv \frac{kg.\frac{m}{s^2}}{m} \equiv \frac{kg}{s^2}$$

این موضوع یعنی یکای k، معادل با کیلوگرم بر مربع ثانیه است.

۲۷ **۳** برای حل این سؤال، یکای نیرو را برحسب یکاهای kg ، m و s به‌دست می‌آوریم.

$$F = ma \Rightarrow \text{یکای نیرو} \equiv kg.\frac{m}{s^2} = \underbrace{kg}_{b}^{۱} \times \underbrace{m}_{c}^{۱} \times \underbrace{\frac{۱}{s}}_{d}^{۲}$$

$$\Rightarrow \alpha = ۱ \ , \ \beta = ۱ \ , \ \gamma = ۲$$

۲۸ **۴** می‌دانیم وقتی کمیتی برابر حاصل جمع چند کمیت دیگر است، یکای هر یک از جملات جمع‌شونده باید با یکای این کمیت برابر باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$A = \frac{B^2}{C} + CDE \Rightarrow A \text{ یکای} \equiv \left(\frac{B^2}{C}\right) \text{ یکای} \Rightarrow J \equiv \frac{B^2 \text{ یکای}}{kg}$$

با توجه به رابطهٔ $W = Fd$، می‌دانیم که یکای ژول معادل $kg.\frac{m^2}{s^2}$ است، بنابراین داریم:

$$kg.\frac{m^2}{s^2} \equiv \frac{B^2 \text{ یکای}}{kg} \Rightarrow B^2 \text{ یکای} \equiv kg^2.\frac{m^2}{s^2}$$

از طرفی یکای A با یکای CDE نیز باید برابر باشد، پس می‌توان نوشت:

$$A \text{ یکای} \equiv (CDE \text{ یکای}) \Rightarrow J \equiv kg \times (DE \text{ یکای})$$

$$\Rightarrow kg.\frac{m^2}{s^2} \equiv kg \times (DE \text{ یکای}) \Rightarrow DE \text{ یکای} \equiv \frac{m^2}{s^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{B^2}{DE}\right) \text{ یکای کمیت} \equiv \frac{B^2 \text{ یکای}}{DE \text{ یکای}} = \frac{kg^2.\frac{m^2}{s^2}}{\frac{m^2}{s^2}} = kg^2$$

gajmarket.com

۲۹ ۱ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات (۳) توجه کنید.

می‌دانیم که هر لیتر (معادل با) ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعب است و داریم:

$$V = 1\,m\,lit \xrightarrow[\text{به لیتر}]{\text{تبدیل میلی‌لیتر}} V = 10^{-3}\,lit$$

$$\xrightarrow[\text{سانتی‌متر مکعب}]{\text{تبدیل لیتر به}} V = 10^{-3} \times (10^{3}\,cm^{3}) = 1\,cm^{3}$$

برای پیدا کردن رابطهٔ بین دسی‌متر مکعب و لیتر داریم ($1\,dm = 10^{-1}\,m$ (دسی‌متر) یا $1m = 10\,dm$):

$$V = 1\,dm^{3} \xrightarrow[\text{به مترمکعب}]{\text{تبدیل دسی‌مترمکعب}} V = 1 \times (10^{-1}\,m)^{3} = 10^{-3}\,m^{3}$$

$$\xrightarrow[\text{به لیتر}]{\text{تبدیل مترمکعب}} V = 10^{-3} \times 10^{3}\,lit = 1\,lit$$

۳۰ ۳ ابتدا جرم هسته را برحسب نانوگرم به‌دست می‌آوریم و سپس آن را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$\text{جرم هسته} = 1677 \times 10^{-30}\,kg \xrightarrow{\text{تبدیل gr به kg}} 1677 \times 10^{-30} \times (10^{3}\,gr)$$

(kg: یکای SI جرم)

$$\xrightarrow{\text{تبدیل ng به gr}} 1677 \times 10^{-30} \times 10^{3} \times (10^{9}\,ng) = 1677 \times 10^{-18}\,ng$$

$$\Rightarrow \text{جرم هسته به صورت نمادگذاری علمی} = 1/677 \times 10^{-15}\,ng$$

۳۱ ۳ ابتدا فاصلهٔ بین دو شهر را برحسب پیکومتر (pm) به‌دست می‌آوریم و سپس آن را به صورت نمادگذاری علمی می‌نویسیم:

$$\text{فاصله} = 78\,km \xrightarrow{\text{تبدیل m به km}} 78 \times (10^{3}\,m)$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل pm به m}} 78 \times 10^{3} \times (10^{12}\,pm) = 78 \times 10^{15}\,pm$$

$$\Rightarrow \text{فاصله به صورت نمادگذاری علمی} = 7/8 \times 10^{16}\,pm \Rightarrow n = 16$$

۳۲ ۳ برای حل این سؤال، اعداد داده شده در هر یک از گزینه‌ها را برحسب کیلوگرم محاسبه می‌کنیم.

بررسی گزینه‌ها

۱) $1/25 \times 10^{11}\,\mu g \xrightarrow{\text{تبدیل gr به μg}} 1/25 \times 10^{11} \times (10^{-6}\,gr)$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل kg به gr}} 1/25 \times 10^{11} \times 10^{-6} \times (10^{-3}\,kg) = 125\,kg$$

۲) $5 \times 10^{7}\,mg \xrightarrow{\text{تبدیل gr به mg}} 5 \times 10^{7} \times (10^{-3}\,gr)$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل kg به gr}} 5 \times 10^{7} \times 10^{-3} \times (10^{-3}\,kg) = 50\,kg$$

۳) $7/5 \times 10^{12}\,ng \xrightarrow{\text{تبدیل gr به ng}} 7/5 \times 10^{12} \times (10^{-9}\,gr)$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل kg به gr}} 7/5 \times 10^{12} \times 10^{-9} \times (10^{-3}\,kg) = 7/5\,kg$$

۴) $4/5 \times 10^{-4}\,Gg \xrightarrow{\text{تبدیل gr به Gg}} 4/5 \times 10^{-4} \times (10^{9}\,gr)$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل kg به gr}} 4/5 \times 10^{-4} \times 10^{9} \times (10^{-3}\,kg) = 450\,kg$$

طبق صورت سؤال، حداکثر جرمی که می‌توان بر روی میز شیشه‌ای قرار داد برابر ۲۵kg است. فقط در گزینهٔ (۳)، جرم جسم از ۲۵kg کم‌تر است و در نتیجه شیشهٔ میز نمی‌شکند.

۳۳ ۲ با توجه به تمرین (۳) در خلاصه نکات (۳)، گزینهٔ (۲) صحیح است.

۳۴ ۲ برای مقایسهٔ دو مقدار، باید هر دو برحسب یک واحد یکسان بیان شوند؛ بنابراین در هر یک از گزینه‌ها، باید کمیت‌ها را با واحد یکسان محاسبه کنیم.

بررسی گزینه‌ها

۱) $3/8 \times 10^{-4}\,km \xrightarrow{\text{تبدیل m به km}} 3/8 \times 10^{-4} \times (10^{3}\,m)$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل dm به m}} 3/8 \times 10^{-4} \times 10^{3} \times (10\,dm) = 3/8\,dm < 540\,dm$$

بنابراین گزینهٔ (۱) صحیح است.

۲) $9/8 \times 10^{6}\,Mm \xrightarrow{\text{تبدیل m به Mm}} 9/8 \times 10^{6} \times (10^{6}\,m)$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل pm به m}} 9/8 \times 10^{6} \times 10^{6} \times (10^{12}\,pm)$$

$$= 9/8 \times 10^{24}\,pm < 2/7 \times 10^{25}\,pm$$

بنابراین گزینهٔ (۲) نادرست است.

۳) $100\,\text{هکتار} \xrightarrow{\text{تبدیل هکتار } (hm^{2}) \text{ به } m^{2}} 100 \times (100\,m)^{2}$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل } m^{2} \text{ به دکامتر مربع } (dam^{2})} 100 \times 10^{4} \times (10^{-1}\,dam)^{2} = 10000\,dam^{2}$$

بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

۴) $1\,Gm^{2} \xrightarrow{\text{تبدیل } m^{2} \text{ به } Gm^{2}} 1 \times (10^{9}\,m)^{2}$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل } km^{2} \text{ به } m^{2}} 10^{18} \times (10^{-3}\,km)^{2} = 10^{12}\,km^{2} > 1000\,km^{2}$$

بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

۳۵ ۱ ابتدا حجم و ضخامت گلبول قرمز را به ترتیب برحسب m^{3} و m محاسبه می‌کنیم:

حجم: $V = 10^{11}\,nm^{3} = 10^{11} \times (10^{-9}\,m)^{3} = 10^{-16}\,m^{3}$

ضخامت: $h = 2/5\,\mu m = 2/5 \times (10^{-6}\,m) = 2/5 \times 10^{-6}\,m$

$$V = A.h \Rightarrow 10^{-16} = A \times 2/5 \times 10^{-6}$$

$$\Rightarrow A = \frac{10^{-16}}{2/5 \times 10^{-6}} = 4 \times 10^{-11}\,m^{2}$$

با توجه به خواستهٔ سؤال، سطح مقطع را برحسب میلی‌متر مربع محاسبه می‌کنیم:

$$A = 4 \times 10^{-11}\,m^{2} \xrightarrow{\text{تبدیل } mm^{2} \text{ به } m^{2}} 4 \times 10^{-11} \times (10^{3}\,mm)^{2}$$

$$= 4 \times 10^{-5}\,mm^{2}$$

۳۶ ۳ برای به‌دست آوردن مساحت برحسب مترمربع (m^{2})، کافی است طول و عرض آن را برحسب متر (m) بنویسیم و داریم:

$$\begin{cases} \text{عرض صفحه} = 9\,nm = 9 \times 10^{-9}\,m \\ \text{طول صفحه} = 0/2\,\mu m = 0/2 \times 10^{-6}\,m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مساحت صفحهٔ مستطیلی} = \text{طول} \times \text{عرض}$$

$$= 0/2 \times 10^{-6} \times 9 \times 10^{-9}\,m^{2} = 1/8 \times 10^{-15}\,m^{2}$$

دقت کنید که مقدار به‌دست آمده برای مساحت با توجه به شیوهٔ نمادگذاری علمی صحیح است و نیاز به اصلاح ندارد.

۳۷ ۴ طبق صورت سؤال در هر ثانیه، $200\,cm^{3}$ آب هدر می‌رود، پس در هر ساعت، مقدار $200 \times 3600\,cm^{3}$ آب هدر می‌رود. در نتیجه در مدت زمان ۱۰ ساعت، مقدار $10 \times 3600 \times 200\,cm^{3}$ آب به هدر خواهد رفت.

حجم آب هدر رفته: $V = 10 \times 3600 \times 200\,cm^{3}$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل } cm^{3} \text{ به lit}} 10 \times 3600 \times 200 \times (10^{-3}\,lit) = 7200\,lit$$

۳۸ ۱ برای محاسبهٔ قد کودک برحسب فوت، با انتخاب عامل تبدیل‌های مناسب، از روش تبدیل زنجیره‌ای به‌صورت زیر کمک می‌گیریم:

$$152/4\,cm = 152/4\,cm \times (1) \times (1) = \overset{60}{\cancel{152/4}}\,\cancel{cm} \times \frac{1\,inch}{\underset{1}{\cancel{2/54}}\,\cancel{cm}} \times \frac{1\,ft}{12\,inch} = 5\,ft$$

۳۹ ۳ برای پاسخ دادن به این سؤال، به‌صورت زیر از روش تبدیل زنجیره‌ای استفاده می‌کنیم:

$$۳۱۲\text{km} = \overset{۳}{۳۱۲}\,\text{km} \times \frac{۱۰۰۰\,\text{m}}{۱\,\text{km}} \times \frac{۱۰۰\,\text{cm}}{۱\,\text{m}} \times \frac{۱\,\text{ذرع}}{\overset{۱}{۱۰۴}\,\text{cm}} = ۳ \times ۱۰^{۵}\ \text{ذرع}$$

از طرفی برای نمایش عدد برحسب فرسنگ، در ادامهٔ روند تبدیل زنجیره‌ای، به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$۳۱۲\text{km} = ۳۱۲\text{km} \times \frac{۱۰۰۰\,\text{m}}{۱\,\text{km}} \times \frac{۱۰۰\,\text{cm}}{۱\,\text{m}} \times \frac{۱\,\text{ذرع}}{۱۰۴\,\text{cm}} \times \frac{۱\,\text{فرسنگ}}{۶۰۰۰\,\text{ذرع}}$$

$$= ۵ \times ۱۰^{۱}\ \text{فرسنگ}$$

۴۰ ۳ برای پاسخ دادن به این سؤال، از روش تبدیل زنجیره‌ای به صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{قیراط } ۲۰۰ = ۲۰۰\ \text{قیراط} \times \frac{۲۰۰\,\text{mgr}}{۱\ \text{قیراط}} \times \frac{۱\,\text{gr}}{۱۰۰۰\,\text{mgr}} = ۴۰\,\text{gr}$$

۴۱ ۲ برای حل، از روش تبدیل زنجیره‌ای به‌صورت زیر استفاده می‌کنیم:

$$۶۲۲۰۸\,\text{kg} = \overset{۱۲۸۰۰}{۶۲۲۰۸}\,\text{kg} \times \frac{۱۰۰۰\,\text{gr}}{۱\,\text{kg}} \times \frac{۱\ \text{مثقال}}{\overset{۱}{۴/۸۶}\,\text{gr}} \times \frac{۱\ \text{من تبریز}}{۶۴۰\ \text{مثقال}} \times \frac{۱\ \text{خروار}}{۱۰۰\ \text{من تبریز}}$$

$$\text{خروار } ۲۰۰ = ۲ \times ۱۰^{۲}\ \text{خروار}$$

۴۲ ۲ یکای نجومی، معادل میانگین فاصلهٔ زمین تا خورشید است و این یعنی فاصلهٔ متوسط زمین تا خورشید، برابر $۱\,\text{AU}$ می‌باشد.

۴۳ ۴ **گام اول:** ابتدا تندی ناوشکن را بر حسب متر بر ثانیه بازنویسی می‌کنیم:

$$\text{تندی ناوشکن} = ۴۰۰\ \text{گره} \times \frac{\overset{۰/۵}{۱}\ \text{گره}}{\overset{۰/۵}{۱}\,\text{s}} = ۲۰۰\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام دوم: در ادامه، مسافت طی‌شده را برحسب متر به‌دست می‌آوریم:

$$\text{مسافت طی شده} = ۲\ \text{مایل} \times \frac{۱۸۵۰\,\text{m}}{۱\ \text{مایل}} = ۳۷۰۰\,\text{m}$$

گام سوم: زمان موردنظر برابر است با:

$$\text{تندی} = \frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{زمان}} \Rightarrow ۲۰۰ = \frac{۳۷۰۰}{\text{زمان}}$$

$$\Rightarrow \text{زمان} = ۱۸/۵\,\text{s} = ۱۸/۵ \times ۱۰^{۶}\,\mu\text{s} \xrightarrow{\text{نمادگذاری علمی}} \text{زمان} = ۱/۸۵ \times ۱۰^{۷}\,\mu\text{s}$$

۴۴ ۲ ابتدا حجم آب و سطح مقطع ظرف را به ترتیب برحسب m^3 و m^2 محاسبه می‌کنیم.

$$\text{حجم: } V = ۶\ \text{گالن} \times \frac{۴/۴\,\text{lit}}{۱\ \text{گالن}} = ۲۶/۴\,\text{lit} = ۲۶/۴ \times ۱۰^{-۳}\,\text{m}^3$$

$$\text{سطح مقطع: } A = \pi R^2 \simeq ۳ \times (۰/۲\text{m})^2 = ۰/۱۲\,\text{m}^2$$

$$\Rightarrow V = Ah \Rightarrow ۲۶/۴ \times ۱۰^{-۳} = ۰/۱۲ \times h$$

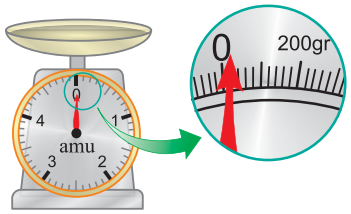
$$\Rightarrow h = \frac{۲۶/۴ \times ۱۰^{-۳}}{۰/۱۲} = ۰/۲۲\text{m} = ۲۲۰\,\text{mm}$$

۴۵ ۲ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات (۴) توجه کنید.

دقتِ وسیلهٔ اندازه‌گیری، مهارت شخص آزمایشگر و تعداد دفعات انجام آزمایش، از عواملی هستند که بر خطای آزمایش و دقت اندازه‌گیری در آن مؤثر هستند (۳ مورد). از طرفی یکای مورد استفاده برای گزارشِ مقدار کمیت‌های اندازه‌گیری‌شده و همین‌طور دیجیتالی بودن یا نبودنِ وسیلهٔ اندازه‌گیری، ارتباطی با مقدار دقت و خطای آزمایش ندارند.

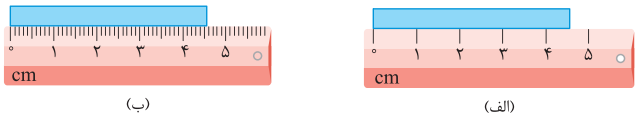
۴۶ ۳ برای وسایل درجه‌بندی شده، کم‌ترین تقسیم‌بندی آن وسیله و برای وسایل دیجیتالی، یک واحد از آخرین رقمی که خوانده می‌شود، برابر دقت اندازه‌گیری آن وسیله می‌باشد.

۴۷ ۱ همان‌گونه که در صفحهٔ ترازو می‌بینیم، فاصلهٔ بین صفر تا عدد ۲۰۰ گرم، به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شده است. بنابراین هر قسمت



برابر $۲۰\,\text{gr}$ است و در نتیجه دقت اندازه‌گیری این ترازو برابر $۲۰\,\text{gr}$ یا $۲ \times ۱۰^{۷}\,\mu\text{g}$ است.

۴۸ ۱ همان‌طور که می‌دانیم، دقت اندازه‌گیری در وسایل مدرج، برابر کمینهٔ درجه‌بندی آن وسیله است. بنابراین در شکل‌های (الف) و (ب)، دقت اندازه‌گیری به ترتیب برابر $۱\,\text{cm}$ و $۰/۱\,\text{cm} = ۱\,\text{mm}$ است.



۴۹ ۳ کوچک‌ترین درجه‌بندی این خط‌کش برابر $۰/۵\,\text{cm}$ است، بنابراین دقت اندازه‌گیری این خط‌کش برابر $۰/۵\,\text{cm} = ۵\,\text{mm}$ است.

۵۰ ۱ با توجه به شکل داده شده در صورت سؤال، کوچک‌ترین مقیاس دماسنج نشان داده شده برابر ۵°C می‌باشد. بنابراین دقت اندازه‌گیری این وسیله، برابر ۵°C است.

۵۱ ۳ ابتدا باید دقت شود، آن اندازه‌گیری دقیق‌تر است که مقادیر کوچک‌تری را بتواند اندازه بگیرد. برای بررسی راحت‌تر، مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست در گزینه‌ها را برحسب متر به‌دست می‌آوریم.

بررسی گزینه‌ها

(۱) $۸/۷۹\,\text{km} = ۸/۷۹\,\text{km}$

مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست: $۰/۰۱\,\text{km}$

$\Rightarrow$ مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست: $۰/۰۱\,\text{km} = ۰/۰۱ \times ۱۰^{۳}\,\text{m} = ۱۰\,\text{m}$

(۲) $۸/۷۹۰ \times ۱۰^{۶}\,\text{mm} = ۸/۷۹۰ \times ۱۰^{۶}\,\text{mm}$

مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست: $۰/۰۰۱ \times ۱۰^{۶}\,\text{mm}$

$\Rightarrow$ مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست: $۰/۰۰۱ \times ۱۰^{۶}\,\text{mm}$

$= ۰/۰۰۱ \times ۱۰^{۶} \times ۱۰^{-۳}\,\text{m} = ۱\,\text{m}$

(۳) $۸۷۹۰۰۰\,\text{cm} \Rightarrow$ مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست: $۱\,\text{cm}$

$= ۱ \times ۱۰^{-۲}\,\text{m} = ۱۰^{-۲}\,\text{m}$

(۴) $۸/۷۹۰۰ \times ۱۰^{۳}\,\text{m} \Rightarrow$ مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست: $۱۰^{-۱}\,\text{m}$

مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست: $۰/۰۰۱ \times ۱۰^{۳}\,\text{m}$

بنابراین مرتبهٔ آخرین رقم سمت راست در گزینهٔ (۳) از همه کوچک‌تر است و در نتیجه دقت اندازه‌گیری در آن بیشتر می‌باشد.

۵۲ ۱ دقت اندازه‌گیری برای وسایل دیجیتالی، یک واحد از آخرین رقمی است که خوانده می‌شود. بنابراین می‌توان نوشت: $۳/۲۵\,\text{A} \xrightarrow{\text{دقت اندازه‌گیری}} ۰/۰۱\,\text{A}$

۵۳ ۲ برای محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری در وسایل دیجیتالی، می‌توان به‌جای آخرین رقم سمت راست، عدد یک و به‌جای بقیهٔ رقم‌ها عدد صفر گذاشت و ممیز در سر جای خود باقی بماند. با این روش، دقت اندازه‌گیری برحسب واحدِ داده شده به‌دست می‌آید.

gajmarket.com

در این سؤال، عدد گزارش شده توسط آمپرسنج دیجیتال برابر ۲/۰۰۴ mA است، بنابراین دقت اندازه‌گیری آن برحسب میکروآمپر برابر است با:

دقت اندازه‌گیری: $0/0001\,mA = 0/0001\times10^{3}\,\mu A = 1\,\mu A$

تذکر

دقت شود هر میلی‌آمپر برابر 10^{3} میکروآمپر است.

$1\,mA = 10^{-3}\,A = 10^{-3}\times10^{6}\,\mu A = 10^{3}\,\mu A \Rightarrow 1\,mA = 10^{3}\,\mu A$

۵۴ ۳ برای محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری ترازوی دیجیتالی A برحسب کیلوگرم، با توجه به این‌که عدد گزارش شده شامل سه رقم اعشار است، دقت اندازه‌گیری آن به‌اندازهٔ ۰/۰۰۱ واحد نوشته شده در جلوی عدد است:

$2/400\,kg \Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری: $0/0001\,kg$

دقت: $0/0001\,kg$

از طرفی برای محاسبهٔ دقت اندازه‌گیری ترازوی دیجیتالی B برحسب گرم (gr)، ابتدا دقت اندازه‌گیری آن را برحسب واحد نوشته شده در جلوی عدد، یعنی kg، به‌دست می‌آوریم و سپس دقت اندازه‌گیری آن را برحسب گرم محاسبه می‌کنیم:

$4/910\,kg \Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری: $0/0001\,kg$

دقت: $0/0001\,kg$

$= 0/0001\times(10^{3}\,gr) = 0/1\,gr$

بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

سؤال **به‌نظر شما دقت اندازه‌گیری ترازوی دیجیتالی A برحسب گرم چه‌قدر است؟**

۵۵ ۱ کم‌ترین مقداری که ساعت اول می‌تواند اندازه‌گیری کند، ۱ دقیقه می‌باشد و در نتیجه دقت اندازه‌گیری این ساعت برابر ۱ دقیقه یا همان ۶۰ ثانیه است.

از سوی دیگر دقت اندازه‌گیری ساعت دوم، برابر یک ثانیه است (چون کم‌ترین مقداری که می‌تواند اندازه‌گیری کند، برابر یک ثانیه است).

دقت اندازه‌گیری ۱ دقیقه یا ۶۰ ثانیه است. $\rightarrow$ 12:00 (12: ساعت، 00: دقیقه)

دقت اندازه‌گیری ۱ ثانیه است. $\rightarrow$ 12:00:00 (00: ثانیه)

۵۶ ۴ دقت اندازه‌گیری توسط دستگاه دیجیتالی در هر یک از گزینه‌ها را برحسب gr به‌دست می‌آوریم.

بررسی گزینه‌ها

۱) $35/43\,gr \Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری: $0/01\,gr$

دقت: $0/01\,gr$

۲) $78/5\,dgr \Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری: $0/1\,dgr = 0/1\times(10^{-1}\,gr) = 0/01\,gr$ (معادل با dgr (دسی گرم))

دقت: $0/1\,dgr$

۳) $4/74\times10^{-3}\,kg \Rightarrow$ دقت اندازه‌گیری: $0/01\times10^{-3}\,kg$

دقت: $0/01\times10^{-3}\,kg$

$= 0/01\times10^{-3}\times(10^{3}\,gr) = 0/01\,gr$ (معادل با kg)

۴) $456\,mgr \xrightarrow{\text{به صورت یک عدد}} \xrightarrow[\text{تنها و بدون ممیز}]{}$ دقت اندازه‌گیری: $1\,mgr$

$= 1\times(10^{-3}\,gr) = 0/001\,gr$ (معادل با mgr)

دقت اندازه‌گیری در هر سه گزینهٔ (۱)، (۲) و (۳) برابر $0/1\,gr$ و در گزینهٔ (۴) برابر $0/001\,gr$ است.

۵۷ ۳ **بررسی موارد**

الف) با توجه به این‌که دستگاه موردنظر به‌صورت دیجیتالی است، بنابراین دقت اندازه‌گیری آن از مرتبهٔ آخرین رقم قابل اندازه‌گیری توسط دستگاه، یعنی برابر $0/001\,mm$ است.

ب) بنابراین نمایش واقعی این عدد به‌صورت زیر می‌باشد:

$20/83\,mm \pm 0/001\,mm$

پ) طول واقعی این جسم در محدودهٔ زیر قرار می‌گیرد:

$20/83\,mm - 0/001\,mm \le$ طول واقعی $\le 20/83\,mm + 0/001\,mm$

$\rightarrow 20/82\,mm \le$ طول واقعی $\le 20/84\,mm$

بنابراین دو عبارت (الف) و (ب) صحیح هستند.

۵۸ ۲ هنگامی‌که فرد در مکان B قرار دارد، به‌صورت عمود بر جسم، عدد نشان داده شده توسط خطکش را می‌بیند. از این‌رو عدد خوانده شده در این حالت به‌طول واقعی جسم نزدیک‌تر است.

۵۹ ۱ اختلاف بین اندازه‌گیری‌های اول و ششم با سایرین خیلی زیاد است (داده‌های پرت) و از آن‌ها صرف‌نظر کرده و به‌صورت زیر میانگین‌گیری می‌کنیم:

$$\text{جرم جسم} = \frac{8/2 + 8/3 + 8/4 + 8/3}{4} = 8/3\,kg$$

از طرفی این اندازه‌گیری با یک ترازوی دیجیتال با دقت ۱۰۰ gr یا ۰/۱ kg انجام شده و با توجه به دقت اندازه‌گیری آن می‌توان نوشت:

$$\text{جرم جسم} = 8/3 \pm 0/1\,kg$$

$$\xrightarrow{\text{محدودهٔ واقعی جرم جسم}} 8/3 - 0/1 \le m \le 8/3 + 0/1$$

$$\Rightarrow 8/2\,kg \le m \le 8/4\,kg$$

۶۰ ۳ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات (۵) توجه کنید.

با توجه به تعریف چگالی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \text{چگالی}: \rho = \dfrac{m}{V} \\ \text{جرم}: m = 405\,gr = 405\times(10^{-3}\,kg) = 405\times10^{-3}\,kg \\ \text{حجم}: V = 150\,cm^{3} = 150\times(10^{-2}\,m)^{3} = 150\times10^{-6}\,m^{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{405\times10^{-3}\,kg}{150\times10^{-6}\,m^{3}} = 2700\,kg/m^{3}$$

۶۱ ۱ ابتدا باید دقت شود که دسی‌متر یعنی $10^{-1}\,m$ و دسی‌متر مکعب، معادل $1\,(dm)^{3} = 1\times(10^{-1}\,m)^{3} = 10^{-3}\,m^{3}$ است.

در SI، یکاهای کمیت‌های جرم، چگالی و حجم به‌ترتیب kg، kg/m^{3} و m^{3} است. بنابراین ابتدا باید داده‌های سؤال را به یکای آن‌ها در SI تبدیل کنیم:

$$\begin{cases} \text{جرم}: m = 5\,gr = 5\times(10^{-3}\,kg) = 5\times10^{-3}\,kg \\ \text{حجم}: V = 0/002\,dm^{3} = 0/002\times(10^{-1}\,m)^{3} = 2\times10^{-6}\,m^{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{m}{V} = \frac{5\times10^{-3}}{2\times10^{-6}} = 2/5\times10^{3}\,kg/m^{3}$$

۶۲ ۱ دو لیتر خون معادل با $2000\,cm^{3}$ بوده و جرم آن برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 1/05 = \frac{m}{2000} \Rightarrow m = 2100\,gr = 210\,dagr$$

تذکر

برای تبدیل گرم به دکاگرم، آن را در 10^{-1} ضرب کرده‌ایم:

$1\,dagr = 10^{1}\,gr \longrightarrow 1\,gr = 10^{-1}\,dagr$

۳ ۶۳ برای تبدیل gr/mm^3 به kg/cm^3 به‌صورت زیر عمل می‌کنیم:

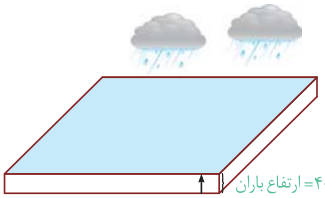
$$\rho = ۰/۰۱\frac{gr}{(mm)^3} = ۰/۰۱ \times \frac{(۱۰^{-3}\,kg)}{(۱۰^{-1}\,cm)^3}$$

$$= ۰/۰۱ \times \frac{۱۰^{-3}\,kg}{۱۰^{-3}\,cm^3} = ۰/۰۱\,kg/cm^3$$

توجه

هر میلی‌متر برابر با ۰/۱ یا ۱۰^{-1} سانتی‌متر است.

۴ ۶۴ **گام اول:** (محاسبهٔ حجم باران):



حجم باران باریده شده روی زمین $= V$ = مساحت زمین × ارتفاع آب باران

ارتفاع باران $= ۴۰\,mm = ۴ \times ۱۰^{-2}\,m$

سطح زمین $= ۲۵۰۰\,km^2 = ۲۵۰۰ \times (۱۰^3\,m)^2 = ۲/۵ \times ۱۰^9\,m^2$

حجم باران : $V = ۲/۵ \times ۱۰^9 \times ۴ \times ۱۰^{-2} = ۱۰^8\,m^3$

گام دوم: (محاسبهٔ جرم باران): طبق رابطهٔ چگالی داریم:

جرم باران : $m = \rho V = ۱۰^3 \times ۱۰^8 = ۱۰^{11}\,kg$

۴ ۶۵ **گام اول:** (محاسبهٔ جرم ظرف و جرم مایع) : اگر ظرف به طور کامل از مایع پر شود، جرم مایع درون ظرف را برابر $m_{مایع}$ در نظر می‌گیریم. حال اگر ظرف تا نیمه از مایع پر شود، جرم مایع داخل ظرف برابر $\frac{m_{مایع}}{۲}$ خواهد بود. حال می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \text{ظرف تا نیمه از مایع پر شود.} \Rightarrow \text{جرم کل} = m_{ظرف} + \frac{m_{مایع}}{۲} = ۲۴۰\,gr \\ \text{ظرف به طور کامل از مایع پر شود.} \Rightarrow \text{جرم کل} = m_{ظرف} + m_{مایع} = ۳۰۰\,gr \end{cases}$$

با توجه به دو معادلهٔ به دست آمده در فوق، جرم ظرف و جرم مایع به دست می‌آید.

$$\begin{cases} m_{ظرف} + \frac{m_{مایع}}{۲} = ۲۴۰ \\ m_{ظرف} + m_{مایع} = ۳۰۰ \end{cases} \Rightarrow m_{ظرف} = ۱۸۰\,gr \;,\; m_{مایع} = ۱۲۰\,gr$$

گام دوم: (محاسبهٔ چگالی مایع): حال با توجه به حجم کل ظرف که برابر حجم کل مایع است، می‌توان چگالی مایع را به دست آورد:

$$\rho_{مایع} = \frac{m_{مایع}}{V_{مایع}} = \frac{۱۲۰}{۸۰} = ۱/۵\,gr/cm^3$$

۴ ۶۶ برای حل این سؤال می‌توان گفت، جرم مایع پرکنندهٔ ظرف برابر $۲۴۰\,gr\,(= ۵۴۰ - ۳۰۰)$ و جرم روغن پرکنندهٔ ظرف برابر $۱۶۰\,gr\,(= ۴۶۰ - ۳۰۰)$ است. از طرفی حجم مایع و حجم روغن داخل ظرف با هم برابر است. بنابراین می‌توان نوشت:

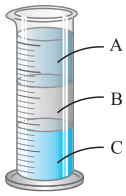
$$V_{مایع} = V_{روغن} \Rightarrow \frac{m_{مایع}}{\rho_{مایع}} = \frac{m_{روغن}}{\rho_{روغن}} \Rightarrow \frac{۲۴۰}{۱/۲} = \frac{۱۶۰}{\rho_{روغن}}$$

$$\Rightarrow \rho_{روغن} = ۰/۸\,gr/cm^3 = ۸۰۰\,kg/m^3 = ۸۰۰\,gr/Lit$$

۲ ۶۷ دقت شود که سنگین بودن یک جسم نسبت به جسم دیگر، دلیل بر فرورفتن آن جسم در آب نمی‌شود. به طور مثال فرض کنید ۰/۵kg آهن و ۵kg چوب را بر روی سطح آب قرار دهیم. گرچه جرم این چوب بیشتر از آهن است (سنگین‌تر است)، ولی چون چگالی آن کم‌تر از چگالی آب است، در آب فرو نمی‌رود ولی از آن‌جایی که چگالی آهن بیشتر از چگالی آب است، آهن در آب فرو می‌رود.

در گزینهٔ (۲) نیز چون چگالی پرتقالِ با پوست، کم‌تر از آب است بر روی سطح آب شناور می‌ماند ولی چون چگالی پرتقالِ بدون پوست، بیشتر از آب است، در آب فرو می‌رود.

۴ ۶۸ در داخل استوانهٔ شیشه‌ای، مایعی که چگالی آن بیشتر است، پایین‌تر قرار می‌گیرد. بنابراین جیوه که چگالی آن بیشتر از دو مایع دیگر است در کف ظرف قرار می‌گیرد.

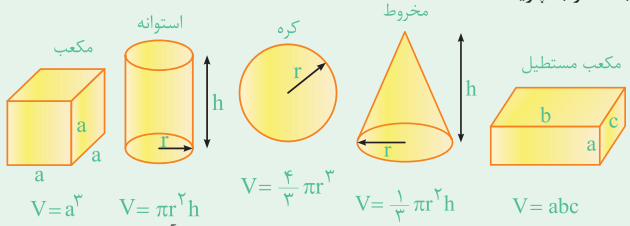


$$\rho_{جیوه} > \rho_{آب} > \rho_{روغن\ زیتون} \rightarrow \begin{cases} A: \text{روغن زیتون} \\ B: \text{آب} \\ C: \text{جیوه} \end{cases}$$

۳ ۶۹

یادآوری

حجم برخی از اجسام که شکل هندسی مشخصی دارند به‌صورت زیر است، آن‌ها را به‌خاطر بسپارید:



در مسائلی که شکل هندسی یک جسم تغییر می‌کند، جرم آن ثابت می‌ماند.

$$V = \frac{۴}{۳}\pi R^3 = \frac{۴}{۳} \times \pi \times ۵^3\,cm^3 \;,\; \rho = ۶\frac{gr}{cm^3} \;,\; m = ?$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = ۶ \times \frac{۴}{۳} \times \pi \times \underbrace{۲۵ \times ۵}_{۵^3} = ۱۰۰۰\pi\,gr$$

$$\Rightarrow m = \pi kg = ۳/۱۴\,kg$$

۲ ۷۰ باتوجه به تمرین (۲) در خلاصه نکات (۵)، گزینهٔ (۲) صحیح است.

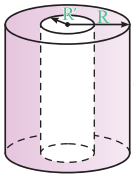
۴ ۷۱ **گام اول:** ابتدا جرم جسم را از رابطهٔ زیر برحسب گرم به‌دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V = \underbrace{۴}_{\frac{gr}{cm^3}\text{ واحد}} \times \underbrace{(۲ \times ۲ \times ۲)}_{\text{حجم مکعب بر حسب } cm^3} = ۳۲gr$$

گام دوم: در ادامه با توجه به استراتژی تبدیل واحد به‌صورت زنجیره‌ای داریم:

$$m = ۳۲gr = ۳۲gr \times \frac{\text{۱ قیراط}}{۲۰۰ \times ۱۰^{-3}\,gr} = \text{۱۶۰ قیراط}$$

۲ ۷۲ در طول فرایند تغییر شکل، جرم جسم ثابت می‌ماند. از طرفی چگالی ماده نیز ثابت است، در نتیجه با توجه به رابطهٔ $m = \rho V$، حجم ماده نیز در طول فرایند ثابت می‌ماند و داریم:



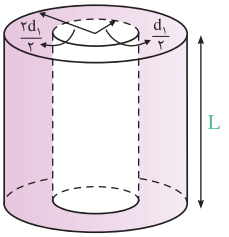
$$\begin{cases} \text{حجم کره (در حالت اول)}: V_۱ = \frac{۴}{۳}\pi R^3 \\ \text{حجم استوانه (در حالت دوم)}: V_۲ = (\pi R^2 - \pi R'^2) \times ۲R \\ \qquad = ۲\pi R^3 - ۲\pi R'^2 \times R \end{cases}$$

gajmarket.com

$V_۱ = V_۲ \Rightarrow \frac{۴}{۳}\pi R^۳ = ۲\pi R^۳ - ۲\pi R'^۲ R \Rightarrow ۲\pi R R'^۲ = \frac{۲}{۳}\pi R^۳$

$\Rightarrow R'^۲ = \frac{۱}{۳}R^۲ \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۴ ۷۳ با توجه به رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$، به راحتی می‌توان نوشت:



$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$

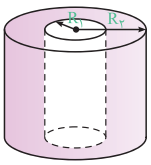
$\Rightarrow m = \rho\left(\pi\frac{d_۲^۲}{۴} - \pi\frac{d_۱^۲}{۴}\right)L$

$= \frac{۱}{۴}\pi\rho L(d_۲^۲ - d_۱^۲)$

$\xrightarrow{d_۲ = ۲d_۱} m = \frac{۱}{۴}\pi\rho L((۲d_۱)^۲ - d_۱^۲) = \frac{۳}{۴}\pi\rho L d_۱^۲$

۴ ۷۴ برای دو حالت، چگالی جسم ثابت می‌ماند، بنابراین می‌توان نوشت:

$\rho_۱ = \rho_۲ \Rightarrow \frac{m_۱}{V_۱} = \frac{m_۲}{V_۲} \Rightarrow \frac{m_۲}{m_۱} = \frac{V_۲}{V_۱}$



حجم در حالت اول: $V_۱ = L\times(\pi R_۲^۲ - \pi R_۱^۲)$

حجم در حالت دوم: $V_۲ = ۳L\times(\pi(۲R_۲)^۲ - \pi(۲R_۱)^۲)$

$= \underbrace{۱۲L(\pi R_۲^۲ - \pi R_۱^۲)}_{V_۱} = ۱۲V_۱$

$\Rightarrow \frac{m_۲}{m_۱} = \frac{V_۲}{V_۱} = ۱۲ \Rightarrow m_۲ = ۱۲m_۱ \Rightarrow m_۲ = ۱۲M$

۱ ۷۵ جرم جسم برابر ۱۱/۵gr و حجم آن برابر $۲۳/۱ - ۱۸/۵ = ۴/۶mL$ است. بنابراین چگالی این جسم برابر است با:

$\rho = \frac{m}{V} = \frac{۱۱/۵\times۱۰^{-۳}}{۴/۶\times۱۰^{-۶}} = ۲۵۰۰kg/m^۳$

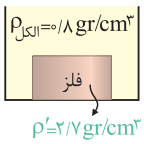
۳ ۷۶ برای محاسبهٔ چگالی فلز، ابتدا حجم آب جابه‌جا شده را (که برابر با حجم قطعه فلز است) به‌دست می‌آوریم:

حجم فلز = حجم آب جابه‌جا شده

$\Rightarrow V = \text{ارتفاع آب بالا آمده}\times\text{سطح مقطع داخلی استوانه} = ۱۰\times۱/۲ = ۱۲cm^۳$

چگالی فلز: $\rho = \frac{m}{V} = \frac{۹۰\,gr}{۱۲\,cm^۳} = ۷/۵\,gr/cm^۳$ ⇒ جرم فلز: $m = ۹۰\,gr$

۱ ۷۷ در این مسأله باید دقت شود که حجم الکل سرریز شده از ظرف با حجم قطعه فلز برابر است. بنابراین می‌توان نوشت:



برای الکل: $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۰/۸ = \frac{۱۶۰}{V} \Rightarrow V = \frac{۱۶۰}{۰/۸} = ۲۰۰\,cm^۳$

برای قطعه فلز: $\rho' = \frac{m'}{V'} \Rightarrow ۲/۷ = \frac{m'}{۲۰۰} \Rightarrow$ جرم قطعه فلز: $m' = ۵۴۰\,gr$

خلاقیت حرفه‌ای‌ها

حل این تست پر تکرار، به‌صورت زیر سریع‌تر انجام می‌پذیرد:

$V_{\text{فلز}} = V_{\text{مایع}} \Rightarrow \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} \Rightarrow \frac{m_{\text{فلز}}}{۲/۷} = \frac{۱۶۰}{۰/۸} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = ۵۴۰gr$

۲ ۷۸ با قرار دادن هر گوی در داخل ظرف، حجم مایع بالا آمده در ظرف، برابر حجم گوی می‌شود. حال فرض کنید با قرار دادن N عدد گوی در داخل ظرف، مایع به اندازهٔ ۲cm بالا می‌آید. بنابراین می‌توان نوشت:

$N\times V_{\text{گوی}} = \underbrace{V_{\text{مایع بالا آمده}}}_{Ah} \Rightarrow N\times V_{\text{گوی}} = Ah$

$\xrightarrow{V_{\text{گوی}} = \frac{m_{\text{گوی}}}{\rho_{\text{گوی}}}} N\times\frac{m_{\text{گوی}}}{\rho_{\text{گوی}}} = Ah$

$\Rightarrow N\times\frac{۱۲۰}{۸} = ۶۰\times۲ \Rightarrow N = ۸$

بنابراین با قرار دادن ۸ گوی در داخل ظرف، مایع تا لبهٔ ظرف بالا می‌آید.

۴ ۷۹ ابتدا حجم واقعی فلز به‌کار رفته در ساخت کره را محاسبه می‌کنیم که برابر است با:

حجم فلز: $V = \text{حجم حفره} - \text{حجم کره} = \frac{۴}{۳}\pi\times(۰/۸)^۳ - \frac{۴}{۳}\pi\times(۰/۶۵)^۳$

$\simeq ۳/۵\times۱۰^{-۳}\,m^۳$

در ادامه جرم کره به سادگی از رابطهٔ $m = \rho V$ به‌دست می‌آید:

چگالی فلز: $\rho = ۸\frac{kg}{Lit} = ۸\times\frac{۱kg}{(۱۰^{-۳}m^۳)} = ۸۰۰۰\,kg/m^۳$

جرم کره: $\Rightarrow m = \underbrace{۸۰۰۰}_{\rho}\times\underbrace{۳/۵\times۱۰^{-۳}}_{V} = ۲۸kg$

۴ ۸۰ **گام اول:** ابتدا محاسبه می‌کنیم که اگر یک مکعب با طول ضلع ۱۰ cm و بدون حفره داشته باشیم، جرم آن چه‌قدر است؟

جرم مکعب بدون حفره: $m = \rho V = ۸\times(۱۰\times۱۰\times۱۰) = ۸۰۰۰\,gr = ۸kg$

گام دوم: جرم مکعب در سؤال برابر با ۶kg داده شده است، بنابراین به اندازهٔ حجم ۲ کیلوگرم از فلز، در آن حفره وجود دارد.

حجم ۲ کیلوگرم از فلز (یا ۲۰۰۰ gr از فلز): $V = \frac{m}{\rho}$

$= \text{حجم حفره} = \frac{۲۰۰۰\,gr}{۸\,gr/cm^۳} = ۲۵۰\,cm^۳$

بنابراین، گزینهٔ (۴) صحیح است.

۳ ۸۱ **گام اول:** با توجه به جرم کرهٔ فلزی و چگالی آن، حجم واقعی فلز مورد استفاده را به‌دست می‌آوریم:

$\rho = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} \Rightarrow ۲/۷ = \frac{۱۰۸۰}{V_{\text{فلز}}} \Rightarrow$ حجم واقعی فلز: $V_{\text{فلز}} = ۴۰۰cm^۳$

گام دوم: حال با توجه به اختلاف حجم واقعی فلز و حجم ظاهری کره، می‌توان نوشت:

حجم کره: $V_{\text{کره}} = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ \simeq \frac{۴}{۳}\times۳\times۵^۳ = ۵۰۰cm^۳$

حجم حفره: $V_{\text{حفره}} = V_{\text{کره}} - V_{\text{فلز}} = ۵۰۰ - ۴۰۰ = ۱۰۰cm^۳$

خواستهٔ مسئله: $\frac{\text{حجم حفره}}{\text{حجم کره}}\times۱۰۰ = \frac{۱۰۰}{۵۰۰}\times۱۰۰ = ٪۲۰$

۱ ۸۲ مشابه با سؤالات قبل داریم:

$\begin{cases}\text{حجم ظاهری مکعب} = \text{حجم آب خارج‌شده} = ۲۰۰cm^۳\\ \text{حجم ظاهری مکعب} = \text{حجم واقعی مکعب فلزی} + \text{حجم حفرهٔ موجود}\end{cases}$

همچنین با استفاده از اطلاعات سؤال داریم:

$$\begin{cases}\text{جرم مکعب}=۱۴۰۰\,gr\\ \text{چگالی فلز}=۸\,gr/cm^۳\end{cases}\xrightarrow{V=\frac{m}{\rho}}\text{حجم واقعی مکعب}=\frac{۱۴۰۰}{۸}=۱۷۵\,cm^۳$$

در نتیجه حجم حفرهٔ موجود در مکعب برابر است با:

$$\text{حجم حفرهٔ موجود}=\text{حجم ظاهری}-\text{حجم واقعی}=۲۰۰-۱۷۵=۲۵\,cm^۳$$

۸۳ ۱ **گام اول:** حجم خالص برنز استفاده شده در مجسمه، با توجه به جرم و چگالی آن برابر است با:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow ۸۰۰۰=\frac{۴۰}{V}\Rightarrow V=۰/۰۰۵\,m^۳$$

گام دوم: در ادامه به‌صورت زیر، حجم فضای خالی را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{حجم فضای خالی}=\text{حجم ظاهری مجسمه}-\text{حجم خالص برنز}$$
$$=۰/۰۵-۰/۰۰۵=۰/۰۴۵\,m^۳$$

گام سوم: جرم نفت مورد نیاز برای پرکردن فضای خالی داخل مجسمه به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho_{\text{نفت}}=\frac{m_{\text{نفت}}}{V_{\text{نفت}}}\xrightarrow{\rho_{\text{نفت}}=۸۰۰\,kg/m^۳}m_{\text{نفت}}=۸۰۰\times\frac{۴۵}{۱۰۰۰}=۳۶\,kg$$

(حجم فضای خالی)

۸۴ ۴ برای پاسخ دادن به این سؤال، ابتدا حجم واقعی فلز توپر و فلز توخالی را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}\text{وزن مکعب توپر}=m_۱g\Rightarrow ۱۰m_۱=۸\Rightarrow m_۱=۰/۸\,kg=۸۰۰\,gr\\ \Rightarrow\text{حجم مکعب توپر}:V_۱=\frac{m_۱}{\rho}=\frac{۸۰۰}{۱۰}=۸۰\,cm^۳\\ \text{وزن مکعب توخالی}=m_۲g\Rightarrow ۱۰m_۲=۴\Rightarrow m_۲=۰/۴kg=۴۰۰\,gr\\ \Rightarrow\text{حجم واقعی مکعب توخالی}:V_۲=\frac{m_۲}{\rho}=\frac{۴۰۰}{۱۰}=۴۰\,cm^۳\end{cases}$$

$$\Rightarrow\text{حجم حفره}=۸۰-۴۰=۴۰\,cm^۳$$

۸۵ ۱ با توجه به داده‌های مسأله و کمک گرفتن از رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ داریم:

$$\rho_A=۱/۵\rho_B\ ,\ (V_B=۵۰۰\,cm^۳\Rightarrow m_B=۲۰۰\,gr)$$
$$(V_A=۲۰۰\,cm^۳\Rightarrow m_A=?)$$

$$\text{چگالی}:\rho=\frac{m}{V}\rightarrow\rho_B=\frac{m_B}{V_B}=\frac{۲۰۰}{۵۰۰}=۰/۴\,gr/cm^۳$$

$$\xrightarrow{\rho_A=۱/۵\rho_B}\rho_A=۱/۵\times۰/۴=۰/۶\,gr/cm^۳$$

$$\rho_A=\frac{m_A}{V_A}\Rightarrow m_A=\rho_AV_A=۰/۶\times۲۰۰=۱۲۰\,gr$$

نگاهی دیگر

برای مقایسهٔ چگالی دو ماده با توجه به رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$، می‌توان نوشت:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\Rightarrow ۱/۵=\frac{m_A}{۲۰۰}\times\frac{۵۰۰}{۲۰۰}$$
$$\Rightarrow m_A=۱۲۰\,gr$$

۸۶ ۲ اطلاعات سؤال به‌صورت زیر است:

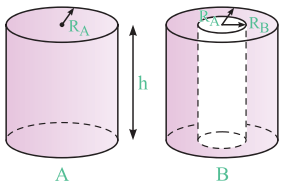
$$\rho_{\text{اسمیم}}=۲۲/۵\times۱۰^۳\,\frac{kg}{m^۳}\ ,\ \rho_{\text{مس}}=۹\,\frac{gr}{cm^۳}$$

$$\xrightarrow[\text{به}\ \frac{gr}{cm^۳}]{\text{تبدیل}\ \frac{kg}{m^۳}}\rho_{\text{مس}}=۹\times۱۰^۳\,\frac{kg}{m^۳}\ ,\ V_{\text{اسمیم}}=V_{\text{مس}}$$

حال با مقایسهٔ رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$ برای دو فلز داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{V_{\text{اسمیم}}=V_{\text{مس}}}\frac{\rho_{\text{اسمیم}}}{\rho_{\text{مس}}}=\frac{m_{\text{اسمیم}}}{m_{\text{مس}}}$$
$$\Rightarrow\frac{m_{\text{اسمیم}}}{m_{\text{مس}}}=\frac{۲۲/۵\times۱۰^۳}{۹\times۱۰^۳}=\frac{۵}{۲}=۲/۵$$

۸۷ ۴ در مقایسهٔ چگالی استوانه‌های A و B، کافی است حجم آن‌ها را مقایسه کنیم:



$$\begin{cases}m_A=m_B\\ V_A=\pi R_A^۲h\\ V_B=\pi(R_A^۲-\underbrace{R_B^۲}_{(\frac{۱}{۲}R_A)^۲})h=\frac{۳}{۴}\pi R_A^۲h\end{cases}$$

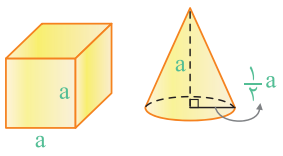
$$\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}=۱\times\frac{۳}{۴}=\frac{۳}{۴}$$

۸۸ ۳ با توجه به اطلاعات سؤال می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}\frac{\rho_A}{\rho_B}=۱/۶\\ r_A=۳cm\ ,\ r_B=۶cm\end{cases}\xrightarrow{\text{حجم کره}:V=\frac{۴}{۳}\pi r^۳}\frac{V_B}{V_A}=\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^۳=\left(\frac{۶}{۳}\right)^۳=۸$$

$$\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\Rightarrow ۱/۶=\frac{m_A}{m_B}\times۸\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{۱}{۵}$$

۸۹ ۳ با توجه به اطلاعات سؤال، به‌کمک رابطهٔ $m=\rho V$ به این سؤال پاسخ می‌دهیم:



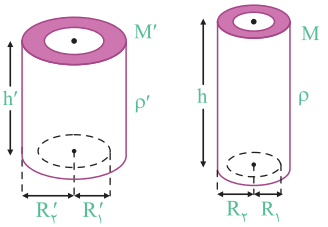
$$V_{\text{مخروط}}=\frac{۱}{۳}\times(\text{مساحت قاعده})\times(\text{ارتفاع})$$

$$V_{\text{مکعب}}=a^۳=\frac{۱}{۳}\left[\pi\times\frac{۱}{۴}a^۲\right]\times a=\frac{۱}{۱۲}\pi a^۳\simeq\frac{۱}{۴}a^۳$$

$$m=\rho V\Rightarrow\frac{m_{\text{مخروط}}}{m_{\text{مکعب}}}=\frac{\rho_۱}{\rho_۲}\times\frac{V_{\text{مخروط}}}{V_{\text{مکعب}}}$$

$$\Rightarrow ۱=\frac{\rho_۱}{\rho_۲}\times\frac{\frac{۱}{۴}a^۳}{a^۳}\Rightarrow\frac{\rho_۱}{\rho_۲}=۴$$

۹۰ ۳ ابتدا حجم دو استوانه و نسبت آن‌ها را به‌دست می‌آوریم:



$$\begin{cases}M=۳M'\\ \rho=۲\rho'\\ R_۱'=۳R_۱\\ R_۲'=۳R_۲\end{cases}$$

gajmarket.com

$$\begin{cases} V' = \pi R_2'^2 h' - \pi R_1'^2 h' = \pi h'(R_2'^2 - R_1'^2) \\ = \pi h'((3R_2)^2 - (3R_1)^2) = 9\pi h'(R_2^2 - R_1^2) \\ V = \pi R_2^2 h - \pi R_1^2 h = \pi h(R_2^2 - R_1^2) \end{cases}$$

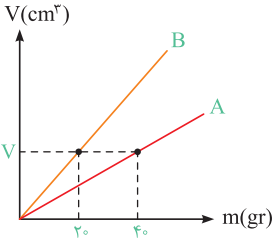
$$\Rightarrow \frac{V}{V'} = \frac{\pi h(R_2^2 - R_1^2)}{9\pi h'(R_2^2 - R_1^2)} = \frac{h}{9h'}$$

در ادامه با کمک رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$، می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho'}{\rho} = \frac{M'}{M} \times \frac{V}{V'} \Rightarrow \frac{\rho'}{2\rho'} = \frac{M'}{3M'} \times \frac{h}{9h'}$$

$$\Rightarrow \frac{h}{h'} = \frac{27}{2} = 13/5$$

۹۱ **۴** در حجم یکسان V، جرم A برابر ۴۰ gr و جرم B برابر ۲۰ gr است و می‌توان نوشت:



$$V_A = V_B = V$$

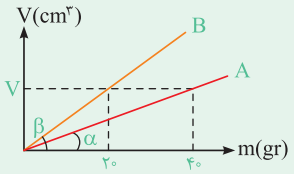
$$m_B = 20\ gr\ ,\ m_A = 40\ gr$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{V_B}{V_A}$$

$$= \frac{40}{20} \times \frac{V}{V} = 2$$

به جور دیگه فکر کنیم

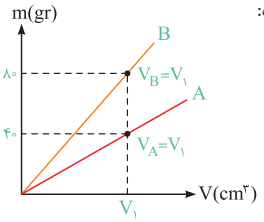
با توجه به این‌که نمودار حجم برحسب جرم برای دو ماده رسم شده است، شیب نمودار برابر عکس چگالی است و داریم:



$$\tan\theta = \frac{1}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{1}{\tan\theta}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \rho_A = \frac{1}{\tan\alpha} = \frac{1}{\frac{V}{40}} = \frac{40}{V} \\ \rho_B = \frac{1}{\tan\beta} = \frac{1}{\frac{V}{20}} = \frac{20}{V} \end{cases} \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = 2$$

۹۲ **۳** با توجه به نمودار داده شده، می‌توان نوشت:



$$\rho_A = \frac{m_A}{V_A} \xrightarrow{\rho_A = 4000\ kg/m^3 = 4\ gr/cm^3} 4 = \frac{40}{V_A} \Rightarrow V_A = V_1 = 10\ cm^3$$

$$\rho_B = \frac{m_B}{V_B} = \frac{80}{10} = 8\ gr/cm^3 \Rightarrow \begin{cases} m_B' = 400\ gr \\ \rho_B = 8\ gr/cm^3 \end{cases}$$

(V_B برابر V_1 است.)

$$\Rightarrow V_B' = \frac{m_B'}{\rho_B} = \frac{400}{8} = 50\ cm^3 = 50\ m\,lit$$

به جور دیگه فکر کنیم

با توجه به شکل، شیب نمودار مربوط به B (چگالی فلز B) دو برابر شیب نمودار مربوط به A (چگالی فلز A) است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\rho_B = 2\rho_A = 2 \times 4000 = 8000\ kg/m^3 = 8\ gr/cm^3$$

$$m_B' = 400\ gr \Rightarrow V_B' = \frac{m_B'}{\rho_B} = \frac{400}{8} = 50\ cm^3 = 50\ m\,lit$$

۹۳ **۳** با توجه به خلاصه نکات (۶)، چگالی مخلوط همگن دو ماده از رابطهٔ $\rho_{کل} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$ به‌دست می‌آید و داریم:

$$\begin{cases} \rho_{کل} = 1400\ kg/m^3 = 1/4\ gr/cm^3 \\ \rho_1 = 1300\ kg/m^3 = 1/3\ gr/cm^3\ ,\ V_1 = 300\ cm^3 \\ \rho_2 = 1500\ kg/m^3 = 1/5\ gr/cm^3\ ,\ V_2 = ? \end{cases}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$1/4 = \frac{(1/3 \times 300) + (1/5 \times V_2)}{300 + V_2} \Rightarrow 420 + 1/4\,V_2 = 390 + 1/5\,V_2$$

$$\Rightarrow \text{حجم مایع دوم}: V_2 = 300\ cm^3$$

۹۴ **۳** با توجه به تمرین (۱) در خلاصه نکات (۶)، گزینهٔ (۳) صحیح است.

۹۵ **۳** برای محاسبهٔ چگالی مخلوط به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} \rho_{کل} = \frac{m_{کل}}{V_{کل}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \\ V_1 = \frac{1}{3}V \rightarrow m_1 = \rho_1 V_1 = \frac{1}{3}V\rho_1 \\ V_2 = \frac{2}{3}V \rightarrow m_2 = \rho_2 V_2 = \frac{2}{3}V\rho_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \rho_{کل} = \frac{\frac{1}{3}V\rho_1 + \frac{2}{3}V\rho_2}{\frac{1}{3}V + \frac{2}{3}V} = \frac{1}{3}\rho_1 + \frac{2}{3}\rho_2 = \frac{\rho_1 + 2\rho_2}{3}$$

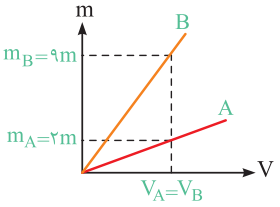
۹۶ **۴** اگر جرم مخلوط را برابر m درنظر بگیریم، داریم:

$$\begin{cases} m_1 = \frac{25}{100}m = \frac{1}{4}m \Rightarrow V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{\frac{1}{4}m}{\rho_1} = \frac{m}{4\rho_1} \\ m_2 = m - \frac{25}{100}m = \frac{75}{100}m = \frac{3}{4}m \Rightarrow V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{\frac{3}{4}m}{\rho_2} = \frac{3m}{4\rho_2} \end{cases}$$

$$\rho_{کل} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\frac{1}{4}m + \frac{3}{4}m}{\frac{m}{4\rho_1} + \frac{3m}{4\rho_2}} = \frac{1}{\frac{\rho_2 + 3\rho_1}{4\rho_1\rho_2}} = \frac{4\rho_1\rho_2}{\rho_2 + 3\rho_1}$$

۹۷ **۱** برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: ابتدا با توجه به نمودار داده شده، چگالی مادهٔ B را به دست می‌آوریم:



$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{V\ یکسان} \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A}$$

$$\Rightarrow \frac{\rho_B}{2} = \frac{9m}{2m} \Rightarrow \rho_B = 9\ gr/cm^3$$

قسمت اول: نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی

خلاصه نکات ۱ — بار الکتریکی و روش‌های باردارکردن اجسام

وقتی دو جسم خنثی به یکدیگر مالش داده می‌شوند، تعدادی الکترون از یکی از آن‌ها به دیگری منتقل می‌شود. جسمی که الکترون از دست می‌دهد، تعداد الکترون‌هایش کم‌تر از تعداد پروتون‌هایش می‌شود و بار الکتریکی آن مثبت می‌شود و جسمی که الکترون اضافی دریافت می‌کند، دارای بار الکتریکی منفی می‌شود.

نکات مهم و کاربردی

۱) افزایش تعداد الکترون‌ها در یک جسم، بار جسم را منفی کرده و کاهش تعداد الکترون‌ها بار آن را مثبت می‌کند.

۲) اگر به یک جسم خنثی n الکترون داده شود و اندازهٔ بار الکتریکی هر الکترون را e در نظر بگیریم $(e=1/6\times10^{-19}C)$، بار الکتریکی جسم برابر است با:

$$q=-ne \quad (n=0,1,2,\dots)$$

هم‌چنین اگر n الکترون از جسمی گرفته شود، بار الکتریکی جسم برابر است با:

$$q=+ne$$

۳) با توجه به رابطهٔ $q=\pm ne$، بار الکتریکی هر جسم مضرب صحیحی از یک مقدار پایه است که آن مقدار پایه، بار یک الکترون است.

$$q=\underbrace{\pm n}_{\text{مضرب صحیح}}\ \underbrace{e}_{\text{مقدار پایه}}$$

به عبارتی حاصل $\frac{q}{e}$ برای یک جسم، نمی‌تواند هر مقداری داشته باشد و حاصل آن باید حتماً یک عدد صحیح باشد.

روش‌های باردار کردن اجسام

به طور کلی سه روش برای باردار کردن اجسام مطرح می‌کنیم:

۱) مالش
۲) تماس
۳) القا

حال در ادامهٔ کار، به توضیح هر یک از این سه روش می‌پردازیم:

۱) مالش: در اثر مالشِ دو جسم بر یکدیگر، می‌توان آن‌ها را باردار کرد. در رابطه با این روش برای باردار کردن اجسام، به موارد زیر توجه کنید:

۱) در اثر مالش دو جسم بر یکدیگر، الکترون‌ها تولید نمی‌شوند، بلکه فقط از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌شوند.

۲) جسمی که الکترون از دست می‌دهد، دارای بار مثبت و جسمی که الکترون دریافت می‌کند، دارای بار الکتریکی منفی می‌شود.

۳) به‌دست آوردن یا از دست دادن الکترون در تماس دو جسم با یک‌دیگر را می‌توان براساس جدولی موسوم به سری الکتریسیتهٔ مالشی **(سری تریبوالکتریک)** مشخص کرد. در این جدول، مواد پایین‌تر، الکترون‌خواهی بیشتری دارند؛ یعنی اگر دو ماده در این جدول در تماس با یک‌دیگر قرار گیرند، الکترون‌ها از مادهٔ بالاتر جدول به ماده‌ای که پایین‌تر قرار دارد، منتقل می‌شود. در ادامه، این جدول به همراه دو مثال بر روی آن آورده شده است:

سری الکتریسیتهٔ مالشی (تریبوالکتریک)

انتهای مثبت سری	موی انسان	شیشه	نایلون	پشم	موی گربه	سُرب	ابریشم	آلومینیم	پوست انسان	کاغذ	چوب	پارچهٔ کتان	کهربا	برنج، نقره	پلاستیک، پلی‌اتیلن	لاستیک	تفلون	انتهای منفی سری

مثال ۱: اگر میلهٔ شیشه‌ای با پارچهٔ ابریشمی مالش داده شود، میلهٔ شیشه‌ای به علت بالاتر بودن در سری، بار مثبت و پارچهٔ ابریشمی بار منفی پیدا می‌کند.

مثال ۲: اگر میلهٔ پلاستیکی با پارچهٔ پشمی مالش داده شود، میلهٔ پلاستیکی به علت پایین‌تر بودن در سری، بار منفی و پارچهٔ پشمی بار مثبت پیدا می‌کند.

تذکر دقت کنید که نیاز به حفظ کردن این سری نیست و اگر نیاز به بخشی از آن باشد، در صورت مسأله داده خواهد شد.

تمرین ۱ **با توجه به جدول الکتریسیتهٔ مالشی در صفحهٔ قبل، فرض کنید هنگام مالش یک میلهٔ پلاستیکی خنثی و یک پارچهٔ پشمی، با انتقال بار خالصی در حدود $1nC$ روبه‌رو می‌شویم. در این انتقال بار:**

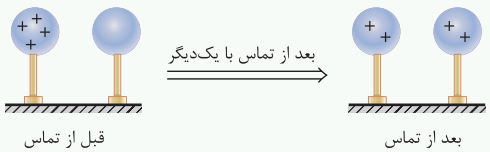
۱) میلهٔ پلاستیکی $6/25\times10^{9}$ الکترون از دست می‌دهد.
۲) میلهٔ پلاستیکی $6/25\times10^{9}$ الکترون اضافی می‌گیرد.
۳) میلهٔ پلاستیکی $3/125\times10^{9}$ الکترون از دست می‌دهد.
۴) میلهٔ پلاستیکی $3/125\times10^{9}$ الکترون اضافی می‌گیرد.

پاسخ با توجه به سری تریبوالکتریک، میلهٔ پلاستیکی (که الکترون‌خواه‌تر است) از پارچهٔ پشمی الکترون اضافی می‌گیرد و بار آن منفی می‌شود. تعداد این الکترون‌ها برابر است با:

$$q=ne\Rightarrow n=\frac{q}{e}=\frac{1\times10^{-9}C}{1/6\times10^{-19}C}=6/25\times10^{9}$$ الکترون (گزینهٔ ۲)

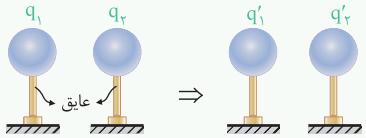
۲) تماس: این روش، برای بارداركردن اجسام رسانا، استفاده می‌شود. برای درک این روش برای باردار کردن اجسام، به مثال زیر توجه کنید:

مثال فرض کنید یک کرهٔ رسانای با بار مثبت و یک کرهٔ رسانای خنثی داریم. پس از تماس آن‌ها با یکدیگر، می‌توان این‌گونه تصور کرد که مقداری از بارهای مثبت کرهٔ باردار، به کرهٔ خنثی منتقل شده است و هر دو دارای بار مثبت شده‌اند.



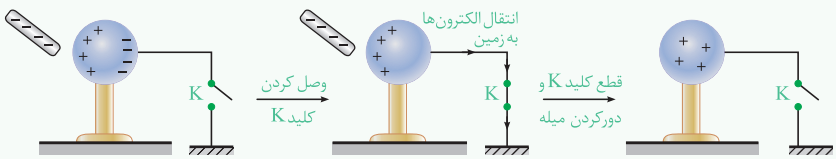
نکته اگر دو کرهٔ یکسان با بارهای q_1 و q_2 را به یکدیگر متصل کرده و سپس از هم جدا کنیم، پس از جدا کردن، بار هر دو کره با یکدیگر یکسان و برابر $\frac{q_1+q_2}{2}$ می‌شود (البته با این فرض که تبادل بار الکتریکی فقط بین دو کره انجام می‌شود).

$$q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}$$



۳) القا: از این روش نیز برای بارداركردن اجسام رسانا استفاده می‌شود. برای درک بهتر این روش، به مثال زیر توجه کنید:

مثال در شکل زیر یک میلهٔ باردار را به یک کرهٔ رسانا با پایه‌های عایق نزدیک می‌کنیم تا تفکیک بار انجام شود. سپس با وصل کردن کلید K، کرهٔ رسانا را به زمین متصل می‌کنیم تا بارهای هم‌نام با میلهٔ باردار، از کرهٔ رسانا خارج شود. در نهایت کلید K را قطع و میلهٔ باردار را دور می‌کنیم، کرهٔ رسانا دارای باری غیرهم‌نام با میلهٔ باردار اولیه شده است.



برای جمع‌بندی روش‌های مختلف بارداركردن اجسام، به نمودار درختی زیر توجه کنید:

روش‌های باردار کردن اجسام
- وقتی دو جسم بدون بار داریم ← تنها روش، مالش دو جسم ا ست.
- وقتی یک جسم باردار و یک جسم بدون بار داریم
  - القا ← بار ناهم‌نام با جسم باردار، در جسم بدون بار ایجاد می‌شود.
  - تماس ← بار هم‌نام با جسم باردار، در جسم بدون بار ایجاد می‌شود.

مفاهیم اولیهٔ الکتریسیتهٔ ساکن و روش‌های باردار کردن اجسام

شاخهٔ ۱

پس از بررسی تست‌های این شاخه، برای تسلط بیشتر، در اولویت اول حل کردن تست‌های ۲۰۵، ۲۰۷ و ۲۰۸ از قسمت IQ را به شما عزیزان پیشنهاد می‌کنیم.

مفهوم بار الکتریکی و کوانتومی (گسسته) بودن آن

ابتدا می‌خوایم سؤالایی رو بیاریم که مفاهیم پایه‌ای الکتریسیته ساکن رو براتون جا بندازه ...

۱- معمولاً در اثر مالش دو جسم بر یک‌دیگر، اجسام دارای بار الکتریکی می‌شوند. اندازهٔ بار الکتریکی هر یک از این اجسام: (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

۱) مضرب صحیحی از یک بار الکتریکی پایه است.
۲) هر مقدار دلخواه کوچکی می‌تواند باشد.
۳) کمیت گسسته‌ای است که مضربی از یک کولن است.
۴) قطعاً برابر اندازهٔ بار الکتریکی یک الکترون است.

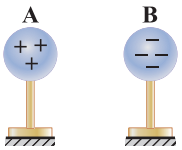
۲ بار الکتریکی هر یک از ذرات پروتون، نوترون و الکترون به ترتیب از راست به چپ، برابر q_p، q_n و q_e است. اگر $q_n=\alpha q_e$ و $q_p=\beta q_e$ باشد، مجموع $\alpha+\beta$ برابر کدام‌یک از اعداد زیر است؟ (تألیفی)

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۱- ۴) ۲

۳ جسم A دارای بار الکتریکی $-8\,nC$ است. در رابطه با این جسم، کدام‌یک از اظهارنظرهای زیر صحیح است؟ (اندازهٔ بار الکتریکی الکترون برابر $1/6\times10^{-19}$ کولن است.)

۱) تعداد الکترون‌های این جسم برابر 5×10^{10} است.
۲) این جسم 5×10^{10} پروتون از دست داده است. (تألیفی)
۳) اختلاف تعداد پروتون‌ها و الکترون‌های این جسم برابر 5×10^{10} است.
۴) تعداد پروتون‌های این جسم برابر 5×10^{10} است.

۴- مطابق شکل زیر، دو کرهٔ A و B بر روی پایه‌های عایق قرار گرفته و بار آن‌ها به‌ترتیب برابر $80\times10^{-9}\,C$ و $-4/8\times10^{-7}\,C$ می‌باشد. در مورد این دو جسم، کدام‌یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟ (اندازهٔ بار الکتریکی هر الکترون $1/6\times10^{-19}$ کولن می‌باشد.) (مکمل مفهومی ریاضی ۹۵)



۱) به جسم A تعداد 5×10^{11} پروتون و به جسم B تعداد 3×10^{12} الکترون داده‌ایم.
۲) از جسم A تعداد 5×10^{11} الکترون و از جسم B تعداد 3×10^{11} پروتون گرفته‌ایم.
۳) از جسم A تعداد 5×10^{11} الکترون گرفته‌ایم و به جسم B تعداد 3×10^{12} الکترون داده‌ایم.
۴) از جسم A تعداد 8×10^{11} الکترون گرفته‌ایم و به جسم B تعداد 48×10^{11} الکترون داده‌ایم.

۵ یک جسم که به وسیلهٔ مالش دارای بار الکتریکی شده است، چند کولن الکتریسیته می‌تواند داشته باشد؟ (بار الکتریکی هر الکترون $1/6\times10^{-19}$ کولن می‌باشد.)

۱) 2×10^{-19} ۲) 4×10^{-19} ۳) 8×10^{-19} ۴) هر سه مقدار (M.K.A)

۶ چند الکترون باید از یک سکهٔ خنثی خارج شود، تا بار الکتریکی آن $+1\mu C$ شود؟ $(e=1/6\times10^{-19}\,C)$ (ریاضی داخل ۹۵)

۱) $1/6\times10^{6}$ ۲) $1/6\times10^{12}$ ۳) $6/25\times10^{6}$ ۴) $6/25\times10^{12}$

۷- جسمی دارای بار اولیهٔ q_0 می‌باشد. اگر این جسم 5×10^{15} الکترون از دست بدهد، بار آن قرینهٔ حالت اول می‌شود. بار اولیهٔ این جسم، چند میکروکولن بوده است؟ $(e=1/6\times10^{-19}\,C)$ (مکمل خلاقانهٔ ریاضی ۹۵)

۱) -400 ۲) 400 ۳) 800 ۴) -800

۸ اگر هر سانتی‌متر از یک خط‌کش ۸ سانتی‌متری، ..... الکترون ..... ، کل بار الکتریکی خط‌کش برابر $-32\mu C$ می‌شود. (بار الکتریکی هر الکترون برابر $-1/6\times10^{-19}$ کولن است.) (مکمل خلاقانهٔ ریاضی ۹۵)

۱) 20×10^{13}، بگیرد ۲) $2/5\times10^{13}$، بگیرد ۳) 20×10^{13}، از دست دهد ۴) $2/5\times10^{13}$، از دست دهد

۹- عدد اتمی اورانیم برابر $Z=92$ است. به ترتیب از راست به چپ، بار الکتریکی هستهٔ اتم اورانیم و بار الکتریکی اتم اورانیم در حالت خنثی برابر چند میکروکولن است؟ (کتاب درسی)

۱) $1/472\times10^{-17}$، صفر ۲) $1/472\times10^{-11}$، $2/944\times10^{-11}$
۳) $1/472\times10^{-11}$، صفر ۴) $1/472\times10^{-17}$، $-1/472\times10^{-17}$

۱۰ در یک اتم دو بار مثبت (X^{2+})، اندازهٔ بار الکتریکی الکترون‌های آن برابر $4/8\times10^{-18}\,C$ می‌باشد. تعداد پروتون‌های این اتم کدام است؟ (اندازهٔ بار الکتریکی یک الکترون برابر $1/6\times10^{-19}$ کولن می‌باشد.) (تألیفی)

۱) ۳۰ ۲) ۲۸ ۳) ۳۲ ۴) ۳۶

روش‌های باردار کردن اجسام

تو این قسمت، روش‌های باردار کردن اجسام رو بررسی می‌کنیم و سؤال‌های متنوع و خیلی جدیدی از این بحث رو براتون طرح کردیم ...

۱۱- دو جسم خنثی در اثر مالش به یک‌دیگر، دارای بار الکتریکی می‌شوند. در رابطه با این پدیدهٔ فیزیکی، می‌توان گفت: (برگرفته از کتاب درسی)

۱) بار الکتریکی هر دو جسم یکسان و از یک نوع می‌شود.
۲) جسمی که پروتون از دست می‌دهد، بار آن منفی می‌شود.
۳) جسمی که الکترون از دست می‌دهد، بار آن مثبت می‌شود.
۴) تعداد پروتون‌های منتقل شده به یک جسم، برابر تعداد الکترون‌های منتقل شده به جسم دیگر است.

۱۲ جدول مقابل، بخشی از سری الکتریسیتهٔ مالشی (سری تریبوالکتریک) را نشان می‌دهد. با توجه به این جدول، کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟ (تألیفی)

سری الکتریسیتهٔ مالشی
انتهای مثبت سری
موی انسان
شیشه
پشم
موی گربه
ابریشم
لاستیک
انتهای منفی سری

۱) اگر یک میلهٔ شیشه‌ای را با موی گربه مالش دهیم، بار الکتریکی میله، مثبت و بار الکتریکی موی گربه، منفی می‌شود.
۲) اگر یک جسم لاستیکی را با یک پارچهٔ پشمی مالش دهیم، پارچه تعدادی الکترون از دست می‌دهد.
۳) اگر یک پارچهٔ ابریشمی را با موی سر خود مالش دهیم، الکترون‌ها از پارچه به موی سر منتقل می‌شوند.
۴) در جدول داده شده، مواد پایین‌تر الکترون‌خواهی بیشتری دارند.

gajmarket.com

تست بعدی یه سؤال مشتی هستش، خوب روش فکر کنید ...

۱۳ در شکل مقابل، جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی نشان داده شده است. اگر جسم **A** را به جسم **B** و جسم **C** را به جسم **D** مالش دهیم، کدام‌یک از اظهارنظرهای زیر در رابطه با آن‌ها صحیح است؟ (مکمل مفهومی تجربی ۹۰)

انتهای مثبت سری
A
B
C
D
انتهای منفی سری

۱) دو جسم A و C همدیگر را دفع می‌کنند.

۲) دو جسم B و D همدیگر را جذب می‌کنند.

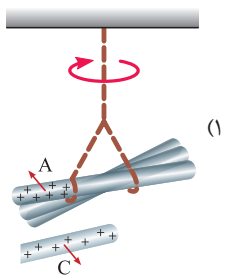
۳) دو جسم A و D همدیگر را دفع می‌کنند.

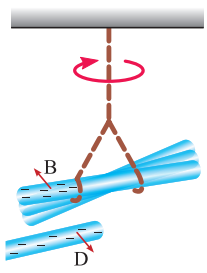
۴) دو جسم B و C همدیگر را دفع می‌کنند.

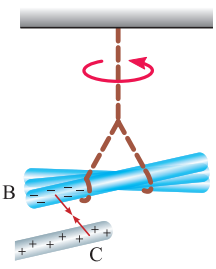
اینم یه تست خیلی شیک و قشنگ از مفاهیم کتاب درسی ...

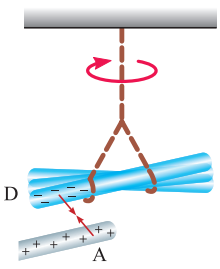
۱۴ با توجه به سری الکتریسیته مالشی داده شده، میلهٔ **A** را با میلهٔ **B** و میلهٔ **C** را با میلهٔ **D** مالش می‌دهیم. کدام‌یک از شکل‌های زیر، جهت چرخش میلهٔ آویخته شده، نیروی بین میله‌ها و بار الکتریکی آن‌ها را پس از مالش دادن به یک‌دیگر، به درستی نشان نمی‌دهد؟ (تألیفی)

انتهای مثبت سری
A
B
C
D
انتهای منفی سری

۱)


۲)


۳)


۴)


۱۵- جسم **A** در اثر مالش با جسم **B** دارای بار الکتریکی شده است. بار الکتریکی جسم **B** برحسب کولن کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟ (اندازهٔ بار الکتریکی یک الکترون برابر $1/6\times10^{-19}$ کولن است.) (برگرفته از امتحانات کشوری)

سری الکتریسیتهٔ مالشی
انتهای مثبت سری
A
B
انتهای منفی سری

۱) -2×10^{-19}

۲) 2×10^{19}

۳) -8×10^{-10}

۴) 8×10^{-10}

۱۶- کرهٔ فلزی خنثی روی پایهٔ عایقی قرار دارد. اگر میلهٔ **A** را به پارچهٔ **B** مالش داده و به کره نزدیک کنیم و در این حالت دست خود را به کره چسبانده و جدا کنیم و سپس میله را دور کنیم، کره از نظر بار الکتریکی چگونه خواهد بود؟ (در جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی، جسم **B** نسبت به **A**، به سر مثبت سری نزدیک‌تر است.) (منتخب سراسری قبل از ۸۰ با تغییر)

۱) بار منفی در سطح خارجی کره پخش می‌شود.

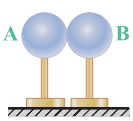
۲) بار مثبت در سطح خارجی کره پخش می‌شود.

۳) بار مثبت یا منفی در یک طرف کره جمع می‌شود.

۴) کره خنثی می‌ماند.

۱۷ در شکل زیر، دو کرهٔ فلزی **A** و **B** روی دو پایهٔ عایق قرار دارند و دو کره با یک‌دیگر در تماس‌اند. تیغهٔ **M** را با **N** مالش می‌دهیم و از طرف چپ به کرهٔ **A** نزدیک می‌کنیم. در این حالت پایهٔ کرهٔ **B** را گرفته و آن را از **A** جدا می‌کنیم و سپس تیغهٔ **M** را از دو کره دور می‌کنیم. در این‌حالت: (تألیفی)

سری الکتریسیتهٔ مالشی
انتهای مثبت سری
N
M
انتهای منفی سری



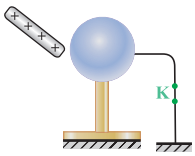
۱) هر دو کره دارای بار الکتریکی مثبت شده‌اند.

۲) هر دو کره دارای بار الکتریکی منفی شده‌اند.

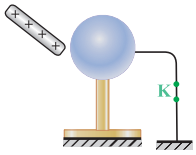
۳) کرهٔ **A** دارای بار الکتریکی منفی و کرهٔ **B** دارای بار مثبت شده است.

۴) کرهٔ **A** دارای بار الکتریکی مثبت و کرهٔ **B** دارای بار منفی شده است.

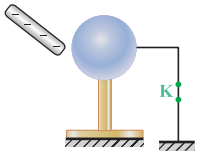
۱۸ در شکل‌های زیر، کره‌های رسانا بر روی پایه‌های عایق قرار گرفته و توسط سیم‌های رسانا، به زمین متصل هستند. در هر یک از شکل‌های (۱)، (۲) و (۳)، بار هر یک از کره‌ها به‌ترتیب از راست به چپ چگونه می‌شود؟ (تألیفی)



(ابتدا میله را دور کرده و سپس کلید K را قطع می‌کنیم)
شکل(۳)



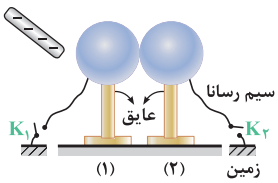
(کلید K وصل و میله باقی بماند)
شکل (۲)



(ابتدا کلید K را قطع و سپس میله را دور می‌کنیم)
شکل (۱)

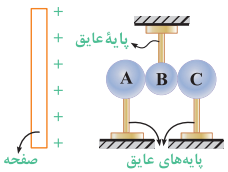
۱) خنثی، منفی، خنثی ۲) مثبت، منفی، خنثی ۳) مثبت، خنثی، منفی ۴) منفی، خنثی، مثبت

۱۹- مطابق شکل داده شده، یک میله دارای بار منفی را به دو کرهٔ خنثی و رسانای (۱) و (۲) که با هم در تماس هستند، نزدیک می‌کنیم. تا هنگامی که میله نزدیک دو کره بوده و دو کره با هم در تماس‌اند، کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟ (برگرفته از کتاب درسی)



۱) در سمت چپ بار مثبت جمع شده و در محل برخورد دو کره باری جمع نمی‌شود.
۲) کرهٔ (۱) دارای بار مثبت و کرهٔ (۲) دارای بار منفی است.
۳) اگر کلید K_2 را وصل و K_1 قطع بماند، کرهٔ (۲) خنثی و کرهٔ (۱) دارای بار مثبت می‌شود.
۴) اگر کلید K_1 را وصل و K_2 قطع بماند، کرهٔ (۱) خنثی و کرهٔ (۲) دارای بار منفی می‌شود.

۲۰ سه کرهٔ فلزی A، B و C در تماس با یک‌دیگر و مجاور صفحهٔ بارداری قرار دارند. اگر ابتدا کرهٔ فلزی B را از بین دو کره خارج نموده و دور کنیم و سپس صفحهٔ باردار را به فاصلهٔ خیلی دور انتقال دهیم، کدام‌یک از موارد زیر اتفاق می‌افتد؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)

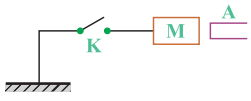


۱) $q_A < 0, q_C > 0$ و $|q_A| = |q_C|$
۲) $q_A < 0, q_C > 0$ و $|q_C| > |q_A|$
۳) $q_A > 0, q_C < 0$ و $|q_A| = |q_C|$
۴) $q_A > 0, q_C < 0$ و $|q_C| < |q_A|$

۲۱ جسم A را به B مالش داده و سپس آن را در مجاورت جسم رسانای M قرار می‌دهیم. کلید K را می‌بندیم و پس از چند لحظه کلید را باز می‌کنیم. در این حالت جسم رسانای M: (تألیفی)

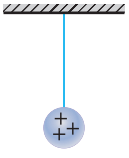
سری الکتریسیتهٔ مالشی (تریبوالکتریک)

سر مثبت سری
A
B
سر منفی سری



۱) بار الکتریکی منفی پیدا می‌کند.
۲) بار الکتریکی مثبت پیدا می‌کند.
۳) بستگی به بار اولیهٔ جسم M دارد.
۴) خنثی می‌ماند.

۲۲- در شکل روبه‌رو گلولهٔ فلزی بارداری از نخ آویزان است. کرهٔ فلزی خنثی را که دارای دستهٔ نارسانا است به گلوله نزدیک می‌کنیم. مشاهده می‌شود که گلوله ..... می‌شود. وقتی تماس حاصل شد، کره را جدا کرده و دوباره به‌آرامی آن را به گلوله نزدیک می‌کنیم و ملاحظه می‌شود که گلوله ..... می‌شود. (تجربی داخل ۸۶)

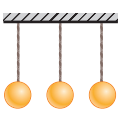


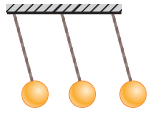
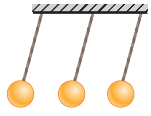
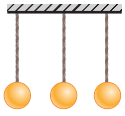
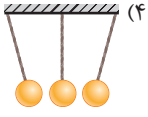
۱) جذب ـ دفع ۲) دفع ـ جذب ۳) دفع ـ دفع ۴) جذب ـ جذب

۲۳ سه جسم A، B و C را دوبه‌دو به یک‌دیگر نزدیک می‌کنیم. وقتی A و B به یک‌دیگر نزدیک شوند، هم‌دیگر را با نیروی الکتریکی جذب می‌کنند و اگر B و C را به یک‌دیگر نزدیک کنیم، یک‌دیگر را با نیروی الکتریکی دفع می‌کنند. کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند صحیح باشد؟ (تجربی خارج ۹۰)

۱) A و C بار هم‌نام و هم اندازه دارند
۲) B و C بار غیرهم‌نام دارند.
۳) B بدون بار و C باردار است.
۴) A بدون بار و B باردار است.

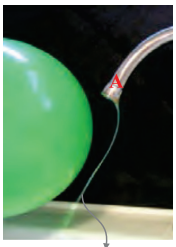
۲۴ سه آونگ الکتریکی خنثی و سبک مشابه، مطابق شکل نشان داده شده در مجاورت یک‌دیگر قرار گرفته‌اند. اگر به آونگ وسطی مقداری بار الکتریکی منفی بدهیم، شکل قرارگیری آونگ‌ها به‌کدام صورت می‌تواند باشد؟ (مکمل خلاقانهٔ تجربی ۸۶ و ۹۰)



۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

gajmarket.com

۲۵- مطابق شکل، پس از مالش یک بادکنک با یک پارچهٔ پشمی، آن را به رشته سیم فلزی نازکی که از نقطهٔ A آویزان است، نزدیک می‌کنیم. انحراف این سیم نازک، کدام واقعیت فیزیکی را توجیه می‌کند؟ (برگرفته از کتاب درسی)


رشته سیم فلزی نازک

۱) باردار بودن تمام اجسام

۲) القای بار الکتریکی توسط جسم باردار

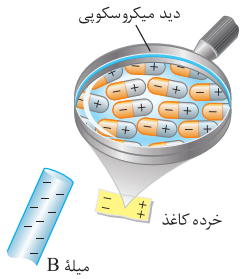
۳) دافعهٔ بین دو بار الکتریکی

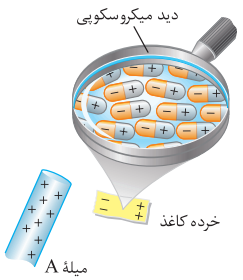
۴) توصیفی از قانون کولن است.

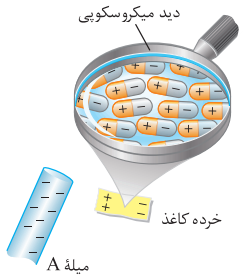
۲۶ میلهٔ A را با B مالش داده و سپس یکی از آن‌ها را مطابق شکل به خرده‌های کاغذ نزدیک می‌کنیم. کدام‌یک از شکل‌های زیر، بار الکتریکی میلهٔ مورد نظر و بارهای الکتریکی در خرده‌های کاغذ را به درستی نشان می‌دهد؟ (تألیفی)

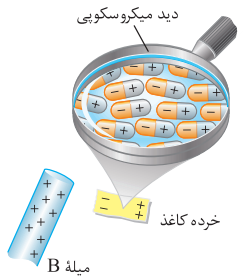
سری الکتریسیتهٔ مالشی

انتهای مثبت سری
A
B
انتهای منفی سری

۱)


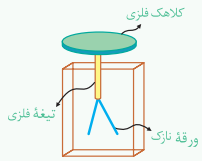
۲)


۳)


۴)


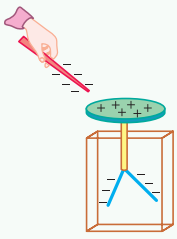
خلاصه نکات ۲ — الکتروسکوپ

الکتروسکوپ وسیله‌ای است که با کمک آن، در مورد بار الکتریکی اجسام می‌توان اظهار نظر کرد. با توجه به شکل مقابل، این وسیله از سه قسمت اصلی کلاهک فلزی، تیغهٔ فلزی و ورقه‌های نازک تشکیل شده است.

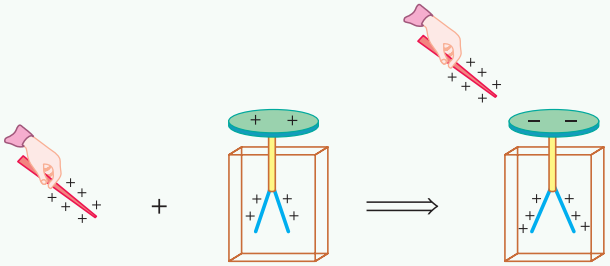


برای حل مسائل مربوط به برق‌نما (الکتروسکوپ)، چهار حالت کلی زیر را بررسی می‌کنیم:

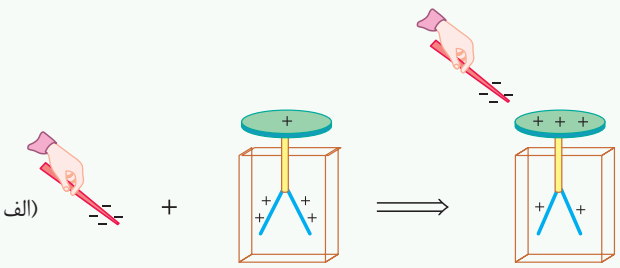
(۱) هنگامی‌که میلهٔ بارداری را به یک الکتروسکوپ خنثی نزدیک می‌کنیم، روی کلاهک الکتروسکوپ، باری مخالف با بار میلهٔ باردار و روی ورقه‌های نازک الکتروسکوپ، باری هم‌علامت با بار میلهٔ باردار القا می‌شود.

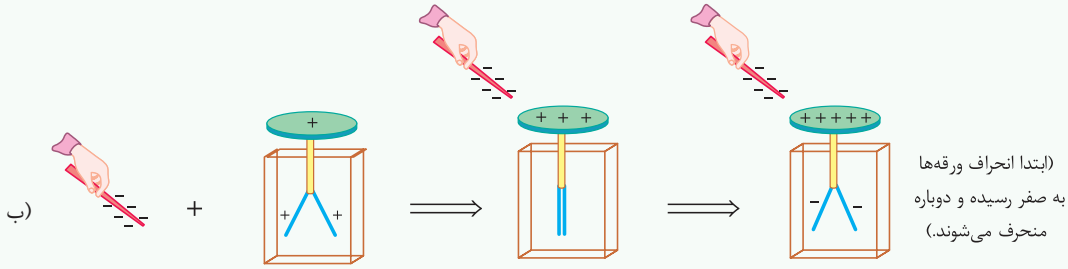


(۲) هنگامی‌که میلهٔ بارداری را به یک الکتروسکوپ باردار هم‌علامت با بار میله نزدیک کنیم، مقداری از بارهای روی کلاهک به علت نیروی دافعه بین بارهای روی کلاهک و میلهٔ باردار، کاسته‌شده و به بار ورقه‌های نازک اضافه می‌شود و در نتیجه انحراف ورقه‌های نازک بیشتر می‌شود.

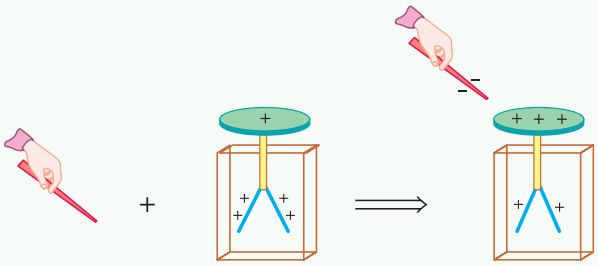


(۳) هنگامی‌که میلهٔ بارداری را به یک الکتروسکوپ باردار غیرهم‌علامت با بار میله نزدیک کنیم، به علت نیروی جاذبه بین میلهٔ باردار و بار روی کلاهک الکتروسکوپ، مقداری از بار ورقه‌های نازک به کلاهک منتقل می‌شود و در نهایت بسته به مقدار بار میله و کلاهک، حالت‌های الف و ب ممکن است رخ دهد:





۴ هنگامی‌که یک میلهٔ رسانای خنثی را به الکتروسکوپ باردار نزدیک کنیم، مقداری بار ناهم‌نام با بار الکتروسکوپ، بر روی میله القا می‌شود. این موضوع باعث می‌شود مقداری از بار روی ورقه‌های نازک الکتروسکوپ به سمت کلاهک حرکت کند و در نتیجه از انحراف ورقه‌ها کاسته می‌شود.



تمرین ۱ **با یک الکتروسکوپ، چگونه می‌توان تعیین کرد:**

الف) جسمی باردار است؟

ب) جسم چه نوع باری دارد؟

ج) جسمی رسانا است یا نارسانا؟

د) کدام‌یک از دو کرهٔ هم‌اندازه، رسانا و باردار، مقدار بار بیشتری دارد؟

پاسخ **الف)** برای تشخیص باردار بودن اجسام، نیازی به باردار بودن الکتروسکوپ نیست و کافی است جسم را به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک کنیم. اگر ورقه‌ها از هم فاصله بگیرند، نشانهٔ باردار بودن جسم است.

ب) برای تشخیص نوع بار اجسام باید حتماً الکتروسکوپ باردار و نوع بار آن نیز برای ما معلوم باشد. به همین‌منظور جسم باردار را به آرامی از بالا به کلاهک نزدیک می‌کنیم. اگر انحراف ورقه‌های الکتروسکوپ بیشتر شود، نوع بار جسم هم‌نام با بار الکتروسکوپ است و اگر انحراف برای لحظه‌ای کم شود، بار جسم مخالف بار الکتروسکوپ است.

ج) برای تشخیص رسانایی اجسام باید الکتروسکوپ باردار باشد ولی نوع بار آن برای ما مهم نیست. برای این منظور یک نقطه از جسم بدون باری را که در دست داریم، به کلاهک الکتروسکوپ تماس می‌دهیم. اگر انحراف ورقه‌ها تغییر محسوسی نکند، جسم نارساناست. اگر جسم رسانا باشد، تماس آن به کلاهک، موجب تخلیهٔ قسمتی از بار الکتروسکوپ می‌شود و انحراف ورقه‌ها کم می‌شود و حتی ممکن است از بین برود (چرا؟).

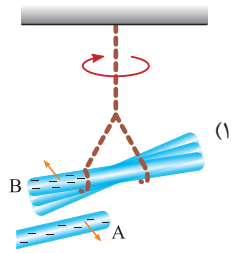
د) چون دو کره کاملاً مشابه انتخاب شده‌اند، اگر بتوانیم آن‌ها را هر بار در شرایط کاملاً یکسان به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک نگه داریم، میزان انحراف ورقه‌ها می‌تواند به صورت نه‌چندان دقیق نشان‌دهندهٔ میزان بار دو جسم باشد.

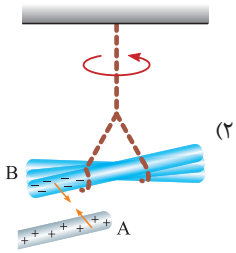
اینم چندتا سؤال خوب از الکتروسکوپ، که قبلاً تو علوم هشتم باهاش آشنا شدید ...

۲۷ **جسمی با بار مثبت را به کلاهک الکتروسکوپ خنثی نزدیک کرده و بدون تماس با آن در کنارش نگه می‌داریم، ملاحظه می‌شود ورقه‌های الکتروسکوپ باز شده است. در این حالت بار کلاهک و بار ورقه‌ها به ترتیب عبارتند از:** (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

۱) مثبت ـ مثبت ۲) مثبت ـ منفی ۳) منفی ـ مثبت ۴) منفی ـ منفی

۲۸ **در صورتی که میلهٔ A را به کلاهک یک الکتروسکوپ خنثی نزدیک کنیم، ورقه‌های الکتروسکوپ باز می‌شوند. اگر میلهٔ A را به میلهٔ آویزان B (مطابق گزینه‌ها) که بار آن منفی است، نزدیک کنیم، کدام‌یک از گزینه‌های زیر بار الکتریکی میلهٔ A و جهت چرخش میلهٔ B را به درستی نشان می‌دهد؟** (تألیفی)





۳) میلهٔ B چرخش نمی‌کند.

۴) هریک از دو گزینهٔ (۱) یا (۲) می‌تواند صحیح باشد.

۲۹- میله‌ای با بار الکتریکی مثبت را به آرامی به کلاهک الکتروسکوپ نزدیک می‌کنیم. ورقه‌های الکتروسکوپ نخست بسته و سپس از هم باز می‌شوند. بار الکتریکی قبلی الکتروسکوپ از چه نوع بوده است؟ (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

۱) مثبت ۲) منفی ۳) خنثی یا مثبت ۴) منفی یا خنثی

gajmarket.com

۳۰ **مطابق شکل، اگر یک میلهٔ فلزی بدون بار خالص را به کلاهک الکتروسکوپ بارداری نزدیک کنیم، زاویهٔ بین ورقه‌ها چگونه تغییر می‌کند؟** (تألیفی)

۱) کم می‌شود.

۲) زیاد می‌شود.

۳) ابتدا زیاد و سپس کم می‌شود.

۴) تغییر نمی‌کند.

۳۱ **یک میلهٔ نارسانا را که بار الکتریکی آن مثبت است، به کلاهک یک الکتروسکوپ خنثی نزدیک می‌کنیم و در این حالت دست دیگر خود را به ورقه‌های الکتروسکوپ تماس داده و جدا می‌کنیم و سپس میلهٔ باردار را نیز از کلاهک دور می‌کنیم. در این حالت، کلاهک دارای بار الکتریکی ..... می‌شود و ورقه‌ها با بار ..... از هم دور می‌شوند.** (برگرفته از سؤالات امتحانی)

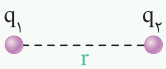
۱) مثبت ـ منفی ۲) مثبت ـ مثبت ۳) منفی ـ مثبت ۴) منفی ـ منفی

خلاصه نکات ۳ — قانون کولن

مشاهدات فیزیکی نشان می‌دهد که دو ذرهٔ باردار بر یک‌دیگر نیرو وارد می‌کنند، به گونه‌ای که اگر بار الکتریکی دو ذره هم‌نام (هر دو مثبت و یا هر دو منفی) باشد، آن‌ها یک‌دیگر را دفع کرده و اگر بار دو ذره ناهم‌نام (یکی مثبت و دیگری منفی) باشد، آن‌ها یک‌دیگر را جذب می‌کنند.

حال این سؤال در ذهن ایجاد می‌شود که مقدار این نیرو چگونه محاسبه می‌شود، در این خلاصه نکات به این موضوع می‌پردازیم.

قانون کولن: با توجه به این قانون، بزرگی نیروی الکتریکی (ربایشی یا رانشی) بین دو ذره با بارهای q_1 و q_2 که در فاصلهٔ r از یک‌دیگر قرار دارند، با **حاصل‌ضرب اندازهٔ بار دو ذره** نسبت **مستقیم** و با **مجذور فاصلهٔ آن‌ها** از هم نسبت **عکس** دارد و با کمک رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:



$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F \propto \frac{1}{r^2} & \text{(نیرو با مجذور فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی، رابطهٔ معکوس دارد)} \\ F \propto q_1 q_2 & \text{(نیرو متناسب با حاصل‌ضرب اندازهٔ دو بار الکتریکی است)} \end{cases}$$

دقت کنید که در این رابطه برای محاسبهٔ مقدار F، علامت بارهای q_1 و q_2 را در نظر نمی‌گیریم و در واقع اندازه‌های این دو بار $|q_1|$ و $|q_2|$ را در رابطه وارد می‌کنیم.

نکات مهم و کاربردی

۱) در این رابطه k ثابت کولن نام دارد و واحد آن در سیستم SI عبارت است از:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \xrightarrow[\text{در یک طرف رابطه}]{\text{تنها کردن } k} k = \frac{Fr^2}{q_1 q_2} \equiv \frac{N.m^2}{C^2}, \quad k \simeq 9\times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$$

۲) ارتباط بین ثابت کولن (k) و ضریب گذردهی الکتریکی خلأ (ε_0) به‌صورت مقابل است:

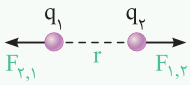
$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

بنابراین واحد ε_0 معکوس واحد k بوده و معادل با $\frac{C^2}{N.m^2}$ است.

۳) اگر اندازهٔ بارهای q_1 و q_2 و یا فاصلهٔ r تغییر کند، در مقایسهٔ نیروی کولنی در دو حالت می‌توان نوشت:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{q_1' q_2'}{q_1 q_2} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

۴) مطابق قانون سوم نیوتون، هر عملی را عکس‌العملی است مساوی و در خلاف جهت آن، بنابراین نیرویی که بار q_1 بر بار q_2 وارد می‌کند، با نیرویی که بار q_2 بر بار q_1 وارد می‌کند، هم‌اندازه و در خلاف جهت یک‌دیگر است.



$$|\vec{F}_{1,2}| = |\vec{F}_{2,1}|$$

جالب است بدانید که این موضوع نسبتاً ساده، محل اشتباه بسیاری از دانش‌آموزان است.

۵) با توجه به قانون دوم نیوتون ($F = ma$)، اگر دو بار الکتریکی برای دو گلولهٔ کوچک در نظر گرفته شوند و فقط تحت اثر نیروی کولنی که به یک‌دیگر وارد می‌کنند، شتاب بگیرند، در مقایسهٔ شتاب آن‌ها می‌توان گفت:

$$F_{2,1} = F_{1,2} \Rightarrow m_1 a_1 = m_2 a_2 \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow$$

هرچه گلوله دارای جرم بیشتری باشد، شتاب آن کم‌تر است.

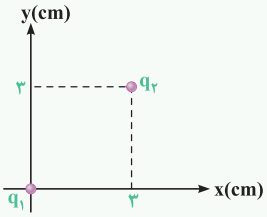
۶) نمودار نیروی بین دو ذرهٔ باردار برحسب فاصلهٔ آن‌ها به‌صورت مقابل است:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow F \propto \frac{1}{r^2}$$

در ادامه با حل چند تمرین، بر روی نکات ارائه‌شده در این قسمت مسلط‌تر می‌شویم:

تمرین ۱ **دو بار الکتریکی q_1 و q_2 مطابق شکل در صفحه ثابت شده‌اند. به هر یک از موارد زیر پاسخ دهید:**

$$(q_1=q_2=2\mu C\ ,\ k=9\times10^9\ N.m^2/C^2)$$

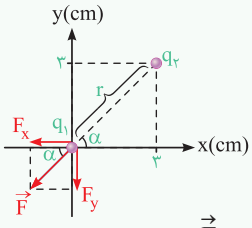


الف) اندازهٔ نیروی الکتریکی بین این دو بار چند نیوتون است؟

ب) بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 را در SI به‌دست آورید.

ج) اگر بار q_1 دو برابر شود، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_2 را به دست آورید.

پاسخ **الف)** ابتدا با توجه به شکل، فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی و سپس بزرگی نیروی الکتریکی که دو بار بر هم وارد می‌کنند را به‌دست می‌آوریم (دقت شود که واحدها به SI باید تبدیل شود):



$$\text{با توجه به رابطهٔ فیثاغورث} \Rightarrow r=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}\ cm=3\sqrt{2}\times10^{-2}\ m$$

$$|\vec{F}|=\frac{kq_1q_2}{r^2}=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{(3\sqrt{2}\times10^{-2})^2}=20\ N$$

ب) از آن‌جایی که دو بار الکتریکی با یک‌دیگر هم‌نام‌اند، نیروی الکتریکی بین آن‌ها از نوع دافعه است و با توجه به شکل، مؤلفه‌های نیروی $\vec{F}$ را در راستای محورهای مختصات به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}|F_y|=|\vec{F}|\sin\alpha \xrightarrow{\sin\alpha=\frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}=\frac{3}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}} |F_y|=20\times\frac{\sqrt{2}}{2}=10\sqrt{2}\ N\\ |F_x|=|\vec{F}|\cos\alpha \xrightarrow{\cos\alpha=\frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}=\frac{3}{3\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}} |F_x|=20\times\frac{\sqrt{2}}{2}=10\sqrt{2}\ N\end{cases}$$

چون هر دو مؤلفهٔ F_x و F_y در خلاف جهت محورهای x و y هستند، ضرایب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ هر دو منفی بوده و داریم:

$$\vec{F}_{2,1}=-10\sqrt{2}\,\vec{i}-10\sqrt{2}\,\vec{j}$$

ج) با توجه به قانون سوم نیوتون، اندازهٔ نیروی وارد بر بار q_2 از طرف q_1 $(F_{1,2})$، برابر نیروی وارد بر بار q_1 از طرف q_2 $(F_{2,1})$ است و بردار آن، قرینهٔ بردار نیروی وارد بر بار q_1 می‌باشد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\vec{F}_{1,2}=-\vec{F}_{2,1}\ ,\ |\vec{F}_{1,2}|=|\vec{F}_{2,1}|$$

از طرفی با توجه به دو برابر شدن بار q_1، می‌توان نوشت:

$$\frac{F'_{1,2}}{F_{1,2}}=\frac{q'_1}{q_1}\times\frac{q'_2}{q_2}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2=\frac{2}{1}\times1\times1=2\Rightarrow F'_{1,2}=2F_{1,2}$$

یا

$$F_{1,2}\xrightarrow{\text{۲ برابر}}=\frac{k\,(q_1)^{\text{۲ برابر}}\,q_2}{r^2}\Rightarrow F'_{1,2}=2F_{1,2}$$

پس می‌توان نوشت:

$$\vec{F}'_{1,2}=2(-\vec{F}_{2,1})=2(10\sqrt{2}\,\vec{i}+10\sqrt{2}\,\vec{j})=20\sqrt{2}\,\vec{i}+20\sqrt{2}\,\vec{j}$$

تذکر در تعداد زیادی از تست‌های کنکور و سؤالات امتحانات در این قسمت، تغییرات بار الکتریکی یا فاصله را برحسب درصد در صورت سؤال مطرح می‌کنند. برای حل این‌گونه سؤالات، کافیست عبارت درصدی را به‌صورت کسری بازنویسی کنید. به‌طور مثال اگر بار الکتریکی یک ذره ۲۵ درصد افزایش یافته باشد، می‌توان نوشت:

$$q'=q+\frac{25}{100}q=q+\frac{1}{4}q=\frac{5}{4}q$$

یا به عنوان مثال دیگر اگر فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی ۲۰ درصد کاهش یابد، می‌توان نوشت:

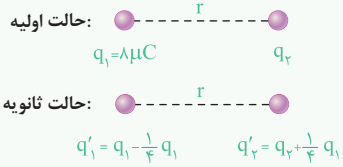
$$d'=d-\frac{20}{100}d=d-\frac{1}{5}d=\frac{4}{5}d$$

با حل تمرین بعد، این موضوع را بهتر درک می‌کنید.

تمرین ۲ **دو بار الکتریکی هم‌نام $q_1=8\mu C$ و q_2 در فاصلهٔ r، نیروی F را بر هم وارد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد از بار q_1 را برداشته و به q_2 اضافه کنیم، بدون تغییر فاصلهٔ بارها از یک‌دیگر، نیروی متقابل بین آن‌ها ۵۰ درصد افزایش می‌یابد. مقدار اولیهٔ q_2 چند میکروکولن است؟** (ریاضی داخل ۸۹)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ با بررسی تغییرات بار (اضافه کردن ۲۵ درصد یا $\frac{1}{4}$ بار q_1 به q_2) در دو حالت داریم:



$$\Rightarrow\begin{cases}q'_1=q_1-\frac{25}{100}q_1=q_1-\frac{1}{4}q_1=\frac{3}{4}q_1=\frac{3}{4}\times8=6\,\mu C\\ q'_2=q_2+\left(\frac{1}{4}\times8\right)=q_2+2\end{cases}$$

$$\begin{cases}(1):F=\frac{k\,q_1\,q_2}{r^2}=\frac{k\,(8q_2)}{r^2}\\ (2):F'=\frac{kq'_1q'_2}{r'^2}=\frac{k\times6\times(q_2+2)}{r^2}=\frac{k(6q_2+12)}{r^2}\end{cases}$$

$$F'=F+\frac{50}{100}F=\frac{150}{100}F=\frac{3}{2}F\Rightarrow\frac{k(6q_2+12)}{r^2}=\frac{3}{2}\frac{k(8q_2)}{r^2}\Rightarrow6q_2+12=\frac{3}{2}\times8q_2=12q_2\Rightarrow6q_2=12\Rightarrow q_2=2\,\mu C$$

(گزینهٔ ۲)

gajmarket.com

قانون کولن و تحلیل مسائل مرتبط با آن

شاخهٔ ۲

پس از بررسی تست‌های این شاخه، برای تسلط بیشتر، در اولویت اول حل کردن تست‌های ۲۱۱، ۲۱۳، ۲۱۷، ۲۲۰، ۲۲۲، ۲۲۳، ۲۲۵ و ۲۲۶ از قسمت IQ را به شما عزیزان پیشنهاد می‌کنیم.

مسائل مقدماتی قانون کولن

۳۲- با توجه به قانون کولن، نیرویی که دو بار الکتریکی نقطه‌ای بر یک‌دیگر وارد می‌کنند، با ..... متناسب و با ..... نسبت عکس دارد. (کتاب درسی)

۱) اندازهٔ بار هر یک از آن‌ها ـ مجذور فاصلهٔ بین آن‌ها
۲) اندازهٔ بار هر یک از آن‌ها ـ فاصلهٔ بین آن‌ها
۳) مجذور اندازهٔ بار هر یک از آن‌ها ـ فاصلهٔ بین آن‌ها
۴) مجذور اندازهٔ بار هر یک از آن‌ها ـ مجذور فاصلهٔ آن‌ها

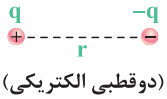
۳۳ اگر اندازهٔ بارهای هر یک از دو بار الکتریکی نقطه‌ای را ۳ برابر کنیم و فاصلهٔ بین آن‌ها را نیز ۳ برابر کنیم، نیروی الکتریکی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) ۱ ۳) ۳ ۴) ۹ (ریاضی داخل ۹۸ و ریاضی خارج ۸۷)

۳۴ یکای k (ثابت کولن) و ε_0 (ضریب گذردهی الکتریکی در خلأ) در SI به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (کتاب درسی)

۱) $\frac{C^۲}{N.m^۲}$ ، $\frac{N.m^۲}{C^۲}$ ۲) $\frac{C}{N.m}$ ، $\frac{N.m}{C}$ ۳) $\frac{N.m^۲}{C^۲}$ ، $\frac{C^۲}{N.m^۲}$ ۴) $\frac{N.m}{C^۲}$ ، $\frac{C^۲}{N.m}$

۳۵- در شکل زیر، یک دو قطبی الکتریکی نشان داده شده است. کدام‌یک از نمودارهای زیر، تغییرات نیروی کولنی بین دو بار الکتریکی را برحسب فاصلهٔ بین آن‌ها و برحسب اندازهٔ بار الکتریکی q به درستی نشان می‌دهد؟ (برگرفته از کتاب درسی)



(دوقطبی الکتریکی)

۱) F–q، F–r
۲) F–q، F–r
۳) F–q، F–r
۴) F–q، F–r

۳۶- بار الکتریکی ۵ میکروکولنی را در چند سانتی‌متری از یک بار ۴ میکروکولنی قرار دهیم تا بر آن نیروی ۱۸ نیوتون را وارد کند؟ (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

۱) ۱ ۲) ۳/۱۴ ۳) ۹ ۴) ۱۰

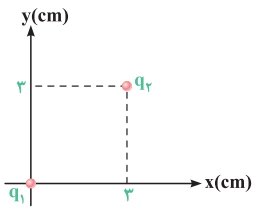
۳۷ دو کرهٔ فلزی کوچک با بار الکتریکی منفی، دارای بارهای q_1 و $q_2 = ۵q_1$، در فاصلهٔ ۳ متری از هم قرار دارند و نیروی دافعهٔ ۰/۰۲N را به یک‌دیگر وارد می‌کنند. کرهٔ با بار الکتریکی q_1، دارای چند الکترون است؟ $(k = ۹\times۱۰^۹ N.m^۲/C^۲)$ (تجربی خارج ۹۱ با تغییر)

۱) $۲/۵\times۱۰^{۱۲}$ ۲) $۱/۲۵\times۱۰^{۱۲}$ ۳) $۲/۵\times۱۰^{۱۳}$ ۴) $۱/۲۵\times۱۰^{۱۳}$

۳۸ دو ذرهٔ باردار با بارهای مثبت در فاصلهٔ ۳۰cm از یک‌دیگر با نیروی الکتریکی ۵N یک‌دیگر را می‌رانند. اگر مجموع بار دو ذره ۱۵ میکروکولن باشد، بار هر یک از این ذره‌ها چند میکروکولن است؟ $\left(k = ۹\times۱۰^۹ N.m^۲/C^۲\right)$ (مکمل محاسباتی تجربی ۹۱)

۱) ۷ و ۸ ۲) ۶ و ۹ ۳) ۵ و ۱۰ ۴) ۳ و ۱۲

۳۹ در شکل زیر، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 در SI کدام است؟ $(q_1 = q_2 = ۲\mu C\ ,\ k = ۹\times۱۰^۹ N.m^۲/C^۲)$ (برگرفته از امتحانات کشوری)



۱) $\vec{F} = ۱۰\vec{i} + ۱۰\vec{j}$
۲) $\vec{F} = -۱۰\sqrt{۲}\,\vec{i} - ۱۰\sqrt{۲}\,\vec{j}$
۳) $\vec{F} = -۲۰\sqrt{۲}\,\vec{i} - ۲۰\sqrt{۲}\,\vec{j}$
۴) $\vec{F} = -۲۰\vec{i} + ۲۰\vec{j}$

۴۰ در شکل روبه‌رو، دو گوی مشابه و کوچک به جرم ۰/۹gr و با یکسان مثبت q در فاصلهٔ ۱cm از هم قرار دارند، به‌طوری که گوی بالایی به حالت معلق مانده است. تعداد الکترون‌های کنده‌شده از هر گوی چه‌قدر است؟ $(g = ۱۰N/kg\ ,\ e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$ (کتاب درسی)

۱) $۶/۲۵\times۱۰^{۱۴}$ ۲) $۶/۲۵\times۱۰^{۱۰}$ ۳) $۲/۲۵\times۱۰^{۱۲}$ ۴) $۲/۲۵\times۱۰^{۱۴}$

۴۱ دو بار نقطه‌ای q و $2q$ به فاصلهٔ d از یک‌دیگر بر روی محور x قرار دارند. اگر بار q بر بار $2q$ نیروی $\vec{F} = +10\vec{i}$ را در SI وارد کند، بار $2q$ بر بار q چه نیرویی در SI وارد خواهد کرد؟ (تألیفی)

۱) $\vec{F'} = +20\vec{i}$ ۲) $\vec{F'} = +10\vec{i}$ ۳) $\vec{F'} = -20\vec{i}$ ۴) $\vec{F'} = -10\vec{i}$

۴۲- ذرهٔ A به جرم m و بار الکتریکی q و ذرهٔ B به جرم $2m$ و بار الکتریکی $2q$ در نزدیکی هم قرار دارند. اگر تنها نیروی وارد بر این ذره‌ها، نیروی الکتریکی متقابل آن‌ها باشد و تحت آن نیروها ذرات شتاب بگیرند، بزرگی شتاب ذرهٔ A چند برابر بزرگی شتاب ذرهٔ B خواهد شد؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

بررسی تأثیر تغییر اندازهٔ بارها و فاصلهٔ بین دو بار بر نیروی کولنی

۴۳- دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصلهٔ $10cm$ یک‌دیگر را با نیروی F جذب می‌کنند. بارهای $-6q_1$ و $+8q_2$ در فاصلهٔ $20cm$ بر یک‌دیگر چه نیرویی وارد می‌کنند؟ (تألیفی)

۱) $12F$، جاذبه ۲) $24F$، جاذبه ۳) $24F$، دافعه ۴) $12F$، دافعه

۴۴ بار الکتریکی ۸ میکروکولنی از فاصلهٔ r بر بار ۲ میکروکولنی نیروی F را وارد می‌کند. بار ۲ میکروکولنی در چه فاصله‌ای بر بار ۸ میکروکولنی نیرویی با اندازهٔ $2F$ وارد می‌کند؟ (تجربی داخل ۸۵)

۱) $2r$ ۲) $\sqrt{2}r$ ۳) $\frac{1}{2}r$ ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}r$

۴۵- دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصلهٔ معین بر هم نیرو وارد می‌کنند. اگر اندازهٔ یکی از بارها دو برابر شود، فاصلهٔ بین دو بار را چند برابر کنیم تا نیروی کولنی بین آن‌ها تغییر نکند؟ (مکمل محاسباتی تجربی ۸۵)

۱) $\sqrt{2}$ برابر ۲) $\frac{1}{2}$ برابر ۳) ۲ برابر ۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابر

۴۶ اتم هیدروژن و یون Li^{2+} هر دو دارای یک الکترون هستند. اگر فاصلهٔ الکترون تا مرکز هسته در اتم هیدروژن، ۳ برابر یون Li^{2+} باشد، نیروی الکتریکی که از طرف هسته به الکترون در اتم هیدروژن وارد می‌شود، چند برابر نیروی الکتریکی وارد شده از طرف هسته بر الکترون در یون Li^{2+} است؟ (عدد اتمی لیتیم برابر ۳ است.) (تألیفی)

۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{9}$ ۳) $\frac{1}{27}$ ۴) ۱

۴۷ نیروی دافعهٔ بین دو بار الکتریکی نقطه‌ای مشابه در فاصلهٔ r از هم برابر با $0/02N$ است. اگر به یکی از بارها $2\mu C$ اضافه کنیم این نیروی دافعه در همین فاصله برابر $0/03N$ می‌شود. اندازهٔ اولیهٔ هر یک از این بارهای الکتریکی چند میکروکولن بوده است؟ (تجربی خارج ۸۵)

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

سؤالای بعدی، یه تیپ خیلی مهم و پرتکرار تو سؤالای قانون کولن محسوب می‌شه و از این بحث، تا حالا تستای زیادی تو کنکور اومده ...

۴۸- دو بار الکتریکی نقطه‌ای برابر در فاصلهٔ ثابتی از هم قرار دارند و به یک‌دیگر نیروی F وارد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد از بار الکتریکی یکی را کم کرده و همان مقدار بر بار دیگر اضافه کنیم، نیرویی که به هم وارد می‌کنند چند F می‌شود؟ (تجربی داخل ۸۸)

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) $\frac{15}{16}$ ۴) $\frac{16}{15}$

۴۹ فرض می‌کنیم دو بار مثبت Q که در یک فاصلهٔ معین قرار دارند نیرویی برابر F به یک‌دیگر وارد می‌کنند. چند درصد یکی را برداشته و به دیگری اضافه کنیم تا در همان فاصله نیروی بین آن‌ها برابر $\frac{15}{16}F$ گردد؟ (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

۱) ۱۵ ۲) ۱۶ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

۵۰ دو بار نقطه‌ای q در فاصلهٔ r نیروی F را به هم وارد می‌کنند. چند درصد از یکی از بارها را برداریم و به دیگری اضافه کنیم تا وقتی فاصلهٔ دو بار ۲۵ درصد افزایش یابد، نیرویی که به هم وارد می‌کنند، ۵۲ درصد کاهش یابد؟ (تجربی خارج ۹۷)

۱) ۲۵ ۲) ۵۰ ۳) ۴۰ ۴) ۷۵

۵۱ دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 2\mu C$ و $q_2 = -2\mu C$ به فاصلهٔ r از یک‌دیگر قرار دارند. اگر پنجاه درصد یکی از بارها را کم کرده و به دیگری اضافه کنیم و دو بار را به فاصلهٔ $\frac{r}{2}$ از هم قرار دهیم، اندازهٔ نیرویی که دو بار به یک‌دیگر وارد می‌کنند، در مقایسه با حالت قبل چند برابر می‌شود؟ (تجربی خارج ۸۷، با تغییر)

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $\frac{1}{16}$

۵۲- دو بار الکتریکی نقطه‌ای برابر و ناهم‌نام، در فاصلهٔ r بر یک‌دیگر نیروی F را وارد می‌کنند. اگر ۲۰ درصد یکی از بارها را کم کرده و آن را بر دیگری بیفزاییم، فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی را چند برابر کنیم تا نیروی کولنی بین آن‌ها تغییر نکند؟ (مکمل محاسباتی تجربی ۸۷ و ۹۷)

۱) $\frac{5}{4}$ ۲) $\frac{4}{5}$ ۳) $\frac{4}{25}$ ۴) $\frac{16}{25}$

gajmarket.com

۵۳- دو بار الکتریکی هم‌نام $q_1=8\mu C$ و q_2 در فاصلهٔ r، نیروی F را بر هم وارد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد از بار q_1 را برداشته و به q_2 اضافه کنیم، بدون تغییر فاصلهٔ بارها نیروی متقابل بین آن‌ها ۵۰ درصد افزایش می‌یابد. مقدار اولیهٔ q_2 چند میکروکولن است؟ (ریاضی داخل ۸۹)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۴ دو ذره با بار الکتریکی هم‌نام q_1 و q_2 در فاصلهٔ r از هم ثابت شده‌اند و یک‌دیگر را با نیرویی به بزرگی F_1 می‌رانند. اگر ۵۰ درصد از بار q_1 را برداریم و به بار q_2 اضافه کنیم، در همان فاصله، مقدار نیرویی که دو ذره به یک‌دیگر وارد می‌کنند، F_2 می‌شود. کدام رابطه درست است؟ (مکمل خلاقانهٔ ریاضی ۸۹ و ۹۵)

۱) $F_2>F_1$ ۲) $F_2<F_1$ ۳) $F_2=F_1$ ۴) بسته به شرایط هر کدام ممکن است.

۵۵ در سؤال قبل، چه رابطه‌ای بین q_1 و q_2 برقرار باشد تا $F_2>F_1$ شود؟ (مکمل خلاقانهٔ ریاضی ۸۹ و ۹۵)

۱) $|q_1|>\sqrt{2}\,|q_2|$ ۲) $|q_1|>2\,|q_2|$ ۳) $|q_1|<2\,|q_2|$ ۴) $|q_1|<\sqrt{2}\,|q_2|$

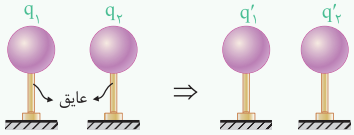
۵۶ دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و $q_2=2q_1$ در فاصلهٔ r از هم قرار دارند و به یک‌دیگر نیروی دافعه وارد می‌کنند. چند درصد از بار q_2 را به q_1 منتقل کنیم تا در همان فاصله، نیروی دافعهٔ بین بارهای الکتریکی بیشینه شود؟ (ریاضی خارج ۹۵)

۱) ۱۵ ۲) ۲۵ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

خلاصه نکات ۴ — تماس دادن چند کرهٔ رسانای مشابه باردار به یک‌دیگر

برای شروع بحث، دو کرهٔ رسانای کوچک و مشابه با قطر یکسان که دارای بارهای q_1 و q_2 می‌باشد را در نظر بگیرید.

اگر این دو کره را به یک‌دیگر متصل کرده و سپس از هم جدا کنیم، پس از جدا کردن، بار هر دو کره با یک‌دیگر یکسان و برابر $\frac{q_1+q_2}{2}$ می‌شود (البته با این فرض که تبادل بار الکتریکی فقط بین دو کره انجام می‌شود).



$$q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}$$

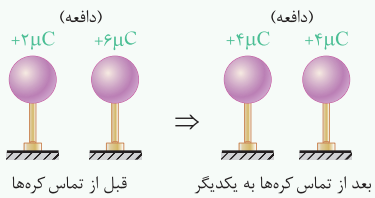
تذکر به عنوان یک موضوع جالب توجه کنید که اگر بار کره‌ها قبل از تماس به یک‌دیگر q و $-q$ باشد، بعد از تماس آن‌ها به هم، بار هر یک برابر صفر خواهد شد.

$$q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}=\frac{q+(-q)}{2}=0$$

بررسی نوع نیروی جاذبه یا دافعهٔ بین دو کره قبل و بعد از تماس به یک‌دیگر

در ادامهٔ بحث فرض کنید که دو کرهٔ کوچک مشابه با بارهای q_1 و q_2 را که در فاصلهٔ r از یک‌دیگر قرار دارند را به یک‌دیگر متصل کرده و پس از تبادل بار الکتریکی، مجدداً در همان فاصلهٔ r قرار داده‌ایم. حال می‌خواهیم به بررسی نیروی بین این دو کره پس از تماس بپردازیم که در مورد آن می‌توان به حالت‌های زیر اشاره کرد:

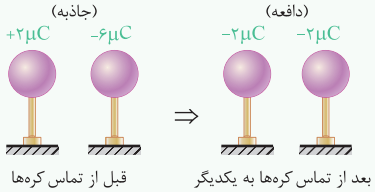
حالت اول: اگر بار دو کره هم‌نام باشد، نیروی بین کره‌ها قبل و بعد از تماس دافعه بوده و اندازهٔ نیروی بین دو کره بعد از تماس به یک‌دیگر بیشتر می‌شود. این موضوع را با یک مثال عددی ساده نشان داده‌ایم:



$$q'_1=q'_2=\frac{2+6}{2}=4\mu C$$

$$F\propto q_1q_2\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=\frac{4\times4}{2\times6}=\frac{16}{12}>1\Rightarrow F_2>F_1$$

حالت دوم: اگر بار دو کره ناهم‌نام و غیر هم‌اندازه باشد، نیروی بین دو کره قبل از تماس جاذبه و بعد از تماس دافعه است. همچنین اندازهٔ نیروی بین دو کره بعد از تماس دادن آن‌ها به یک‌دیگر کم‌تر می‌شود.



$$q'_1=q'_2=\frac{2+(-6)}{2}=-2\mu C$$

$$F\propto q_1q_2\Rightarrow\frac{F_2}{F_1}=\frac{2\times2}{2\times6}=\frac{4}{12}<1\Rightarrow F_2<F_1$$

حالت سوم: اگر بار دو کره ناهم‌نام و هم‌اندازه باشد، بار هر یک از کره‌ها و نیروی بین دو کره بعد از تماس دادن آن‌ها به یک‌دیگر صفر می‌شود، بنابراین اندازهٔ نیروی بین دو کره کاهش می‌یابد.

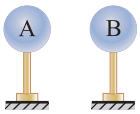
حالت چهارم: اگر بار دو کرهٔ مشابه، کاملاً یکسان باشد (هم‌اندازه و هم علامت)، بار دو کره، قبل و بعد از تماس به یک‌دیگر یکسان بوده و در نتیجه نیروی بین دو کره تغییر نمی‌کند (خودتان این موضوع را بررسی کنید).

نکته اگر به جای دو کرهٔ مشابه، چند کرهٔ رسانای کاملاً مشابه را به یک‌دیگر متصل کنیم، بار تمامی آن‌ها بعد از تماس به یک‌دیگر با هم یکسان شده و برابر می‌شود با:

$$q'_1=q'_2=q'_3=\frac{q_1+q_2+q_3}{3}$$: به‌طور مثال برای سه کره

تستای این زیرشاخه، تو سال‌های اخیر پرتکرار بوده. راستی می‌دونید ایدهٔ اصلی حل این‌جور سؤالا چیه؟!

۵۷- مطابق شکل زیر، دو کرهٔ فلزی کوچک و مشابه A و B، روی پایه‌های عایق قرار دارند. بار الکتریکی کرهٔ A برابر $-۴\mu C$ و بار الکتریکی کرهٔ B برابر $+۶\mu C$ است. اگر دو کره را به هم تماس داده و سپس از یک‌دیگر جدا کرده و در فاصلهٔ نیم متری از یک‌دیگر قرار دهیم، کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟ $(k = ۹\times ۱۰^{۹} N.m^{۲}/C^{۲})$ (تألیفی)



۱) بار الکتریکی هر یک از دو کره، پس از جدا کردن آن‌ها از یک‌دیگر برابر $+۱\mu C$ می‌شود.

۲) نیروی بین دو کره، قبل از تماس با یک‌دیگر از نوع جاذبه و پس از تماس از نوع دافعه می‌شود.

۳) با تماس دادن دو کره به یک‌دیگر، $۳/۱۲۵\times ۱۰^{۱۳}$ الکترون از کرهٔ B به کرهٔ A منتقل می‌شود.

۴) مقدار نیروی بین دو کره پس از تماس با یک‌دیگر برابر ۳۶ میلی‌نیوتون می‌شود.

۵۸ دو کرهٔ فلزی مشابه دارای بارهای الکتریکی $q_۱ = +۵\mu C$ و $q_۲ = +۱۵\mu C$ در فاصلهٔ r، نیروی F را بر یک‌دیگر وارد می‌کنند. اگر این دو کره را در یک لحظه با یک‌دیگر تماس دهیم، به‌طوری که فقط بین دو کره مبادلهٔ بار صورت گیرد و مجدداً به همان فاصلهٔ قبلی برگردانیم، نیروی دافعه بین دو کره چگونه تغییر می‌کند؟ (تجربی داخل ۹۱)

۱) ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.

۲) ۲۵ درصد کاهش می‌یابد.

۳) تقریباً ۳۳ درصد کاهش می‌یابد.

۴) تقریباً ۳۳ درصد افزایش می‌یابد.

۵۹- سه کرهٔ رسانای مشابه با بارهای الکتریکی $q_۱ = ۴\mu C$، $q_۲ = -۱۲\mu C$ و $q_۳ = -۱۰\mu C$ را به یک‌دیگر تماس داده و سپس از هم دور می‌کنیم. کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد بار این کره‌ها بعد از تماس درست است؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)

۱) $q_۲ = q_۳ = -۷\mu C$ ، $q_۱ = -۴\mu C$

۲) $q_۱ = q_۲ = -\frac{۸}{۳}\mu C$ ، $q_۳ = -۱۰\mu C$

۳) $q_۱ = q_۲ = q_۳ = -۶\mu C$

۴) $q_۱ = q_۲ = q_۳ = \frac{۲۶}{۳}\mu C$

۶۰ در سؤال قبل، اگر ابتدا دو کرهٔ (۱) و (۲) را با هم تماس داده و سپس آن‌ها را از یک‌دیگر جدا کنیم و سپس دو کرهٔ (۲) و (۳) را با هم تماس داده و سپس آن‌ها را از یک‌دیگر جدا کنیم، در نهایت بار الکتریکی هر یک از کره‌ها مطابق کدام‌یک از گزینه‌ها می‌شود؟ (تألیفی)

۱) $q_۲ = q_۳ = -۷\mu C$ ، $q_۱ = -۴\mu C$

۲) $q_۱ = q_۲ = -\frac{۸}{۳}\mu C$ ، $q_۳ = -۱۰\mu C$

۳) $q_۱ = q_۲ = q_۳ = -۶\mu C$

۴) $q_۱ = q_۲ = q_۳ = \frac{۲۶}{۳}\mu C$

۶۱- دو کرهٔ رسانای کوچک باردار با شعاع‌های برابر، قبل از تماس با هم، یک‌دیگر را جذب و بعد از تماس با هم، یک‌دیگر را دفع می‌کنند. کدام گزینه در مورد بار اولیهٔ این دو کره درست است؟ (مکمل مفهومی تجربی ۹۱)

۱) بار دو کره هم‌نام و هم‌اندازه است.

۲) بار دو کره ناهم‌نام بوده و هم‌اندازه نیست.

۳) بار دو کره هم‌نام بوده و هم‌اندازه نیست.

۴) بار دو کره ناهم‌نام و هم‌اندازه است.

۶۲- دو گلولهٔ فلزی کوچک و مشابه که دارای بار الکتریکی می‌باشند، در فاصلهٔ ۳۰ سانتی‌متری، نیروی جاذبهٔ ۴ نیوتون بر یک‌دیگر وارد می‌کنند. اگر این دو گلوله را به هم تماس دهیم، بار الکتریکی هر کدام $+۳\mu C$ خواهد شد. بار اولیهٔ گلوله‌ها برحسب میکروکولن کدام است؟ $(k = ۹\times ۱۰^{۹} N.m^{۲}/C^{۲})$ (ریاضی داخل ۹۴)

۱) ۱۲ و ۶-

۲) ۱۰ و ۴-

۳) ۹ و ۳-

۴) ۸ و ۲-

۶۳ دو کرهٔ فلزی خیلی کوچک و مشابه، دارای بار الکتریکی ناهمنام $q_۱ > ۰$ و $|q_۲| > q_۱$ هستند و در فاصلهٔ ۶۰ سانتی‌متری از هم قرار دارند و بر هم نیروی الکتریکی ۰/۹N وارد می‌کنند. اگر کره‌ها را به هم تماس دهیم و دوباره به همان فاصلهٔ قبلی از هم دور کنیم، نیروی الکتریکی ۱/۶ نیوتون به هم وارد می‌کنند. $q_۱$ چند میکروکولن است؟ $(k = ۹\times ۱۰^{۹} N.m^{۲}/C^{۲})$ (تجربی خارج ۹۹)

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۱۰

۴) ۲۰

۶۴ دو کرهٔ فلزی که روی پایه‌های عایقی قرار دارند، دارای بار الکتریکی هستند. اندازهٔ نیروی الکتریکی بین این دو کره با فاصلهٔ d برابر F است. اگر آن دو را به هم تماس داده و دوباره در همان فاصله قرار دهیم، اندازهٔ نیرو F′ می‌شود. کدام رابطه بین F و F′ برقرار است؟ (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

۱) $F > F'$

۲) $F < F'$

۳) $F = F'$

۴) بسته به شرایط، هر کدام ممکن است صحیح باشد.

۶۵- در سؤال قبل، اگر قبل از تماس دادن دو کره به یک‌دیگر، بار الکتریکی آن‌ها هم‌نام و نامساوی باشند، آن‌گاه کدام رابطه بین F و F′ برقرار است؟ (تألیفی)

۱) $F > F'$

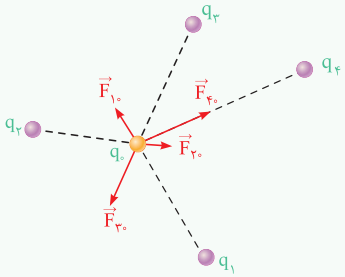
۲) $F' > F$

۳) $F = F'$

۴) با توجه به شرایط، هر یک از سه گزینه ممکن است صحیح باشد.

gajmarket.com

خلاصه نکات ۵ — بررسی قانون کولن برای بیش از دو ذرهٔ باردار



تا این‌جای کار قانون کولن را برای دو ذرهٔ باردار بررسی کرده‌ایم، حال سؤال آن است که اگر تعدادی ذرهٔ باردار در یک ناحیه از فضا قرار داشته باشند، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره چگونه به‌دست می‌آید؟ در جواب باید گفت دراین حالت، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره برایند نیروهایی است که هریک از ذره‌های دیگر در غیاب سایر ذره‌ها، بر آن ذره وارد می‌کند.

به عبارت دیگر، وقتی چند ذرهٔ باردار را در یک راستا و یا در یک صفحه قرار داده و از ما می‌خواهند برایند نیروهای وارد بر یکی از ذرات را محاسبه کنیم، برای رسیدن به این منظور، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

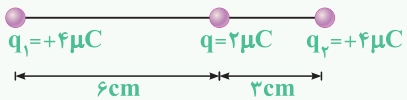
گام اول: نیروهای وارد بر آن ذره از طرف ذره‌های باردار دیگر را رسم کرده و اندازهٔ هر یک از این نیروها را با کمک رابطهٔ $F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$ محاسبه می‌کنیم. یادآوری می‌شود که بارهای هم‌نام، یک‌دیگر را دفع کرده و بارهای ناهم‌نام، یک‌دیگر را جذب می‌کنند.

گام دوم: برایند بردارهای رسم شده را با کمک خواص بردارها محاسبه می‌کنیم (دقت شود طبق تأکید کتاب درسی فیزیک پایهٔ یازدهم، در این کتاب برایند نیروهایی را بررسی می‌کنیم که آن‌ها در یک راستا بوده و یا بر هم عمود هستند).

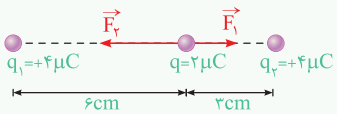
تمرین ۱ در شکل زیر، برایند نیروهای وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای $q = 2\mu C$ برابر ..... نیوتون و به سمت ..... است. $(k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9\times10^9\ N.m^2/C^2)$

۱) ۱۰۰، چپ ۲) ۱۰۰، راست

۳) ۶۰، چپ ۴) ۶۰، راست



پاسخ ابتدا نیروهایی را که هر یک از دو ذرهٔ باردار q_1 و q_2 بر بار q وارد می‌کنند به‌دست می‌آوریم:



$$\begin{cases}(\vec{F}_1)\ q_1 \text{ بار } q \text{ را دفع می‌کند} \Rightarrow (\text{دافعه}): F_1 = \frac{kqq_1}{r^2} = \frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(6\times10^{-2})^2} = 20N \\ (\vec{F}_2)\ q_2 \text{ بار } q \text{ را دفع می‌کند} \Rightarrow (\text{دافعه}): F_2 = \frac{kqq_2}{r^2} = \frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(3\times10^{-2})^2} = 80N\end{cases}$$

با برایندگیری از نیروهای در خلاف جهت F_1 و F_2، به سادگی نیروی برایند به‌دست می‌آید:

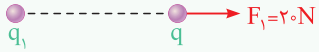
$$F = F_2 - F_1 = 80 - 20 = 60N$$

با توجه به بزرگ‌تر بودن نیروی F_2، جهت نیروی برایند نیز به سمت چپ می‌باشد و گزینهٔ (۳) صحیح است. دقت شود این موضوع یعنی نیروی وارد بر این ذره برابر $-60\vec{i}$ است.

تمرین ۲ در سؤال قبل، اگر بار الکتریکی q_2 حذف شود، برایند نیروهای وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای q برابر ..... نیوتون شده و تغییر جهت ..... (تألیفی)

۱) ۸۰، نمی‌دهد. ۲) ۲۰، می‌دهد. ۳) ۱۰۰، می‌دهد. ۴) ۲۰، نمی‌دهد.

پاسخ در سؤال قبل، با حذف بار الکتریکی q_2، تنها نیرویی که بر بار q وارد می‌شود، ناشی از نیروی دافعهٔ بار q_1 بر آن می‌باشد. با توجه به پاسخ سؤال قبل، این نیرو برابر $F_1 = 20N$ و به سمت راست می‌باشد.

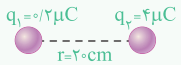


بنابراین برایند نیروهای وارد بر بار q برابر $20N$ شده و نسبت به حالت قبل تغییر جهت می‌دهد (به سمت راست می‌شود)، بنابراین گزینهٔ (۲) صحیح است.

بررسی یک موضوع کاربردی

نکات ساده‌ای که باعث افزایش سرعت دانش‌آموزان در محاسبات می‌شود:

۱) در محاسبات رابطهٔ $F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$، ترجیحاً اعداد به‌صورت ممیزدار نوشته نشود، زیرا این موضوع کمی ساده کردن اعداد را سخت می‌کند.

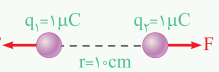


$$F = 9\times10^9\times\frac{(0/2\times10^{-6})(4\times10^{-6})}{(0/2)^2}$$ شکل نامناسب

$$F = 9\times10^9\times\frac{(2\times10^{-7})(4\times10^{-6})}{(2\times10^{-1})^2}$$ شکل مناسب

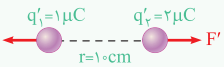
۲) در محاسبات کمی باهوش عمل کنیم. به‌طور مثال اگر در دو حالت زیر، نیرو در حالت (۱) را برابر ۰/۹ نیوتون به‌دست می‌آوریم، در حالت دوم تنها یکی از بارها دو برابر شده است و نیرو دو برابر حالت اول است، یعنی ۱/۸ نیوتون و نیازی به انجام محاسبات جدید نیست.

حالت اول:



$$F = 9\times10^9\frac{(1\times10^{-6})(1\times10^{-6})}{(1\times10^{-1})^2} = 0/9N$$

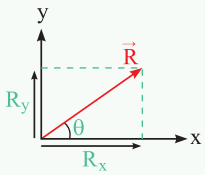
حالت دوم:



$$F' = 2F = 1/8N$$

یادآوری از بردارها

۱) همان‌طور که می‌دانید، هر بردار دارای دو مؤلفهٔ افقی و قائم می‌باشد و می‌توان آن را به‌صورت بردارهای یکه به‌صورت زیر نشان داد:



$$\vec{R}=R_x\vec{i}+R_y\vec{j}$$

$$\begin{cases}\text{مؤلفهٔ افقی}: R_x=R\cos\theta\\ \text{مؤلفهٔ عمودی}: R_y=R\sin\theta\end{cases}$$

تذکر برعکس روند طی‌شده، با داشتن مؤلفه‌های افقی و عمودی یک بردار نیز به‌سادگی می‌توان اندازهٔ آن بردار و زاویهٔ آن را با افق یافت. به‌طور مثال در شکل فوق داریم:

$$\begin{cases}\vec{R}\text{ اندازهٔ بردار}: R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}\\ \theta\text{ محاسبهٔ زاویهٔ}: \tan\theta=\dfrac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}=\dfrac{R_y}{R_x}\end{cases}$$

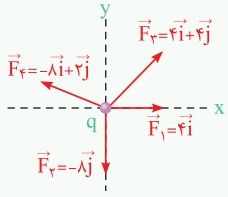
۲) **جمع بردارها با کمک بردارهای یکه:** جمع دو بردار $\vec{A}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}$ و $\vec{B}=b_1\vec{i}+b_2\vec{j}$ به‌صورت زیر است:

$$\vec{A}+\vec{B}=(a_1+b_1)\vec{i}+(a_2+b_2)\vec{j}$$

در این حالت، پس از رسم بردار $\vec{A}+\vec{B}$، به سادگی می‌توان زاویهٔ آن با افق را نیز پیدا کرد:

$$\tan\theta=\frac{\text{ضریب }\vec{j}}{\text{ضریب }\vec{i}}$$

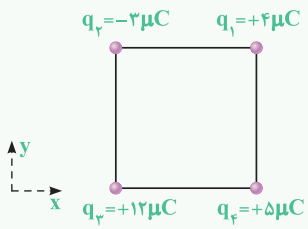
برای درک بهتر، فرض کنید بر ذرهٔ الکتریکی زیر نیروهای نشان داده شده وارد شده است. برایند نیروهای وارد بر این ذرهٔ باردار برابر است با:



$$\vec{F}_T=\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3+\vec{F}_4=(4\vec{i}+0\vec{j})+(0\vec{i}-8\vec{j})+(4\vec{i}+4\vec{j})+(-8\vec{i}+2\vec{j})$$

$$F_T=\underbrace{(4+0+4+(-8))}_{\text{مجموع ضرایب در راستای افق}}\vec{i}+\underbrace{(0+(-8)+4+2)}_{\text{مجموع ضرایب در راستای قائم}}\vec{j}=0\vec{i}-2\vec{j}$$

تمرین ۳ **مطابق شکل، چهار بار الکتریکی در رأس‌های مربعی به ضلع ۶cm قرار دارند. بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار الکتریکی q_1 در SI کدام است؟ ($k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2}$، $\sqrt{2}\simeq1/4$)**



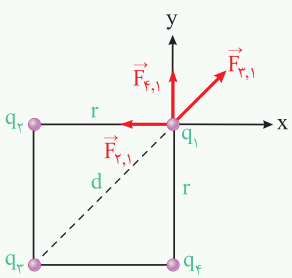
۱) $-12\vec{i}+92\vec{j}$

۲) $12\vec{i}+92\vec{j}$

۳) $-42\vec{i}+60\vec{j}$

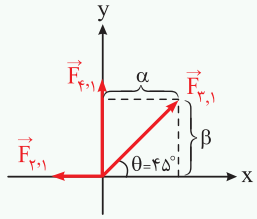
۴) $42\vec{i}+60\vec{j}$

پاسخ برای شروع حل، مطابق شکل نیروهای وارد بر بار q_1 را رسم کرده و اندازهٔ هر یک را به‌دست می‌آوریم:



$$\begin{cases}F_{2,1}=\dfrac{kq_1q_2}{r^2}=\dfrac{9\times10^9\times(4\times10^{-6})\times(3\times10^{-6})}{(6\times10^{-2})^2}=30N\\ F_{3,1}=\dfrac{kq_1q_3}{d^2}=\dfrac{9\times10^9\times(4\times10^{-6})\times(12\times10^{-6})}{(6\sqrt{2}\times10^{-2})^2}=60N\\ F_{4,1}=\dfrac{kq_1q_4}{r^2}=\dfrac{9\times10^9\times(4\times10^{-6})\times(5\times10^{-6})}{(6\times10^{-2})^2}=50N\end{cases}$$

در ادامه با انتخاب محورهای مختصات داریم (توجه شود که $\frac{\sqrt{2}}{2}\simeq0/7$ می‌باشد):

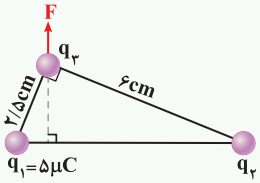


$$\begin{cases}\vec{F}_{2,1}=-30\vec{i}+0\vec{j}\\ \vec{F}_{3,1}=\alpha\vec{i}+\beta\vec{j}\\ \vec{F}_{4,1}=0\vec{i}+50\vec{j}\end{cases}\qquad\begin{matrix}\alpha=F_{3,1}\cos\theta=60\cos45^\circ\simeq42N\\ \beta=F_{3,1}\sin\theta=60\sin45^\circ\simeq42N\end{matrix}\Rightarrow\vec{F}_{3,1}\simeq42\vec{i}+42\vec{j}$$

برایند نیروی: $\vec{R}=\vec{F}_{2,1}+\vec{F}_{3,1}+\vec{F}_{4,1}\Rightarrow\vec{R}=(-30+42+0)\vec{i}+(0+42+50)\vec{j}\Rightarrow\vec{R}=12\vec{i}+92\vec{j}$ (گزینهٔ ۲)

gajmarket.com

نمونه ۴ دو ذرهٔ باردار q_1 و q_2 مطابق شکل قرار دارند. نیروی الکتریکی خالص (برایند) ناشی از دو ذره به ذرهٔ باردار q_3، برابر $\vec{F}$ است. q_2 چند میکروکولن است؟ (تجربی خارج ۹۹)



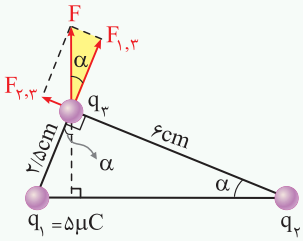
۱) ۱۰۸ ۲) ۲۴

۳) ۱۲ ۴) ۶

پاسخ برای حل این‌گونه از سؤالات، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: با توجه به نیروی برایند F وارد بر q_3، نیروهای واردشده به q_3 از طرف سایر بارها را به صورت زیر رسم می‌کنیم:

گام دوم: تانژانت زاویهٔ α را به‌دست می‌آوریم و سپس به کمک تانژانت زاویهٔ α، نسبت $\frac{F_{2,3}}{F_{1,3}}$ را به دست می‌آوریم:



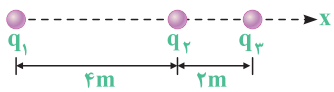
$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{۲/۵}{۶}=\frac{۵}{۱۲}$$

در مثلث هاشور زده‌شده: $\tan\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}\Rightarrow\frac{۵}{۱۲}=\frac{F_{2,3}}{F_{1,3}}$

گام سوم: به کمک قانون کولن و نوشتن یک تناسب ساده، مقدار q_2 را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{F_{2,3}}{F_{1,3}}=\frac{q_2\,q_3}{q_1\,q_3}\times\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2\Rightarrow\frac{۵}{۱۲}=\frac{q_2}{۵}\times\left(\frac{۲/۵}{۶}\right)^2\Rightarrow\frac{۵}{۱۲}=\frac{q_2}{۵}\times\frac{۲۵}{۱۴۴}\Rightarrow q_2=۱۲\mu C$$ (گزینهٔ ۳)

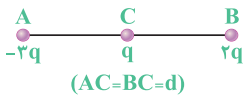
۶۶ مطابق شکل زیر، سه ذره با بارهای الکتریکی $q_1=+۲/۵\mu C$، $q_2=-۱\mu C$ و $q_3=+۴\mu C$ بر روی محور x ثابت شده‌اند. بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_3 در SI کدام است؟ $(k=۹\times۱۰^۹\,N.m^۲/C^۲)$ (برگرفته از کتاب درسی)



۱) $-۶/۵\times۱۰^{-۳}\vec{i}$ ۲) $۷/۵\times۱۰^{-۳}\vec{i}$

۳) $۱۰/۵\times۱۰^{-۳}\vec{i}$ ۴) $-۱۱/۵\times۱۰^{۳}\vec{i}$

۶۷- دو بار q در فاصلهٔ d بر یک‌دیگر نیروی F را وارد می‌کنند. در شکل زیر، نیروی وارد بر بار q کدام است؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)



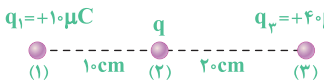
۱) $۵F$ به طرف راست

۲) $۵F$ به طرف چپ

۳) $۴F$ به طرف چپ

۴) $۴F$ به طرف راست

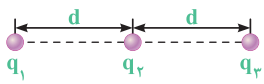
۶۸- در شکل زیر، بار q چند میکروکولن باشد تا بزرگی برایند نیروهای وارد بر بارهای (۱) و (۳) برابر باشند؟ $(k=۹\times۱۰^۹\,N.m^۲/C^۲)$ (مکمل محاسباتی تجربی ۹۸)



۱) ۱۰ ۲) ۲۰

۳) ۳۰ ۴) هر مقدار دلخواهی می‌تواند باشد.

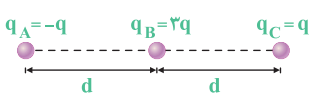
۶۹ در شکل زیر، سه بار نقطه‌ای روی سه نقطه بر روی یک خط راست ثابت شده‌اند. اگر بار q_3، بار q_2 را با نیروی الکتریکی F دفع کند و بزرگی برایند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر $\frac{F}{۲}$ و به‌سمت چپ باشد، نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟ (تألیفی)



۱) $\frac{۱}{۶}$ ۲) $-\frac{۱}{۶}$

۳) -۶ ۴) ۶

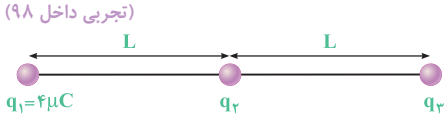
۷۰- در شکل زیر، سه بار الکتریکی در نقاط مشخص شده، بر روی یک خط راست ثابت شده‌اند. اگر ۲۰ درصد از بار q_A را به q_C منتقل کنیم، برایند نیروی وارد بر بار q_B چند برابر می‌شود؟ (تألیفی)



۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) ۱

۳) $\frac{۴}{۵}$ ۴) $\frac{۸}{۵}$

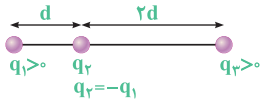
۷۱ در شکل زیر، سه بار نقطه‌ای قرار دارند. برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3، هم‌اندازهٔ نیروی الکتریکی است که بار q_1 بر q_3 وارد می‌کند. بار q_2 چند میکروکولن است؟ (تجربی داخل ۹۸)



۱) ۸ ۲) ۲

۳) -۲ ۴) -۸

۷۲ سه بار نقطه‌ای مطابق شکل مقابل ثابت شده‌اند. اگر برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 هم‌اندازهٔ برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_2 باشد، نسبت $\frac{q_3}{q_1}$ کدام است؟ (تجربی خارج ۹۵)



۱) $\frac{۸}{۱۳}$ ۲) $\frac{۱۳}{۸}$ ۳) $\frac{۱۳}{۷۲}$ ۴) $\frac{۷۲}{۱۳}$

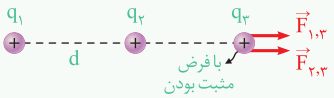
خلاصه نکات ۶ صفر شدن نیروی الکتریکی وارد بر یکی از بارهای واقع در یک راستا

دو ذرهٔ باردار q_1 و q_2 که در جای خود ثابت فرض شده‌اند را در نظر بگیرید:

سؤالی که در بسیاری از تست‌های کنکور مطرح می‌شود آن است که بار q_3 را در چه مکانی قرار دهیم تا نیروی الکتریکی برایند وارد بر آن، از طرف بارهای q_1 و q_2 صفر شود. اگر بار q_3 مثبت باشد، تحلیل این موضوع به‌صورت زیر انجام می‌شود:

حالت اول: بارهای q_1 و q_2 هم علامت باشند:

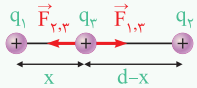
فرض کنید دو بار q_1 و q_2 مثبت باشند. در این صورت برای به‌دست آوردن نقطهٔ موردنظر برای صفر شدن نیروی وارد بر بار q_3، باید توجه داشت که در خارج از فاصلهٔ بین دو بار، نیروی الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار q_3 از طرف بارهای مثبت q_1 و q_2، هم‌جهت است و امکان ندارد برایند آن‌ها صفر شود، بنابراین ذرهٔ q_3 در خارج از فاصلهٔ بین دو بار به تعادل نمی‌رسد.



$$|\vec{F}_T| = F_{1,3} + F_{2,3} \neq 0$$

بنابراین برای به‌تعادل رسیدن ذرهٔ q_3، این ذره باید در فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی و نزدیک به بار با مقدار کوچک‌تر قرار گیرد.

به عبارت دیگر نیروهای وارد شده بر بار q_3 از طرف دو بار دیگر باید برابر و در خلاف جهت یک‌دیگر باشند.



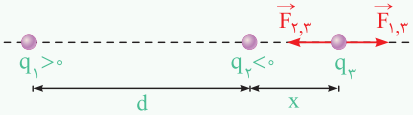
$$F_T = 0 \Rightarrow F_{1,3} = F_{2,3}$$

$$\frac{k|q_1||q_3|}{x^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(d-x)^2}$$

تذکر همان‌طور که مشاهده می‌کنید، مقدار و علامت بار q_3، تأثیری در به تعادل رسیدن آن ندارد که این موضوع خود، موضوع بسیار جالبی است.

حالت دوم: بارهای q_1 و q_2 مختلف‌العلامت باشند:

در این حالت بار سوم در خارج از فاصلهٔ دو بار و نزدیک به بار کوچک‌تر قرار می‌گیرد (چرا؟). برای به‌دست آوردن رابطهٔ بین اندازهٔ بارها و نقطهٔ موردنظر، فرض کنید بار q_1 مثبت، بار q_2 منفی و اندازه بار q_1 بزرگ‌تر باشد. پس با توجه به شکل می‌توان نوشت:



$$F_T = 0 \Rightarrow |\vec{F}_{1,3}| = |\vec{F}_{2,3}| \Rightarrow \frac{k|q_1||q_3|}{(d+x)^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{x^2}$$

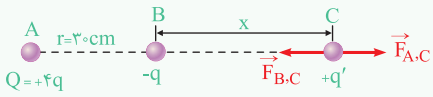
$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{(d+x)^2} = \frac{|q_2|}{x^2}$$

برای درک بهتر مفاهیم فوق، به دو تمرین زیر توجه کنید:

تمرین ۱ دو بار الکتریکی $-q$ و $Q = +۴q$ در دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ $AB = ۳۰cm$ از هم قرار دارند. بار $+q'$ را در چه فاصله‌ای برحسب سانتی‌متر از بار Q قرار دهیم تا به حال تعادل قرار گیرد؟

۱) ۱۵ ۲) ۳۰ ۳) ۴۵ ۴) ۶۰

پاسخ با توجه به این‌که بار $-q$ مقدار کوچک‌تری نسبت به $Q = +۴q$ دارد، پس بار سوم برای تعادل باید نزدیک به بار $-q$ باشد و چون بارها ناهم‌نام هستند، بار سوم باید خارج از فاصلهٔ بین دو بار قرار گیرد. در ادامه اگر فاصلهٔ بار $+q'$ تا بار $-q$ را x درنظر بگیریم، مقدار x به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:



$$\text{بررسی تعادل برای بار } +q' : \sum F = 0 \Rightarrow F_{A,C} = F_{B,C} \Rightarrow \frac{k|۴q||q'|}{(۳۰+x)^2} = \frac{k|q||q'|}{x^2} \Rightarrow \frac{۴}{(۳۰+x)^2} = \frac{۱}{x^2}$$

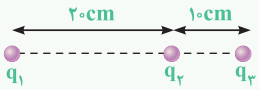
$$\Rightarrow ۴x^2 = (۳۰+x)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} ۲x = ۳۰+x \Rightarrow x = ۳۰cm$$

در نهایت باید گفت فاصلهٔ بار Q تا بار $+q'$، برابر $۶۰cm$ است $(۳۰+x = ۳۰+۳۰)$ و گزینهٔ (۴) صحیح می‌باشد.

تذکر همان‌طور که مشاهده می‌شود، مقدار و علامت بار q'، در به تعادل رسیدن آن نقشی ندارد و اگر اندازهٔ بار q' دو برابر نیز شود، مجدداً تعادل برای آن برقرار است.

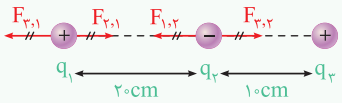
gajmarket.com

تمرین ۲ در شکل زیر، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارهای نقطه‌ای برابر صفر است. $\frac{q_۳}{q_۲}$ کدام است؟ (تجربی داخل ۹۳)



۱) -۴ ۲) $+۴$ ۳) $-\frac{۹}{۴}$ ۴) $+\frac{۹}{۴}$

پاسخ با یک سؤال جالب و تحلیلی مواجه شده‌ایم. چون بار الکتریکی $q_۲$ متعادل است، بنابراین دو بار الکتریکی $q_۱$ و $q_۳$ حتماً باید هم‌نام باشند. مثلاً می‌توان هر دو بار الکتریکی $q_۱$ و $q_۳$ را مثبت درنظر گرفت. هم‌چنین برای متعادل بودن بار $q_۱$، دو بار $q_۲$ و $q_۳$ باید لزوماً غیرهم‌نام باشند (چرا؟).



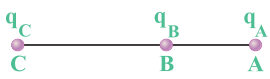
بررسی شرایط تعادل برای بار الکتریکی $q_۱$: $|F_{۳،۱}|=|F_{۲،۱}| \Rightarrow \frac{k\cancel{q_۱}q_۳}{(۳۰)^۲}=\frac{kq_۲\cancel{q_۱}}{(۲۰)^۲} \Rightarrow \frac{q_۳}{۹۰۰}=\frac{q_۲}{۴۰۰} \Rightarrow \left|\frac{q_۳}{q_۲}\right|=\frac{۹۰۰}{۴۰۰} \Rightarrow \left|\frac{q_۳}{q_۲}\right|=\frac{۹}{۴}$

در نهایت از آن‌جا که $q_۳$ و $q_۲$ غیرهم‌نام‌اند، $\frac{q_۳}{q_۲}=-\frac{۹}{۴}$ می‌باشد و گزینهٔ (۳) صحیح است.

صفر شدن برایند نیروهای وارد بر یک ذرهٔ باردار، هنگامی که ذرات در یک راستا قرار دارند.

تو بارهای واقع در یه راستا، برایند نیروها هم ممکنه صفر بشه. تو ادامه این موضوع‌رو بررسی خواهیم کرد. حواستون باشه این بحث خیلی مهمه و ازش زیاد سؤال مطرح میشه ...

۷۳- در نقاط A، B و C به‌ترتیب بارهای الکتریکی q_A، q_B و q_C مطابق شکل زیر قرار دارند. اگر نیروی وارد بر بار q_C صفر باشد کدام بارها الزاماً غیرهم‌نام‌اند؟



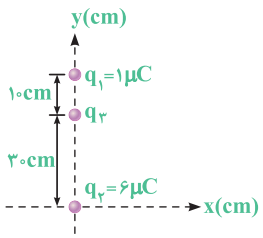
(M.K.A)

۱) q_C, q_A ۲) q_B, q_A
۳) q_C, q_B ۴) ممکن است هر سه بار هم‌نام باشند.

۷۴- دو بار الکتریکی $-q$ و $Q=+۴q$ در دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ $AB=۳۰cm$ از هم قرار دارند. بار $+q'$ را در چه فاصله‌ای برحسب سانتی‌متر از بار Q قرار دهیم تا به حال تعادل قرار گیرد؟ (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

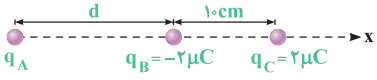
۱) ۱۵ ۲) ۳۰ ۳) ۴۵ ۴) ۶۰

۷۵ در شکل روبه‌رو سه ذرهٔ الکتریکی نشان داده شده، بر روی محور y قرار گرفته‌اند. بار الکتریکی $q_۲$ را چند میکروکولن و چگونه تغییر دهیم تا بار الکتریکی $q_۳$ متعادل شود؟ (از وزن بارها صرف‌نظر شود.) (تألیفی)



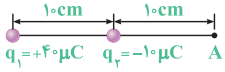
۱) $۳\mu C$ به آن بیافزاییم.
۲) $۳\mu C$ از آن کم کنیم.
۳) $۴\mu C$ به آن بیافزاییم.
۴) در وضعیت فعلی بار $q_۳$ متعادل است.

۷۶ در شکل زیر، برایند نیروهای وارد بر بار q_C برابر صفر است. اگر فقط بار q_A را دو برابر نماییم، بردار نیروی برایند وارد بر بار q_C، در SI کدام می‌شود؟ (تألیفی)
$(k=۹\times۱۰^۹ N.m^۲/C^۲)$



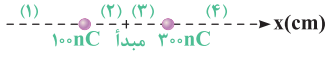
۱) $-۳/۶\vec{i}$ ۲) $۳/۶\vec{i}$
۳) $۳/۶\vec{i}$ یا $-۳/۶\vec{i}$ ۴) اطلاعات کافی نیست.

۷۷- در شکل زیر در نقطهٔ A، بار الکتریکی نقطه‌ای چند میکروکولنی قرار دهیم تا برایند نیروهای وارد بر آن از طرف بارهای دیگر صفر شود؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)



۱) ۵ ۲) ۱
۳) به‌ازای هیچ مقداری، این اتفاق رخ نمی‌دهد. ۴) هر مقدار دلخواهی می‌تواند باشد.

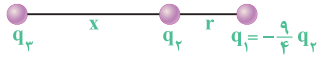
۷۸- در شکل زیر، دو بار الکتریکی نشان داده شده، فاصلهٔ یکسانی از مبدأ دارند. در کدام ناحیه اگر یک پروتون قرار گیرد، ممکن است نیرویی در جهت محور x به آن وارد شود؟



(تألیفی)

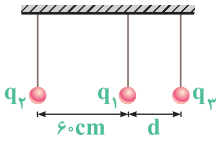
۱) فقط (۴) ۲) (۴) و (۲)
۳) (۴)، (۳) و (۲) ۴) (۱) و (۴)

۷۹ در شکل مقابل، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی صفر است. نسبت‌های $\frac{x}{r}$ و $\frac{q_۳}{q_۲}$ به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟ (ریاضی داخل ۹۹، مشابه تجربی داخل ۹۳ و خارج ۸۹)



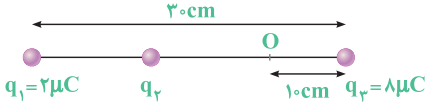
۱) $\frac{۳}{۲}$ ، ۹ ۲) -۹ ، $\frac{۳}{۲}$
۳) ۹ ، ۲ ۴) ۲ ، -۹

۸۰ در شکل مقابل، هر سه طناب متصل به گلوله‌های باردار حرکتی نداشته و به طور قائم قرار گرفته‌اند. اگر $q_1 = +4\mu C$ و $q_2 = -16\mu C$ باشد، به ترتیب از راست به چپ، q_3 چند میکروکولن و d چند سانتی‌متر است؟ (مکمل محاسباتی ریاضی ۹۹)



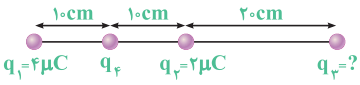
۱) $+16$ ، ۶۰
۲) -16 ، ۶۰
۳) $+16$ ، ۱۲۰
۴) -16 ، ۱۲۰

۸۱ در شکل زیر، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارها صفر است. اگر بار $q_4 = 1\mu C$ در نقطهٔ O قرار گیرد، نیروی الکتریکی وارد بر آن چند نیوتون می‌شود؟ $(k = 9\times10^9 \frac{N\cdot m^2}{C^2})$ (تجربی داخل ۹۷)



۱) ۱/۲۵
۲) ۵/۹۵
۳) ۶/۷۵
۴) ۷/۵۵

۸۲ در شکل زیر، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_4 برابر صفر است. بار q_3 چند میکروکولن است؟ (ریاضی داخل ۹۱)

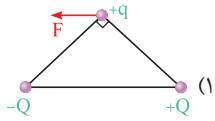


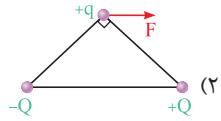
۱) -8
۲) ۸
۳) ۱۸
۴) -18

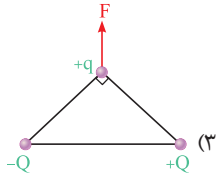
برایند نیروهای کولنی برای چند بار نقطه‌ای واقع در یک صفحه

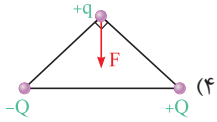
تو ادامهٔ کار، بارها رو از حالت هم امتداد خارج می‌کنیم و می‌بریم تو حالت‌های مثلثی، مستطیلی و ... . اصول محاسبهٔ برایند نیروها تو این حالت هم، عین حالت هم امتداده. البته اینم بگیم که طبق خواستهٔ کتاب درسیتون، تو این‌جا ما فقط نیروهایی رو بررسی می‌کنیم که بر هم عمود و یا تو یه راستا باشه ...

۸۳ سه بار نقطه‌ای $+Q$ ، $-Q$ و $+q$ در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی‌الساقین واقع‌اند. کدام‌یک از شکل‌های زیر، جهت نیروی وارد بر بار $+q$ را درست نشان می‌دهد؟ (منتخب سراسری قبل از ۸۰)

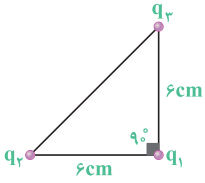
۱) 

۲) 

۳) 

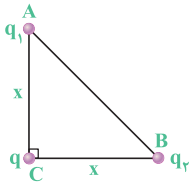
۴) 

۸۴ در شکل داده شده، سه ذره با بارهای $q_1 = q_2 = q_3 = 4\mu C$ در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند. برایند نیروهای الکتریکی وارد بر q_1 ..... نیوتون و اگر تنها علامت بار q_2 قرینه شود، بزرگی برایند نیروهای وارد بر q_1 ..... و تغییر جهت ..... . $(k = 9\times10^9 N.m^2/C^2)$ (مکمل محاسباتی تجربی ۹۲)



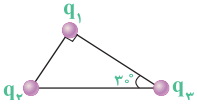
۱) $40\sqrt{2}$ ، تغییر کرده، می‌دهد
۲) $20\sqrt{2}$ ، ثابت، نمی‌دهد
۳) $20\sqrt{2}$ ، تغییر کرده، نمی‌دهد
۴) $40\sqrt{2}$ ، ثابت، می‌دهد

۸۵- مطابق شکل، سه بار الکتریکی نقطه‌ای و مثبت q_1 ، q_2 و q در سه رأس مثلث ABC قرار دارند. اگر نیروی وارد از طرف q_2 بر q برابر ۸ نیوتون و $q_1 = \frac{3}{4}q_2$ باشد، برایند نیروهای وارد بر بار q چند نیوتون خواهد بود؟ (تألیفی)



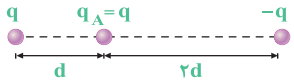
۱) ۸
۲) ۱۰
۳) ۶
۴) ۴

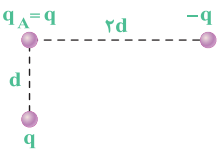
۸۶- در شکل مقابل، اندازهٔ نیرویی که بار الکتریکی q_1 بر q_2 وارد می‌کند، برابر F است. اندازهٔ برایند نیروهای واردشده بر بار q_1 چند برابر F است؟ $(q_2 = q_3 = -q_1)$ (برگرفته از امتحانات کشوری)



۱) $\frac{\sqrt{10}}{3}$
۲) ۳
۳) $\frac{\sqrt{10}}{5}$
۴) $\frac{\sqrt{10}}{7}$

۸۷ سه بار الکتریکی، مطابق شکل‌های (۱) و (۲) در یک صفحه قرار گرفته‌اند. نیروی الکتریکی وارد بر بار q_A در شکل (۲)، چند برابر نیروی الکتریکی وارد بر بار q_A در شکل (۱) است؟ (تألیفی)

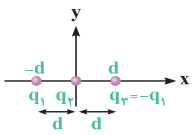
(شکل ۱) :


(شکل ۲) :


۱) ۱
۲) $\frac{\sqrt{17}}{4}$
۳) $\frac{\sqrt{17}}{5}$
۴) ۲

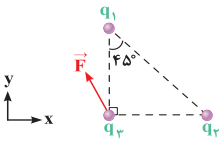
gajmarket.com

۸۸ مطابق شکل، سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x قرار دارند. اندازهٔ نیروی وارد بر بار $q_۲$ برابر F است. اگر بار $q_۲$ را به اندازهٔ d روی محور y جابه‌جا کنیم، بزرگی نیروی وارد بر بار $q_۲$ چند برابر F خواهد شد؟ (برگرفته از امتحانات کشوری)



۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

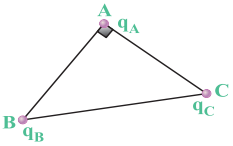
۸۹- در شکل مقابل، برایند نیروهای وارد بر بار $q_۳$ در SI برابر $۳۰\vec{j}+۲۰\vec{i}$ است. اگر بار $q_۲$ دو برابر و قرینه شده و بار $q_۱$ فقط دو برابر شود، بردار برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۳$ در SI کدام می‌شود؟ (تألیفی)



۱) $-۴۰\vec{i}+۶۰\vec{j}$ ۲) $۴۰\vec{i}-۶۰\vec{j}$ ۳) $-۴۰\vec{i}-۶۰\vec{j}$ ۴) $۴۰\vec{i}+۶۰\vec{j}$

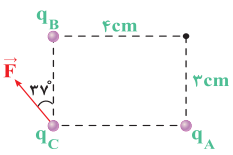
ایدهٔ دوتا سؤال بعدی رو خوب یاد بگیرید که خیلی به کار میاد ...

۹۰ در شکل روبه‌رو، مثلث نشان داده شده متساوی‌الساقین و قائم‌الزاویه است و بارهای q_A، q_B و q_C به ترتیب q، $\sqrt{۳}q$ و $-q$ است. زاویه‌ای که برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_A با امتداد پاره‌خط BA می‌سازد، چند درجه است؟ (تجربی داخل ۸۷)



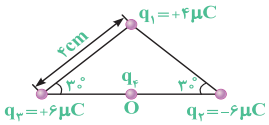
۱) ۳۰ ۲) ۴۵ ۳) ۵۳ ۴) ۶۰

۹۱ در شکل مقابل، در سه رأس از مستطیل بارهای q_A، q_B و q_C قرار داده شده‌اند. اگر بردار برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_C از طرف دو بار q_A و q_B برابر نیروی نشان داده شده $(\vec{F})$ باشد، در این صورت نسبت $\frac{q_A}{q_B}$ کدام است؟ $(\sin ۳۷^\circ = ۰/۶)$ (مکمل خلاقانهٔ تجربی ۸۷ و ۹۶)



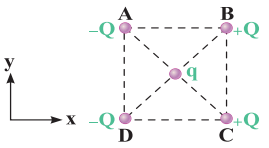
۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $-\frac{۴}{۳}$ ۳) $\frac{۱۶}{۹}$ ۴) $-\frac{۱۶}{۹}$

۹۲ سه بار نقطه‌ای مطابق شکل، در سه رأس یک مثلث ثابت شده‌اند. نیروی وارد بر بار $q_۴=۱\mu C$ واقع در نقطهٔ O، در وسط خط واصل دو بار $q_۲$ و $q_۳$ چند نیوتون است؟ $(k=۹\times۱۰^۹ N.m^۲/C^۲)$ (ریاضی داخل ۸۴)



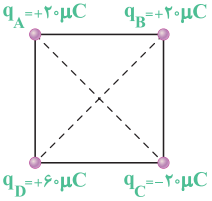
۱) ۴۵ ۲) ۹۰ ۳) $۴۵\sqrt{۳}$ ۴) $۹۰\sqrt{۲}$

۹۳- در شکل زیر، بارهای نقطه‌ای نشان داده شده در رأس‌ها و مرکز مربع واقع شده‌اند. برایند نیروهای وارد بر بار الکتریکی واقع در مرکز مربع، در کدام جهت قرار می‌گیرد؟ (بار q و Q هم‌نام هستند.) (تألیفی)



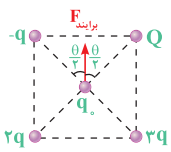
۱) $+x$ ۲) $-x$ ۳) $+y$ ۴) $-y$

۹۴- در چهار رأس یک مربع به ضلع ۲۰ سانتی‌متر، مطابق شکل بارهای نقطه‌ای قرار داده‌ایم. اگر یک بار $-۱۰\mu C$ را در مرکز مربع قرار دهیم، نیروی وارد بر آن چند نیوتون و در کدام جهت خواهد بود؟ (ریاضی خارج ۸۲)



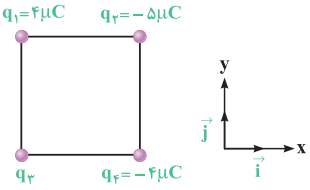
۱) $۱۸۰\sqrt{۲}$، به سمت چپ
۲) $۱۸۰\sqrt{۲}$، به سمت بالا
۳) $۲۷۰\sqrt{۲}$، به سمت بالا
۴) $۲۷۰\sqrt{۲}$، به سمت چپ

۹۵ مطابق شکل زیر، چهار بار الکتریکی در رئوس مربع قرار گرفته و برایند نیروی وارد شده از طرف آن‌ها بر بار $q_۰$ واقع در مرکز مربع به سمت بالا می‌باشد. مقدار بار Q کدام است؟ (مکمل مفهومی ریاضی ۸۲)



۱) ۲q ۲) q ۳) -۲q ۴) -q

۹۶ چهار ذرهٔ باردار مطابق شکل در رأس‌های یک مربع به ضلع ۲۰cm قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر $q_۲$ در SI به صورت $\vec{F}=-۹\vec{i}$ باشد، $q_۳$ چند میکروکولن است؟ $(k=۹\times۱۰^۹ N.m^۲/C^۲)$ (ریاضی داخل ۹۸)

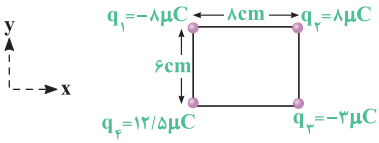


۱) $-۸\sqrt{۲}$ ۲) -۴ ۳) ۴ ۴) $۸\sqrt{۲}$

۹۷- چهار بار الکتریکی مثبت و هم‌اندازهٔ q در رأس‌های یک مربع به ضلع d قرار دارند. اندازهٔ نیرویی که از طرف بارهای دیگر بر یکی از آن‌ها وارد می‌شود، چند $\frac{kq^2}{2d^2}$ است؟ ($k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ و اندازه‌ها در SI است.) (ریاضی خارج ۸۵)

۱) ۱ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) $\sqrt{2}+1$ ۴) $2\sqrt{2}+1$

۹۸ چهار بار الکتریکی در رأس‌های مستطیلی مطابق شکل قرار دارند. بزرگی و بردار نیروی وارد بر بار q_2 در SI کدام است؟ $(k=9\times10^9\,N.m^2/C^2)$ (ریاضی خارج ۹۰)

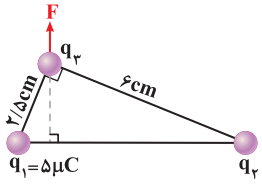


۱) $30,\ -18\vec{i}-24\vec{j}$ ۲) $60,\ -36\vec{i}-48\vec{j}$

۳) $6\sqrt{10},\ -18\vec{i}-6\vec{j}$ ۴) $9\sqrt{10},\ -27\vec{i}-9\vec{j}$

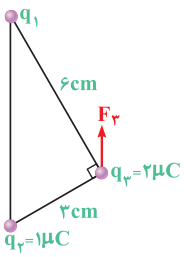
در ادامه دو سؤال جالب و ابتکاری از این موضوع را بررسی خواهیم کرد که از ایده‌هایی است که در کنکورهای دشوار مطرح خواهد شد ...

۹۹ دو ذرهٔ باردار q_1 و q_2 مطابق شکل قرار دارند. نیروی الکتریکی خالص (برایند) ناشی از دو ذره به ذرهٔ باردار q_3، برابر $\vec{F}$ است. q_2 چند میکروکولن است؟ (تجربی خارج ۹۹)



۱) ۱۰۸
۲) ۲۴
۳) ۱۲
۴) ۶

۱۰۰- در شکل مقابل، سه بار نقطه‌ای در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. اگر F_3 برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3، موازی خط واصل q_1 و q_2 باشد، F_3 چند نیوتون است؟ $(k=9\times10^9\,N.m^2/C^2)$ (تجربی داخل ۹۶)

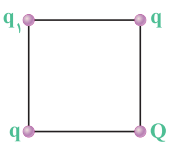


۱) $8\sqrt{5}$
۲) $12\sqrt{5}$
۳) $16\sqrt{5}$
۴) $20\sqrt{5}$

صفر شدن برایند نیروهای کولنی برای چند بار نقطه‌ای واقع در یک صفحه

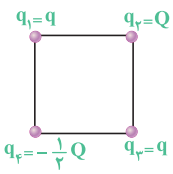
بررسی صفر شدن برایند نیروها، تو حالت بارهای غیرهم‌راستا هم نکات جالبی داره که تو ادامهٔ کار، سؤالای خیلی مهمی ازش اُوردیم...

۱۰۱- چهار بار الکتریکی مطابق شکل در رئوس مربع قرار دارند. اگر برایند نیروهای وارد شده بر بار q_1 صفر باشد، کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟ (منتخب سراسری قبل از ۸۰)



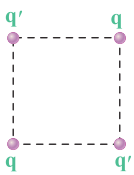
۱) ممکن است علامت بار q مثبت و علامت بار Q منفی باشد.
۲) ممکن است علامت بار q منفی و علامت بار Q مثبت باشد.
۳) برای برقراری تعادل، اندازهٔ بار Q، باید $2\sqrt{2}$ برابر اندازهٔ بار q باشد.
۴) مقدار بار الکتریکی q_1، در تعادل آن نقش دارد.

۱۰۲ چهار ذرهٔ باردار در رأس‌های یک مربع قرار دارند. برایند نیروهای الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار q_2 صفر است. $\frac{Q}{q}$ کدام است؟ (ریاضی داخل ۹۶)



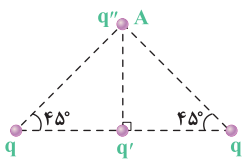
۱) $2\sqrt{2}$
۲) $4\sqrt{2}$
۳) $-2\sqrt{2}$
۴) $-4\sqrt{2}$

۱۰۳ در شکل مقابل، اگر دو بار q' قرینه شوند، نیروی وارد بر هر یک از بارهای الکتریکی q برابر صفر می‌شود. در همان حالت اولیه، نسبت $\frac{q'}{q}$ کدام است؟ (مکمل محاسباتی ریاضی ۹۶)



۱) $2\sqrt{2}$ ۲) $-2\sqrt{2}$
۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ۴) $-\frac{\sqrt{2}}{4}$

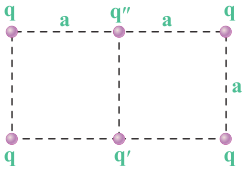
۱۰۴- در شکل مقابل، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار قرار گرفته در نقطهٔ A برابر صفر است. نسبت $\frac{q'}{q}$ کدام است؟ (مکمل محاسباتی ریاضی ۹۶)



۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
۳) $\sqrt{2}$ ۴) $-\sqrt{2}$

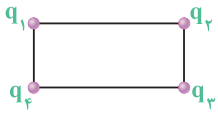
gajmarket.com

۱۰۵ در شکل مقابل، بار q'' در حالت تعادل است. نسبت بارهای $\frac{q'}{q}$ کدام است؟ (مکمل خلاقانهٔ ریاضی ۹۶)



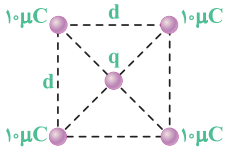
۱) $\sqrt{۲}$
۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$
۳) $-\sqrt{۲}$
۴) $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۱۰۶ چهار ذرهٔ باردار مطابق شکل زیر، در ۴ رأس مستطیلی که طول آن ۲ برابر عرض آن است، ثابت شده‌اند. اگر برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۴$ برابر صفر باشد، $\frac{q_۲}{q_۱}$ کدام است؟ (ریاضی خارج ۹۶)



۱) $-۵\sqrt{۵}$
۲) -۵
۳) ۵
۴) $۵\sqrt{۵}$

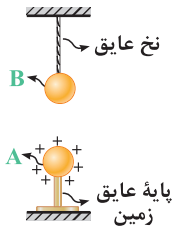
۱۰۷ پنج بار نقطه‌ای مطابق شکل قرار دارند و برایند نیروهای الکتروستاتیکی وارد بر هر یک از این بارها صفر است. بار q تقریباً چند میکروکولن است؟ (مکمل خلاقانهٔ تجربی ۸۹)



۱) ۱۹
۲) -۱۹
۳) ۹/۵
۴) $-۹/۵$

حالا می‌خوایم یه سؤال ترکیبی قانون کولن با بحث تعادل و محاسبهٔ کشش نخ تو دینامیک براتون بیاریم ...

۱۰۸- در شکل زیر، گلولهٔ رسانای A، دارای بار الکتریکی $۱\mu C$ و در فاصلهٔ ۳ سانتی‌متری از گلولهٔ B با جرم $۲kg$ و با بار الکتریکی $۰/۵\mu C$ قرار دارد و کشش ایجاد شده در نخ عایق برابر $T_۱$ است. اگر علامت بار الکتریکی گلولهٔ A قرینه شود، نیروی کشش نخ عایق چند برابر می‌شود؟ $(g = ۱۰N/kg\ ,\ k = ۹\times۱۰^۹ N.m^۲/C^۲)$ (تألیفی)



۱) $\frac{۵}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۵}$
۳) ۲۵
۴) ۱۵

خلاصه نکات ۷ — میدان الکتریکی در اطراف یک بار نقطه‌ای

اگر یک ذرهٔ باردار در فضای اطراف یک ذرهٔ باردار دیگر قرار بگیرد، بر آن نیرو وارد می‌شود، این موضوع به این دلیل است که در فضای اطراف ذرهٔ باردار، میدان الکتریکی ایجاد می‌شود.

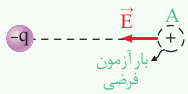
نکات مهم و کاربردی

۱) بزرگی میدان الکتریکی در فاصلهٔ r از بار الکتریکی q عبارت است از:

$$E = k\frac{q}{r^۲} \Rightarrow \begin{cases} E \propto q \\ E \propto \frac{۱}{r^۲} \end{cases}$$

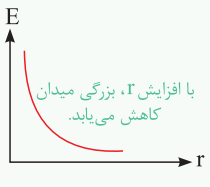
۲) میدان الکتریکی یک کمیت برداری است و برای به‌دست آوردن جهت میدان الکتریکی در هر نقطه از فضا، کافیست یک بار مثبت آزمون را در آن نقطه قرار دهیم و جهت نیروی وارد بر آن را به‌دست آوریم. جهت میدان الکتریکی، همان جهت نیروی وارد بر بار مثبت آزمون است.

(جهت میدان الکتریکی ناشی از بار $+q$ در A)



(جهت میدان الکتریکی ناشی از بار $-q$ در A)

۳) با توجه به رابطهٔ $E = \frac{kq}{r^۲}$، شدت میدان الکتریکی در اطراف یک ذرهٔ باردار، با دور شدن از ذرهٔ باردار کاهش می‌یابد و در اصطلاح غیریکنواخت است.



$$E \propto \frac{۱}{r^۲} \Rightarrow \frac{E_۲}{E_۱} = \left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲$$

gajmarket.com

۱ ۱ با توجه به خلاصه نکات ارائه شده، گزینهٔ (۱) صحیح است.

۲ ۲ همان‌طور که می‌دانیم، بار الکتریکی پروتون و الکترون هم‌اندازه و مختلف‌العلامت و بار الکتریکی نوترون برابر صفر است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$q_p=+e \quad , \quad q_e=-e \quad , \quad q_n=0$$

طبق صورت سؤال: $\begin{cases} q_n=\alpha q_e \xrightarrow{q_n=0} \alpha=0 \\ q_p=\beta q_e \xrightarrow{q_p=-q_e} \beta=-1 \end{cases} \Rightarrow \alpha+\beta=0+(-1)=-1$

۳ ۳ همان‌طور که می‌دانیم، اگر یک جسم الکترون دریافت کند، بار آن منفی و اگر الکترون از دست دهد، بار آن مثبت می‌شود. در این سؤال بار جسم منفی است، بنابراین الکترون دریافت کرده است. برای محاسبهٔ تعداد الکترون‌های دریافتی این جسم می‌توان نوشت:

$$q=ne \Rightarrow -8\times10^{-9}=n\times(-1/6\times10^{-19}) \Rightarrow n=5\times10^{10}$$

بنابراین این جسم به تعداد 5×10^{10} الکترون دریافت کرده است و تعداد الکترون‌های آن به همین اندازه از تعداد پروتون‌هایش بیشتر است.

۴ ۳ همان‌طور که در خلاصه نکات (۱) مطرح شد، وقتی جسمی دارای بار الکتریکی مثبت و یا منفی است، در واقع الکترون از آن گرفته و یا به آن داده شده است، این موضوع یعنی باردار کردن یک جسم، تعداد پروتون‌های آن جسم را تغییر نمی‌دهد، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است. حال می‌توان نوشت:

جسم A: $q_A=ne \Rightarrow 80\times10^{-9}=n\times1/6\times10^{-19} \Rightarrow n=5\times10^{11}$

$\Rightarrow$ جسم A، 5×10^{11} الکترون از دست داده است.

جسم B: $q_B=-ne \Rightarrow -4/8\times10^{-7}=-n\times1/6\times10^{-19} \Rightarrow n=3\times10^{12}$

$\Rightarrow$ به جسم B، 3×10^{12} الکترون داده‌ایم.

۵ ۳ مطابق با رابطهٔ $q=\pm ne$، بار الکتریکی یک جسم، مضرب صحیحی از بار پایه می‌باشد:

$$q=ne \Rightarrow n=\frac{q}{e}$$

بررسی گزینه‌ها

× ۱) $n=\frac{q}{e}=\frac{2\times10^{-19}}{1/6\times10^{-19}}=1/25 \rightarrow$ عدد صحیح نمی‌باشد.

× ۲) $n=\frac{q}{e}=\frac{4\times10^{-19}}{1/6\times10^{-19}}=2/5 \rightarrow$ عدد صحیح نمی‌باشد.

✓ ۳) $n=\frac{q}{e}=\frac{8\times10^{-19}}{1/6\times10^{-19}}=5 \rightarrow$ عدد صحیح است.

۶ ۴ همان‌طور که می‌دانیم، اگر از یک جسمِ خنثی الکترون بگیریم، بار الکتریکی آن مثبت می‌شود که با توجه به رابطهٔ $q=ne$ می‌توان نوشت:

$$q=ne \Rightarrow 1\times10^{-6}=n\times1/6\times10^{-19} \Rightarrow n=\frac{10^{-6}}{1/6\times10^{-19}}$$

(تبدیل میکروکولن به کولن)

$$=\frac{10^{14}}{16}=6/25\times10^{12}$$

۷ ۱ چون جسم الکترون از دست می‌دهد، بنابراین در حالت ثانویه بار آن مثبت و در حالت اولیه بار آن منفی است (رد گزینه‌های ۲ و ۳). بار جسم به مقدار $-2q_0$ تغییر کرده است (از $-q_0$ به q_0 رسیده است) و داریم:

$$\begin{cases} \Delta q=-q_0-(-q_0)=-2q_0 \\ \Delta q=ne \end{cases} \Rightarrow -2q_0=ne=5\times10^{15}\times1/6\times10^{-19}$$

$$=8\times10^{-4} \Rightarrow q_0=-4\times10^{-4}\,C=-400\,\mu C$$

۸ ۲ چون بار الکتریکی خطکش منفی شده است، بنابراین این خطکش الکترون دریافت کرده است. کل الکترون‌های دریافتی توسط خطکش برابر است با:

$$q=ne \Rightarrow -32\times10^{-6}=-n\times1/6\times10^{-19}$$

$\Rightarrow$ کل الکترون‌های دریافتی خطکش: $n=2\times10^{14}$

حال برای محاسبهٔ تعداد الکترون‌های دریافتی در هر سانتی‌متر از این خطکش ۸ سانتی‌متری می‌توان نوشت:

تعداد الکترون‌های دریافتی در هر سانتی‌متر: $n'=\frac{n}{8}=\frac{2\times10^{14}}{8}=2/5\times10^{13}$

۹ ۳ برای پاسخ دادن به این سؤال، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱) عبارت $Z=92$ در هستهٔ اورانیم، یعنی تعداد ۹۲ پروتون در هسته موجود است و بار الکتریکی هستهٔ اتم اورانیم برابر است با:

$$q=+ne=+92\times(1/6\times10^{-19})=+147/2\times10^{-19}=+1/4772\times10^{-17}\,C$$
$$=1/4772\times10^{-11}\,\mu C$$

۲) با توجه به این‌که در این سؤال، اتم اورانیم خنثی است، بنابراین بار الکتریکی کل اتم برابر صفر می‌باشد.

توجه

در حالت خنثی، تعداد الکترون‌های اتم و پروتون‌های هسته با هم برابر است. بنابراین در این سؤال می‌توان گفت بار منفی ناشی از الکترون‌ها نیز برابر $-1/4772\times10^{-11}\,\mu C$ می‌باشد.

۱۰ ۳ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: محاسبهٔ تعداد الکترون‌های اتم دو بار مثبت X^{2+}:

$$q=-ne \Rightarrow -4/8\times10^{-18}=-n\times1/6\times10^{-19} \Rightarrow n=30$$

گام دوم: تعداد الکترون‌های اتم دو بار مثبت (X^{2+})، ۲ واحد کم‌تر از تعداد پروتون‌های آن می‌باشد. بنابراین تعداد پروتون‌های این اتم برابر ۳۲ می‌باشد.

۱۱ ۳ در هنگام مالش دو جسم خنثی بر یک‌دیگر، با انتقال تعدادی الکترون از یک جسم به جسمی دیگر، تعادل بارها در آن‌ها بر هم می‌خورد. جسمی که الکترون از دست می‌دهد، تعداد الکترون‌هایش کم‌تر از تعداد پروتون‌های آن می‌شود و بار الکتریکی خالص آن مثبت می‌گردد و هم‌چنین، جسمی که الکترون اضافی دریافت می‌کند، تعداد الکترون‌هایش از پروتون‌های آن بیشتر شده و بار الکتریکی خالص آن منفی می‌شود. بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

۱۲ ۳ **بررسی گزینه‌ها**

۱) شیشه نسبت به موی گربه به سر مثبت سری الکتریسیتهٔ مالشی نزدیک‌تر است، بنابراین با مالش میلهٔ شیشه‌ای با موی گربه، بار میله مثبت و بار موی گربه منفی می‌شود.

۲) اگر یک جسم لاستیکی را با پارچهٔ پشمی مالش دهیم، بار الکتریکی پارچه مثبت و بار الکتریکی جسم لاستیکی منفی می‌شود (چرا؟)، بنابراین پارچه الکترون از دست داده و جسم لاستیکی الکترون دریافت می‌کند.

۳) در مالش یک پارچهٔ ابریشمی با موی سر انسان، بار الکتریکی پارچه منفی و بار الکتریکی موی سر مثبت می‌شود، چون موی سر به انتهای مثبت سری نزدیک‌تر است. بنابراین الکترون از موی انسان به پارچه منتقل می‌شود. پس گزینهٔ (۳) نادرست است.

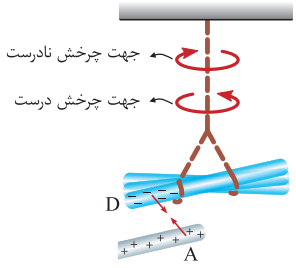
انتهای مثبت سری
موی انسان
شیشه
پشم
موی گربه
ابریشم
لاستیک
انتهای منفی سری

۴) در جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی (سری تریبوالکتریک)، هر چه جسم به انتهای منفی سری نزدیک‌تر باشد، الکترون‌خواهی بیشتری دارد.

۱ ۱۳ چون جسم A نسبت به B به انتهای مثبت سری تریبوالکتریک نزدیک‌تر است، بنابراین در اثر مالش این دو جسم به یکدیگر، بار الکتریکی جسم A مثبت و بار الکتریکی جسم B منفی می‌شود. به طور مشابه، ثابت می‌شود که در تماس دو جسم C و D، بار الکتریکی C مثبت و بار الکتریکی D منفی می‌شود.
بنابراین اجسام A و C و همچنین B و D یک‌دیگر را دفع می‌کنند، پس گزینهٔ (۱) صحیح است.

انتهای مثبت سری	
A	در مالش این دو جسم به یکدیگر، بار A مثبت و بار B منفی می‌شود ($q_A>0, q_B<0$)
B	
C	در مالش این دو جسم به یکدیگر، بار C مثبت و بار D منفی می‌شود. ($q_C>0, q_D<0$)
D	
انتهای منفی سری	

۴ ۱۴ مشابه با پاسخ سؤال قبل، بار الکتریکی میله‌های A و C مثبت و بار الکتریکی میله‌های B و D منفی می‌شود. همان‌طور که می‌دانیم، بارهای هم‌علامت یک‌دیگر را دفع و بارهای مختلف‌العلامت یک‌دیگر را جذب می‌کنند. حال به بررسی گزینهٔ (۴) می‌پردازیم:



۴) چون بار الکتریکی دو میلهٔ A و D مختلف‌العلامت است، بنابراین این دو میله هم‌دیگر را جذب می‌کنند. در نتیجه جهت چرخش میلهٔ آویخته شده در این گزینه، نادرست نشان داده شده است.

۳ ۱۵ در اثر مالش دو جسم A و B با یک‌دیگر، بار الکتریکی جسم A مثبت و بار الکتریکی جسم B منفی می‌شود، زیرا جسم A به سر مثبت جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی نزدیک‌تر است، بنابراین دو گزینهٔ (۲) و (۴) نادرست است. از طرفی با توجه به رابطهٔ $q=\pm ne$، بار الکتریکی یک جسم، مضرب صحیحی از بار پایه می‌باشد:

$$q=ne \Rightarrow n=\frac{q}{e}$$

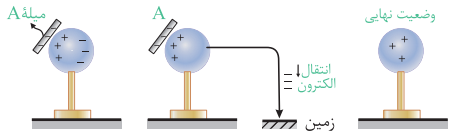
حال به بررسی گزینه‌های (۱) و (۳) می‌پردازیم:

۱) $n=\frac{q}{e}=\frac{2\times10^{-19}}{1/6\times10^{-19}}=1/25 \rightarrow$ ✖ عدد صحیح نمی‌باشد.

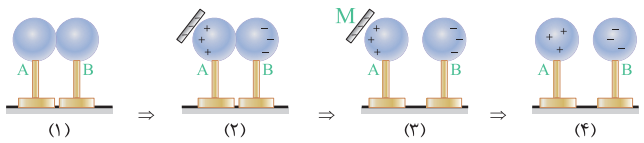
۳) $n=\frac{q}{e}=\frac{8\times10^{-10}}{1/6\times10^{-19}}=5\times10^{9} \rightarrow$ ✓ عدد صحیح است.

بنابراین فقط در گزینهٔ (۳)، یک عدد صحیح به دست آمده و جواب سؤال می‌باشد.

۲ ۱۶ هرگاه جسم رسانایی در نزدیکی جسم باردار قرار گیرد، بارهای جسم رسانا در اثر القا تفکیک می‌شوند. با توجه به سری الکتریسیتهٔ مالشی، میلهٔ A در اثر مالش با پارچه B، دارای بار الکتریکی منفی می‌شود (چرا؟). با نزدیک کردن میلهٔ A با بار منفی به کرهٔ رسانا، بارهای کره از یک‌دیگر جدا شده و بارهای مثبت به سمت میله جذب می‌شوند. هنگامی‌که دست ما با کره تماس پیدا می‌کند، بارهای منفی کره که از میله دور شده‌اند، توسط دست ما به زمین منتقل می‌شوند. در این وضعیت با دور کردن میله از کره، مطابق شکل بارهای مثبت در سطح کره به‌صورت یکنواخت پخش می‌شوند.

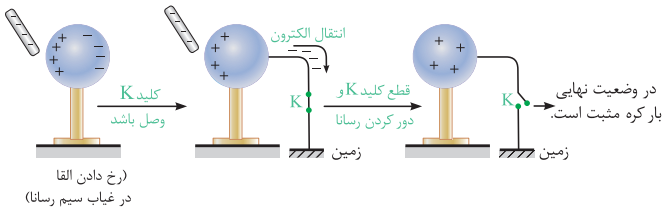


۴ ۱۷ در سری الکتریسیتهٔ مالشی، N نسبت به M، به سر مثبت سری نزدیک‌تر است، بنابراین در اثر مالش دو تیغهٔ M و N، تیغهٔ M دارای بار منفی می‌شود. با نزدیک کردن تیغهٔ M به کرهٔ A، در دو کرهٔ رسانا، تفکیک بار صورت می‌گیرد. با جدا کردن دو کره و سپس دور کردن تیغهٔ M مطابق شکل، کرهٔ A دارای بار الکتریکی مثبت و کرهٔ B دارای بار الکتریکی منفی خواهد شد.

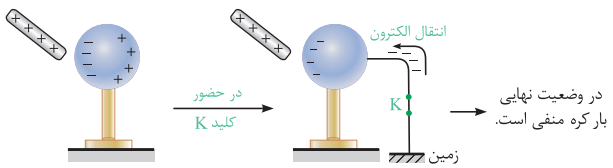


۲ ۱۸ ابتدا دقت کنید که هرگاه جسم رسانایی در نزدیکی یک جسم باردار قرار بگیرد، بارهای جسم رسانا در اثر القا تفکیک می‌شوند. حال به بررسی هریک از شکل‌ها می‌پردازیم:

توضیحات شکل ۱:



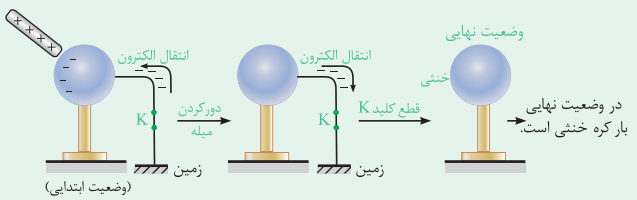
توضیحات شکل ۲:



دقت

در شکل (۲) در حضور میله با بار مثبت، بارها در کره تفکیک شده و در حالتی‌که کلید وصل است، الکترون‌ها از زمین به کره منتقل می‌شوند تا بار الکتریکی مثبت در سمتی از کره که از میله دورتر است را خنثی کنند و در نهایت بار الکتریکی کره منفی می‌شود.

توضیحات شکل ۳:



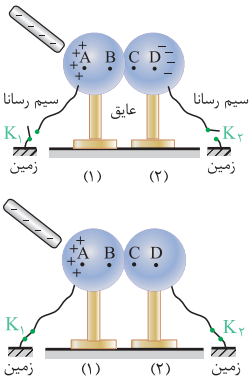
دقت

در شکل (۳) اگر ابتدا میله را دور کنیم، کرهٔ رسانا چون به زمین وصل است، به همان حالت اولیهٔ خود (خنثی) باز می‌گردد، یعنی الکترون‌های انتقال یافته از زمین به آن، دوباره به زمین برمی‌گردند. حال با قطع کلید K، مشخص است که کره خنثی باقی می‌ماند.

gajmarket.com

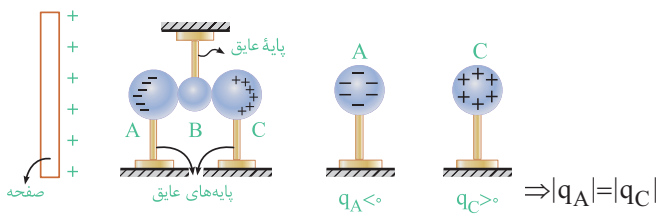
۱۹ **۴** با نزدیک کردن میلهٔ دارای بار منفی به دو کره، بارها مطابق شکل از هم تفکیک شده و نقطهٔ A در سمت چپ دارای بار مثبت و نقطهٔ D در سمت راست دارای بار منفی می‌شود (در نقاط B و C که محل برخورد دو کره است، باری جمع نمی‌شود). با توجه به این موضوع کرهٔ (۱) دارای بار مثبت و کرهٔ (۲) دارای بار منفی می‌شود.

حال اگر کلیدها را وصل کنیم، مجموعه توسط سیم رسانا به زمین وصل می‌شود. به دلیل وجود میله در کنار کره، بارهای مثبت همچنان در اثر القا در نزدیکی میله باقی می‌مانند، ولی بارهای منفی در مجموعهٔ دو کره به زمین منتقل می‌شود. دقت کنید که مهم نیست کدام‌یک از کلیدها وصل شوند، در هر حالتی که کلیدها وصل باشند، کرهٔ (۱) دارای بار مثبت شده و کرهٔ (۲) خنثی می‌شود و گزینهٔ (۴) عبارت نادرستی است.



۲۰ **۱** صفحه دارای بار الکتریکی مثبت است و از طریق القا، در کرهٔ A بار منفی و در کرهٔ C بار مثبت ایجاد می‌شود.

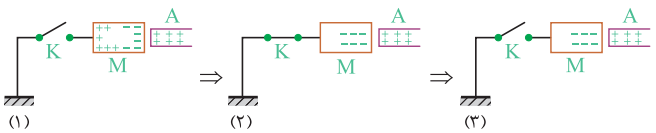
هنگامی‌که کرهٔ B را از بین دو کرهٔ A و C خارج می‌کنیم و سپس صفحهٔ باردار را دور می‌کنیم، دو کرهٔ A و C دیگر با هم در تماس نبوده و بار منفی در کرهٔ A و بار مثبت در کرهٔ C باقی می‌ماند. اندازهٔ بار الکتریکی دو کره در این حالت با هم برابر است، زیرا به تعداد الکترون‌هایی که از کرهٔ C خارج شده، به کرهٔA الکترون وارد شده است.



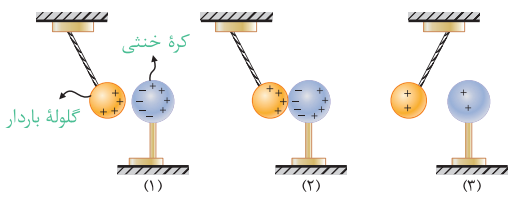
$\Rightarrow |q_A|=|q_C|$

۲۱ **۱** در اثر مالش دو جسم A و B، جسم A دارای بار مثبت می‌شود (چرا؟).

حال با نزدیک کردن جسم A با بار الکتریکی مثبت به رسانای M، بارهای منفی در رسانای M، به سمت بارهای مثبتِ جسم A می‌آیند. با بستن کلید، بارهای مثبت M توسط الکترون‌های زمین خنثی می‌شوند و با باز کردن کلید K، جسم M فقط دارای بار الکتریکی منفی خواهد بود.



۲۲ **۱** این سؤال برگرفته از آزمایش کتاب درسی است. با نزدیک کردن کرهٔ فلزی به گلولهٔ باردار، به دلیل القای الکتریکی، مطابق شکل (۱) گلوله به سمت کره جذب می‌شود و بارهای کره از یکدیگر تفکیک می‌شوند. بعد از تماس، گلوله و کره دارای بار الکتریکی هم‌نام می‌شوند و در نتیجه یکدیگر را دفع می‌کنند (مطابق شکل (۳)).



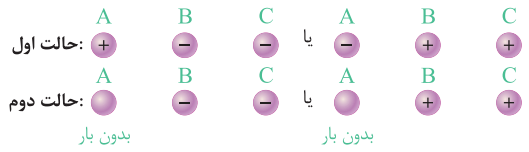
۲۳ **۴** برای بررسی این سؤال، به موارد زیر توجه شود:

۱) اگر A و B یک‌دیگر را جذب کنند، یا دارای بار ناهم‌نام هستند و یا یکی از آن‌ها بدون بار است.

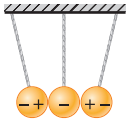
۲) اگر B و C یک‌دیگر را دفع کنند، قطعاً هر دو باردار و دارای بار هم‌نام هستند. در نتیجه گزینه‌های (۲) و (۳) غلط هستند.

۳) حالت‌های ممکن برای این سه جسم عبارت است از:

بنابراین با توجه به شکل‌های زیر، گلوله‌های A و C نمی‌توانند بار هم‌نام داشته باشند.

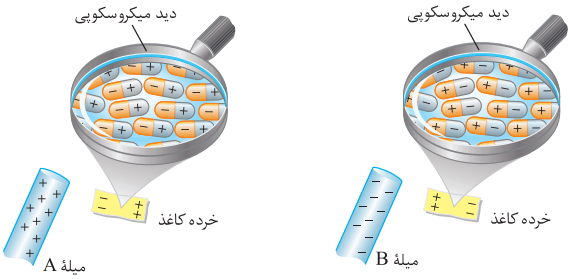


۲۴ **۴** هنگامی که به آونگ وسطی بار الکتریکی منفی داده می‌شود، باعث تفکیک بارها در دو کرهٔ مشابه دیگر می‌شود. به‌طوری‌که در دو کرهٔ سمت راست و سمت چپ بارها مطابق شکل مقابل تفکیک شده و به علت جاذبهٔ به‌وجود آمده بین هر یک از کره‌های کناری با کرهٔ وسطی، آن‌ها جذب کرهٔ وسطی شده و شکل آونگ‌ها به‌صورت مقابل می‌شود:



۲۵ **۲** هنگامی‌که بادکنک را با پارچهٔ پشمی مالش می‌دهیم، بادکنک دارای بار الکتریکی می‌شود. در اثر نزدیک کردن بادکنک به رشته سیم نازک، به علت پدیدهٔ القای الکتریکی، رشته سیم به سمت بادکنک جذب می‌شود. بنابراین گزینهٔ (۲) صحیح است.

۲۶ **۲** با توجه به جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی داده‌شده، در اثر مالش دو جسم A و B، بار الکتریکی جسم A مثبت و بار الکتریکی جسم B منفی می‌شود (چرا؟). بنابراین دو گزینهٔ (۳) و (۴) نادرست است. از طرفی با نزدیک کردن یک میلهٔ باردار به یک جسم بدون بار، بارهای الکتریکی جسم تفکیک‌شده و بارهای الکتریکی ناهم‌نامِ با میله، در نزدیکی میله قرار می‌گیرد. بنابراین با نزدیک کردن هر یک از اجسام A و B به خرده‌های کاغذ، آرایش بارها به صورت زیر می‌باشد:



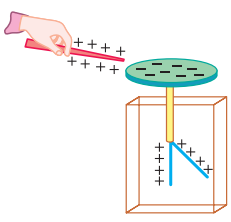
نزدیک کردن جسم A به خرده‌های کاغذ

نزدیک کردن جسم B به خرده‌های کاغذ

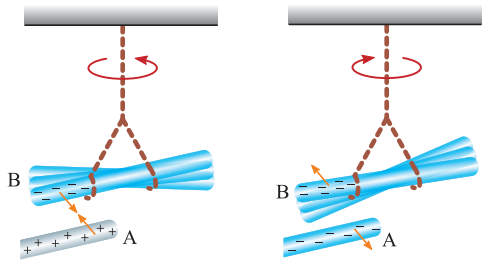
بنابراین گزینهٔ (۲) صحیح است.

۲۷ **۳** برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات (۲) توجه کنید.

با نزدیک کردن جسم با بار الکتریکی مثبت به کلاهک الکتروسکوپ خنثی، الکترون‌های موجود بر روی ورقه‌های الکتروسکوپ به سمت کلاهک جذب می‌شوند. کلاهک الکتروسکوپ با جذب این الکترون‌ها دارای بار الکتریکی منفی می‌شود. در این حالت ورقه‌های الکتروسکوپ که الکترون خود را از دست داده‌اند، دارای بار الکتریکی مثبت می‌شوند.



۲۸ **۴** با باز شدن ورقه‌های الکتروسکوپ، متوجه می‌شویم که جسم نزدیک شده به الکتروسکوپ (A) باردار است، ولی با توجه به اطلاعات صورت سؤال، نمی‌توان نوع بار جسم A را تعیین کرد. بنابراین بار میلهٔ A می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

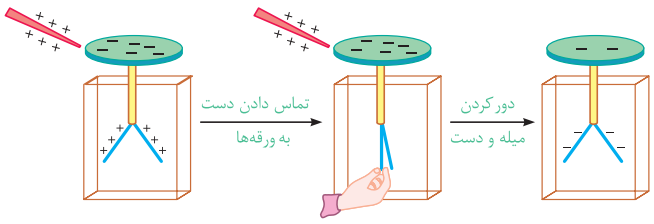


با توجه به این‌که طبق صورت سؤال، بار الکتریکی میلهٔ B منفی است، بنابراین میلهٔ A می‌تواند آن را جذب و یا دفع کند، در نتیجه هر دو گزینهٔ (۱) و (۲) می‌توانند صحیح باشند.

۲۹ **۲** با توجه به خلاصه نکات (۲)، اگر ورقه‌های الکتروسکوپ ابتدا بسته و سپس باز شوند قطعاً بار اولیهٔ الکتروسکوپ باری مخالف بار میله (یعنی مثبت) بوده و بار آن منفی است.

۳۰ **۱** در این آزمایش، از طریق القا قسمتی از بار ورقه‌ها به سمت کلاهک متمایل می‌شوند، بنابراین بار ورقه‌ها کاهش یافته و در نتیجه زاویهٔ بین ورقه‌ها نیز کم می‌شود.

۳۱ **۴** با نزدیک کردن میله با بار مثبت به کلاهک الکتروسکوپ خنثی، تعدادی از الکترون‌های آزاد ورقه‌های الکتروسکوپ در اثر نیروی ربایشی بار مثبت میله، به کلاهک منتقل و روی آن جمع می‌شوند، در نتیجه ورقه‌ها با از دست دادن تعدادی الکترون، دارای بار مثبت می‌شوند. با اتصال دست به ورقه‌ها، بار مثبت اضافی روی ورقه‌ها با دریافت الکترون آزاد (که از طریق تماس دست ما به آن منتقل می‌شود) خنثی می‌شوند. اما بار منفی القا شده در کلاهک روی آن باقی می‌ماند. با قطع تماس دست و سپس دور کردن میله از کلاهک، بار منفی جمع شده در کلاهک، روی ورقه‌ها و کلاهک پخش شده و در نتیجه دوباره ورقه‌ها از هم دور می‌شوند. به شکل‌های زیر دقت کنید:

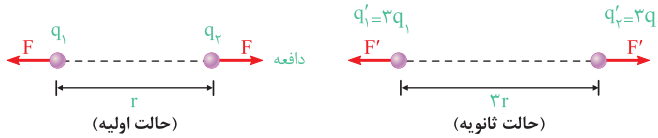


۳۲ **۱** برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات (۳) توجه کنید.

با توجه به قانون کولن می‌توان گفت:

$$F=\frac{kq_1q_2}{r^2}\rightarrow\begin{cases}F\propto q_1q_2 \Rightarrow \text{رابطهٔ مستقیم با حاصل ضرب اندازهٔ بارها}\\ F\propto\frac{1}{r^2}\Rightarrow \text{رابطهٔ معکوس با مجذور فاصلهٔ بین دو بار}\end{cases}$$

۳۳ **۲** با استفاده از قانون کولن و با توجه به سه برابر شدن بارها و فاصله‌ها، به راحتی می‌توان نوشت:



$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{q'_2}{q_2}\times\frac{q'_1}{q_1}\times(\frac{r}{r'})^2=3\times3\times(\frac{1}{3})^2=1$$

خلاقیت حرفه‌ای‌ها

با ۹ برابر شدن صورت کسر، کل کسر ۹ برابر می‌شود و با ۹ برابر شدن مخرج کسر، کل کسر $\frac{1}{9}$ برابر می‌شود و در مجموع کسر ثابت می‌ماند. $(9\times\frac{1}{9}=1)$

$$F_{\text{ثابت}}=\frac{k\,q_1\,q_2}{r^2}\quad\begin{matrix}\uparrow\text{۳ برابر}\\ \uparrow\text{۳ برابر}\\ \uparrow(3)^2\end{matrix}$$

۳۴ **۱** برای پاسخ دادن به این سؤال، با توجه به رابطهٔ قانون کولن می‌توان نوشت:

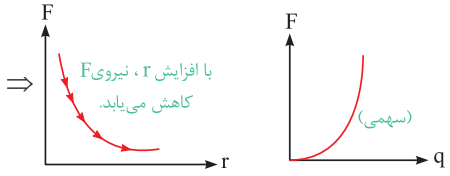
$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}\Rightarrow k=\frac{Fr^2}{q_1q_2}\Rightarrow k\text{ واحد}\equiv\frac{\text{(متر)}^2\times\text{نیوتون}}{\text{کولن}\times\text{کولن}}\equiv\frac{N.m^2}{C^2}$$

در ادامه با توجه به رابطهٔ $k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$، واحد ضریب گذردهی الکتریکی در خلأ (ε_0)، برعکس واحد ثابت کولن (k) است و داریم:

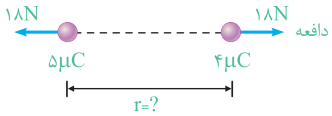
$$k\text{ واحد}\equiv\frac{N.m^2}{C^2}\Rightarrow\varepsilon_0\text{ واحد}\equiv\frac{C^2}{N.m^2}$$

۳۵ **۳** با توجه به رابطهٔ نیروی کولنی بین دو بار، رابطهٔ F با r و q به‌صورت زیر است:

$$F=\frac{kq_1q_2}{r^2}\xrightarrow{q_1=q_2=q}F=\frac{kq^2}{r^2}\Rightarrow\begin{cases}F\propto q^2\\ F\propto\frac{1}{r^2}\end{cases}$$



۳۶ **۴** با جای‌گذاری مقادیر q_1، q_2 و F در رابطهٔ کولن داریم:



$$F=k\frac{q_1q_2}{r^2}\Rightarrow r^2=\frac{kq_1q_2}{F}=\frac{9\times10^9\times(5\times10^{-6})\times(4\times10^{-6})}{18}=0/01$$

$$\Rightarrow r=0/1m=10cm$$

۳۷ **۴** اندازهٔ نیروی بین بارهای الکتریکی هم‌نام q_1 و $q_2=5q_1$ از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$F=\frac{kq_1q_2}{r^2}\ ,\ k=9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2}\ ,\ r=3m\ ,\ F=0/02N$$

$$0/02=\frac{9\times10^9\times5q_1^2}{3^2}\Rightarrow q_1^2=4\times10^{-12}\Rightarrow|q_1|=2\times10^{-6}C=2\mu C$$

$$q_1=ne\Rightarrow2\times10^{-6}=n\times(1/6\times10^{-19})\rightarrow n=\frac{2}{1/6}\times10^{13}=1/25\times10^{13}$$

۳۸ **۳** با توجه به اطلاعات مسأله، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases}F=k\frac{q_1q_2}{r^2}\Rightarrow5=9\times10^9\times\frac{q_1q_2}{(3\times10^{-1})^2}\Rightarrow q_1q_2=5\times10^{-11}C^2=50(\mu C)^2\\ q_1+q_2=15\mu C\end{cases}$$

حاصل‌ضرب دو بار هم‌نام $50(\mu C)^2$ و حاصل‌جمع آن‌ها $15\mu C$ است، بنابراین اندازهٔ بار الکتریکی دو ذره برابر $5\mu C$ و $10\mu C$ است. البته اگر علاقه‌مند باشید می‌توانید

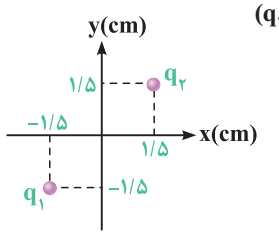
gajmarket.com

با حل معادله‌ای درجه دوم نیز دو معادله دو مجهول اخیر را حل کنید، ولی این‌کار، زمان‌بر و طولانی است.

۳۹ **۲** با توجه به تمرین (۱) در خلاصه نکات (۳)، گزینهٔ (۲) صحیح است. برای تسلط بیشتر، تمرین زیر را نیز بررسی کنید.

تمرین در شکل زیر بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 در SI کدام است؟

$(q_1 = q_2 = 2\mu C\ ,\ k = 9\times10^9\ N\cdot m^2/C^2)$



۱) $\vec{F} = 10\vec{i} + 10\vec{j}$

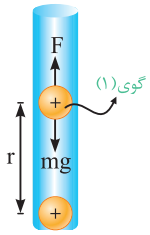
۲) $\vec{F} = -10\sqrt{2}\,\vec{i} - 10\sqrt{2}\,\vec{j}$

۳) $\vec{F} = -20\sqrt{2}\,\vec{i} - 20\sqrt{2}\,\vec{j}$

۴) $\vec{F} = -20\vec{i} + 20\vec{j}$

پاسخ گزینهٔ (۲)

۴۰ **۲** برای معلق ماندن گوی بالایی، نیروی دافعهٔ الکتریکی بین دو گوی باید وزن گوی (۱) را خنثی کند و برای رسیدن به این هدف داریم:



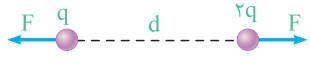
شرط معلق ماندن: $F = mg \Rightarrow \frac{kq\times q}{r^2} = mg$

$$\Rightarrow \frac{9\times10^9\times q^2}{(1\times10^{-2})^2} = (0/9\times10^{-3})\times10 \Rightarrow q^2 = 10^{-16}C^2 \Rightarrow q = 10^{-8}C$$

و برای پیدا کردن تعداد الکترون‌های کنده شده از هر گوی می‌توان نوشت:

$$q = ne \Rightarrow 10^{-8} = n\times(1/6\times10^{-19}) \Rightarrow n = \frac{1}{1/6}\times10^{11} = 6/25\times10^{10}$$

۴۱ **۴** با توجه به شکل زیر، نیرویی که بار q بر بار 2q وارد می‌کند، با نیرویی که بار 2q بر بار q وارد می‌کند، مساوی و در خلاف جهت هم است. این موضوع بیانی از قانون سوم نیوتون است (هر عملی را عکس‌العملی است مساوی و در خلاف جهت آن) و در نهایت می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} 2q \text{ بر } q \text{ نیروی} = \vec{F} = 10\vec{i} \\ q \text{ بر } 2q \text{ نیروی} = -\vec{F} = -10\vec{i} \end{cases}$$

۴۲ **۳** از آن جایی‌که نیرویی که ذرهٔ A بر ذرهٔ B وارد می‌کند، با نیرویی که ذرهٔ B بر ذرهٔ A وارد می‌کند، با توجه به قانون سوم نیوتون برابر است، می‌توان نوشت:

$$F_A = F_B \xrightarrow{F=ma} m_A a_A = m_B a_B \Rightarrow m a_A = 2m a_B$$

$$\Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{2m}{m} = 2$$

خلاقیت حرفه‌ای‌ها

چون اندازهٔ نیروها با یک‌دیگر یکسان است، ذرهٔ A که جرم آن نصف جرم ذرهٔ B است، لزوماً شتابی ۲ برابر شتاب ذرهٔ B دارد.

۴۳ **۴** با توجه به جذب شدن بارهای q_1 و q_2 می‌فهمیم که این دو بار ناهم‌نام هستند، در نتیجه بارهای $-6q_1$ و $+8q_2$ لزوماً هم‌نام هستند و یک‌دیگر را دفع می‌کنند (چرا؟). از طرفی با توجه به رابطهٔ زیر داریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{q_2' q_1'}{q_2 q_1}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{8q_2\times(6q_1)}{q_2 q_1}\times\left(\frac{10}{20}\right)^2 = 12 \Rightarrow F' = 12F$$

۴۴ **۴** می‌دانیم نیروی کولنی با مجذور فاصلهٔ بین دو بار رابطهٔ عکس دارد، با جایگذاری در رابطهٔ کولن با توجه به دو برابر شدن نیروی کولنی می‌توان نوشت:

$$F = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \xrightarrow{F\propto\frac{1}{r^2}} \frac{F'}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2 \xrightarrow{F'=2F} \frac{2F}{F} = \left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{r}{r'} = \sqrt{2} \Rightarrow r' = \frac{1}{\sqrt{2}}r \Rightarrow r' = \frac{\sqrt{2}}{2}r$$

۴۵ **۱** **روش اول:** با توجه به ثابت ماندن نیرو در دو حالت می‌توان نوشت:

$$F = F' \Rightarrow \frac{kq_1 q_2}{r^2} = \frac{k(2q_1)\times q_2}{(r')^2} \Rightarrow r' = \sqrt{2}\,r$$

روش دوم: با دو برابر شدن اندازهٔ یکی از بارها، نیروی بین دو بار الکتریکی هم ۲ برابر می‌شود و برای ثابت ماندن نیرو، باید r را طوری انتخاب کنیم که کسر را نصف کند و این موضوع یعنی r باید $\sqrt{2}$ برابر شود:

$$\text{ثابت } F = \frac{k\,\underset{\uparrow 2\text{برابر}}{q_1}\,q_2}{\underset{(\sqrt{2})^2\text{برابر}\downarrow}{r^2}}$$

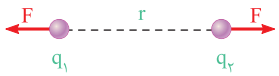
۴۶ **۳** برای پاسخ دادن به این سؤال، نیروی الکتریکی که از طرف هسته بر الکترون در هر یک از اتم‌های هیدروژن و یون Li^{2+} وارد می‌شود را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \text{در اتم هیدروژن}: F_H = \dfrac{k\,q_{\text{الکترون}}\,q_{\text{هستهٔ H}}}{r_H^2} \\ \text{در یون } Li^{2+}: F_{Li} = \dfrac{k\,q_{\text{الکترون}}\,q_{\text{هستهٔ Li}}}{r_{Li}^2} \end{cases}$$

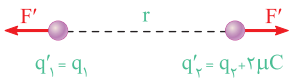
$$\Rightarrow \frac{F_H}{F_{Li}} = \frac{q_{\text{هستهٔ H}}}{q_{\text{هستهٔ Li}}}\times\left(\frac{r_{Li}}{r_H}\right)^2 = \frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{27}$$

دقت شود چون عدد اتمی لیتیم برابر ۳ و عدد اتمی هیدروژن برابر ۱ است، بنابراین بار هستهٔ لیتیم، ۳ برابر بار هستهٔ هیدروژن است.

۴۷ **۲** با بررسی دو حالت داریم:

حالت اولیه: 

$F = 0/02\,N$

حالت ثانویه: 

$F' = 0/03\,N$

$$\begin{cases} (1)\ F = \dfrac{kq_1 q_2}{r^2} \xrightarrow{\text{بارها مشابه‌اند}} 0/02 = \dfrac{kq^2}{r^2} \\ (2)\ F' = \dfrac{kq_1' q_2'}{r'^2} \Rightarrow 0/03 = \dfrac{kq(q+2)}{r^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{F}{F'} = \frac{0/02}{0/03} = \frac{k\frac{q^2}{r^2}}{k\frac{q(q+2)}{r^2}} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{q}{q+2}$$

$$\Rightarrow 2q + 4 = 3q \Rightarrow q = 4\mu C$$

۴۸ **۳**

تذکر

در تست‌های (۴۸) تا (۵۶)، با گروه ساده و نسبتاً مهمی از تست‌های کنکور برخورد می‌کنیم که در آن قسمتی از بار q_1 را برداشته و به q_2 اضافه می‌کنیم. در این گونه از سؤالات، کافی است دو بار قانون کولن را بنویسیم و یا از تناسب کمک بگیریم. با مطالعهٔ پاسخ تشریحی این تست‌ها، این موضوع را به‌خوبی یاد می‌گیرید.

اگر ۲۵ درصد $\left(\frac{۱}{۴}\right)$ یکی از بارها را برداشته و به دیگری اضافه کنیم، در مقایسهٔ دو حالت داریم:

حالت اولیه: F ← q ---- r ---- q → F

حالت ثانویه: F′ ← $q-\frac{۱}{۴}q$ ---- r ---- $q+\frac{۱}{۴}q$ → F′

$$\begin{cases}(۱): F=\dfrac{kq_۱q_۲}{r^۲} \xrightarrow{\text{بارها مشابه‌اند}} F=\dfrac{kq^۲}{r^۲}\\ (۲): F'=\dfrac{kq_۱'q_۲'}{r^۲}=\dfrac{k\left(\frac{۳}{۴}q\right)\left(\frac{۵}{۴}q\right)}{r^۲}=\dfrac{k\frac{۱۵}{۱۶}q^۲}{r^۲}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{F'}{F}=\frac{۱۵}{۱۶}\Rightarrow F'=\frac{۱۵}{۱۶}F$$

۴ ۴۹ درصد باری که از یکی از بارها برداشته و به دیگری اضافه شده است را x درنظر می‌گیریم. حال با بررسی دو حالت، مقدار مجهول را به‌دست می‌آوریم:

حالت اولیه: F ← +Q ---- r ---- +Q → F

حالت ثانویه: F′ ← Q-xQ ---- r ---- Q+xQ → F′

$$\begin{cases}(۱): F=\dfrac{kq_۱q_۲}{r^۲} \xrightarrow{\text{بارها مشابه‌اند}} F=\dfrac{kQ^۲}{r^۲}\\ (۲): F'=\dfrac{kq_۱'q_۲'}{r'^۲}=k\dfrac{\overbrace{(Q-xQ)}^{Q(۱-x)}\overbrace{(Q+xQ)}^{Q(۱+x)}}{r^۲}=\dfrac{kQ^۲}{r^۲}(۱-x^۲)\end{cases}$$

$$F'=\frac{۱۵}{۱۶}F\Rightarrow (۱-x^۲)\left(\frac{kQ^۲}{r^۲}\right)=\frac{۱۵}{۱۶}\left(\frac{kQ^۲}{r^۲}\right)\Rightarrow ۱-x^۲=\frac{۱۵}{۱۶}$$

$$\Rightarrow x^۲=۱-\frac{۱۵}{۱۶}=\frac{۱}{۱۶}\Rightarrow x=\frac{۱}{۴}\equiv ٪۲۵$$

خلاقیت حرفه‌ای‌ها

به‌دلیل اهمیت این سؤال می‌خواهیم کمی بیشتر به بررسی آن بپردازیم. کافیست کمی ذهنی‌تر به این سؤال نگاه کنیم:

F ← q ---- r ---- q → F ⇒ F′ ← $q+xq=q(۱+x)$ ---- r ---- $q-xq=q(۱-x)$ → F′

$$\frac{F'}{F}=\frac{q_۱'q_۲'}{q_۱q_۲}\Rightarrow \frac{F'}{F}=۱-x^۲=\frac{۱۵}{۱۶}\Rightarrow x^۲=\frac{۱}{۱۶}\Rightarrow x=\frac{۱}{۴}\equiv ۲۵٪$$

باز هم سریع‌تر: نیرو چه‌قدر کم شده است؟ $\frac{۱}{۱۶}F$ ⇐ جذر $\frac{۱}{۱۶}$ برابر x است. ⇐ $x=\frac{۱}{۴}$ یا ۲۵٪ است.

تمرین اگر نیرو $\frac{۲۴}{۲۵}$ برابر شود، x چه‌قدر است؟

پاسخ نیرو چه‌قدر کم شده است؟ $\frac{۱}{۲۵}F$ ⇐ جذر $\frac{۱}{۲۵}$ برابر x است. ⇐ $x=\frac{۱}{۵}$ یا ۲۰٪ است.

۲ ۵۰ درصد باری که از یکی از بارها برداشته و به دیگری اضافه می‌کنیم را x در نظر گرفته و در مقایسهٔ دو حالت می‌توان نوشت:

حالت اولیه: F ← q ---- r ---- q → F $\quad F=\frac{kq_۱q_۲}{r^۲}\Rightarrow F=\frac{kq^۲}{r^۲}$

حالت ثانویه: $F'\leftarrow \underset{q-xq}{\bullet}$ ---- $r+\frac{۲۵}{۱۰۰}r=\frac{۵}{۴}r$ ---- $\underset{q+xq}{\bullet}\rightarrow F'$

$$F'=\frac{k(q-xq)(q+xq)}{(\frac{۵}{۴}r)^۲}=\frac{kq(۱-x)q(۱+x)}{\frac{۲۵}{۱۶}r^۲}=\frac{۱۶kq^۲(۱-x^۲)}{۲۵r^۲}$$

طبق صورت سؤال، نیروی بین دو بار ۵۲ درصد کاهش یافته است، بنابراین داریم:

$$F'=F-\frac{۵۲}{۱۰۰}F=\frac{۴۸}{۱۰۰}F\Rightarrow\frac{۱۶kq^۲(۱-x^۲)}{۲۵r^۲}=\frac{۴۸}{۱۰۰}\times\frac{kq^۲}{r^۲}$$

$$\Rightarrow ۱-x^۲=\frac{۳}{۴}\Rightarrow x^۲=\frac{۱}{۴}\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}=۵۰٪$$

۱ ۵۱ ابتدا باید دقت شود که دو بار **ناهم‌نام** هستند و اگر ۵۰ درصد (به زبان ساده‌تر نصف) یکی از بارها را برداشته و به دیگری اضافه کنیم و هم‌زمان فاصلهٔ بارها را نیز نصف کنیم، داریم:

حالت اولیه: F → $q_۱=۲\mu C$ ---- r ---- F ← $q_۲=-۲\mu C$

۵۰ درصد (نصف) $q_۱$ را به $q_۲$ اضافه کرده‌ایم. ۵۰ درصد $q_۱$ را کاهش داده‌ایم یعنی نصف کرده‌ایم.

حالت ثانویه: F′ ← $q_۱'=۲\times\frac{۱}{۲}=۱\mu C$ ---- $\frac{r}{۲}$ ---- F′ → $q_۲'=-۲+\frac{۱}{۲}\times۲=-۱\mu C$

$$F=\frac{kq_۱q_۲}{r^۲}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{q_۱'q_۲'}{q_۱q_۲}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^۲=\frac{۱\times۱}{۲\times۲}\times\left(\frac{r}{\frac{r}{۲}}\right)^۲=۱$$

۲ ۵۲ این سؤال، مکمل خوبی برای تست قبل محسوب می‌شود. در این سؤال ۲۰ درصد $\left(\frac{۲۰}{۱۰۰}=\frac{۱}{۵}\right)$ یکی از بارها را کم کرده و به دیگری اضافه کرده‌ایم. برای این‌که نیروی کولنی بین دو بار تغییر نکند، باید فاصلهٔ دو بار را تغییر دهیم. بنابراین می‌توان نوشت:

حالت اولیه: q ← F ---- r ---- F → -q

حالت ثانویه: F′ ← $q_۱'=q-\frac{۱}{۵}q=\frac{۴}{۵}q$ ---- r′ ---- $q_۲'=-q+\frac{۱}{۵}q=-\frac{۴}{۵}q$ → F′

$$F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}\xrightarrow{F'=F}k\frac{q\times q}{r^۲}=k\frac{\frac{۴}{۵}q\times\frac{۴}{۵}q}{(r')^۲}\Rightarrow\left(\frac{r'}{r}\right)^۲=\frac{۱۶}{۲۵}\Rightarrow\frac{r'}{r}=\frac{۴}{۵}$$

۲ ۵۳ با توجه به تمرین (۲) در خلاصه نکات (۳)، گزینهٔ (۲) صحیح است.

۴ ۵۴ این یک سؤال بسیار جالب و جدید است. با توجه به قانون کولن در مقایسهٔ دو حالت می‌توان نوشت:

$$F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}\Rightarrow\begin{cases}F_۱=k\dfrac{q_۱q_۲}{r^۲}\\ F_۲=k\dfrac{(q_۱-\frac{۱}{۲}q_۱)(q_۲+\frac{۱}{۲}q_۱)}{r^۲}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{F_۲}{F_۱}=\frac{\frac{۱}{۲}q_۱q_۲+\frac{۱}{۴}q_۱^۲}{q_۱q_۲}=۰/۵+\frac{q_۱}{۴q_۲}$$

$$\Rightarrow\frac{F_۲}{F_۱}=۰/۵+\frac{q_۱}{۴q_۲}\Rightarrow\text{اگر}\begin{cases}\frac{q_۱}{۴q_۲}=۰/۵\Rightarrow q_۱=۲q_۲\Rightarrow\frac{F_۲}{F_۱}=۱\Rightarrow F_۲=F_۱\\ \frac{q_۱}{۴q_۲}>۰/۵\Rightarrow q_۱>۲q_۲\Rightarrow\frac{F_۲}{F_۱}>۱\Rightarrow F_۲>F_۱\\ \frac{q_۱}{۴q_۲}<۰/۵\Rightarrow q_۱<۲q_۲\Rightarrow\frac{F_۲}{F_۱}<۱\Rightarrow F_۲<F_۱\end{cases}$$

بنابراین بسته به شرایط بارهای $q_۱$ و $q_۲$، هر یک از گزینه‌ها می‌تواند صحیح باشد و گزینهٔ (۴) صحیح است.

gajmarket.com

۵۵ **۲** با توجه به پاسخ سؤال قبل، اگر $|q_۲|>۲|q_۱|$ باشد، نیروی بین دو بار پس از اعمال تغییرات، افزایش می‌یابد. بنابراین گزینهٔ (۲) صحیح است.

۵۶ **۲** فرض کنید که x درصد از بار $q_۲$ را به $q_۱$ منتقل کرده‌ایم:

$$F=\frac{kq'_۱q'_۲}{r^۲}=\frac{k(q_۱+x\times q_۲)(q_۲-x\times q_۲)}{r^۲}$$

$$\xrightarrow{q_۲=۲q_۱} F=\frac{k(q_۱+x\times ۲q_۱)(۲q_۱-x\times ۲q_۱)}{r^۲}$$

$$\Rightarrow F=\frac{kq_۱\times ۲q_۱(۱+۲x)(۱-x)}{r^۲}=\frac{۲kq_۱^۲}{r^۲}(۱+x-۲x^۲)$$

حال باید مقدار بیشینهٔ تابع به دست آمده را محاسبه کنیم. همان‌طور که می‌دانیم، در توابع درجهٔ (۲) به فرم $y=ax^۲+bx+c$، برای به دست آوردن مرکز سهمی، می‌توانیم از رابطهٔ $x=-\frac{b}{۲a}$ استفاده کنیم. بنابراین در این سؤال می‌توان نوشت:

رأس سهمی : $x=-\frac{۱}{۲\times(-۲)}=\frac{۱}{۴}\equiv ۲۵٪$

نکته

اگر دو بار الکتریکی هم نام باشند، با ثابت بودن مجموع بار الکتریکی آن‌ها، در صورتی نیروی الکتریکی بین آن ها در یک فاصلهٔ معین بیشینه است که اندازهٔ دو بار الکتریکی با هم برابر باشد $(q'_۱=q'_۲=\frac{\text{مجموع بار آن‌ها}}{۲})$. بنابراین در این سؤال نیز زمانی نیروی بین دو بار بیشینه است که داشته باشیم:

تغییرات بار $q_۲$: $\frac{۳}{۲}q_۱-۲q_۱$

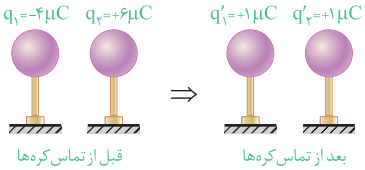
$$\Rightarrow q_۲ \text{ تغییرات بار } \text{درصد} = \frac{-\frac{۱}{۲}q_۱}{۲q_۱}=-\frac{۱}{۴}=-۲۵٪$$

۵۷ **۳** برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات (۴) توجه کنید.

بررسی گزینه‌ها

۱) با توجه به مشابه بودن کره‌ها، پس از تماس آن‌ها با یک‌دیگر، بار الکتریکی کره‌ها با یک‌دیگر برابر شده و مقدار آن برابر است با:

$$\begin{cases}q_۱=-۴\mu C\\ q_۲=+۶\mu C\end{cases}\Rightarrow q'_۱=q'_۲=\frac{q_۱+q_۲}{۲}=\frac{(-۴)+۶}{۲}=۱\mu C$$



۲) بار کره‌ها قبل از تماس ناهم‌نام و بعد از تماس هم‌نام است. بنابراین نیروی کولنی بین بارها قبل از تماس جاذبه و بعد از تماس دافعه می‌شود.

۳) بار کره‌ها بعد از تماس $+۱\mu C$ می‌شود. به‌عبارت دیگر با تماس دادن دو کره با یک‌دیگر باید به میزان $-۵\mu C$ بار از کرهٔ A به کرهٔ B منتقل شود (نه از کرهٔ B به A).

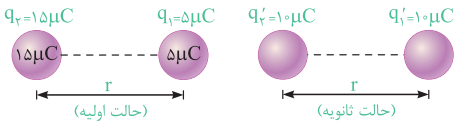
در ادامه با توجه به رابطهٔ $q=ne$، تعداد الکترون‌های مبادله‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$q=ne\Rightarrow -۵\times ۱۰^{-۶}=n\times(-۱/۶\times ۱۰^{-۱۹})\Rightarrow n=۳/۱۲۵\times ۱۰^{۱۳}$$

۴) با استفاده از قانون کولن می‌توان نوشت:

$$F=k\frac{q_۱q_۲}{r^۲}=۹\times ۱۰^۹\times\frac{۱۰^{-۶}\times ۱۰^{-۶}}{(\frac{۱}{۲})^۲}=۳۶\times ۱۰^{-۳}N=۳۶mN$$

۵۸ **۴** با توجه به مشابه بودن دو کره، پس از تماس آن‌ها به یک‌دیگر بار الکتریکی هر یک از آن‌ها برابر $\frac{q_۱+q_۲}{۲}$ است و برای مقایسهٔ دو حالت داریم:



$$q'_۱=q'_۲=\frac{q_۱+q_۲}{۲}=۱۰\mu C$$

$$F=\frac{kq_۱q_۲}{r^۲}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{q'_۱q'_۲}{q_۱q_۲}=\frac{۱۰\times ۱۰}{۱۵\times ۵}=\frac{۱۰۰}{۷۵}=\frac{۴}{۳}\simeq ۱/۳۳=\frac{۱۳۳}{۱۰۰}$$

$\Rightarrow$ نیروی کولنی تقریباً ۳۳ درصد افزایش می‌یابد.

سؤال **اگر دو کره ناهم‌نام بودند، آن‌گاه نیروی بین آن‌ها چند برابر می‌شد؟**

۵۹ **۳** چون کره‌ها مشابه هستند، مجموع بار آن‌ها به‌صورت یکسان بین کره‌ها تقسیم می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$q'_۱=q'_۲=q'_۳=\frac{q_۱+q_۲+q_۳}{۳}=\frac{۴+(-۱۲)+(-۱۰)}{۳}=-\frac{۱۸}{۳}=-۶\mu C$$

۶۰ **۱** طبق صورت سؤال، بار اولیهٔ کره‌ها به صورت زیر است:

$$q_۱=۴\mu C\ ,\ q_۲=-۱۲\mu C\ ,\ q_۳=-۱۰\mu C$$

وقتی دو کرهٔ مشابه (۱) و (۲) را به هم تماس دهیم، مجموع بار الکتریکی این دو کره، به طور یکسان بین آن‌ها تقسیم می‌شود.

$$q'_۱=q'_۲=\frac{q_۱+q_۲}{۲}=\frac{۴+(-۱۲)}{۲}=-۴\mu C$$

حال بار الکتریکی کرهٔ (۲) برابر $-۴\mu C$ و بار الکتریکی کرهٔ (۳) برابر $-۱۰\mu C$ است. اگر این دو کرهٔ مشابه را با هم تماس دهیم، بار الکتریکی آن‌ها برابر است با:

$$q''_۳=q''_۲=\frac{q_۳+q'_۲}{۲}=\frac{(-۱۰)+(-۴)}{۲}=-۷\mu C$$

بنابراین گزینهٔ (۱) صحیح است.

۶۱ **۲** می‌دانیم که دو کره قبل از تماس یک‌دیگر را جذب می‌کنند، بنابراین بار دو کره ناهم‌نام است. اکنون دو حالت را فرض می‌کنیم:

الف) اندازهٔ بار دو کره برابر است ($|q_۱|=|q_۲|$): در این حالت با تماس دو کره، بارها یک‌دیگر را خنثی می‌کنند و دیگر باری برای کره‌ها باقی نمی‌ماند، بنابراین در این حالت کره‌ها نمی‌توانند پس از اتصال یک‌دیگر را دفع کنند.

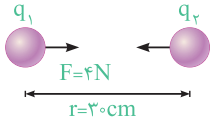
$$q'_۱=q'_۲=\frac{q_۱+q_۲}{۲}=۰$$

ب) اندازهٔ بار دو کره برابر نباشد: در این حالت با تماس دو کره، مقداری از بار بزرگ‌تر توسط بار کوچک‌تر خنثی شده و مابقی آن بین دو کره به‌طور یکسان پخش می‌شود، بنابراین در این حالت کره‌ها پس از اتصال یک‌دیگر را دفع می‌کنند.

تذکر

دقت کنیم در این سؤال مقدار نیروی بین دو کره در حالت قبل از تماس بیشتر از حالت بعد از تماس است (چرا؟).

۶۲ **۲** در شروع حل باید دقت شود که دو کره در ابتدا یک‌دیگر را جذب می‌کنند و این یعنی بارهای آن‌ها ناهم‌نام بوده‌اند. در ادامه با توجه به اطلاعات سؤال، حاصل‌ضرب $|q_۱q_۲|$ برابر است با:



$$F=\frac{kq_۱q_۲}{r^۲}\Rightarrow ۴=\frac{۹\times ۱۰^۹q_۱q_۲}{(۳۰\times ۱۰^{-۲})^۲}\Rightarrow |q_۱q_۲|=۴\times ۱۰^{-۱۱}C^۲=۴۰(\mu C)^۲ \quad (۱)$$

(۱) در ۱۰۲ ضرب کرده‌ایم.

از طرفی پس از تماس دو کره، به‌دلیل مشابه بودن کره‌ها، بار هریک از آن‌ها برابر $\frac{q_1+q_2}{2}$ می‌شود که برابر $+3\mu C$ است.

$$\frac{q_1+q_2}{2}=+3\mu C \Rightarrow q_1+q_2=+6\mu C \quad (2)$$ بار هر کره پس از تماس

در بین گزینه‌ها، تنها گزینهٔ (۲) در هر دو معادلهٔ (۱) و (۲) صدق می‌کند.

دقت

نیازی نبود معادلهٔ (۲) را به‌دست آوریم، از روی معادلهٔ (۱) به تنهایی نیز می‌توان گزینهٔ صحیح را انتخاب کرد.

۶۳ ۲ **گام اول:** رابطهٔ کولن را برای دو کره در حالت اول می‌نویسیم، دقت شود که q_1 و q_2 را برحسب میکروکولن در نظر گرفته‌ایم:

$$F=\frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 0/9=\frac{9\times10^9\times|q_1||q_2|\times10^{-12}}{36\times10^{-2}}$$

$$\Rightarrow |q_1||q_2|=36 \quad \text{رابطهٔ (I):}$$

گام دوم: با توجه به اینکه $q_1>0$ و $|q_2|>q_1$ و بارها ناهمنام هستند، بعد از اتصال آن‌ها به یکدیگر، بار هر یک از کره‌ها و نیروی بین آن‌ها به صورت زیر به دست می‌آید:

$$|q_1'|=|q_2'|=\frac{|q_2|-q_1}{2}$$

$$F'=\frac{k|q_1'||q_2'|}{r^2} \Rightarrow 1/6=\frac{9\times10^9\left(\frac{|q_2|-q_1}{2}\right)^2\times10^{-12}}{36\times10^{-2}}$$

$$\Rightarrow 16\times4=\left(\frac{|q_2|-q_1}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{|q_2|-q_1}{2}=8$$

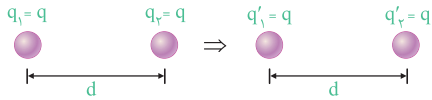
$$\Rightarrow |q_2|-q_1=16 \quad \text{رابطهٔ (II):}$$

گام آخر: با توجه به روابط (I) و (II)، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} q_1|q_2|=36 \\ |q_2|-q_1=16 \end{cases} \Rightarrow |q_2|=18\mu C \, , \, q_1=2\mu C$$

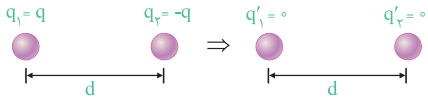
۶۴ ۴ در این سؤال با توجه به علامت بار دو کره، هر سه حالت می‌تواند رخ دهد. با سه مثال ساده این موضوع را بررسی می‌کنیم:

حالت اول: اگر دو کره بار هم‌علامت و مساوی داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره تغییر نمی‌کند، زیرا حاصلضرب q_1q_2 تغییر نمی‌کند.



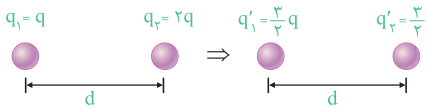
$$q_1'=q_2'=\frac{q+q}{2}=q$$

حالت دوم: اگر دو کره بار مساوی و مختلف‌العلامت داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره صفر شده و به عبارتی کاهش می‌یابد.



$$q_1'=q_2'=\frac{q+(-q)}{2}=0 \Rightarrow F'=0<F$$

حالت سوم: اگر دو کره بار نامساوی و هم‌علامت داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره افزایش می‌یابد. برای درک بهتر این حالت به اعداد زیر توجه کنید:



$$q_1'=q_2'=\frac{q+2q}{2}=\frac{3}{2}q$$

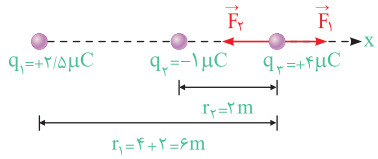
$$\begin{cases} q_1'q_2'=\frac{3}{2}q\times\frac{3}{2}q=\frac{9}{4}q^2 \\ q_1q_2=q\times2q=2q^2 \end{cases} \xrightarrow{F\propto q_1q_2} F'>F$$

بنابراین هر سه حالت ممکن است رخ دهد.

۶۵ ۲ در پاسخ سؤال قبل، در حالت سوم به کمک یک مثال عددی دیدیم که اگر دو کره دارای بار الکتریکی هم‌نام و نامساوی باشند، اندازهٔ نیروی بین دو کره بعد از تماس دادن به یک‌دیگر بیشتر از حالت قبل از تماس است (این موضوع با کمک اصول ریاضی نیز به سادگی قابل اثبات است).

۶۶ ۱ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات (۵) توجه کنید.

بار الکتریکی q_1 بار q_3 را دفع می‌کند $(\vec{F}_1)$ و بار الکتریکی q_2 بار q_3 را جذب می‌کند $(\vec{F}_2)$.



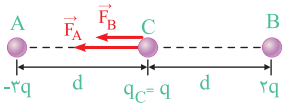
$$\begin{cases} (\text{دافعه}) F_1=k\frac{q_1q_3}{r_1^2}=9\times10^9\times\frac{2/5\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(6)^2}=2/5\times10^{-3}\,N \\ \xrightarrow{\vec{F}_1 \text{ در جهت محور } x} \vec{F}_1=2/5\times10^{-3}\vec{i} \\ (\text{جاذبه}) F_2=k\frac{q_2q_3}{r_2^2}=9\times10^9\times\frac{1\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(2)^2}=9\times10^{-3}\,N \\ \xrightarrow{\vec{F}_2 \text{ در خلاف جهت محور } x} \vec{F}_2=-9\times10^{-3}\vec{i} \end{cases}$$

بنابراین برایند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر است با:

$$\vec{F}_T=\vec{F}_1+\vec{F}_2=2/5\times10^{-3}\vec{i}+(-9\times10^{-3}\vec{i})=-6/5\times10^{-3}\vec{i}$$

به عبارت دیگر اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر $6/5\times10^{-3}$ نیوتون و در خلاف جهت محور x می‌باشد.

۶۷ ۲ فرض می‌کنیم اندازهٔ نیرویی که دو بار q در فاصلهٔ d بر یکدیگر وارد می‌کنند، برابر F باشد در این صورت اندازهٔ نیروهای F_A و F_B برابر است با:



$$\text{نیروی بین A و C (جاذبه)}: \overset{\text{۳برابر}}{F}=\frac{k\overset{\text{۳برابر}}{q_A}q}{d^2} \Rightarrow F_A=3F$$

$$\text{نیروی بین B و C (دافعه)}: \overset{\text{۲برابر}}{F}=\frac{k\overset{\text{۲برابر}}{q_B}q}{d^2} \Rightarrow F_B=2F$$

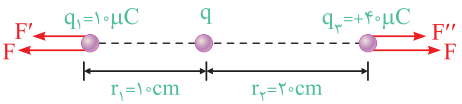
با برایندگیری از نیروهای هم‌جهت به‌دست آمده، داریم:

$$R=3F+2F=5F \quad (\text{به سمت چپ})$$

۶۸ ۴ این سؤال، یک سؤال جالب و مفهومی است. دو بار q_1 و q_3 یک‌دیگر را با نیروی F دفع می‌کنند. حال اگر بار q را مثبت فرض کنیم، این بار q دو بار q_1 و q_3 را نیز دفع می‌کند. با توجه به نیروهای نشان داده شده بر روی شکل، برای

gajmarket.com

برابر بودن اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر دو بار q_1 و q_3 باید داشته باشیم:



$$\begin{cases} F_{T_1} = F + F' = F + k\dfrac{q_1 q}{r_1^2} = F + k \times \dfrac{۱۰ \times ۱۰^{-۶} q}{(۱۰^{-۱})^2} = F + ۱۰^{-۳}\, kq \\ F_{T_3} = F + F'' = F + k\dfrac{q_3 q}{r_2^2} = F + k \times \dfrac{۴۰ \times ۱۰^{-۶} q}{(۲ \times ۱۰^{-۱})^2} = F + ۱۰^{-۳}\, kq \end{cases}$$

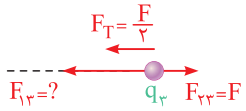
همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، بدون توجه به این‌که اندازهٔ بار الکتریکی q چه مقدار باشد همیشه دو نیروی F_{T_1} و F_{T_3} با هم برابر می‌باشند. بنابراین بار الکتریکی q هر مقدار دلخواهی را می‌تواند داشته باشد.

تذکر

توصیه می‌شود که به عنوان تمرین نشان دهید که اگر بار q منفی باشد نیز به همین نتیجه می‌رسیم.

۶۹ ۳ **گام اول:** چون بارهای q_2 و q_3 یکدیگر را دفع می‌کنند، بنابراین هم‌نام می‌باشند و از طرفی نیرویی که q_2 به q_3 وارد می‌کند نیز طبق قانون سوم نیوتون برابر F و باید به‌سمت راست باشد (حالت دافعه).

گام دوم: همان‌طور که در صورت سؤال مطرح شده است، بزرگی برایند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر $\frac{F}{2}$ و به‌سمت چپ است، بنابراین مطابق شکل رسم‌شده، بار q_1، باید بار q_3 را با نیروی $F_{13} = \frac{3}{2}F$ به سمت خود، یعنی به سمت چپ، جذب کند:



$$F_T = F_{13} - F_{23} \Rightarrow \frac{F}{2} = F_{13} - F \Rightarrow F_{13} = \frac{3}{2}F$$

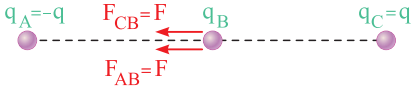
گام سوم: حال با توجه به این‌که $F_{13} = \frac{3}{2}F$ و $F_{23} = F$ می‌باشد، به سادگی می‌توان نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ را به‌دست آورد:

$$F_{13} = \frac{3}{2}F \Rightarrow F_{13} = \frac{3}{2}F_{23} \Rightarrow k\frac{q_1 q_3}{(2d)^2} = \frac{3}{2} \times k\frac{q_2 q_3}{d^2} \Rightarrow \left|\frac{q_1}{q_2}\right| = ۶$$

بار q_1، بار q_3 را جذب و بار q_2، بار q_3 را دفع می‌کند، بنابراین بارهای q_1 و q_2 مختلف‌العلامت می‌باشد و $\frac{q_1}{q_2} = -۶$ می‌باشد.

۷۰ ۳ این سؤال را در هر دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: نیرویی که بار $q_C = q$ بر بار q_B وارد می‌کند را برابر F در نظر می‌گیریم. با توجه به یکسان بودن اندازهٔ q_A و q_C و همچنین برابر بودن فاصلهٔ آن‌ها تا بار q_B، اندازهٔ نیروی وارد شده از طرف بار $q_A = -q$ بر q_B نیز برابر F است.



$$F = \frac{kqq_B}{d^2} \xrightarrow[d_A = d_C = d]{|q_A| = q_C} F_{CB} = F_{AB} = F$$

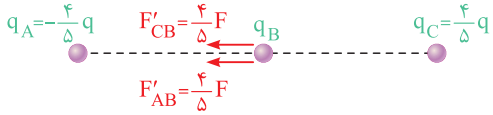
$$F_{\text{برایند}} = F + F = 2F$$

حالت دوم: اگر ۲۰ درصد از بار q_A را به q_C منتقل کنیم، می‌توان نوشت:

$$q'_A = q_A - \frac{۲۰}{۱۰۰}q_A = -q - \frac{۲۰}{۱۰۰}(-q) = -\frac{۸۰}{۱۰۰}q = -\frac{۴}{۵}q$$

$$q'_C = q_C + \frac{۲۰}{۱۰۰}q_A = q + \frac{۲۰}{۱۰۰}(-q) = \frac{۸۰}{۱۰۰}q = \frac{۴}{۵}q$$

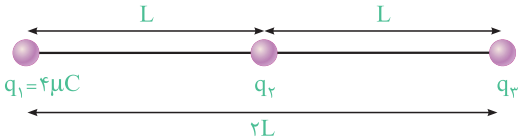
بنابراین نیروی وارد شده از طرف هر یک از بارهای q'_C و q'_A بر q_B برابر $\frac{۴}{۵}F$ می‌شود.



$$F_{\text{برابر}} = \frac{k\,q\,q_B}{d^2} \quad \text{برابر } \frac{۴}{۵}$$

$$F'_{\text{برایند}} = \frac{۴}{۵}F + \frac{۴}{۵}F = \frac{۸}{۵}F \Rightarrow \frac{F'_{\text{برایند}}}{F_{\text{برایند}}} = \frac{\frac{۸}{۵}F}{۲F} = \frac{۴}{۵}$$

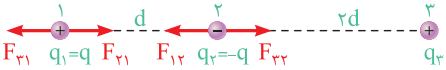
۷۱ ۳ طبق صورت سؤال، برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3، هم‌اندازهٔ نیروی الکتریکی است که بار q_1 بر q_3 وارد می‌کند. بنابراین اگر نیرویی که بار q_1 بر q_3 وارد می‌کند را برابر F فرض کنیم، نیرویی که بار q_2 بر q_3 وارد می‌کند، باید برابر $2F$ و در خلاف جهت نیرویی باشد که q_1 بر q_3 وارد می‌کند. در این صورت اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر بار q_3، برابر همان F می‌شود $(2F - F = F)$. بنابراین بارهای q_1 و q_2 مختلف‌العلامت بوده و در نتیجه بار q_2 منفی است.



$$\begin{cases} F_{1,3} = F \\ F_{2,3} = 2F \end{cases} \Rightarrow F_{2,3} = 2F_{1,3} \Rightarrow \frac{k\cancel{q_2}\,\cancel{q_3}}{L^2} = 2\frac{k q_1 \cancel{q_3}}{(2L)^2} \Rightarrow \frac{q_2}{L^2} = 2\frac{q_1}{4L^2}$$

$$\Rightarrow |q_2| = \frac{1}{2}q_1 = \frac{1}{2} \times 4 = 2\mu C \xrightarrow{q_2 < 0} q_2 = -2\mu C$$

۷۲ ۴ دو بار الکتریکی $q_1 = q$ و $q_2 = -q$ یکدیگر را با نیروی هم‌اندازه جذب می‌کنند. از طرفی اندازهٔ نیروی واردشده از طرف بار q_3 بر q_2 بزرگ‌تر از اندازهٔ نیروی واردشده از طرف بار q_3 بر q_1 است (زیرا فاصلهٔ بار q_3 از q_2 کم‌تر از فاصلهٔ بار q_3 از q_1 است). بنابراین می‌توان نوشت:



$$F_{21} = F_{12} = \frac{k|q| \times |q|}{d^2},\quad F_{31} = \frac{k|q_3||q|}{(3d)^2},\quad F_{32} = \frac{k|q_3||q|}{(2d)^2}$$

$$|\sum F_1| = |\sum F_2| \Rightarrow F_{21} - F_{31} = F_{32} - F_{12} \Rightarrow \frac{k|q^2|}{d^2} - \frac{k|q_3||q|}{9d^2}$$

$$= \frac{k|q_3||q|}{4d^2} - \frac{k|q^2|}{d^2} \Rightarrow \frac{2k|q^2|}{d^2} = \frac{13}{36}\frac{k|q_3||q|}{d^2}$$

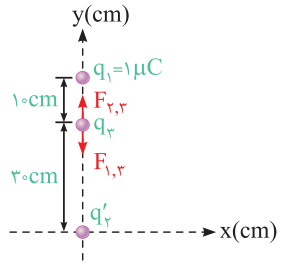
$$\Rightarrow \frac{|q_3|}{|q|} = \frac{72}{13} \Rightarrow \frac{q_3}{q_1} = \frac{72}{13}$$

۷۳ ۲ با توجه به خلاصه نکات (۶) از آن‌جایی‌که نقطهٔ C (محل صفر شدن برایند نیروها) خارج از فاصلهٔ بین دو بار q_A و q_B قرار دارد، درمی‌یابیم این دو بار با یکدیگر مختلف‌العلامت هستند $(q_B ، q_A)$ و چون نقطهٔ C به نقطهٔ B نزدیک‌تر است، می‌فهمیم این بار اندازهٔ کوچک‌تری دارد.

۷۴ ۴ با توجه به تمرین (۱) در خلاصه نکات (۶)، گزینهٔ (۴) صحیح است.

۷۵ ۱ برای تعادل بار الکتریکی q_3 باید دو نیروی مساوی و در خلاف جهت هم به آن وارد شود. بار جدید q_2 را با q'_2 نشان می‌دهیم. بنابراین داریم:

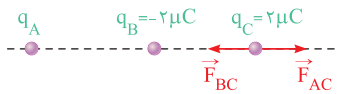
$$F_{2,3}=F_{1,3}\Rightarrow\frac{k\cancel{q'_2}\,q_3}{(30)^2}=\frac{k\cancel{q_1}\,q_3}{(10)^2}\Rightarrow\frac{q'_2}{900}=\frac{1}{100}\Rightarrow q'_2=9\mu C$$



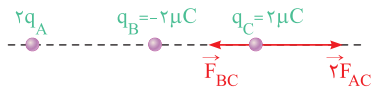
با توجه به این‌که $q_2=6\mu C$ است، باید $3\mu C$ به بار q_2 بیافزاییم تا بار q_3 متعادل شود.

۷۶ ۲ این سؤال را در هر دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: در این حالت، برایند نیروهای وارد بر بار q_C برابر صفر است، یعنی $\vec{F}_{AC}=-\vec{F}_{BC}$ می‌باشد.



حالت دوم: وقتی q_A دو برابر شود، $\vec{F}_{AC}$ هم دو برابر می‌شود، یعنی برایند نیروهای وارد بر بار q_C به صورت زیر می‌شود:



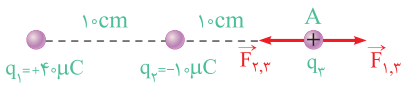
برایند نیروهای وارد بر q_C در حالت دوم: $\Sigma\vec{F}=\vec{F}'_{AC}+\vec{F}_{BC}$

$$\xrightarrow{F'_{AC}=2\vec{F}_{AC}=-2\vec{F}_{BC}}\Sigma\vec{F}=-2\vec{F}_{BC}+\vec{F}_{BC}=-\vec{F}_{BC}$$

$$F_{BC}=\frac{k|q_B||q_C|}{r^2}=\frac{9\times10^9\times(2\times10^{-6})\times(2\times10^{-6})}{10^{-2}}=3/6\,N$$

بردار نیروی $\vec{F}_{BC}$ در خلاف جهت محور x است (چون نیروی بین q_B و q_C از نوع جاذبه بوده و نیروی وارد بر q_C از طرف q_B به سمت چپ می‌باشد). بنابراین برایند نیروهای وارد بر q_C در حالت دوم که برابر $-\vec{F}_{BC}$ شده است، به طرف راست و برحسب نیوتون برابر $\Sigma\vec{F}=+3/6\,\vec{i}$ می‌باشد.

۷۷ ۴ برای این‌که برایند نیروهای وارد بر بار الکتریکی در نقطهٔ A صفر شود، باید یک نیروی ربایشی و یک نیروی رانشی به بار واقع در نقطهٔ A وارد شود. اگر در این نقطه یک بار مثبت فرضی را قرار دهیم، داریم:



$$\left.\begin{array}{l}\text{فاصلهٔ بین } q_1 \text{ و } q_3: r_{1,3}=20\,cm\\ \text{فاصلهٔ بین } q_2 \text{ و } q_3: r_{2,3}=10\,cm\end{array}\right\}$$

$$F_{1,3}=F_{2,3}\Rightarrow\frac{k\,q_1\,q_3}{(r_{1,3})^2}=\frac{k\,q_2\,q_3}{(r_{2,3})^2}\Rightarrow\frac{40q_3}{2^2}=\frac{10q_3}{1^2}$$

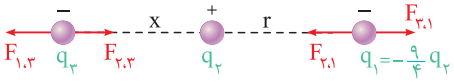
همان‌طور که مشاهده می‌کنید، بار q_3 (واقع در نقطهٔ A)، هر مقداری داشته باشد، رابطهٔ فوق برقرار است و به عبارتی گزینهٔ (۴) صحیح است. دقت شود که مثبت یا منفی بودن q_3 نیز مشکلی برای تحلیل فوق ایجاد نمی‌کند (چرا؟).

۷۸ ۲ نیروی وارد از طرف بارهای مثبت q_1 و q_2 بر پروتون دافعه می‌باشد. بنابراین نیروهای وارد بر بار پروتون در ناحیهٔ (۴) به سمت راست (در جهت محور x) و در ناحیهٔ (۱) به سمت چپ (در خلاف جهت محور x) می‌باشد.

از طرفی در ناحیهٔ (۳) نیروی دافعهٔ وارد از طرف q_2 بر پروتون بیشتر از نیروی دافعهٔ وارد شده از طرف q_1 بر پروتون می‌باشد (چرا؟)، بنابراین در این ناحیه برایند نیروهای وارد بر پروتون حتماً به سمت چپ و در خلاف جهت محور x می‌باشد. در سمت چپ ناحیهٔ (۲) نیروی وارد بر پروتون از طرف q_1 می‌تواند بیشتر از نیروی وارد بر پروتون از طرف بار q_2 شود (چون پروتون به بار q_1 نزدیک‌تر است)، بنابراین در محدوده‌ای از ناحیهٔ (۲) برایند نیروی وارد بر پروتون می‌تواند در جهت محور x باشد.

در مجموع می‌توان گفت در دو ناحیهٔ (۴) و (۲) برایند نیروی وارد بر پروتون از طرف دو بار دیگر می‌تواند به‌سمت راست و در جهت محور x باشد.

۷۹ ۴ برای صفر شدن برایند نیروهای وارد بر بار q_2، بارهای q_1 و q_3 باید هم‌علامت باشند و از طرفی برای صفر شدن برایند نیروهای وارد بر q_1، q_2 باید با q_3 مختلف‌العلامت باشد. به عنوان مثال q_3 و q_1 منفی بوده و q_2 مثبت می‌باشد.



$$\sum F_3=0\Rightarrow F_{2,3}=F_{1,3}\Rightarrow\frac{kq_2q_3}{x^2}=\frac{kq_1q_3}{(x+r)^2}$$

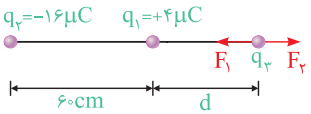
$$\Rightarrow\sqrt{\left|\frac{q_1}{q_2}\right|}=\frac{x+r}{x}\Rightarrow\frac{3}{2}=\frac{x+r}{x}\Rightarrow x=2r\Rightarrow\frac{x}{r}=2$$

در ادامه به‌طور مشابه با کنترل صفر شدن برایند نیروهای وارد بر q_1 داریم:

$$\sum F_1=0\Rightarrow\frac{kq_1q_2}{r^2}=\frac{kq_1q_3}{(x+r)^2}\Rightarrow\left|\frac{q_3}{q_2}\right|=\left(\frac{x+r}{r}\right)^2=9\Rightarrow\frac{q_3}{q_2}=-9$$

دقت شود که q_3 و q_2 مختلف‌العلامت هستند و نسبت $\frac{q_3}{q_2}<0$ می‌باشد.

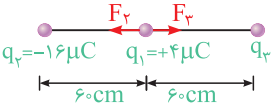
۸۰ ۲ این سؤال، مکمل بسیار خوبی برای سؤال قبل محسوب می‌شود. با توجه به این‌که بارها در حال تعادل و طناب‌ها به طور قائم قرار گرفته‌اند، بنابراین برایند نیروی الکتریکی وارد بر هر یک از بارها برابر صفر است.



$$F_{T_3}=0\Rightarrow F_1=F_2\Rightarrow k\frac{4\times q_3}{d^2}=k\frac{16\times q_3}{(d+60)^2}\Rightarrow\frac{4}{d^2}=\frac{16}{(d+60)^2}$$

$$\Rightarrow\frac{2}{d}=\frac{4}{d+60}\Rightarrow d=60\,cm$$

برای این‌که بار q_1 نیز در حال تعادل باشد، باید بارهای q_2 و q_3 هم‌علامت بوده (در نتیجه علامت بار q_3 باید منفی باشد) و اندازهٔ نیروهای وارد شده از طرف آن‌ها بر بار q_1 با هم برابر باشد. بنابراین می‌توان نوشت:



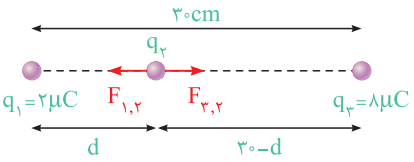
$$F_{T_1}=0\Rightarrow F_2=F_3\Rightarrow k\frac{16\times4}{60^2}=k\frac{4\times q_3}{60^2}\Rightarrow|q_3|=16\mu C$$

بنابراین بار q_3 برابر -16 میکروکولن خواهد بود $(q_3=-16\mu C)$.

gajmarket.com

۸۱ ۴ **گام اول**(به دست آوردن بار $q_۲$ و فاصلهٔ بارها از یکدیگر):

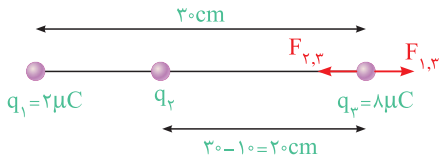
در حالت اول، با توجه به صفر بودن برایند نیروهای وارد بر بار $q_۲$، می‌توان نوشت:



$$F_{۱,۲}=F_{۳,۲}\Rightarrow\frac{kq_۱q_۲}{d^۲}=\frac{kq_۳q_۲}{(۳۰-d)^۲}\Rightarrow\frac{۲}{d^۲}=\frac{۸}{(۳۰-d)^۲}$$

$$\Rightarrow\frac{۱}{d^۲}=\frac{۴}{(۳۰-d)^۲}\Rightarrow\frac{۱}{d}=\frac{۲}{۳۰-d}\Rightarrow ۲d=۳۰-d\Rightarrow d=۱۰cm$$

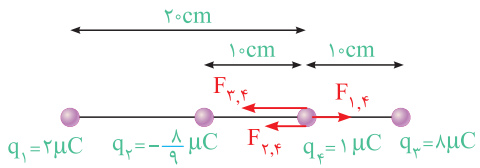
چون برایند نیروهای وارد بر بار $q_۳$ نیز برابر صفر بوده و این بار در خارج از فاصلهٔ بین دو بار $q_۱$ و $q_۲$ قرار دارد، بنابراین بارهای $q_۱$ و $q_۲$ مختلف‌العلامت هستند. پس بار $q_۲$ منفی بوده و می‌توان نوشت:



$$F_{۱,۳}=F_{۲,۳}\Rightarrow\frac{kq_۱q_۳}{۳۰^۲}=\frac{kq_۲q_۳}{۲۰^۲}\Rightarrow\frac{۲}{۳۰^۲}=\frac{q_۲}{۲۰^۲}$$

$$\Rightarrow|q_۲|=\frac{۸}{۹}\mu C\Rightarrow q_۲=-\frac{۸}{۹}\mu C$$

گام دوم: حال با قرار دادن بار $q_۴=۱\mu C$ در نقطهٔ O، از طرف هر سه بار دیگر بر این بار نیرو وارد می‌شود و برای محاسبهٔ برایند نیروهای وارد بر آن می‌توان نوشت:



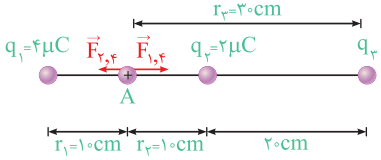
$$F_{۱,۴}=\frac{kq_۱q_۴}{r_{۱,۴}^۲}=\frac{۹\times۱۰^۹\times۲\times۱۰^{-۶}\times۱\times۱۰^{-۶}}{(۲\times۱۰^{-۱})^۲}=۰/۴۵\ N$$

$$F_{۲,۴}=\frac{۹\times۱۰^۹\times\frac{۸}{۹}\times۱۰^{-۶}\times۱\times۱۰^{-۶}}{(۱۰^{-۱})^۲}=۰/۸N$$

$$F_{۳,۴}=\frac{۹\times۱۰^۹\times۸\times۱۰^{-۶}\times۱\times۱۰^{-۶}}{(۱۰^{-۱})^۲}=۷/۲N$$

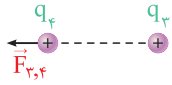
$$|\sum F_۴|=F_{۳,۴}+F_{۲,۴}-F_{۱,۴}=۷/۲+۰/۸-۰/۴۵=۷/۵۵N$$

۸۲ ۳ برای صفر بودن برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار $q_۴$، باید برایند نیروهای ناشی از سه بار دیگر وارد بر بار $q_۴$ (در نقطهٔ A) همدیگر را خنثی کنند. در ادامه حل را با فرض مثبت بودن بار الکتریکی $q_۴$ ادامه می‌دهیم. برای بررسی وضعیت نیروی ناشی از بار $q_۳$ وارد بر $q_۴$، ابتدا نیروهای $\vec{F}_{۱,۴}$ و $\vec{F}_{۲,۴}$ را محاسبه کرده و آن‌ها را مقایسه می‌کنیم:



$$\begin{cases}F_{۱,۴}=\dfrac{kq_۱q_۴}{r_۱^۲}=\dfrac{۹\times۱۰^۹\times۴\times۱۰^{-۶}q_۴}{(۱۰^{-۱})^۲}=۳۶\times۱۰^۵q_۴\\ F_{۲,۴}=\dfrac{kq_۲q_۴}{r_۲^۲}\xrightarrow[q_۲=\frac{۱}{۲}q_۱]{r_۱=r_۲}F_{۲,۱}=\dfrac{۱}{۲}F_{۱,۴}=۱۸\times۱۰^۵q_۴\end{cases}$$

با مقایسهٔ مقادیر $F_{۱,۴}$ و $F_{۲,۴}$ به سادگی می‌توان فهمید که برایند آن‌ها برابر ۱۸×۱۰^۵q_۴ و به سمت راست می‌باشد. با توجه به این موضوع برای صفر شدن برایند نیروها، $F_{۳,۴}$ باید برابر ۱۸×۱۰^۵q_۴ و به سمت چپ باشد تا نیروی برایند وارد بر بار $q_۴$ در نقطهٔ A صفر شود (چرا؟).



$$F_{۳,۴}=\frac{kq_۳q_۴}{r_۳^۲}\Rightarrow۱۸\times۱۰^۵q_۴=\frac{۹\times۱۰^۹\times q_۳q_۴}{(۳\times۱۰^{-۱})^۲}$$

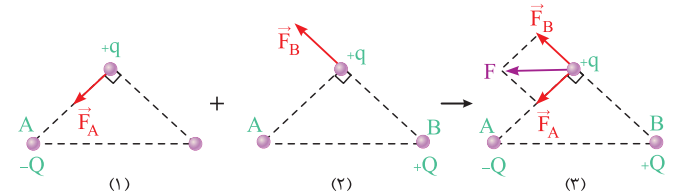
$$\Rightarrow|q_۳|=۱۸\times۱۰^{-۶}C=۱۸\mu C$$

از طرفی چون نیروی $F_{۳,۴}$ به سمت چپ است، بنابراین بار $q_۳$ مثبت است که $q_۴$ را دفع کرده است (چرا؟).

دقت

همان‌طور که مشاهده کردید پارامتر $q_۴$ در طی روند محاسبات ساده شد، این موضوع یعنی مقدار بار $q_۴$ در متعادل بودن آن نقش ندارد. از طرفی به‌سادگی می‌توان نشان داد که اگر $q_۴$ را منفی فرض می‌کردیم نیز در پاسخ نهایی مسأله تأثیر نداشت، این موضوع را بررسی کنید.

۸۳ ۱ اگر اندازهٔ نیرویی که دو بار Q و q برهم وارد می‌کنند را F' در نظر بگیریم، داریم:



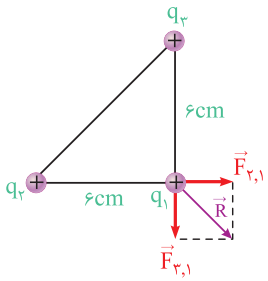
دقت

با توجه به یکسان بودن فاصله و اندازهٔ بار در شکل‌های (۱) و (۲)، F_A و F_B با هم برابرند:

$$F_A=F_B=F'=\frac{kqQ}{r^۲}$$

۸۴ ۴ این سؤال را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: ابتدا نیروهای وارد بر بار $q_۱$ را مطابق شکل زیر رسم می‌کنیم. از آن‌جایی‌که بارهای $q_۲$ و $q_۳$ مشابه هستند، داریم:



$$F_{۲,۱}=F_{۳,۱}=\frac{۹\times۱۰^۹\times۴\times۴\times۱۰^{-۱۲}}{(۶\times۱۰^{-۲})^۲}=۴۰N$$

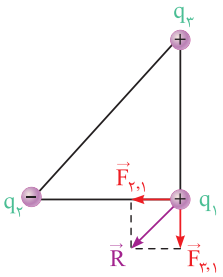
در ادامه با برایندگیری از دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_{۲,۱}$ و $\vec{F}_{۳,۱}$ پاسخ سؤال را به‌دست می‌آوریم:

$$R=\sqrt{F_{۲,۱}^۲+F_{۳,۱}^۲}=۴۰\sqrt{۲}\ N$$

حالت دوم(بار $q_۲$ قرینه شود): در این حالت با ثابت بودن اندازهٔ بارها و فاصلهٔ بین آن‌ها، همچنان $F_{۲,۱}=F_{۳,۱}=۴۰N$ باقی می‌ماند ولی بار $q_۳$، بار $q_۱$ را دفع کرده و بار $q_۲$، بار $q_۱$ را جذب می‌کند.

$q_۳$، $q_۱$ را دفع می‌کند.
$q_۲$، $q_۱$ را دفع می‌کند.

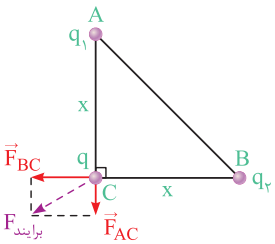
باز هم با توجه به عمود بودن $F_{۲,۱}$ و $F_{۳,۱}$ داریم:



$$R'=\sqrt{F_{۳,۱}^۲+F_{۲,۱}^۲}=۴۰\sqrt{۲}N$$

بنابراین اندازهٔ بردار برایند نیروهای وارد بر بار $q_۱$ ثابت مانده ولی مطابق شکل مقابل، جهت آن تغییر می‌کند.

۸۵ | ۲ هر سه بار مثبت بوده و یک‌دیگر را دفع می‌کنند. برای محاسبهٔ برایند نیروهای وارد بر بار q در نقطهٔ C، ابتدا با توجه به اندازهٔ نیروی بین بارهای B و C،اندازهٔ نیروی بین بارهای A و C را به‌دست می‌آوریم:



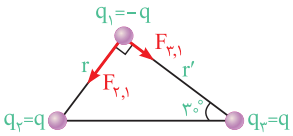
$$\begin{cases}F_{AC}=\dfrac{kq_۱q}{x^۲}\\ F_{BC}=\dfrac{kq_۲q}{x^۲}=۸N\end{cases}\Rightarrow\frac{F_{AC}}{F_{BC}}=\frac{q_۱}{q_۲}\xrightarrow{q_۱=\frac{۳}{۴}q_۲}\frac{F_{AC}}{۸}=\frac{۳}{۴}\Rightarrow F_{AC}=۶N$$

در ادامه به سادگی برایند نیروهای وارد بر بار q در نقطهٔ C محاسبه می‌شود:

$$F_{\text{برایند}}=\sqrt{F_{AC}^۲+F_{BC}^۲}=\sqrt{۶^۲+۸^۲}=۱۰N$$: برایند نیروها

به‌عنوان یک تمرین، بررسی کنید که اگر بار $q_۱$ منفی باشد، برایند نیروهای وارد بر بار q در نقطهٔ C، چند برابر وضعیت فعلی خواهد شد؟

۸۶ | ۱ با توجه به ناهم‌نام بودن بارهای $q_۱$ و $q_۲$ و همچنین بارهای $q_۱$ و $q_۳$، دو بار $q_۲$ و $q_۳$ بار $q_۱$ را جذب می‌کنند.



با توجه به روابط مثلثاتی، فاصلهٔ دو بار $q_۱$ و $q_۳$، $\sqrt{۳}$ برابر فاصلهٔ دو بار $q_۱$ و $q_۲$ است.

$$\tan ۳۰^\circ=\frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}=\frac{r}{r'}=\frac{\sqrt{۳}}{۳}=\frac{۱}{\sqrt{۳}}\Rightarrow r'=\sqrt{۳}r$$

بنابراین نیروی $F_{۳,۱}$، در این شکل $\frac{۱}{۳}$ برابر نیروی $F_{۲,۱}$ است.

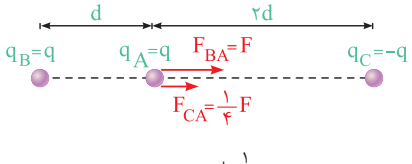
$$F\propto\frac{۱}{r^۲}\Rightarrow\frac{F_{۳,۱}}{F_{۲,۱}}=\left(\frac{r}{r'}\right)^۲=\left(\frac{۱}{\sqrt{۳}}\right)^۲=\frac{۱}{۳}\Rightarrow F_{۳,۱}=\frac{۱}{۳}F$$

دو نیروی $F_{۲,۱}$ و $F_{۳,۱}$ بر هم عمود هستند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$F_{T_۱}=\sqrt{F_{۳,۱}^۲+F_{۲,۱}^۲}=\sqrt{\left(\frac{F}{۳}\right)^۲+F^۲}=\sqrt{\frac{۱}{۹}+۱}\ F=\frac{\sqrt{۱۰}}{۳}F$$

۸۷ | ۳ در هر دو شکل، برایند نیروهای وارد بر بار q_A را به دست می‌آوریم:

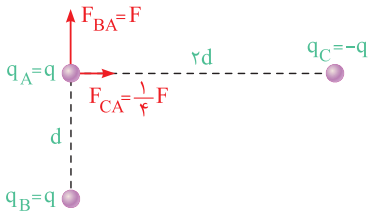
شکل (۱): نیرویی که دو بار q در فاصلهٔ d بر هم وارد می‌کنند را برابر F در نظر می‌گیریم. بنابراین نیروی بین دو بار $q_A=q$ و $q_B=q$ برابر F و نیروی بین دو بار $q_A=q$ و $q_C=-q$ برابر $\frac{۱}{۴}F$ است (چون فاصلهٔ بین نقاط A و C، دو برابر فاصلهٔ بین نقاط A و B است).



$$F_{BA}=\frac{kq_Aq_B}{r^۲}\ ,\ F_{CA}=\frac{kq_Cq_B}{r^۲}\quad F_{\text{برایند}}=F+\frac{۱}{۴}F=\frac{۵}{۴}F$$

F_{CA}: $\frac{۱}{۴}$ برابر
$r^۲$: ۴ برابر $(۲)^۲$

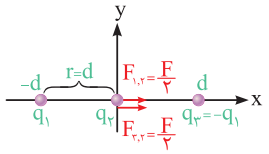
شکل (۲): در این شکل، اندازهٔ نیروهای بین دو بار، برابر همان شکل (۱) است، فقط جهت نیروها تغییر می‌کند. بنابراین می‌توان نوشت:



$$F'_{\text{برایند}}=\sqrt{F^۲+\left(\frac{۱}{۴}F\right)^۲}=\sqrt{\frac{۱۷}{۱۶}}F=\frac{\sqrt{۱۷}}{۴}F$$

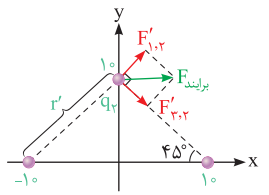
$$\Rightarrow\frac{F'_{\text{برایند}}}{F_{\text{برایند}}}=\frac{\frac{\sqrt{۱۷}}{۴}F}{\frac{۵}{۴}F}=\frac{\sqrt{۱۷}}{۵}$$

۸۸ | ۳ از آن‌جا که اندازهٔ بارهای $q_۱$ و $q_۳$ با یک‌دیگر برابر و مختلف‌العلامت هستند و فاصلهٔ آن‌ها تا بار $q_۲$ برابر است، بنابراین نیروهای وارد شده از طرف آن‌ها بر بار $q_۲$ مساوی و برابر $\frac{F}{۲}$ می‌باشد.



$$F=F_{۱,۲}+F_{۳,۲}\xrightarrow{F_{۱,۲}=F_{۳,۲}}F_{۱,۲}=F_{۳,۲}=\frac{F}{۲}$$

در ادامه وقتی بار $q_۲$ را به اندازهٔ d روی محور y جابه‌جا می‌کنیم، اندازهٔ بارها ثابت بوده و فقط فاصلهٔ بین $q_۲$ و دو بار الکتریکی دیگر $\sqrt{۲}$ برابر می‌شود، بنابراین داریم:



$$r'^۲=d^۲+d^۲=۲d^۲\Rightarrow r'=\sqrt{۲}\,d$$

$$\frac{F'_{۱,۲}}{F_{۱,۲}}=\left(\frac{r}{r'}\right)^۲=\left(\frac{d}{\sqrt{۲}d}\right)^۲=\frac{۱}{۲}$$

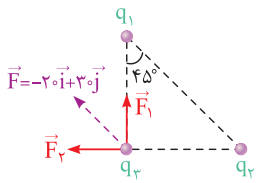
$$\Rightarrow F'_{۱,۲}=F'_{۳,۲}=\frac{۱}{۲}F_{۱,۲}=\frac{۱}{۲}\left(\frac{۱}{۲}F\right)=\frac{۱}{۴}F$$

حال برایند دو نیروی عمود بر هم $F'_{۱,۲}$ و $F'_{۳,۲}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{\text{برایند}}=\sqrt{(F'_{۱,۲})^۲+(F'_{۳,۲})^۲}$$

$$\xrightarrow{F'_{۱,۲}=F'_{۳,۲}}F_{\text{برایند}}=\sqrt{۲}F'_{۱,۲}=\sqrt{۲}\times\left(\frac{۱}{۴}F\right)=\frac{\sqrt{۲}}{۴}F$$

۸۹ | ۴ مطابق شکل، به بار $q_۳$، نیروهای $F_۱$ و $F_۲$ به ترتیب از طرف بارهای $q_۱$ و $q_۲$ وارد می‌شود. نیروی $\vec{F}_۲$ در راستای بردار یکهٔ $\vec{i}$ و $\vec{F}_۱$ در راستای بردار یکهٔ $\vec{j}$ است، بنابراین $\vec{F}_۱=۳۰\vec{j}$ و $\vec{F}_۲=-۲۰\vec{i}$ خواهد بود.

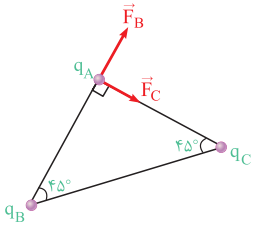


gajmarket.com

با ۲ برابر کردن q_1، نیروی $\vec{F}_1$ هم ۲ برابر می‌شود و با ۲ برابر و قرینه کردن q_2، نیروی $\vec{F}_2$ هم ۲ برابر و قرینه می‌شود، یعنی می‌توان نوشت:

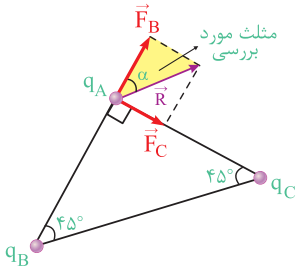
$$\left.\begin{array}{l}\vec{F}_1'=2\vec{F}_1=60\vec{j}\\ \vec{F}_2'=-2\vec{F}_2=40\vec{i}\end{array}\right\}\rightarrow \vec{F}'=\vec{F}_2'+\vec{F}_1'=40\vec{i}+60\vec{j}$$

۹۰ | ۱ ابتدا نیروهای وارد بر بار q_A را رسم می‌کنیم:



$$\begin{cases}F_B=\dfrac{k|q_A|q_B}{r^2}=\dfrac{k\sqrt{3}q\times q}{r^2}=\sqrt{3}k\dfrac{q^2}{r^2}\\ F_C=\dfrac{k|q_C|q_A}{r^2}=\dfrac{kq\times q}{r^2}=k\dfrac{q^2}{r^2}\end{cases}$$

حال برایند این دو نیروی عمود بر هم را با توجه به شکل مقابل رسم می‌کنیم، دقت شود که α خواستهٔ مسأله است (زاویهٔ بردار برایند با امتداد BA):

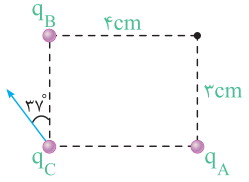


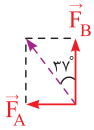
$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{F_C}{F_B}=\frac{k\dfrac{q^2}{r^2}}{\sqrt{3}k\dfrac{q^2}{r^2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan\alpha=\frac{\sqrt{3}}{3}\Rightarrow\alpha=30^\circ$$

۹۱ | ۲ مطابق شکل، به بار q_C از طرف بارهای q_A و q_B به ترتیب نیروهای $\vec{F}_A$ و $\vec{F}_B$ وارد می‌شود که برایند آن‌ها برابر $\vec{F}$ است.

با توجه به شکل، می‌توان نوشت:





$$\underbrace{\tan 37^\circ}_{\frac{3}{4}}=\frac{F_A}{F_B}\rightarrow\frac{F_A}{F_B}=\frac{3}{4}$$

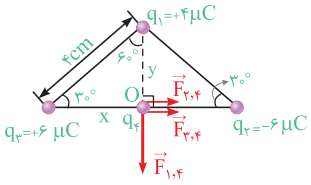
از طرفی برای مقایسهٔ F_A و F_B می‌توان نوشت:

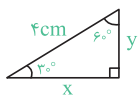
$$\begin{cases}F_A=\dfrac{k|q_A||q_C|}{r_A^2}\\ F_B=\dfrac{k|q_B||q_C|}{r_B^2}\end{cases}\xrightarrow{\times\frac{3}{4}}\boxed{\frac{F_A}{F_B}}=\frac{|q_A|}{|q_B|}\times\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2$$

$$\xrightarrow[r_B=3cm]{r_A=4cm}\frac{3}{4}=\frac{|q_A|}{|q_B|}\times\left(\frac{3}{4}\right)^2\rightarrow\frac{|q_A|}{|q_B|}=\frac{4}{3}$$

با توجه به شکل، q_A بار q_C را دفع کرده است و q_B بار q_C را جذب کرده است، بنابراین بارهای q_A و q_B ناهم‌نام هستند و $\frac{q_A}{q_B}=-\frac{4}{3}$ خواهد بود.

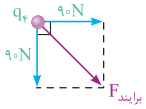
۹۲ | ۴ بارهای q_1 و q_3، بار q_4 را دفع کرده و بار q_2 آن را جذب می‌کند. در ادامه مطابق شکل نیروهای وارد بر این بار را حساب می‌کنیم:





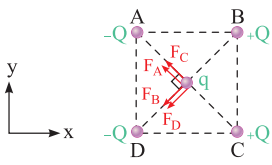
$$\begin{cases}\sin 60^\circ=\dfrac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}=\dfrac{x}{4}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow x=2\sqrt{3}\ cm\\ \cos 60^\circ=\dfrac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}=\dfrac{y}{4}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow y=2cm\end{cases}$$

$$\begin{cases}F_{1,4}=\dfrac{kq_1q_4}{y^2}=\dfrac{9\times10^9\times(4\times10^{-6})(1\times10^{-6})}{(2\times10^{-2})^2}=90N\\ F_{2,4}=F_{3,4}=\dfrac{kq_2q_4}{x^2}=\dfrac{9\times10^9\times(6\times10^{-6})(1\times10^{-6})}{(2\sqrt{3}\times10^{-2})^2}=45N\\ \Rightarrow F_{3,4}\text{ و }F_{2,4}\text{ برایند: }F'=45+45=90N\end{cases}$$

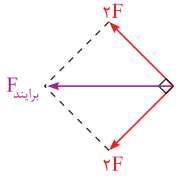


$$\Rightarrow F_{برایند}=\sqrt{90^2+90^2}=90\sqrt{2}N$$

۹۳ | ۲ برای شروع حل، اگر نیروی وارد بر بار q از طرف یک بار Q را برابر F در نظر بگیریم، مطابق شکل جهت نیروی وارد شده از طرف هریک از بارهای دیگر بر بار q به‌صورت زیر است:



$$F_A=F_B=F_C=F_D=F$$

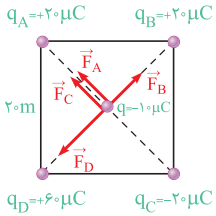


بنابراین برایند نیروهای وارد بر بار q در جهت منفی محور x می‌باشد.

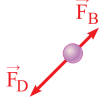
دقت

با توجه به هم‌اندازه بودن تمام بارهای رئوس و یکسان بودن فاصلهٔ آن‌ها از بار q، اندازهٔ نیروی بین بار q و هر چهار ذرهٔ قرار گرفته در رئوس A، B، C و D نیز برابر F بوده و تنها جهت این نیروها متفاوت است.

۹۴ | ۱ مطابق شکل نیروهای وارد بر ذرهٔ q در مرکز مربع را رسم می‌کنیم. اندازهٔ قطر مربع $20\sqrt{2}\ cm$ می‌باشد، در نتیجه فاصلهٔ بار q در مرکز مربع با هریک از بارهای موجود بر روی رئوس مربع، نصف اندازهٔ قطر مربع $\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)$ بوده و برابر $10\sqrt{2}\ cm$ می‌باشد.



$$\begin{cases}F_B=\dfrac{kq_Bq}{r^2}=\dfrac{9\times10^9\times(20\times10^{-6})\times(10\times10^{-6})}{(10\sqrt{2}\times10^{-2})^2}=90N\\ F_D=\dfrac{kq_Dq}{r^2}\xrightarrow{q_D=3q_B}F_D=3F_B=270N\end{cases}$$

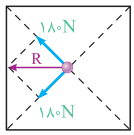


$$F_{D,B_{برایند}}=F_D-F_B=270-90=180N\ (\text{در جهت نیروی }\vec{F}_D)$$

$$F_A=\frac{kq_Aq}{r^2}\xrightarrow{q_A=q_C=q_B}F_A=F_B=F_C=90N$$

از طرفی برایند دو نیروی $\vec{F}_A$ و $\vec{F}_C$ نیز برابر است با:

$$F_{C,A_{برایند}}=F_A+F_C=90+90=180N\quad(\text{در جهت این دو نیرو})$$



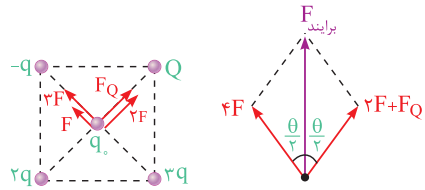
$F_{کل}=\sqrt{۱۸۰^۲+۱۸۰^۲}=۱۸۰\sqrt{۲}\ N$ (به سمت چپ)

دقت

همان‌طور که مشاهده کردید با کمی تیزهوشی، به جای محاسبهٔ چهار نیرو، فقط یک نیرو را حساب کردیم و مابقی نیروها را با توجه به آن به‌دست آوردیم.

۹۵ | ۳ اگر اندازهٔ نیرویی که بار q بر $q_۰$ وارد می‌کند برابر F باشد، بار $۳q$ نیرویی به بزرگی $۳F$ را بر $q_۰$ اعمال می‌کند. با توجه به شکل زیر، برایند دو نیروی هم‌جهتی که بارهای $-q$ و $۳q$ بر $q_۰$ وارد می‌کنند، $۴F$ می‌شود.

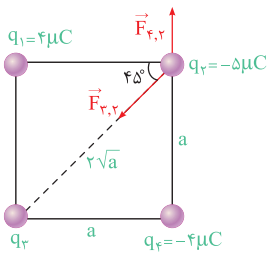
از طرفی برایند نیروهایی که بارهای $۲q$ و Q بر بار $q_۰$ وارد می‌کنند، باید همین مقدار باشد تا برایند کل نیروهای وارد شده بر بار $q_۰$، بر روی نیمساز زاویهٔ θ و به‌سمت بالا قرار گیرد.



$$\Rightarrow ۴F=F_Q+۲F\Rightarrow F_Q=۲F$$

بنابراین اندازهٔ نیروی وارد شده از طرف بار Q بر $q_۰$ دو برابر نیروی وارد شده از طرف بار q بر $q_۰$ می‌باشد. با توجه به یکسان بودن فاصلهٔ تمام بارها از $q_۰$، بنابراین بار Q باید برابر $-۲q$ باشد (منفی است زیرا باید $q_۰$ را جذب کند).

۹۶ | ۴ با یک سؤال تحلیلی و جالب روبه‌رو شده‌ایم. برای اینکه نیروی خالص وارد بر بار $q_۲$ برابر $\vec{F}=-۹\vec{i}$ باشد، باید برایند نیروهای وارد بر بار $q_۲$ از طرف بارهای دیگر، در راستای قائم برابر صفر باشد. این موضوع یعنی مؤلفه‌ای از نیروی $\vec{F}_{۳,۲}$ که در راستای قائم است، باید نیروی $\vec{F}_{۴,۲}$ را خنثی کند.



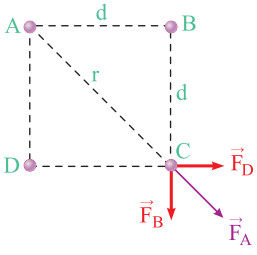
$$\sum F_y=۰\Rightarrow F_{۳,۲}\sin ۴۵^\circ=F_{۴,۲}\Rightarrow \frac{kq_۳q_۲}{(\sqrt{۲}a)^۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\frac{kq_۴q_۲}{a^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{۲}}{۲}q_۳=|q_۴|=۴\mu C\Rightarrow |q_۳|=\frac{۱۶}{\sqrt{۲}}=۸\sqrt{۲}\mu C$$

$$\xrightarrow{q_۳>۰} q_۳=۸\sqrt{۲}\mu C$$

تمرین **به عنوان یک تمرین جالب نشان دهید که در این حالت، برایند نیروهای افقی برابر $-۹\vec{i}$ می‌شود.**

۹۷ | ۴ مطابق شکل زیر، فاصلهٔ بار A تا بار C معادل قطر مربع می‌باشد و قطر مربع، $\sqrt{۲}$ برابر اندازهٔ ضلع مربع است $(r=\sqrt{۲}d)$. در ادامه با توجه به مشابه بودن بارها نیروهای وارد بر بار (C) را رسم می‌کنیم، دقت شود که بارها یک‌دیگر را دفع می‌کنند.



$$\Rightarrow\begin{cases}F_A=\dfrac{kq_A\times q_C}{r^۲}=\dfrac{kq^۲}{(\sqrt{۲}d)^۲}=\dfrac{kq^۲}{۲d^۲}\\ F_D=F_B=\dfrac{kq_Dq_C}{d^۲}=\dfrac{kq^۲}{d^۲}\end{cases}$$

(در راستای نیمساز F_D و F_B که در واقع همان راستای قطر است، قرار دارد.)

$\vec{F}_B$ و $\vec{F}_D$ برایند دو نیروی $R'=\sqrt{۲}\dfrac{kq^۲}{d^۲}$:

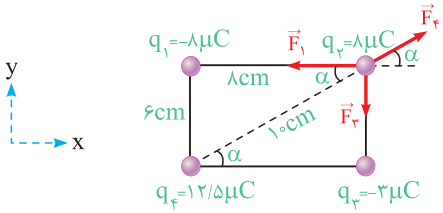
$\vec{F}_A$ و $\vec{R}'$ برایند کلی با توجه به هم‌جهت بودن $R=F_A+R'$:

$$=\frac{kq^۲}{۲d^۲}+(\sqrt{۲})\frac{kq^۲}{d^۲}=\left(\frac{۱}{۲}+\sqrt{۲}\right)\frac{kq^۲}{d^۲}$$

با توجه به این‌که در صورت سؤال، پاسخ براساس $\dfrac{kq^۲}{۲d^۲}$ خواسته شده است، در نتیجه صورت و مخرج کسر حاصل را در ۲ ضرب می‌کنیم:

$$R=۲\times\left(\frac{۱}{۲}+\sqrt{۲}\right)\frac{kq^۲}{۲\times d^۲}=(۱+۲\sqrt{۲})\frac{kq^۲}{۲d^۲}\Rightarrow R=(۱+۲\sqrt{۲})\frac{kq^۲}{۲d^۲}$$

۹۸ | ۳ برای حل، نیروهای وارد بر بار $q_۲$ را رسم می‌کنیم:



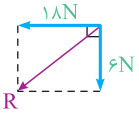
$$F_۱=\frac{kq_۱q_۲}{r_۱^۲}=\frac{۹\times۱۰^۹\times(۸\times۱۰^{-۶})\times(۸\times۱۰^{-۶})}{(۸\times۱۰^{-۲})^۲}=۹۰N$$

$$F_۳=\frac{kq_۲q_۳}{r_۳^۲}=\frac{۹\times۱۰^۹\times(۸\times۱۰^{-۶})\times(۳\times۱۰^{-۶})}{(۶\times۱۰^{-۲})^۲}=۶۰N$$

$$F_۴=\frac{kq_۲q_۴}{r_۴^۲}=\frac{۹\times۱۰^۹\times(۱۲/۵\times۱۰^{-۶})\times(۸\times۱۰^{-۶})}{(۱۰\times۱۰^{-۲})^۲}=۹۰N$$

در ادامه با محاسبهٔ برایند نیروها در راستای افقی و قائم، برایند کل نیروها را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases}\text{برایند نیروها در راستای افق}=F_۱-F_۴\cos\alpha=۹۰-۹۰\times\dfrac{۸}{۱۰}=۱۸N\\ \text{برایند نیروها در راستای قائم}=F_۳-F_۴\sin\alpha=۶۰-۹۰\times\dfrac{۶}{۱۰}=۶N\end{cases}$$

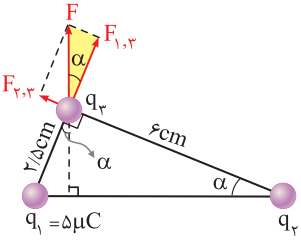
$$\Rightarrow$$ 

$R=\sqrt{(۳\times۶)^۲+(۶)^۲}=۶\sqrt{۱۰}N$

از طرفی بردار نیروی وارد بر $q_۲$، با توجه به شکل فوق برابر $-۱۸\vec{i}-۶\vec{j}$ می‌باشد.

۹۹ | ۳ برای حل این‌گونه از سؤالات، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: نیروهای واردشده به $q_۳$ را به صورت مقابل رسم می‌کنیم:



گام دوم: تانژانت زاویهٔ α را به‌دست می‌آوریم و سپس به کمک تانژانت زاویهٔ α، نسبت $\dfrac{F_{۲,۳}}{F_{۱,۳}}$ را به دست می‌آوریم:

$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{۲/۵}{۶}=\frac{۵}{۱۲}$$

$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}\Rightarrow\frac{۵}{۱۲}=\frac{F_{۲,۳}}{F_{۱,۳}}$$: در مثلث هاشور زده‌شده

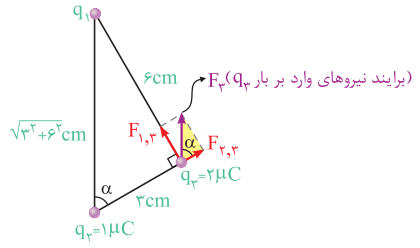
gajmarket.com

گام سوم: به کمک قانون کولن و نوشتن یک تناسب ساده، مقدار $q_۲$ را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{F_{۲,۳}}{F_{۱,۳}}=\frac{q_۲q_۳}{q_۱q_۳}\times\left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۵}{۱۲}=\frac{q_۲}{۵}\times\left(\frac{۲/۵}{۶}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۵}{۱۲}=\frac{q_۲}{۵}\times\frac{۲۵}{۱۴۴} \Rightarrow q_۲=۱۲\mu C$$

۱۰۰ ۴ ابتدا نیرویی که بار $q_۲$ به $q_۳$ وارد می‌کند را به دست می‌آوریم:



$$F_{۲,۳}=\frac{kq_۲q_۳}{r^۲}=\frac{۹\times۱۰^۹\times۲\times۱\times۱۰^{-۱۲}}{(۳\times۱۰^{-۲})^۲}=۲۰N$$

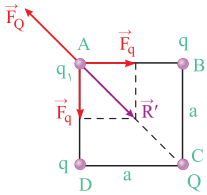
رابطهٔ (۱) $\cos\alpha=\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}=\frac{F_{۲,۳}}{F_۳}=\frac{۲۰}{F_۳}$: مثلث هاشور خورده

حال با توجه به شکل فوق می‌توان نوشت:

$$\cos\alpha=\frac{۳}{\sqrt{۳^۲+۶^۲}}=\frac{۳}{۳\sqrt{۵}}=\frac{۱}{\sqrt{۵}}$$:مثلث بزرگ سمت چپ

$$\xrightarrow[\text{رابطهٔ(۱)}]{\text{پاسخ نهایی}} \frac{۱}{\sqrt{۵}}=\frac{۲۰}{F_۳} \rightarrow F_۳=۲۰\sqrt{۵}N$$

۱۰۱ ۴ ابتدا فرض می‌کنیم که علامت بار Q و $q_۱$ مثبت باشد. در شکل زیر بار الکتریکی Q، بار $q_۱$ را با نیروی $\vec{F}_Q$ دفع می‌کند. اگر بار $q_۱$ توسط بارهای q نیز دفع شود، در این صورت امکان ندارد که برایند نیروهای وارد بر این بار صفر شود(چرا؟)، بنابراین بار $q_۱$ توسط بارهای q جذب می‌شود. به بیان دیگر بارهای Q و q مختلف‌العلامت هستند و برایند دو نیروی $\vec{F}_q$ (یعنی $\vec{R}'$)، $\vec{F}_Q$ را خنثی می‌کند.



$$|\vec{R}'|\text{ و }|\vec{F}_q|\text{ محاسبهٔ:}\begin{cases}\text{قانون کولن: } F=\dfrac{kq_۱q_۲}{r^۲}\\ \Rightarrow F_q=\dfrac{kqq_۱}{a^۲}\\ \text{برایند نیروهای } q: R'=\sqrt{F_q^۲+F_q^۲}=\sqrt{۲}F_q\\ \Rightarrow R'=\dfrac{\sqrt{۲}kqq_۱}{a^۲}\end{cases}$$

$$F_Q\text{ محاسبهٔ:}\begin{cases}\text{ضلع مربع}\times\sqrt{۲}=\text{قطر مربع}\Rightarrow r=\sqrt{۲}a\\ \text{قانون کولن: } F=\dfrac{kq_۱q_۲}{r^۲}\Rightarrow F_Q=\dfrac{kQq_۱}{۲a^۲}\end{cases}$$

$$\text{بررسی تعادل بار واقع در A} \Rightarrow F_Q=R' \Rightarrow \frac{kQq_۱}{۲a^۲}=\frac{\sqrt{۲}kqq_۱}{a^۲}$$

$$\Rightarrow \left|\frac{Q}{q}\right|=۲\sqrt{۲} \Rightarrow \frac{Q}{q}=-۲\sqrt{۲}$$ (بارهای Q و q ناهم‌نام هستند.)

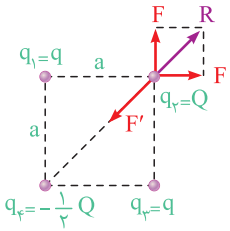
دقت

نیروی $\vec{F}_Q$ در راستای قطر مربع است. از طرفی به‌دلیل هم‌اندازه بودن نیروهای $\vec{F}_q$، نیروی $\vec{R}'$ نیز در راستای قطر مربع می‌باشد. بنابراین نیروهای $\vec{R}'$ و $\vec{F}_Q$ در راستای یک‌دیگر می‌باشند.

حال اگر علامت بار Q را منفی فرض کنیم، علامت بار q باید مثبت باشد، بنابراین هریک از گزینه‌های (۱) و (۲) می‌تواند صحیح باشد. در هر دو حالت اندازهٔ بار Q باید $۲\sqrt{۲}$ برابر اندازهٔ بار q باشد $\left(\frac{Q}{q}=-۲\sqrt{۲}\right)$.

همان‌طور که مشاهده کردیم، اندازهٔ بار $q_۱$ در تعادل آن نقشی ندارد، بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.

۱۰۲ ۲ ابتدا دقت شود که بارهای $q_۲$ و $q_۴$ مختلف‌العلامت هستند و یک‌دیگر را جذب می‌کنند. با توجه به این موضوع بارهای $q_۲=Q$ و $q_۱=q$ باید حتماً هم‌علامت باشند تا یک‌دیگر را دفع کنند و در نهایت برایند نیروی حاصل از $q_۱$ و $q_۲$ یعنی R نیروی F' را خنثی کند و $q_۲$ متعادل شود. در ادامه به صورت زیر عمل می‌کنیم:

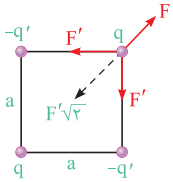


$$R=\sqrt{F^۲+F^۲}=F\sqrt{۲}$$

$$F_{T_۲}=۰\Rightarrow F'=R\Rightarrow \frac{k\times|Q|\times\left|-\frac{۱}{۲}Q\right|}{(a\sqrt{۲})^۲}=\frac{k|q||Q|}{a^۲}\times\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{|Q|}{|q|}=۴\sqrt{۲}\Rightarrow \frac{Q}{q}=۴\sqrt{۲}$$

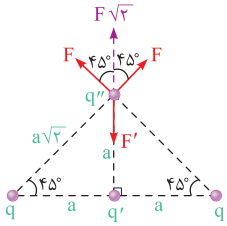
۱۰۳ ۳ با قرینه کردن بارهای q'، بار q در حال تعادل قرار می‌گیرد، بنابراین مطابق شکل، برایند بردار F و دو بردار F' باید برابر صفر شود. توجه کنید که با توجه به شکل و پاسخ دو تست قبل، دو بار q'- و q ناهم‌نام هستند و در نتیجه q' و q هم‌نام هستند.



$$\begin{cases}F=k\dfrac{q^۲}{(a\sqrt{۲})^۲}=k\dfrac{q^۲}{۲a^۲}\\ F'=k\dfrac{|q'||q|}{a^۲}\end{cases}\xrightarrow{F'\sqrt{۲}=F}\sqrt{۲}k\frac{|q'||q|}{a^۲}=k\frac{q^۲}{۲a^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{|q'|}{|q|}=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}\xrightarrow{\text{هم‌نام}}\frac{q'}{q}=\frac{۱}{۲\sqrt{۲}}=\frac{\sqrt{۲}}{۴}$$

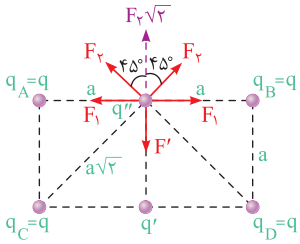
۱۰۴ ۲ به بار q'' در نقطهٔ A، از طرف هر یک از بارهای q و بار q' نیرو وارد می‌شود که طبق صورت سؤال، برایند این نیروها برابر صفر است، بنابراین با توجه به شکل، برایند دو بردار F که با هم زاویهٔ ۹۰° می‌سازند، باید با F' برابر و در خلاف جهت آن باشد. توجه کنید که چون q، بار q'' را دفع کرده ولی q'، بار q'' را جذب کرده، بنابراین بارهای q و q' مختلف‌العلامت هستند.



$$\begin{cases}F=k\dfrac{|q||q''|}{(a\sqrt{۲})^۲}=k\dfrac{|q||q''|}{۲a^۲}\\ F'=k\dfrac{|q'||q''|}{a^۲}\end{cases}\xrightarrow{F'=F\sqrt{۲}}k\frac{|q'||q''|}{a^۲}=\sqrt{۲}k\frac{|q||q''|}{۲a^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{|q'|}{|q|}=\frac{\sqrt{۲}}{۲}\xrightarrow{\text{ناهم‌نام بار}}\frac{q'}{q}=-\frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۱۰۵ **۴** به بار q'' از طرف ۴ بار q و بار q' نیرو وارد می‌شود، به گونه‌ای که طبق صورت سؤال، برایند این نیروها برابر صفر است. مطابق شکل، نیرویی که دو بار q_A و q_B بر بار q'' وارد می‌کنند را F_1 و نیرویی که دو بار q_C و q_D بر بار q'' وارد می‌کنند را F_2 می‌نامیم و هم‌چنین نیروی q' بر q'' را هم F' نام‌گذاری می‌کنیم.



واضح است که دو نیروی F_1 هم‌دیگر را خنثی می‌کنند، بنابراین برای آن‌که q'' در حال تعادل باشد، کافی است برایند دو بردار F_2 که با هم زاویهٔ $90°$ می‌سازند (یعنی $F_2\sqrt{2}$)، برابر F' و در خلاف جهت آن باشد تا آن را خنثی نماید.

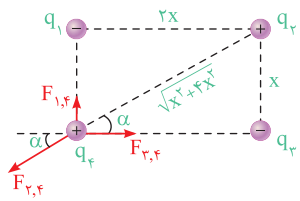
$$\begin{cases} F_2 = k\dfrac{|q||q''|}{(a\sqrt{2})^2} = k\dfrac{|q||q''|}{2a^2} \\ F' = k\dfrac{|q'||q''|}{a^2} \end{cases}$$

$$F_2\sqrt{2} = F' \longrightarrow \sqrt{2}k\frac{|q||q''|}{2a^2} = k\frac{|q'||q''|}{a^2} \rightarrow \frac{|q'|}{|q|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

مطابق شکل، q' بار q'' را جذب کرده ولی q، بار q'' را دفع کرده است، بنابراین q و q' ناهم‌نام هستند، پس داریم:

$$\frac{|q'|}{|q|} = \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\text{ناهم‌نام}} \frac{q'}{q} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

۱۰۶ **۱** اگر بارهای q_2 و q_4 را مثبت فرض کنیم، نیروی بین آن‌ها به شکل نشان داده شده است. در ادامه برای صفر شدن برایند نیروهای وارد بر q_4، q_1 و q_3 باید با q_4 مختلف‌العلامت باشند تا در نهایت برایند نیروها صفر شود.



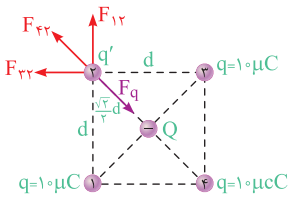
شرط تعادل : $\sum F_y = 0 \Rightarrow F_{1,4} = F_{2,4}\sin\alpha$

$$\sin\alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{x}{\sqrt{x^2+4x^2}}$$

$$\frac{k|q_1||q_4|}{x^2} = \frac{k|q_2||q_4|}{(\sqrt{x^2+4x^2})^2} \times \frac{x}{\sqrt{x^2+4x^2}} \Rightarrow \left|\frac{q_2}{q_1}\right| = 5\sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \frac{q_2}{q_1} = -5\sqrt{5}$$

۱۰۷ **۴** ذرهٔ q تحت اثر نیروی بارهای $10\mu C$ متعادل است و کافیست تعادل یکی از بارهای $10\mu C$ را بررسی کنیم. برای این منظور، علامت بار q باید منفی باشد تا نیروهای نشان داده شده در نهایت یک‌دیگر را خنثی کنند (بار $10\mu C$ را q' فرض کرده‌ایم):



$$\begin{cases} F_{12} = F_{32} = \dfrac{kq'\times q'}{d^2} = F \\ F_{42} = \dfrac{kq'\times q'}{(\sqrt{2}d)^2} = \dfrac{F}{2} \end{cases}$$

برایند F_{12} و F_{32} : $R = \sqrt{F_{12}^2+F_{32}^2} + F_{42} = F\sqrt{2} + \dfrac{F}{2}$

$$= F\left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right) = \frac{kq'\times q'}{d^2}\left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right)$$

حال این برایند را نیروی F_q باید خنثی کند و داریم:

$$F_q = R \Rightarrow \frac{kq\times q'}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}d\right)^2} = \frac{kq'\times q'}{d^2}\times\left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right)$$

$$F\left(\sqrt{2}+\frac{1}{2}\right)$$

مقدار تقریبی $\sqrt{2}$

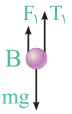
$$|q| = q'\left(\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{4}\right) \simeq 10\left(\frac{1.4}{2}+\frac{1}{4}\right) = 9/5\mu C \Rightarrow q = -9/5\mu C$$

۱۰۸ **۱** این سؤال را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: ابتدا نیروی الکتریکی بین دو گلوله را به‌دست می‌آوریم:

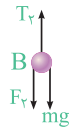
$$F = k\frac{q_A q_B}{r^2} = \frac{9\times10^9\times10^{-6}\times0/5\times10^{-6}}{9\times10^{-4}} = 5N$$

چون بار گلوله‌های A و B مثبت است، نیروی الکتریکی وارد بر گلولهٔ B به‌سمت بالا می‌باشد (دافعه)، اما وزن آن (mg) همیشه رو به پایین است.



$$F_1 + T_1 = mg \Rightarrow 5 + T_1 = 2\times10 \Rightarrow T_1 = 15N$$

حالت دوم: در این حالت با منفی شدن بار گلولهٔ A، گلوله‌های A و B یک‌دیگر را جذب کرده و در نتیجه نیروی الکتریکی وارد بر بار B به سمت پایین می‌شود ولی با توجه به ثابت بودن اندازهٔ بارها و فاصلهٔ بین آن‌ها اندازهٔ این نیروی الکتریکی تغییری نمی‌کند.



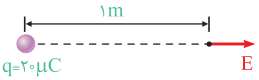
$$T_2 = F_2 + mg \Rightarrow T_2 = 5 + (2\times10) \Rightarrow T_2 = 25N \Rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$$

۱۰۹ **۴** برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات ۷ توجه کنید.

مطابق رابطهٔ $E = \dfrac{kq}{r^2}$ می‌توان نوشت:

$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E \propto q \Rightarrow \text{میدان الکتریکی با اندازهٔ بار الکتریکی نقطه‌ای رابطهٔ مستقیم دارد.} \\ E \propto \dfrac{1}{r^2} \Rightarrow \text{میدان الکتریکی با مجذور فاصله از بار الکتریکی رابطهٔ معکوس دارد.} \end{cases}$$

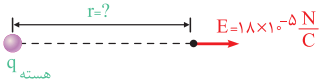
۱۱۰ **۴** میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای q در فاصلهٔ r از آن برابر است با:



$$r = 1m\ ,\ q = 20\mu C = 2\times10^{-5}\,C$$

$$\Rightarrow E = \frac{kq}{r^2} = \frac{9\times10^9\times2\times10^{-5}}{(1)^2} = 1/8\times10^5\,N/C$$

۱۱۱ **۳** بار هستهٔ هلیم برابر بار الکتریکی دو پروتون است.



$$q_{\text{هسته}} = 2q_p = 2\times1/6\times10^{-19}C = 3/2\times10^{-19}C$$

با توجه به رابطهٔ $E = \dfrac{kq}{r^2}$ می‌توان نوشت:

$$E = 0/18mN/C = 18\times10^{-5}\,N/C$$

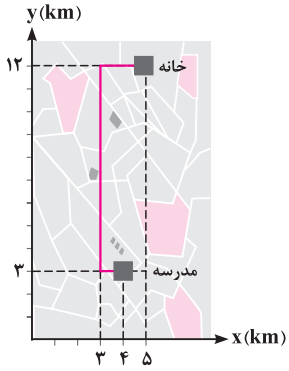
$$E = \frac{kq}{r^2} \Rightarrow 18\times10^{-5} = \frac{9\times10^9\times3/2\times10^{-19}}{r^2} \Rightarrow r^2 = 16\times10^{-6}$$

$$\Rightarrow r = 4\times10^{-3}\,m = 4mm$$

بررسی مفاهیم اولیهٔ حرکت یک متحرک

سلام به همگی. امیدواریم حالتون خوب باشه. می‌خوایم با هم کتاب فیزیک دوازدهم IQ رو شروع کنیم. امیدواریم تا انتهای کار، کلی بهتون خوش بگذره. تو شروع این فصل، اول بریم یه کمی با مفاهیم پایه‌ای جابه‌جایی، مسافت طی‌شده، سرعت متوسط و تندی متوسط دست و پنجه نرم کنیم و کلی سؤال باحال ببینیم ...

۱- مطابق شکل، دانش‌آموزی از مسیر مشخص‌شده از خانه شروع به حرکت کرده و به مدرسه می‌رود. با توجه به محورهای مختصات رسم‌شده، کدام عبارت نادرست است؟



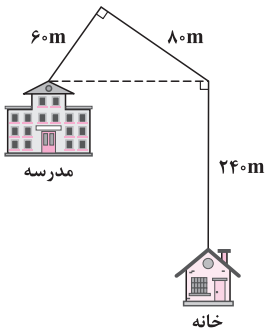
۱) اندازهٔ بردار مکان اولیهٔ دانش‌آموز برابر ۱۳km است.

۲) اندازهٔ بردار مکان مدرسه برابر ۵km است.

۳) مسافت طی‌شده توسط دانش‌آموز برابر ۱۰km است.

۴) اندازهٔ بردار جابه‌جایی این دانش‌آموز، کم‌تر از مسافت طی‌شده توسط او است.

۲- دانش‌آموزی مطابق مسیر نشان‌داده‌شده، از مدرسه به خانه بازمی‌گردد. مسافت طی‌شده توسط این دانش‌آموز، چند متر بیشتر از اندازهٔ جابه‌جایی آن است؟



۱) ۸۰

۲) ۱۲۰

۳) ۴۰

۴) ۱۶۰

۳- دو متحرک A و B، در مدت‌زمان یکسان، در صفحهٔ مختصات از دو مسیر متفاوت از محل (۱) به محل (۲) می‌روند. چه تعداد از کمیت‌های زیر، برای این دو متحرک در این بازهٔ زمانی الزاماً یکسان است؟

الف) مسافت طی‌شده　　ب) جابه‌جایی　　ج) تندی متوسط　　د) سرعت متوسط

۱) ۲　　۲) ۳　　۳) ۴　　۴) صفر

۴- متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و در مبدأ زمان از مکان $x_0 = -40m$ می‌گذرد و در لحظهٔ $t_1 = 6s$ به مکان $x_1 = 100m$ می‌رسد و در نهایت در لحظهٔ $t_2 = 10s$ از مکان $x_2 = 20m$ می‌گذرد. اندازهٔ سرعت متوسط این متحرک در این ۱۰ ثانیه، در SI کدام است؟ *(تجربی داخل ۹۸)*

۱) ۲۲　　۲) ۱۴　　۳) ۶　　۴) ۲

۵- متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است و بردار سرعت متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_1 = 0\ s$ تا $t_2 = 10s$ در SI برابر $-4\vec{i}$ و در بازهٔ زمانی $t_1 = 0\ s$ تا $t_3 = 15\ s$ برابر $\frac{4}{3}\vec{i}$ است. بردار سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_2 = 10s$ تا $t_3 = 15\ s$، در SI کدام است؟

۱) $4\vec{i}$　　۲) $8\vec{i}$　　۳) $12\vec{i}$　　۴) $\frac{8}{3}\vec{i}$

۶- مطابق شکل، دو متحرک A و B به طور هم‌زمان از نقاط نشان‌داده‌شده به‌سمت یکدیگر شروع به حرکت می‌کنند و در مبدأ مکان به یکدیگر می‌رسند. از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظه‌ای که دو متحرک به یک‌دیگر می‌رسند، سرعت متوسط متحرک A، چند برابر سرعت متوسط متحرک B است؟

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $-\frac{۱}{۲}$ ۴) -۲

۷- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x = ۱ + ۲\cos\left(\frac{\pi t}{۲}\right)$ می‌باشد. مکان اولیهٔ متحرک و اندازهٔ سرعت متوسط آن در دو ثانیهٔ اول حرکت، به‌ترتیب از راست به چپ در SI کدام است؟

۱) ۲ ،۱ ۲) ۲ ،۳ ۳) ۱ ،۱ ۴) ۱ ،۳

۸- معادلهٔ حرکت جسمی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x = \frac{۱}{۳}t^۳ - ۲t^۲ + ۳t$ است. در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۴s$، سرعت متوسط متحرک: (ریاضی خارج ۹۷، با تغییر)

۱) صفر است. ۲) در جهت محور x است.

۳) در خلاف جهت محور x است. ۴) از بیشترین اندازهٔ سرعت متحرک، بزرگ‌تر است.

۹- ذره‌ای بر روی محور x در حال حرکت است و اطلاعات زیر در رابطه با حرکت آن ثبت شده است. بردار سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۶s$ به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (تمامی اطلاعات داده‌شده، در SI هستند.)

بردار مکان در $t_۱ = ۱s$	بردار مکان در $t_۲ = ۳s$	بردار جابه‌جایی در سه ثانیهٔ دوم	تنها لحظهٔ تغییر جهت
$\vec{d}_۱ = ۵\vec{i}$	$\vec{d}_۲ = -۸\vec{i}$	$\vec{d} = ۳\vec{i}$	$t = ۳s$

۱) $-۲\vec{i}$ و ۵ ۲) $-۰/۴\vec{i}$ و ۵ ۳) $-۲\vec{i}$ و ۳/۲ ۴) $-۰/۴\vec{i}$ و ۳/۲

۱۰- متحرکی بر روی محور x، مطابق اطلاعات جدول زیر از نقطهٔ A تا نقطهٔ B جابه‌جا می‌شود. اگر متحرک در حین این جابه‌جایی، تنها یک بار تغییر جهت داده باشد، بردار مکان متحرک در لحظهٔ تغییر جهت کدام است؟ (تمامی اطلاعات داده‌شده، در SI هستند.)

بردار مکان در نقطهٔ A	بردار مکان در نقطهٔ B	سرعت متوسط	تندی متوسط
$۲\vec{i}$	$-۴\vec{i}$	$-۳\vec{i}$	۷

۱) $۶\vec{i}$ ۲) $-۸\vec{i}$

۳) $۴\vec{i}$ ۴) گزینه‌های (۱) و (۲) می‌توانند درست باشند.

۱۱- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور y حرکت می‌کند، در SI به صورت $y = t^۲ - ۶t + ۸$ است. اندازهٔ سرعت متوسط متحرک از لحظهٔ $t = ۰$، تا لحظه‌ای که متحرک در قسمت منفی محور مکان، بیشترین فاصله را تا مبدأ دارد، چند واحد SI است؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) $\frac{۵}{۳}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۱۲- معادلهٔ مکان ـ زمان چهار متحرک در SI به‌صورت زیر است. اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط کدام متحرک‌ها، در تمام بازه‌های زمانی دلخواه پس از $t = ۰$، در طول حرکتشان یکسان است؟

متحرک A	متحرک B	متحرک C	متحرک D
$x_A = ۲t - ۴$	$x_B = t^۲ - ۲t + ۱$	$x_C = t^۲ + ۴t - ۲$	$x_D = -t^۲ + ۳t - ۲$

۱) B ,A ۲) C ,A ۳) D ,C ۴) B ,D

۱۳- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، در SI به صورت $x = (t - \alpha)^۲$ می‌باشد. اگر در ۴ ثانیهٔ اول حرکت، اندازهٔ سرعت متوسط متحرک صفر شود، تندی متوسط متحرک در ۴ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

۱۴- دو متحرک A و B به‌طور همزمان بر روی محور y شروع به حرکت می‌کنند. اگر معادلهٔ مکان ـ زمان این دو متحرک در SI به صورت $y_A = ۲۰t - ۳۶$ و $y_B = t^۲$ باشد، در بازهٔ زمانی که این دو متحرک دو بار از کنار یکدیگر می‌گذرند، سرعت متوسط هر یک از آن‌ها در SI کدام است؟

۱) $۲۰\vec{j}$ ۲) $-۲۰\vec{j}$ ۳) $۱۶\vec{j}$ ۴) $-۱۶\vec{j}$

۱۵- شناگری طول استخری را با تندی متوسط s_1 رفته و با تندی متوسط s_2 باز می‌گردد. تندی متوسط این شناگر در کل مدت رفت و برگشت کدام است؟

۱) $\frac{s_1+s_2}{2}$ ۲) $\frac{2s_1s_2}{s_1+s_2}$ ۳) $\frac{2s_1s_2}{|s_1-s_2|}$ ۴) $\frac{|s_2-s_1|}{2}$

۱۶- در یک پیست مسابقهٔ اتومبیل‌رانی، اتومبیلی دور اول را با تندی متوسط $40\,m/s$ طی می‌کند. راننده دور دوم مسابقه را با تندی ثابت چند متر بر ثانیه طی کند تا تندی متوسط حرکت آن در دو دور اول مسابقه، برابر $60\,m/s$ شود؟

۱) ۸۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۶۰ ۴) ۱۰۰

تا اینجای کار، معادلهٔ مکان ـ زمان یه متحرک رو بررسی کردیم. حالا می‌خوایم با همدیگه بریم سراغ معادلهٔ سرعت ـ زمان برای یه متحرک. همچنین با همدیگه یه سری هم به شتاب متوسط می‌زنیم...

۱۷- معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، در SI به‌صورت $v=-t^2+4t-3$ می‌باشد. چه تعداد از گزاره‌های زیر در مورد این متحرک درست است؟

الف) این متحرک در لحظهٔ $t=2s$ تغییر جهت می‌دهد.

ب) تندی حرکت این متحرک، دو بار صفر می‌شود، اما متحرک تنها یک بار تغییر جهت می‌دهد.

ج) فاصلهٔ زمانی بین دو تغییر جهت حرکت، برابر دو ثانیه است.

د) بیشترین تندی حرکت این متحرک هنگامی که در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند، برابر $1\,m/s$ است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۸- معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی در SI به صورت $v=2\cos(\pi t+\frac{\pi}{6})+4$ است. اندازهٔ شتاب متوسط این متحرک در دو ثانیهٔ دوم حرکت چند واحد SI است؟

۱) صفر ۲) $2\sqrt{3}$ ۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

۱۹- متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_1=0s$ تا $t_2=10s$ در SI برابر $-2\vec{i}$ و در بازهٔ زمانی $t_1=0s$ تا $t_3=15s$ برابر $\frac{2}{3}\vec{i}$ است. بردار شتاب آن در بازهٔ زمانی $t_2=10s$ تا $t_3=15s$، در SI کدام است؟ (تجربی خارج ۱۴۰۰)

۱) $2\vec{i}$ ۲) $4\vec{i}$ ۳) $6\vec{i}$ ۴) $\frac{4}{3}\vec{i}$

۲۰- متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_1=5s$ تا $t_2=10s$ در SI برابر $-4\vec{i}$ و در بازهٔ زمانی $t_2=10s$ تا $t_3=12s$ برابر $2\vec{i}$ است. بردار شتاب متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_1=5s$ تا $t_3=12s$، در SI کدام است؟ (تجربی داخل ۱۴۰۰)

۱) $-\frac{2}{7}\vec{i}$ ۲) $-\frac{16}{7}\vec{i}$ ۳) $4\vec{i}$ ۴) $8\vec{i}$

۲۱- معادلهٔ سرعت ـ زمان ذره‌ای که بر روی محور x در حال حرکت است، در SI به صورت $v=t^2-b$ می‌باشد. از لحظهٔ $t=0$ تا لحظهٔ تغییر جهت حرکت این ذره، اندازهٔ شتاب متوسط حرکت آن برابر $2\,m/s^2$ است. b چند واحد SI می‌باشد؟

۱) ۲ ۲) $\sqrt{2}$ ۳) ۴ ۴) $2\sqrt{2}$

۲۲- معادلهٔ سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور y حرکت می‌کند، در SI به صورت $v=t^2-2t+5$ است. اندازهٔ شتاب متوسط حرکت جسم از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظه‌ای که متحرک کم‌ترین تندی را دارد، چند واحد SI است؟

۱) ۱ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۸

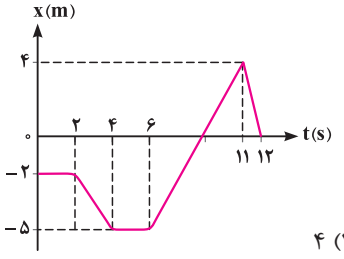
۲۳- متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است. اگر معادلهٔ مکان ـ زمان و سرعت ـ مکان این متحرک در SI به صورت $x=(t+1)^2$ و $v=2\sqrt{x}$ باشد، اندازهٔ شتاب متوسط این متحرک در دو ثانیهٔ دوم حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) $2\sqrt{2}$

بررسی مفاهیم اولیهٔ حرکت متحرک با کمک نمودارها

حالا که مفاهیم رو با هم یادگرفتیم بریم سراغ نمودارها. اول بریم سراغ سؤالای نمودار مکان ـ زمان و ببینیم از روی اون، چه تیپ سؤالایی میشه طرح کرد ...

۲۴- نمودار مکان ـ زمان ذره‌ای که بر روی محور x در حال حرکت است، به صورت زیر می‌باشد. چه تعداد از گزاره‌های زیر، در مورد این حرکت درست است؟



الف) بیشترین فاصلهٔ ذره تا مبدأ مکان برابر $4m$ است.

ب) ذره ۲ ثانیه توقف داشته است.

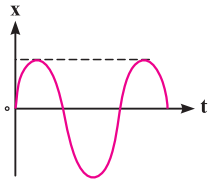
ج) مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا $12s$ برابر $13m$ است.

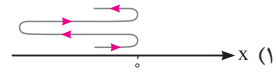
د) فاصلهٔ ذره تا مبدأ مکان، چهار مرتبه برابر $3m$ می‌شود.

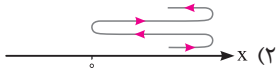
ه) اندازهٔ جابه‌جایی در بازهٔ زمانی $6s$ تا $11s$، برابر مسافت طی‌شده توسط متحرک در این بازهٔ زمانی نمی‌باشد.

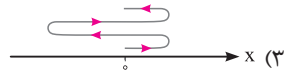
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

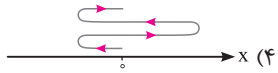
۲۵- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، به صورت زیر است. مسیر حرکت این متحرک، در کدام گزینه درست رسم شده است؟



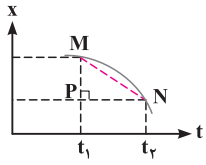
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۲۶- نمودار مکان ـ زمان خودرویی که بر روی محور x در حال حرکت است، به صورت زیر می‌باشد. کدام گزینه در مورد مسافت طی شده و جابه‌جایی این خودرو بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 درست است؟



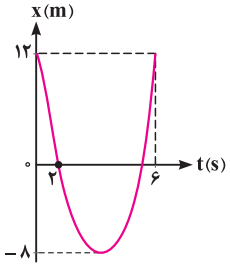
۱) اندازهٔ جابه‌جایی این خودرو، برابر طول پاره‌خط MN است.

۲) مسافت طی شده توسط این خودرو، بزرگ‌تر از طول پاره‌خط MN است.

۳) مسافت طی شده توسط این خودرو، برابر طول پاره‌خط MP است.

۴) اندازهٔ جابه‌جایی این خودرو، بزرگ‌تر از طول پاره‌خط MP است.

۲۷- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. سرعت متوسط و تندی متوسط این متحرک از لحظهٔ $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 6s$ به ترتیب از راست به چپ چند متر بر ثانیه است؟



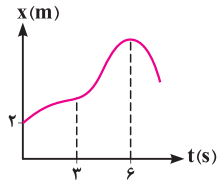
۱) ۳، ۷

۲) ۲، ۷

۳) ۶، ۶

۴) ۲، ۳

۲۸- نمودار مکان ـ زمان ذره‌ای که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر تندی متوسط ذره در سه ثانیهٔ اول، برابر $2\,m/s$ و اندازهٔ سرعت متوسط ذره در سه ثانیهٔ دوم، برابر $4\,m/s$ باشد، ذره در فاصلهٔ چند متری از مبدأ تغییر جهت می‌دهد؟



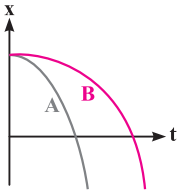
۱) ۲۲

۲) ۲۰

۳) ۱۸

۴) ۱۶

۲۹- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B بر روی محور x مطابق شکل است. کدام گزینه در مقایسهٔ مسافت طی شده (l) و تندی متوسط (s_{av}) آن‌ها از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ عبور هر یک از آن‌ها از مبدأ مکان صحیح است؟



۱) $s_{av_A} > s_{av_B}$ ، $l_A < l_B$

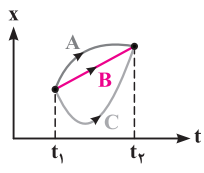
۲) $s_{av_A} = s_{av_B}$ ، $l_A < l_B$

۳) $s_{av_A} > s_{av_B}$ ، $l_A = l_B$

۴) $s_{av_A} = s_{av_B}$ ، $l_A = l_B$

دوتا تست بعدی، عجب سؤالای شیکی هستن، خوب روشون فکر کنید...

۳۰- نمودار مکان ـ زمان سه متحرک A، B و C بر روی محور x، مطابق شکل است. در کدام گزینه تندی متوسط و سرعت متوسط این سه متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 درست مقایسه شده است؟



۱) $s_{av_A} = s_{av_B} < s_{av_C}$ و $v_{av_A} = v_{av_B} = v_{av_C}$

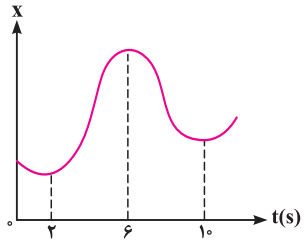
۲) $s_{av_B} < s_{av_A} < s_{av_C}$ و $v_{av_A} = v_{av_B} = v_{av_C}$

۳) $s_{av_A} = s_{av_B} < s_{av_C}$ و $v_{av_A} > v_{av_B} > v_{av_C}$

۴) $s_{av_B} < s_{av_A} < s_{av_C}$ و $v_{av_A} > v_{av_B} > v_{av_C}$

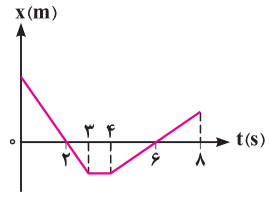
gajmarket.com

۳۱- نمودار مکان ـ زمان متحرکی مطابق شکل است. تندی متوسط در کدام‌یک از بازه‌های زمانی مشخص‌شده در گزینه‌ها بیشتر است؟ (تجربی داخل ۱۴۰۰)



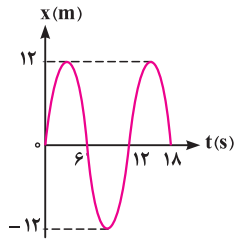
۱) صفر تا ۲s
۲) صفر تا ۶s
۳) ۲s تا ۱۰s
۴) ۶s تا ۱۰s

۳۲- نمودار مکان ـ زمان ذره‌ای که بر روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل است. اگر در بازهٔ زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 6s$، تندی متوسط متحرک $6 m/s$ باشد، سرعت متوسط متحرک در ۸ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟



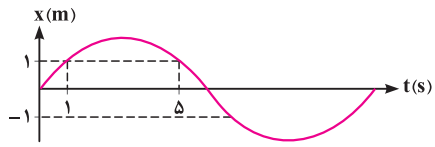
۱) $\frac{3}{2}$
۲) $-\frac{3}{2}$
۳) $\frac{2}{3}$
۴) $-\frac{2}{3}$

۳۳- نمودار مکان ـ زمان ذره‌ای که روی محور x در حال حرکت است، به صورت زیر می‌باشد. سرعت متوسط متحرک از شروع حرکت تا لحظهٔ t برای اولین‌بار صفر می‌شود. تندی متوسط متحرک در طی این بازهٔ زمانی چند واحد SI است؟



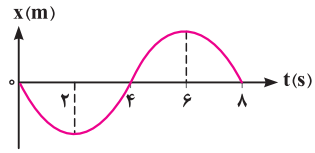
۱) صفر
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۱۲

۳۴- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل به صورت سینوسی است. اگر بیشترین و کم‌ترین اندازهٔ سرعت متوسط ممکن برای جابه‌جایی این متحرک بین دو نقطهٔ $x_1 = 1m$ و $x_2 = -1m$ در ۱۲ ثانیهٔ اول حرکتش، به ترتیب برابر v_{av_1} و v_{av_2} باشد، $\frac{v_{av_1}}{v_{av_2}}$ کدام است؟



۱) ۵
۲) $\frac{11}{4}$
۳) $\frac{5}{2}$
۴) $\frac{5}{4}$

۳۵- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. در کدام بازهٔ زمانی، جهت بردار مکان متحرک ابتدا در خلاف جهت محور x و سپس در جهت محور x است؟

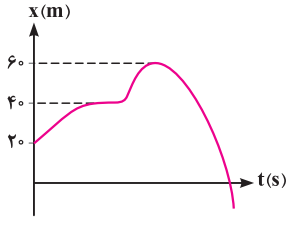


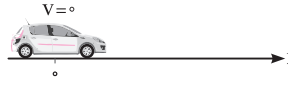
۱) صفر تا ۴s
۲) ۲s تا ۸s
۳) ۴s تا ۸s
۴) ۲s تا ۴s

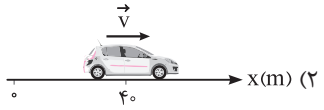
۳۶- در سؤال قبل، در کدام بازهٔ زمانی متحرک ابتدا در خلاف جهت محور x و سپس در جهت محور x حرکت کرده است؟

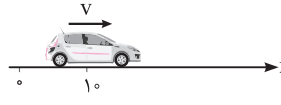
۱) صفر تا ۴s
۲) ۲s تا ۸s
۳) ۴s تا ۸s
۴) ۲s تا ۴s

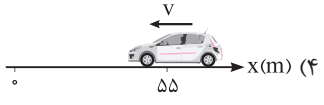
۳۷- نمودار مکان ـ زمان اتومبیلی که بر روی محور x در حال حرکت است، به صورت زیر است. در کدام گزینه، مکان و سرعت متحرک در موقعیت نشان‌داده‌شده، می‌تواند درست باشد؟



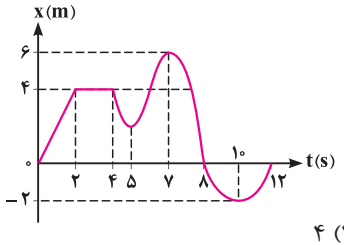
۱)


۲)


۳)


۴)


۳۸- نمودار مکان ـ زمان ذره‌ای که روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل می‌باشد. چه تعداد از گزاره‌های زیر، در مورد حرکت این ذره درست است؟



الف) مدت زمانی که ذره در جهت محور x حرکت می‌کند، برابر مدت زمانی است که ذره از مبدأ مکان دور می‌شود.

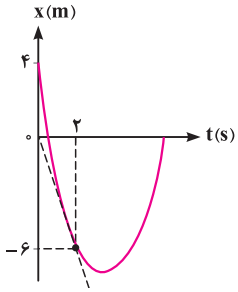
ب) مدت زمان نزدیک شدن ذره به مبدأ مکان، بیشتر از مدت زمانی است که سرعت ذره منفی است.

ج) تعداد دفعات تغییر جهت، بیشتر از تعداد دفعاتی است که متحرک در مبدأ مکان بوده است.

د) حداکثر طول بازهٔ زمانی که تندی متوسط با اندازهٔ سرعت متوسط برابر است، ۴s می‌باشد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۳۹- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اندازهٔ سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 2s$، چند برابر تندی متوسط در دو ثانیهٔ اول حرکت است؟



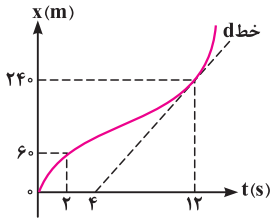
۱) ۱

۲) $\frac{۳}{۲}$

۳) ۳

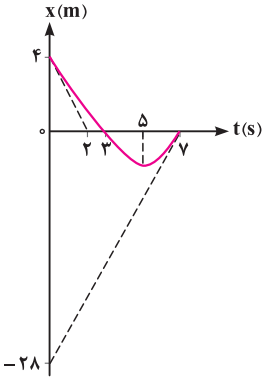
۴) $\frac{۳}{۵}$

۴۰- نمودار مکان ـ زمان متحرکی مطابق شکل است. اگر تندی در لحظهٔ $t = 12s$ برابر تندی متوسط در بازهٔ $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 14s$ باشد، سرعت متوسط در ۲ ثانیه اول، چند برابر سرعت متوسط در ۲ ثانیهٔ هفتم است؟ (خط d مماس بر نمودار در لحظهٔ $t = 12s$ است.) (تجربی خارج ۱۴۰۰)



۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۴۱- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل است. انرژی جنبشی متحرک در لحظه‌ای که برای دومین‌بار به مبدأ مکان می‌رسد، چند برابر انرژی جنبشی اولیهٔ آن است؟



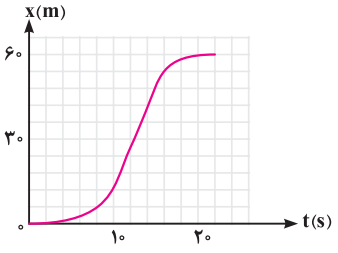
۱) ۸

۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$

۳) $\frac{۴۹}{۱۶}$

۴) ۴

۴۲- شکل مقابل، نمودار مکان ـ زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت کرده است. بیشینهٔ سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟ (تجربی خارج ۹۵)



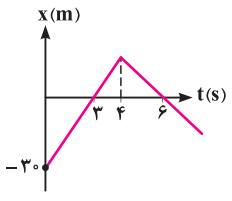
۱) ۳

۲) ۵

۳) ۷

۴) ۹

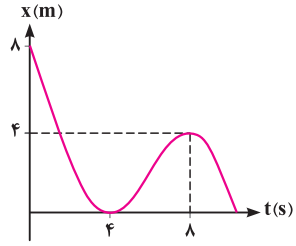
۴۳- نمودار مکان ـ زمان متحرکی بر روی مسیر مستقیم مطابق شکل است. اندازهٔ شتاب متوسط این متحرک در سه ثانیهٔ دوم حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) $\frac{۵}{۳}$ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۱۵

gajmarket.com

۴۴- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اندازهٔ شتاب متوسط متحرک بین دو لحظه‌ای که متحرک تغییر جهت می‌دهد، چند متر بر مجذور ثانیه است؟



۱) صفر

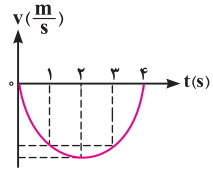
۲) ۲

۳) $\frac{۱}{۴}$

۴) $\frac{۱}{۲}$

تا الان رو نمودار مکان ـ زمان کار کردیم. حالا می‌خوایم بریم سراغ نمودار سرعت ـ زمان...

۴۵- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، به صورت زیر است. در کدام بازهٔ زمانی، اندازهٔ شتاب متوسط بیشتر از سایر بازه‌های زمانی است؟



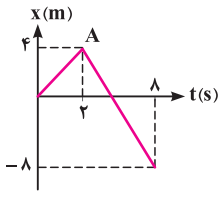
۱) ثانیهٔ اول

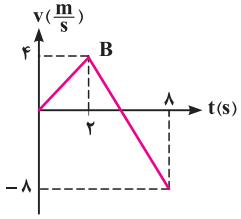
۲) دو ثانیهٔ اول

۳) ثانیهٔ سوم

۴) دو ثانیهٔ دوم

۴۶- نمودار مکان ـ زمان متحرک A و نمودار سرعت ـ زمان متحرک B بر روی مسیر مستقیم مطابق شکل است. متحرک‌های A و B به ترتیب از راست به چپ، ..... و ..... ثانیه در جهت مثبت محور x حرکت می‌کنند.





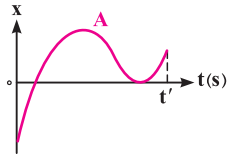
۱) ۲، ۴

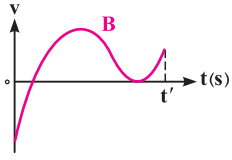
۲) ۲، ۲

۳) ۴، ۴

۴) ۴، ۲

۴۷- نمودار مکان ـ زمان متحرک A و نمودار سرعت ـ زمان متحرک B بر روی مسیر مستقیم مطابق شکل است. از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ t'، متحرک‌های A و B به ترتیب از راست به چپ، چند بار تغییر جهت می‌دهند؟





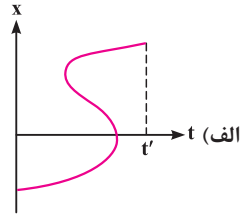
۱) ۱، ۲

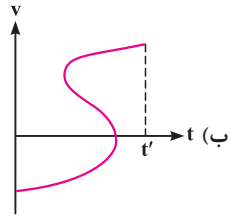
۲) ۲، ۱

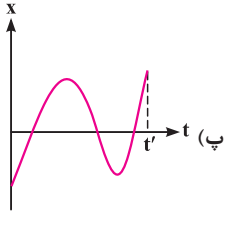
۳) ۲، ۲

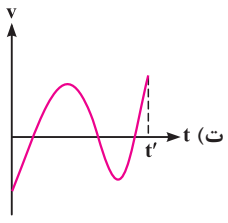
۴) ۱، ۱

۴۸- کدام نمودار، مربوط به متحرکی است که بر روی مسیر مستقیم، تا لحظهٔ t'، ۲ بار تغییر جهت می‌دهد؟









۱) فقط (ت)

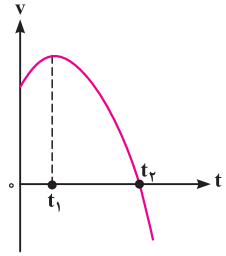
۲) فقط (پ)

۳) (الف) و (پ)

۴) (ب) و (ت)

۴۹- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل، قسمتی از یک سهمی است. کدام مورد درست است؟

(تجربی داخل ۱۴۰۰)



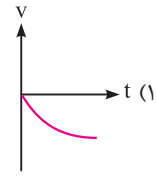
۱) در بازهٔ صفر تا t_1، تندی در حال کاهش است.

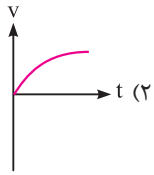
۲) بزرگی شتاب در لحظهٔ صفر و t_2 برابر است.

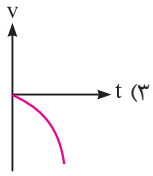
۳) در بازهٔ صفر تا t_2، شتاب خلاف جهت محور x است.

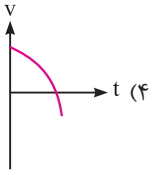
۴) بزرگی شتاب متوسط در بازهٔ t_1 تا t_2، بیشتر از بزرگی شتاب متوسط در بازهٔ صفر تا t_2 است.

۵۰- خودرویی در خلاف جهت محور x به گونه‌ای در حال حرکت است که در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی، اندازهٔ شتاب متوسط آن رو به کاهش می‌باشد. کدام گزینه می‌تواند نشان‌دهندهٔ نمودار سرعت ـ زمان برای این خودرو باشد؟

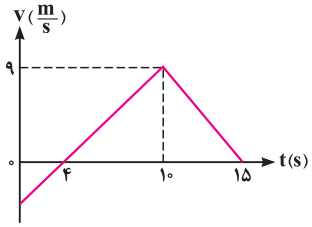
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۵۱- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اندازهٔ شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t = ۰$ تا $t = ۱۵s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟ (تجربی خارج ۹۳)



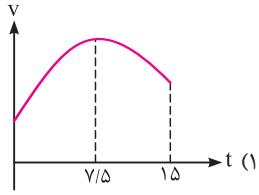
۱) ۰/۴

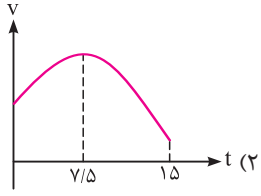
۲) ۰/۶

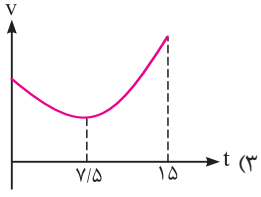
۳) ۰/۸

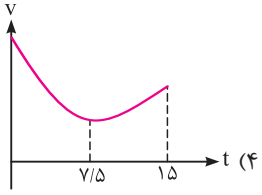
۴) ۱

۵۲- متحرکی بر روی محور x در حال حرکت است و شتاب متوسط متحرک در ۷/۵ ثانیهٔ اول حرکت $-۲\vec{i}$ و در ۱۵ ثانیهٔ اول حرکت $\frac{۲}{۳}\vec{i}$ است. کدام گزینه می‌تواند نشان‌دهندهٔ نمودار سرعت ـ زمان حرکت این متحرک باشد؟ (تمامی واحدها در SI می‌باشد.)

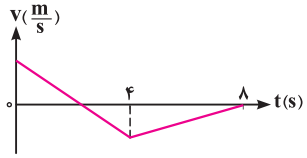
۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۵۳- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی خط راست در حال حرکت است، به صورت زیر می‌باشد. اگر شتاب متوسط این متحرک در چهار ثانیهٔ اول و دوم حرکتش، به ترتیب $-۲m/s^۲$ و $\frac{۱}{۲}m/s^۲$ باشد، اندازهٔ شتاب متوسط متحرک در ۸ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟



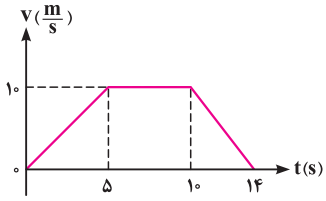
۱) $\frac{۱}{۲}$

۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $-\frac{۱}{۳}$

۴) $-\frac{۳}{۴}$

۵۴- متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و نمودار سرعت ـ زمان آن مطابق شکل است. اندازهٔ شتاب متوسط این متحرک در بازهٔ زمانی $t = ۲s$ تا $t = ۱۲s$، چند متر بر مربع ثانیه است؟ (تجربی داخل ۹۲)



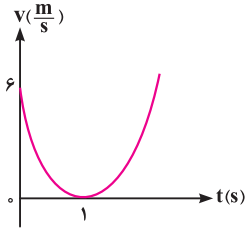
۱) $\frac{۵}{۱۰}$

۲) $\frac{۱}{۱۰}$

۳) $\frac{۷}{۱۰}$

۴) صفر

۵۵- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل به صورت سهمی است. در کدام‌یک از بازه‌های زیر، شتاب متوسط متحرک برابر صفر است؟ (تجربی خارج ۹۷، با تغییر)



۱) ثانیهٔ دوم حرکت

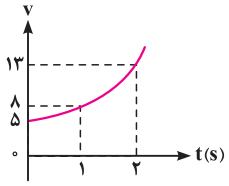
۲) دو ثانیهٔ اول حرکت

۳) دو ثانیهٔ دوم حرکت

۴) چهار ثانیهٔ اول حرکت

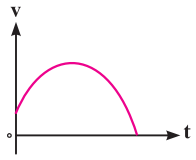
gajmarket.com

۵۶- نمودار سرعت ـ زمان یک متحرک برحسب زمان که بر روی محور x در حال حرکت است، به‌صورت سهمی روبه‌رو است. شتاب متوسط این متحرک در ثانیهٔ سوم حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟



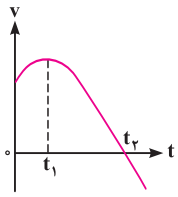
۱) ۵
۲) ۶
۳) ۷
۴) ۸

۵۷- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی بر روی محور x، مطابق شکل است. اگر حرکت متحرک را بعد از لحظهٔ $t = ۰$ بررسی کنیم، حرکت ابتدا در ..... محور x با شتاب ..... و سپس در ..... محور x با شتاب ..... است.



۱) جهت، مثبت، خلاف جهت، منفی
۲) خلاف جهت، منفی، جهت، منفی
۳) جهت، منفی، خلاف جهت، منفی
۴) جهت، مثبت، جهت، منفی

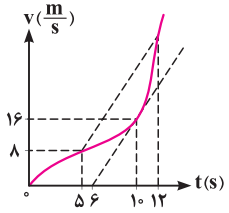
۵۸- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. کدام‌یک از گزاره‌های زیر درست است؟ (تجربی خارج ۱۴۰۰)



الف) جهت سرعت و شتاب، در لحظهٔ $t_۱$ تغییر کرده است.
ب) در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، حرکت در جهت محور x است.
پ) در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۱$، تندی در حال کاهش است.
ت) بردار شتاب در بازهٔ زمانی صفر تا $t_۲$، خلاف جهت محور x است.

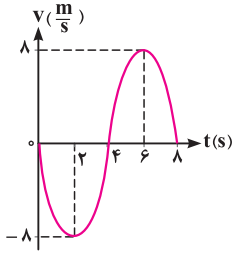
۱) (ب)
۲) (پ)
۳) (الف) و (ت)
۴) (ب) و (ت)

۵۹- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر شتاب متحرک در لحظهٔ $t = ۱۰s$ برابر اندازهٔ شتاب متوسط آن بین دو لحظهٔ $t_۱ = ۵s$ و $t_۲ = ۱۲s$ باشد، سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۱۲s$ چند متر بر ثانیه است؟



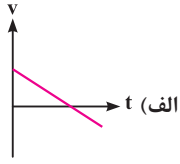
۱) ۲۸
۲) ۲۴
۳) ۳۶
۴) ۲۰

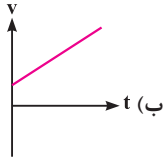
۶۰- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اندازهٔ شتاب متوسط متحرک بین دو لحظه‌ای که بردار شتاب آن تغییر جهت می‌دهد، چند متر بر مربع ثانیه است؟

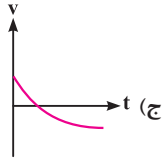


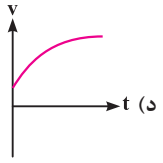
۱) ۴
۲) ۲
۳) ۸
۴) ۶

۶۱- در کدام‌یک از نمودارهای سرعت ـ زمان رسم شده، همواره شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه، برابر شتاب لحظه‌ای حرکت است؟

الف)


ب)


ج)


د)


۱) (الف) و (ب)
۲) (ج) و (د)
۳) (الف) و (ج)
۴) (ب) و (د)

۶۲- در سؤال قبل، در کدام‌یک از نمودارهای نشان داده شده، نیروی خالص وارد بر متحرک همواره در جهت مثبت محور x بوده و اندازهٔ آن در حال کاهش است؟

۱) (الف)
۲) (ب)
۳) (ج)
۴) (د)

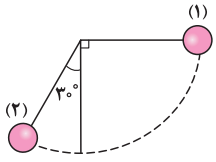
بررسی مفاهیم اولیهٔ حرکت یک متحرک در حالت دو بعدی

تا اینجا سؤالای حرکت یک‌بعدی رو بررسی کردیم. الان می‌خوایم بریم سراغ بررسی مفاهیم پایه‌ای حرکت تو حالت دو بعدی. کتاب درسی تو چند صفحهٔ اول فصل حرکت یه کم روی این جور بحث‌ها کارکرده و ما هم از همون مفاهیم سؤالای خالپی براتون آوردیم...

۶۳- شخصی می‌خواهد از پله‌های یک معبد بزرگ و قدیمی مطابق شکل بالا رود. اگر عرض هر پله ۳۰cm و ارتفاع آن ۴۰cm و معبد دارای ۱۰۰ پله باشد، اندازهٔ جابه‌جایی این شخص هنگامی که از این ۱۰۰ پله بالا می‌رود، چند متر است؟

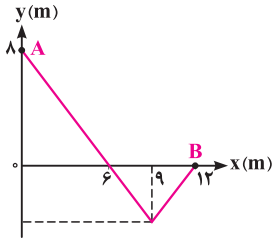
۱) ۵۰
۲) ۵
۳) ۷۰
۴) ۷

۶۴- آونگی را از حالت (۱) رها می‌کنیم تا به حالت (۲) برسد. در این حرکت، مسافت طی شده توسط گلولهٔ آونگ چند برابر اندازهٔ جابه‌جایی آن است؟ ($\pi \simeq 3$)



۱) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
۲) $\frac{2}{3}$
۳) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
۴) $\frac{3}{2}$

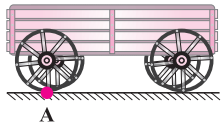
۶۵- جسمی مطابق مسیر نشان داده‌شده، در صفحهٔ مختصات از نقطهٔ A تا نقطهٔ B جابه‌جا می‌شود. اندازهٔ جابه‌جایی جسم در طول این حرکت، چند برابر مسافت طی شده توسط آن است؟



۱) $\frac{\sqrt{13}}{20}$
۲) $\frac{\sqrt{13}}{4}$
۳) $\frac{\sqrt{13}}{5}$
۴) $\frac{\sqrt{13}}{10}$

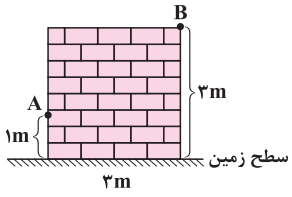
دو تا تست بعدی، عجب سؤالای توپ و باحالی هستن، کلی فسفرسوزی توش لازم دارید ...

۶۶- مطابق شکل، یک گاری دارای چرخ‌هایی به شعاع ۲۰cm می‌باشد. اگر این گاری ۳۰cm جلو برود، نقطهٔ A که روی یکی از چرخ‌ها قرار دارد، چند سانتی‌متر جابه‌جا می‌شود؟ ($\pi \simeq 3$)



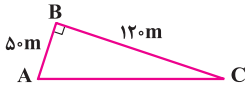
۱) $10\sqrt{5}$
۲) $10\sqrt{13}$
۳) ۳۰
۴) ۵۰

۶۷- مورچه‌ای با تندی ثابت ۱cm/s مطابق شکل بر روی دیواری در حال حرکت است. این مورچه می‌خواهد از نقطهٔ A به سطح زمین رفته و سپس از آنجا به نقطهٔ B برود. کم‌ترین زمانی که طول می‌کشد این مورچه از A به B برسد، چند ثانیه است؟



۱) ۵۰۰
۲) ۴۰۰
۳) $300\sqrt{2}$
۴) $400\sqrt{2}$

۶۸- مطابق شکل، متحرکی با تندی ثابت از A به B و سپس از B به C می‌رود. تندی متوسط حرکت از B تا C، چند برابر اندازهٔ سرعت متوسط حرکت از A تا C است؟



۱) $\frac{13}{7}$
۲) $\frac{13}{12}$
۳) $\frac{13}{5}$
۴) $\frac{17}{13}$

۶۹- متحرکی روی خط $y = 3x - 2$ در صفحهٔ xoy در حال حرکت است. اگر متحرک بر روی این خط در مدت ۱۰s از نقطهٔ A با $x_A = 1m$ به نقطهٔ B با $x_B = 2m$ برود، تندی متوسط حرکت این متحرک در این بازهٔ زمانی چند متر بر ثانیه است؟

۱) $\frac{1}{10}$
۲) $\frac{3}{10}$
۳) $\frac{\sqrt{10}}{10}$
۴) $\frac{\sqrt{5}}{10}$

gajmarket.com

۷۰- متحرکی با تندی ثابت بر روی محیط دایره‌ای در حال چرخیدن است. اگر این متحرک هر ۱۲s یک دور کامل محیط دایره را طی کند، اندازهٔ سرعت متوسط آن در مدت زمان ۶ ثانیه، چند برابر تندی متوسط آن در مدت زمان ۳ ثانیه است؟ ($\pi \simeq 3$)

۱) $\frac{۲}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$ ۴) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۲}$

۷۱- متحرک A بر روی یک مسیر دایره‌ای شکل و متحرک B بر روی خط مستقیم در حال حرکت می‌باشند. چه تعداد از گزاره‌های زیر در مورد این دو متحرک الزاماً درست است؟

الف) اگر اندازهٔ سرعت متوسط متحرک A در یک بازهٔ زمانی صفر باشد، لزوماً اندازهٔ سرعت آن در یک لحظه از آن بازهٔ زمانی صفر بوده است.

ب) اگر اندازهٔ سرعت متوسط متحرک B در یک بازهٔ زمانی صفر باشد، لزوماً اندازهٔ سرعت آن در یک لحظه از آن بازهٔ زمانی صفر بوده است.

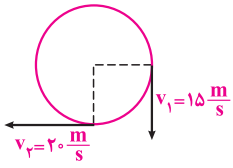
ج) اگر اندازهٔ سرعت متوسط متحرک A در یک بازهٔ زمانی ۶m/s باشد، لزوماً تندی آن در یک لحظه ۶m/s بوده است.

د) اگر اندازهٔ سرعت متوسط متحرک B در یک بازهٔ زمانی ۶m/s باشد، لزوماً تندی آن در یک لحظه ۶m/s بوده است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

تو سه تا سؤال بعدی، می‌فوایم بریم سراغ محاسبهٔ شتاب متوسط تو حرکت دوبعدی. احتمال طرح سؤال توی این بحث، تو رشتهٔ ریاضی بیشتر از رشتهٔ تجربی هست...

۷۲- ذره‌ای روی دایره‌ای به شعاع R حرکت می‌کند. سرعت آن در شکل در دو لحظهٔ $t_۱=۲s$ و $t_۲=۶s$ به ترتیب با بردارهای $\vec{v}_۱$ و $\vec{v}_۲$ نشان داده شده است. اندازهٔ شتاب متوسط حرکت بین این دو لحظه چند متر بر مربع ثانیه است؟

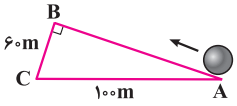


۱) ۶/۲۵
۲) ۲/۵
۳) ۱/۲۵
۴) ۸/۷۵

۷۳- متحرکی با تندی ثابت ۵m/s مسیر دایره‌ای به شعاع ۱۰ متر را طی می‌کند. اندازهٔ شتاب متوسط آن در مدت زمانی که متحرک نصف محیط دایره را می‌پیماید، چند متر بر مربع ثانیه است؟

۱) $\frac{۵}{\pi}$ ۲) $\frac{۵}{۲\pi}$ ۳) ۱/۲۵ ۴) ۲/۵

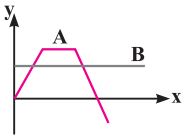
۷۴- مطابق شکل، متحرکی با تندی ثابت ۷۰m/s از نقطهٔ A به B و سپس از B به C می‌رود. اندازهٔ شتاب متوسط این متحرک در جابه‌جایی از A تا C چند واحد SI است؟



۱) صفر
۲) $۳۵\sqrt{۲}$
۳) $۷۰\sqrt{۲}$
۴) $۵۰\sqrt{۲}$

انصافاً سؤال بعدی، تو نگاه اول، تعجب داره. ولی با خوندن پاسخ همه‌چی حله...

۷۵- دو متحرک A و B در صفحهٔ xoy بر روی مسیرهای نشان داده شده شروع به حرکت می‌کنند. این دو متحرک در حین حرکتشان، چند بار از کنار یک‌دیگر عبور کرده‌اند؟



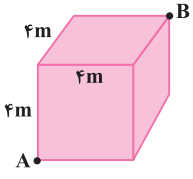
۱) دو بار
۲) یک بار
۳) این دو متحرک هیچ‌گاه از کنار یک‌دیگر عبور نمی‌کنند.
۴) هر یک از گزینه‌های مطرح شده ممکن است درست باشد.

اینم سه تا سؤال خوب که مفاهیم اصلی حرکت رو توی سه بعد بررسی کرده...

۷۶- پرنده‌ای که روی لبهٔ ساختمان بلندی به ارتفاع ۵۰ متر نشسته بود، ابتدا پرواز کرده و به پای ساختمان می‌رسد، سپس ۴۰ متر به سمت مشرق حرکت می‌کند و در نهایت ۳۰ متر به سمت شمال می‌رود. جابه‌جایی کل این پرنده چند متر است؟ *(ریاضی خارج ۹۷)*

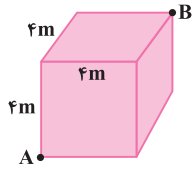
۱) ۱۲۰ ۲) $۵۰\sqrt{۲}$ ۳) ۵۰ ۴) $۴۰\sqrt{۲}$

۷۷- در یک اتاق مکعبی شکل به ضلع ۴m، زنبوری با تندی ثابت ۱cm/s پرواز می‌کند. کم‌ترین زمانی که طول می‌کشد تا این زنبور از نقطهٔ A به نقطهٔ B برسد، چند ثانیه است؟



۱) $۴۰۰\sqrt{۳}$
۲) $۴۰۰\sqrt{۵}$
۳) $۲۰۰\sqrt{۳}$
۴) $۲۰۰\sqrt{۵}$

۷۸- در یک اتاق مکعبی شکل به ضلع ۴m ،مورچه‌ای با تندی ثابت ۱cm/s در حال حرکت است. کم‌ترین زمانی که طول می‌کشد تا این مورچه بر روی دیواره‌های اتاق از نقطهٔ A به نقطهٔ B برسد، چند ثانیه است؟



۱) $۴۰۰\sqrt{۳}$
۲) $۴۰۰\sqrt{۵}$
۳) $۲۰۰\sqrt{۳}$
۴) $۲۰۰\sqrt{۵}$

حرکت با سرعت ثابت

همون‌طور که همه میدونید، یه نوع ساده‌ای از حرکت، اینه که متحرک روی خط راست با تندی ثابت تو یه جهت مشخص حرکت کنه... این یعنی حرکت با سرعت ثابت و تو ادامه می خوایم با کلی سؤال بررسیش کنیم ...

۷۹- معادلهٔ مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = ۳t + ۵$ است. در این رابطه کدام بیان صحیح نیست؟

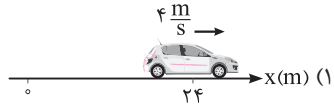
۱) حرکت متحرک به صورت یکنواخت و با سرعت ثابت است.
۲) سرعت متوسط متحرک همواره برابر سرعت لحظه‌ای آن است.
۳) شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای متحرک برابر صفر است.
۴) متحرک در دو ثانیهٔ سوم، به اندازهٔ ۸m جابه‌جا می‌شود.

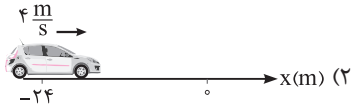
۸۰- در رابطه با حرکت یک متحرک، کدام‌یک از حالات زیر هرگز نمی‌تواند رخ دهد؟

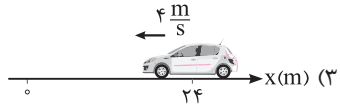
الف) سرعت متحرک ثابت باشد، اما تندی آن ثابت نباشد.
ب) تندی متحرک ثابت باشد، اما سرعت آن ثابت نباشد.
ج) متحرک با تندی ثابت به صورت شتاب‌دار حرکت کند.
د) متحرک با سرعت ثابت به صورت شتاب‌دار حرکت کند.

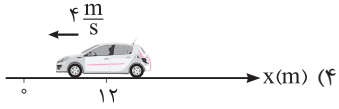
۱) (الف) و (ب)
۲) (ب) و (ج)
۳) (ج) و (د)
۴) (الف) و (د)

۸۱- ذره‌ای با سرعت ثابت بر روی محور x به حرکت درمی‌آید و در دو ثانیهٔ سوم حرکت، ۸ متر در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند و در پایان این بازهٔ زمانی، بردار مکان آن تغییر جهت می‌دهد. کدام گزینه وضعیت این متحرک را در شروع حرکتش نشان می‌دهد؟

۱)


۲)


۳)


۴)


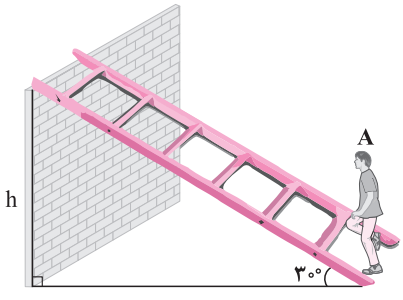
۸۲- متحرکی می‌تواند با سرعت ثابت v بر روی محور x حرکت کند. اگر این متحرک از مکان $x_۱ = ۲m$ شروع به حرکت کند، در لحظهٔ $t = ۳s$ به مکان $x_۲ = ۱۴m$ می‌رسد. این متحرک از چند متر عقب‌تر از $x_۲$، با همان سرعت قبل شروع به حرکت کند تا در لحظهٔ $t = ۲s$ به مکان $x_۳ = ۱۲m$ برسد؟

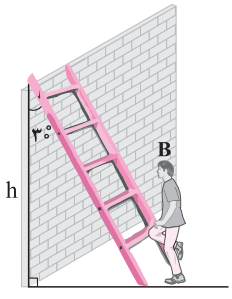
۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۱۰

۸۳- یک قطار مترو فاصلهٔ بین دو ایستگاه معین را با سرعت ثابت $v_۱$ در مدت ۲ دقیقه و با سرعت ثابت $v_۲$ در مدت ۳ دقیقه می‌پیماید. اگر این قطار با سرعت $v_۱ + v_۲$ این مسیر را طی کند، در مدت زمان چند ثانیه فاصلهٔ این دو ایستگاه را می‌پیماید؟

۱) ۹۰
۲) ۶۰
۳) ۱۴۴
۴) ۷۲

۸۴- مطابق شکل، دو شخص A و B با تندی یکسان بر روی دو نردبان به سمت بالا شروع به حرکت می‌کنند و می‌خواهند تا ارتفاع یکسان h بالا بروند. مدت زمانی که طول می‌کشد تا شخص A به ارتفاع موردنظر برسد، چند برابر مدت زمانی است که طول می‌کشد تا شخص B به این ارتفاع برسد؟





۱) ۲
۲) $\sqrt{۳}$
۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$
۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

اینم یه سؤال قشنگ که بهتون یاد میده چه‌جوری برندهٔ یه مسابقهٔ شنا بشید...

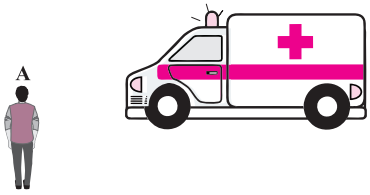
۸۵- دو شناگر A و B در یک مسابقه شرکت می‌کنند. شناگر A با تندی ثابت $12\,km/h$ طول استخر را رفته و برمی‌گردد. اما شناگر B، طول استخر را با تندی $18\,km/h$ رفته و با تندی $6\,km/h$ بازمی‌گردد. کدام شناگر برندهٔ این مسابقه می‌شود؟

۱) A
۲) B
۳) هر دو هم‌زمان به خط پایان می‌رسند.
۴) با توجه به طول استخر، هر یک از گزینه‌ها می‌توانند درست باشند.

۸۶- قطاری به طول L با سرعت ثابت v از روی پلی به طول $120\,m$ عبور می‌کند. اگر مدت زمانی که طول می‌کشد تا قطار به طور کامل از پل عبور کند، ۳ برابر مدت زمانی باشد که قطار به طور کامل روی پل بوده است، طول قطار چند متر است؟

۱) ۶۰
۲) ۴۰
۳) ۸۰
۴) ۱۶۰

۸۷- مطابق شکل، آمبولانسی با تندی ثابت $30\,m/s$ در مسیر مستقیم در حال حرکت است. درست در لحظه‌ای که این آمبولانس از کنار شخص ساکن A می‌گذرد، آژیر آمبولانس به مدت $10\,s$ روشن شده و سپس خاموش می‌شود. شخص A به مدت چند ثانیه صدای آژیر این آمبولانس را می‌شنود؟ (تندی حرکت صوت در هوا $300\,m/s$ است.)



۱) ۱۰
۲) ۱۱
۳) ۲۰
۴) ۲۲

حالا میریم سراغ سؤالای مربوط به حرکت دو متحرک با سرعت ثابت ... کلی سؤال متنوع از این بحث براتون اُوردیم ...

۸۸- دو اتومبیل با تندی‌های ثابت v_A و $v_B = 40\,km/h$ از شهر تهران به سمت شهر اراک که در ۲۴۰ کیلومتری تهران است، شروع به حرکت می‌کنند. اگر اتومبیل A، دو ساعت دیرتر از B شروع به حرکت کند، دو اتومبیل هم‌زمان به اراک می‌رسند. تندی v_A چند کیلومتر بر ساعت است؟

۱) ۳۰
۲) ۸۰
۳) ۶۰
۴) ۹۰

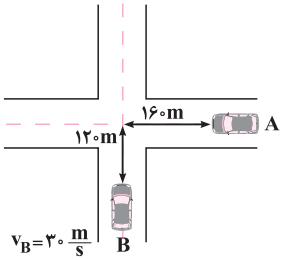
۸۹- دو اتومبیل که سرعت یکی نصف دیگری است، از نقطهٔ A به سمت نقطهٔ B که در فاصلهٔ ۶۰۰ متری A قرار دارد، روی مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کنند. اگر اتومبیل سریع‌تر، ۱۰ ثانیه دیرتر از اتومبیل دیگر شروع به حرکت کرده و ۱۰ ثانیه زودتر از آن به مقصد برسد، سرعت اتومبیل کندتر چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۵
۲) ۲۰
۳) ۳۰
۴) ۴۰

۹۰- یک لاک‌پشت و یک خرگوش در یک مسیر مستقیم با یک‌دیگر مسابقه می‌دهند. سرعت حرکت لاک‌پشت $0/1\,m/s$ و سرعت حرکت خرگوش، ۱۵ برابر سرعت حرکت لاک‌پشت است. خرگوش در بین راه، ۱۹ دقیقه استراحت می‌کند و لاک‌پشت بدون توقف حرکت کرده و در نهایت با فاصلهٔ $30\,m$ از خرگوش، برندهٔ مسابقه می‌شود. طول مسیر مسابقه چند متر است؟

۱) ۱۲۰
۲) ۲۴۰
۳) ۹۰
۴) ۶۰

۹۱- مطابق شکل، دو خودرو با سرعت‌های ثابت از فواصل مشخص شده به سمت یک چهار راه حرکت می‌کنند. اگر این دو خودرو در چهار راه با یک‌دیگر تصادف کنند، تندی حرکت خودروی A چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۴۰
۲) ۵۰
۳) ۶۰
۴) ۳۰

۹۲- در سؤال قبل، یک ثانیه قبل از برخورد دو خودرو به یک‌دیگر، این دو خودرو در فاصلهٔ چند متری از هم قرار دارند؟

۱) ۴۰
۲) ۵۰
۳) ۶۰
۴) ۳۰

۹۳- معادلهٔ مکان ـ زمان دو متحرک A و B که به‌صورت هم‌زمان بر روی محور x شروع به حرکت می‌کنند، در SI به‌صورت $x_A = vt + 40$ و $x_B = (v+6)t + 10$ است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، فاصلهٔ این دو متحرک از یک‌دیگر برابر $36\,m$ می‌شود؟

۱) ۶
۲) ۸
۳) ۱۱
۴) ۱۲

۹۴- دو متحرک A و B بر روی محور x با سرعت ثابت در حال حرکت هستند. در لحظهٔ $t=0$، بردار مکان متحرک A در SI برابر $\vec{d}_A=60\vec{i}$ و بردار مکان متحرک B، قرینهٔ بردار مکان A است. اگر $\vec{v}_A=v\vec{i}$ و $\vec{v}_B=2v\vec{i}$ باشد $(v>0)$، دو متحرک در فاصلهٔ چند متری از مبدأ مختصات به یک‌دیگر می‌رسند؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۸۰ ۴) ۲۴۰

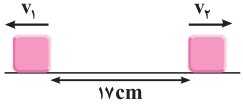
۹۵- در یک مسیر افقی، در شروع حرکت فاصلهٔ دو متحرک A و B از یک‌دیگر ۳۵۰ متر است. تندی متحرک A ثابت و برابر $18\,km/h$ و تندی متحرک B ثابت و برابر $36\,km/h$ است و دو متحرک در خلاف جهت یک‌دیگر حرکت کرده و به هم نزدیک می‌شوند. در کدام بازهٔ زمانی (برحسب ثانیه) فاصلهٔ دو متحرک از یک‌دیگر کم‌تر از ۵۰ متر است؟

۱) $t>20$ ۲) $20<t<\frac{80}{3}$ ۳) $t<\frac{80}{3}$ ۴) $\frac{80}{3}<t<40$

۹۶- دو دوندهٔ A و B با سرعت ثابت در حال دویدن هستند. در شروع مسابقه دوندهٔ B، ۶m جلوتر از دوندهٔ A است. اگر در لحظهٔ $t=2s$ دوندهٔ A، ۴m جلوتر از B باشد، در لحظهٔ $t=3s$ فاصلهٔ دو دونده از یک‌دیگر چند متر می‌شود؟

۱) ۵ ۲) ۹ ۳) ۱۰ ۴) ۶

۹۷- مطابق شکل، دو متحرک در فاصلهٔ ۱۷ سانتی‌متری از یک‌دیگر قرار دارند و با تندی‌های ثابت v_1 و v_2 در جهت‌های نشان داده شده شروع به حرکت می‌کنند. اگر در لحظهٔ $t=2s$، فاصلهٔ دو متحرک به ۲۳cm برسد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، فاصلهٔ آن‌ها ۳۲cm می‌شود؟

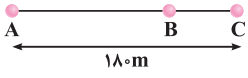


۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۹۸- متحرک A با تندی ثابت از مکان $x=18m$ در جهت محور x شروع به حرکت می‌کند. هم‌زمان با A، متحرک B با تندی ثابت از مبدأ مکان به دنبال A به راه می‌افتد. اگر در لحظهٔ $t=6s$ دو متحرک از کنار هم عبور کنند، در چه لحظاتی برحسب ثانیه، دو متحرک در فاصلهٔ ۳ متری از یک‌دیگر قرار دارند؟

۱) ۴ و ۸ ۲) ۵ و ۷ ۳) ۵ و ۸ ۴) ۴ و ۷

۹۹- دو متحرک هم‌زمان از نقطه‌های A و C با سرعت‌های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و در نقطهٔ B از کنار هم می‌گذرند و در ادامه، ۱۶s طول می‌کشد تا متحرک اول از B به C برسد و ۲۵s طول می‌کشد تا دومی از B به A برسد، بزرگی سرعت متحرک اول، چند متر برثانیه است؟ (ریاضی خارج ۹۹)

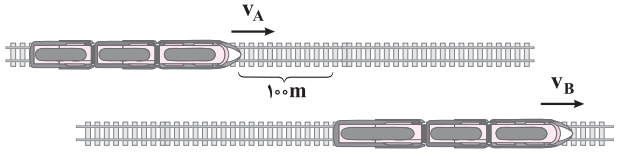


۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۸

۱۰۰- مطابق شکل، خودروهای (۱) و (۲) با تندی‌های ثابت v_1 و v_2 به سمت یک‌دیگر حرکت می‌کنند و در نقطهٔ C از کنار هم می‌گذرند. اگر مدت حرکت خودروی (۱) از C تا B، ۹ برابر مدت حرکت خودروی (۲) از C تا A باشد، طول مسیر BC چند برابر AC است؟

۱) ۱ ۲) ۳ ۳) ۹ ۴) ۲

۱۰۱- مطابق شکل، دو قطار A و B به ترتیب به طول ۷۰m و ۸۰m در لحظهٔ $t=0$ با سرعت‌های ثابت $v_A=35\,m/s$ و $v_B=25\,m/s$ روی دو ریل موازی شروع به حرکت می‌کنند. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، قطار A به طور کامل از قطار B سبقت می‌گیرد؟



۱) ۱۸
۲) ۱۷
۳) ۲۲
۴) ۲۵

۱۰۲- در سؤال قبل، چند ثانیه بعد از شروع حرکت، فاصلهٔ دو قطار از یک‌دیگر دوباره برابر ۱۰۰m می‌شود؟

۱) ۲۵ ۲) ۲۸ ۳) ۳۵ ۴) ۳۶

۱۰۳- دو قطار A و B روی دو ریل مستقیم و موازی، در خلاف جهت یک‌دیگر به ترتیب با تندی‌های ثابت $8\,m/s$ و $2\,m/s$ در حال حرکت هستند. این دو قطار در لحظهٔ $t=0$ به یک‌دیگر می‌رسند و در لحظهٔ $t=30s$ به طور کامل از کنار یک‌دیگر عبور می‌کنند. اگر قطار A یک لوکوموتیو و ۵ واگن و قطار B یک لوکوموتیو و ۸ واگن داشته باشد و طول تمام واگن‌ها و لوکوموتیوها با هم برابر باشد، طول هر واگن چند متر است؟

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۲۰

۳ ـ ۱ بررسی گزینه‌ها

۱) درست است. بردار مکان اولیه، برداری است که ابتدای آن مبدأ مختصات و انتهای آن خانه است و اندازهٔ آن برابر است با: $d_1 = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13\text{km}$

۲) درست است. اگر اندازهٔ بردار مکان مدرسه را با d_2 نشان دهیم، داریم:

$$d_2 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\text{km}$$

۳) مسافت طی شدهٔ دانش‌آموز، برابر طول مسیر پیموده شده توسط او می‌باشد که برابر $2 + 9 + 1 = 12\text{km}$ می‌باشد. بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

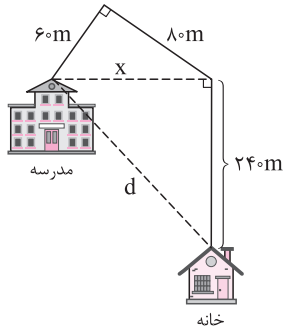
۴) بدون شرح درست است. اندازهٔ بردار جابه‌جایی برابر اندازهٔ تفاضل بردارهای مکان اولیه و ثانویهٔ متحرک است که از مسافت طی‌شده کمتر است.

$$\text{اندازهٔ بردار جابه‌جایی} = \sqrt{(4-5)^2 + (3-12)^2} = \sqrt{82}\text{km} < 12\text{km}$$

۳ ـ ۲ **گام اول:** ابتدا مسافت طی‌شده توسط دانش‌آموز را محاسبه می‌کنیم:

$$l = 60 + 80 + 240 = 380\text{m}$$: مسافت طی‌شده

گام دوم: با توجه به شکل، اندازهٔ بردار جابه‌جایی دانش‌آموز را محاسبه می‌کنیم:



$$x^2 = 60^2 + 80^2 \Rightarrow x = 100\text{m}$$

$$d^2 = x^2 + 240^2$$

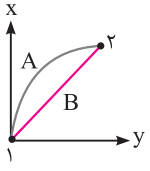
$$\Rightarrow d = \sqrt{100^2 + 240^2} = 260\text{m}$$

بنابراین اختلاف مسافت طی‌شده و اندازهٔ جابه‌جایی دانش‌آموز برابر است با:

$$l - d = 380 - 260 = 120\text{m}$$

۳ ـ ۳ برای دو متحرک A و B، دو مسیر دلخواه مطابق شکل زیر در دستگاه مختصات در نظر می‌گیریم:

واضح است مسافتی که A طی کرده است، بیشتر از B است $(l_A > l_B)$. نقاط ابتدا و انتهای مسیر برای هر دو متحرک یکسان است، بنابراین جابه‌جایی آن‌ها با هم برابر است $(d_A = d_B)$. تندی متوسط حاصل تقسیم مسافت طی شده بر زمان سپری شده است. بنابراین می‌توان نوشت:



$$\text{تندی متوسط}: s_{av} = \frac{l}{t} \xrightarrow{l_A > l_B} s_{av_A} \neq s_{av_B}$$

برای مقایسهٔ سرعت متوسط دو متحرک می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{d}{t} \xrightarrow{d_A = d_B} v_{av_A} = v_{av_B}$$

بنابراین کمیت‌های جابه‌جایی و سرعت متوسط برای این دو متحرک الزاماً یکسان است.

۳ ـ ۴ طبق صورت سؤال، متحرک در لحظهٔ $t = 0$، در مکان $x_0 = -40\text{m}$ و در لحظهٔ $t_2 = 10\text{s}$، در مکان $x_2 = 20\text{m}$ قرار دارد. بنابراین سرعت متوسط این متحرک در طی ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت برابر است با:

$$\begin{cases} t_0 = 0 \Rightarrow x_0 = -40\text{m} \\ t_2 = 10\text{s} \Rightarrow x_2 = +20\text{m} \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20 - (-40)}{10 - 0} = 6\text{m/s}$$

$$= \frac{20 - (-40)}{10 - 0} = 6\text{m/s}$$

۳ ـ ۵ **گام اول:** ابتدا جابه‌جایی در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 را به‌دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow -4\vec{i} = \frac{\Delta x}{10} \Rightarrow (\Delta x)_{\text{صفر تا } t_2} = -40\vec{i}$$

گام دوم: سپس جابه‌جایی در بازهٔ زمانی صفر تا t_3 را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{4}{3}\vec{i} = \frac{\Delta x}{15} \Rightarrow (\Delta x)_{\text{صفر تا } t_3} = 20\vec{i}$$

گام سوم: در نهایت جابه‌جایی و سرعت متوسط در بازهٔ زمانی t_2 تا t_3 برابر است با:

$$(\Delta x)_{\text{صفر تا } t_3} = (\Delta x)_{\text{صفر تا } t_2} + (\Delta x)_{t_2 \text{ تا } t_3}$$

$$20\vec{i} = (-40\vec{i}) + (\Delta x)_{t_2 \text{ تا } t_3} \Rightarrow (\Delta x)_{t_2 \text{ تا } t_3} = 60\vec{i}$$

$$v_{av} = \frac{(\Delta x)_{t_2 \text{ تا } t_3}}{\Delta t} = \frac{60\vec{i}}{15 - 10} = 12\vec{i}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۳ ـ ۶ **گام اول:** ابتدا جابه‌جایی دو متحرک A و B را به دست می‌آوریم:

$$d_A = 0 - 40 = -40\text{m}\ ,\ d_B = 0 - (-20) = +20\text{m}$$

گام دوم: نسبت سرعت متوسط دو متحرک را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} \xrightarrow[d_A = -40\text{m}, d_B = 20\text{m}]{\Delta t \text{ یکسان}} \frac{v_{av_A}}{v_{av_B}} = \frac{d_A}{d_B} = \frac{-40}{20} = -2$$

۳ ـ ۷ **گام اول:** برای به دست آوردن مکان اولیهٔ متحرک، کافی است $t = 0$ را در معادلهٔ مکان ـ زمان قرار دهیم:

$$x = 1 + 2\cos\left(\frac{\pi t}{2}\right)$$

$$\xrightarrow{t=0}$$ مکان اولیه : $x_0 = 1 + 2\cos(0) = 1 + 2 = 3\text{m}$

گام دوم: برای به دست آوردن سرعت متوسط متحرک در دو ثانیهٔ اول، ابتدا جابه‌جایی متحرک در این بازهٔ زمانی را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow x_1 = 1 + 2\cos(0) = 3\text{m} \\ t_2 = 2\text{s} \Rightarrow x_2 = 1 + 2\cos\left(\frac{\pi}{2} \times 2\right) = 1 + (-2) = -1\text{m} \end{cases}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{-1 - 3}{2 - 0} = -2\text{m/s} \Rightarrow |v_{av}| = 2\text{m/s}$$

gajmarket.com

۸ **۲** برای پاسخ دادن به این سؤال، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$x=\frac{1}{3}t^3-2t^2+3t$$

$$\Rightarrow\begin{cases}t_1=0\Rightarrow x_1=0\\ t_2=4s\Rightarrow x_2=\frac{1}{3}\times4^3-2\times4^2+3\times4=\frac{64}{3}-20=\frac{4}{3}>0\end{cases}$$

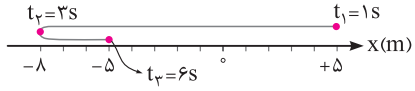
$$v_{av}=\frac{x_2-x_1}{t_2-t_1}\xrightarrow[x_2>0]{x_1=0} v_{av}>0$$

$\Rightarrow$ سرعت متوسط متحرک در جهت محور x است.

حتماً بخونش

همواره سرعت متوسط متحرک در یک بازهٔ زمانی، بین بیشترین و کم‌ترین سرعت لحظه‌ای متحرک در آن بازهٔ زمانی می‌باشد. بنابراین گزینهٔ (۴) قطعاً نادرست است.

۹ **۳** همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، در لحظات $t_1=1s$ و $t_2=3s$ متحرک به ترتیب در مکان‌های $x_1=5m$ و $x_2=-8m$ قرار دارد و در $t=3s$ تغییر جهت داده و برمی‌گردد. این موضوع یعنی در بازهٔ زمانی سه ثانیهٔ دوم (یعنی از $t_2=3s$ تا $t_3=6s$) متحرک $3m$ در جهت محور x جابه‌جا شده و به نقطهٔ $x_3=-5m$ می‌رسد، بنابراین برای محاسبهٔ v_{av} و s_{av} از $1s$ تا $6s$ می‌توان نوشت:



$$\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}_3-\vec{d}_1}{\Delta t}=\frac{-5\vec{i}-5\vec{i}}{6-1}=-2\vec{i}\ m/s$$

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{13+3}{5}=\frac{16}{5}=3/2\ m/s$$

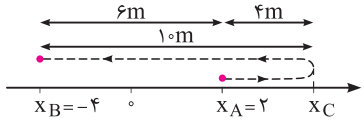
۱۰ **۴** **گام اول:** ابتدا مدت زمان کل حرکت و مسافت طی شده توسط متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\vec{v}_{av}=\frac{\vec{d}_2-\vec{d}_1}{\Delta t}\Rightarrow -3\vec{i}=\frac{-4\vec{i}-2\vec{i}}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=2s$$

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\Rightarrow 7=\frac{l}{2}\Rightarrow l=14m$$: مسافت طی شده

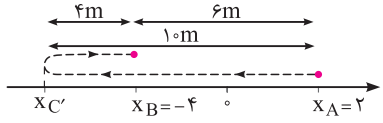
گام دوم: در این سؤال برای حرکت متحرک، دو حالت می‌تواند اتفاق بیفتد. این‌که ابتدا متحرک در جهت محور x حرکت کرده و سپس تغییر جهت دهد یا این‌که ابتدا در خلاف جهت محور x حرکت کرده و سپس تغییر جهت دهد.

حالت اول: با توجه به این‌که مسافت طی‌شده برابر $14m$ است، متحرک می‌تواند مطابق شکل حرکت کرده و در نقطهٔ C تغییر جهت دهد.



$$\vec{d}_C=6\vec{i}$$

حالت دوم: در این حالت، متحرک در نقطهٔ C' تغییر جهت می‌دهد.



$$\vec{d}_C=-8\vec{i}$$

۱۱ **۱** **گام اول:** ابتدا معادله مکان ـ زمان را بازنویسی می‌کنیم:

$$y=t^2-6t+8=(t-3)^2-1$$

واضح است که منفی‌ترین مقدار y (یعنی $y=-1$)، در لحظهٔ $t=3s$ اتفاق می‌افتد.

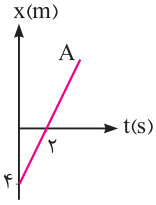
گام دوم: محاسبهٔ سرعت متوسط متحرک از لحظهٔ $t_1=0$ تا $t_2=3s$:

$$\begin{cases}t_1=0\Rightarrow y_1=8m\\ t_2=3s\Rightarrow y_2=-1m\end{cases}\Rightarrow \Delta y=-1-8=-9m$$

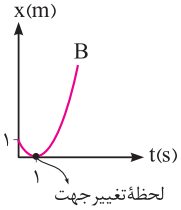
$$v_{av}=\frac{\Delta y}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{-9}{3}=-3m/s\Rightarrow |v_{av}|=3m/s$$

۱۲ **۲** همان‌طور که می‌دانیم، زمانی اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط یک متحرک با هم برابر است که متحرک بر روی مسیر مستقیم حرکت کرده و تغییر جهت ندهد. حال به بررسی حرکت هر یک از متحرک‌ها می‌پردازیم:

متحرک A $(x_A=2t-4)$: با توجه به نمودار مکان ـ زمان متحرک A، این متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

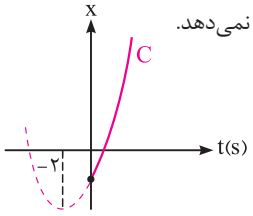


متحرک B $(x_B=t^2-2t+1)$: این متحرک در لحظهٔ $t=1s$ تغییر جهت می‌دهد.



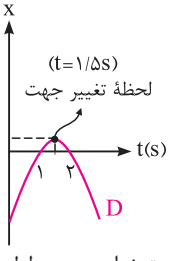
$$x_B=t^2-2t+1=(t-1)^2$$

متحرک C $(x_C=t^2+4t-2)$: با توجه به نمودار مکان ـ زمان آن، واضح است که این متحرک پس از لحظهٔ $t=0$، تغییر جهت نمی‌دهد.



$$x_C=t^2+4t-2=(t+2)^2-6$$

متحرک D $(x_D=-t^2+3t-2)$: با توجه به نمودار مکان ـ زمان متحرک D، این متحرک در لحظهٔ $t=1/5s$ تغییر جهت می‌دهد.



$$x_D=-t^2+3t-2=-(t^2-3t+2)=-(t-1)(t-2)$$

بنابراین متحرک‌های A و C پس از لحظهٔ $t=0$ تغییر جهت نداده و در طول مسیر حرکتشان، اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط آن‌ها با هم برابر است.

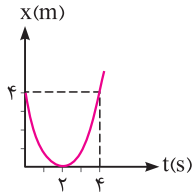
۱۳ **۳** **گام اول:** با توجه به این‌که سرعت متوسط این متحرک در ۴ ثانیهٔ اول حرکتش برابر صفر است، می‌توان نوشت:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_2-x_1}{\Delta t}\Rightarrow 0=\frac{(4-\alpha)^2-\alpha^2}{4}\Rightarrow (4-\alpha)^2=\alpha^2$$

$$\rightarrow \alpha=4-\alpha\rightarrow 2\alpha=4\rightarrow\alpha=2$$

گام دوم: رسم نمودار مکان ـ زمان متحرک:

$$x = (t-2)^2$$



مطابق شکل واضح است که جهت حرکت متحرک در لحظهٔ $t = 2s$ تغییر کرده است. بنابراین مسافت پیموده شده توسط متحرک در ۴ ثانیهٔ اول حرکت، برابر $l = 2\times 4 = 8m$ است.

$$s_{av} = \frac{\text{مسافت طی‌شده}}{\text{مدت زمان}} = \frac{8}{4} = 2m/s$$

۱۴ ۱ ۲ گام اول: ابتدا زمان رسیدن دو متحرک به یکدیگر را محاسبه می‌کنیم:

$$y_B = y_A \to t^2 = 20t - 36 \to t^2 - 20t + 36 = 0$$
$$\Rightarrow (t-18)(t-2) = 0 \to t_1 = 2s\ ,\ t_2 = 18s$$

گام دوم: این دو متحرک در لحظات $t_1 = 2s$ و $t_2 = 18s$ از کنار یکدیگر می‌گذرند. در نتیجه کافی است جابه‌جایی آن‌ها را در این بازهٔ زمانی محاسبه کنیم و سپس سرعت متوسط آن‌ها را به دست آوریم:

$$\begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow y_{1B} = 2^2 m \\ t_2 = 18s \Rightarrow y_{2B} = 18^2 m \end{cases}$$

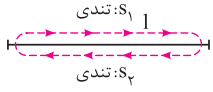
$$v_{av_B} = \frac{\Delta y_B}{\Delta t} \to v_{av_B} = \frac{18^2 - 2^2}{18-2} = \frac{(18-2)(18+2)}{18-2} = 20m/s$$

$$\Rightarrow \vec{v}_{av_A} = \vec{v}_{av_B} = 20\vec{j}\ (\frac{m}{s})$$

حتماً بخونش

با توجه به مفاهیم حرکت سرعت ثابت، متحرک A با سرعت ثابت $20m/s$ حرکت می‌کند. بنابراین بردار سرعت متوسط آن بدون حل در هر بازهٔ زمانی دلخواه، به صورت $\vec{v}_{av_A} = 20\vec{j}$ است.

۱۵ ۲ ۲ گام اول: ابتدا کل زمان حرکت را محاسبه می‌کنیم (t_1 زمان رفت و t_2 زمان برگشت است):



$$t = \frac{l}{s_{av}} \to t_1 = \frac{l}{s_1}\ ,\ t_2 = \frac{l}{s_2}$$
$$\Rightarrow \text{کل زمان حرکت}: t_1 + t_2 = \frac{l}{s_1} + \frac{l}{s_2} = l(\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2})$$

گام دوم: حال می‌دانیم شناگر مسافت $2l$ را طی کرده است (چون مسافت l را رفته و سپس مسافت l را برگشته است)، در نتیجه تندی متوسط آن در کل مسیر حرکتش برابر است با:

$$s_{av_{کل}} = \frac{2l}{t_1 + t_2} = \frac{2l}{l(\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2})} = \frac{2}{\frac{s_2 + s_1}{s_1 s_2}} = \frac{2s_1 s_2}{s_1 + s_2}$$

۱۶ ۲ ۲ گام اول: فرض می‌کنیم طول پیست برابر l باشد، بدین‌ترتیب در دور اول مسابقه داریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow 40 = \frac{l}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{l}{40}$$

گام دوم: در ادامه فرض می‌کنیم اتومبیل دور دوم را با تندی ثابت v طی کند. در این صورت زمان طی کردن دور دوم برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} \Rightarrow v = \frac{l}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{l}{v}$$

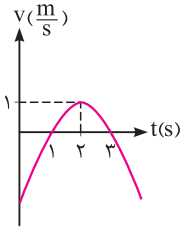
گام سوم: در نهایت تندی متوسط را در کل دو دور به دست آورده و برابر $60m/s$ قرار می‌دهیم:

$$s_{av_{کل}} = \frac{l_{کل}}{\Delta t_{کل}} \Rightarrow 60 = \frac{2l}{\Delta t_1 + \Delta t_2}$$
$$\Rightarrow 60 = \frac{2l}{\frac{l}{40} + \frac{l}{v}} \Rightarrow 30 = \frac{1}{\frac{1}{40} + \frac{1}{v}} \Rightarrow \frac{3}{4} + \frac{30}{v} = 1 \Rightarrow \frac{30}{v} = \frac{1}{4}$$
$$\Rightarrow v = 120m/s$$

۱۷ ۲ ۲ معادله سرعت ـ زمان این متحرک به صورت زیر است:

$$v = -t^2 + 4t - 3 = -(t^2 - 4t + 3) = -(t-1)(t-3)$$

بنابراین سرعت متحرک در لحظات $t_1 = 1s$ و $t_2 = 3s$ به صفر می‌رسد و علامت آن تغییر می‌کند، پس متحرک در این لحظات تغییر جهت می‌دهد. باتوجه به نمودار سرعت ـ زمان، متحرک در بازهٔ زمانی $1s < t < 3s$ در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند (چرا؟) و بیشترین سرعت این متحرک در این بازهٔ زمانی برابر $1m/s$ است.



$$t = 2s \Rightarrow v = -2^2 + 4\times 2 - 3 = 1m/s$$

بنابراین فقط عبارت‌های (ج) و (د) صحیح است.

۱۸ ۱ ۲ دو ثانیهٔ دوم، معادل $2s \le t \le 4s$ است. بنابراین برای محاسبهٔ شتاب متوسط در این بازهٔ زمانی می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow v_1 = 2\cos(2\pi + \frac{\pi}{6}) + 4 = 2\cos(\frac{\pi}{6}) + 4 = 4 + \sqrt{3}m/s \\ t_2 = 4s \Rightarrow v_2 = 2\cos(4\pi + \frac{\pi}{6}) + 4 = 2\cos(\frac{\pi}{6}) + 4 = 4 + \sqrt{3}m/s \end{cases}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{v_1 = v_2} a_{av} = 0$$

۱۹ ۳ ۲ گام اول: ابتدا تغییر سرعت در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow -2\vec{i} = \frac{\Delta \vec{v}}{10} \Rightarrow (\Delta \vec{v})_{\text{صفر تا } t_2} = -20\vec{i}$$

گام دوم: سپس تغییر سرعت در بازهٔ زمانی صفر تا t_3 را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{a}'_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \frac{2}{3}\vec{i} = \frac{\Delta \vec{v}}{15} \Rightarrow (\Delta \vec{v})_{\text{صفر تا } t_2} = 10\vec{i}$$

گام سوم: شتاب متوسط در بازهٔ زمانی t_2 تا t_3 برابر است با:

$$(\Delta \vec{v})_{\text{صفر تا } t_3} = (\Delta \vec{v})_{\text{صفر تا } t_2} + (\Delta \vec{v})_{t_2 \text{ تا } t_3}$$
$$10\vec{i} = -20\vec{i} + (\Delta \vec{v})_{t_2 \text{ تا } t_3} \Rightarrow (\Delta \vec{v})_{t_2 \text{ تا } t_3} = 30\vec{i}$$
$$\vec{a}_{av} = \frac{(\Delta \vec{v})_{t_2 \text{ تا } t_3}}{\Delta t} = \frac{30\vec{i}}{15-10} = 6\vec{i}\ (\frac{m}{s^2})$$

gajmarket.com

۲۰ ۲ گام اول: محاسبهٔ تغییرات سرعت در بازه‌های زمانی داده‌شده:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow\begin{cases}-۴=\frac{\Delta v_۱}{۱۰-۵}\Rightarrow \Delta v_۱=-۲۰\,m/s\\ ۲=\frac{\Delta v_۲}{۱۲-۱۰}\Rightarrow \Delta v_۲=۴\,m/s\end{cases}$$

گام دوم: محاسبهٔ شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱=۵s$ تا $t_۲=۱۲s$:

$$a_{av}=\frac{\Delta v_{کل}}{\Delta t_{کل}}=\frac{\Delta v_۱+\Delta v_۲}{۱۲-۵}=\frac{-۲۰+۴}{۱۲-۵}=-\frac{۱۶}{۷}\Rightarrow \vec{a}_{av}=-\frac{۱۶}{۷}\vec{i}$$

۲۱ ۳ گام اول: ابتدا لحظه‌ای که سرعت متحرک صفر می‌شود را به‌دست می‌آوریم:

$$v=۰\Rightarrow t^۲-b=۰\Rightarrow t=\sqrt{b}$$

در این لحظه سرعت صفر شده و علامت سرعت تغییر می‌کند (چرا؟)، بنابراین در لحظهٔ $t=\sqrt{b}$ جهت حرکت عوض می‌شود.

گام دوم: در ادامه شتاب متوسط متحرک را از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ تغییر جهت برحسب b به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}t_۱=۰\Rightarrow v_۱=-b\\ t_۲=\sqrt{b}\Rightarrow v_۲=۰\end{cases}$$

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\Rightarrow ۲=\frac{۰-(-b)}{\sqrt{b}-۰}\Rightarrow\frac{b}{\sqrt{b}}=۲\Rightarrow\sqrt{b}=۲\Rightarrow b=۴$$

۲۲ ۱ گام اول: ابتدا معادلهٔ سرعت متحرک را بازنویسی می‌کنیم:

$$v=t^۲-۲t+۵=(t-۱)^۲+۴$$

واضح است که کم‌ترین تندی متحرک $(۴\,m/s)$ در لحظهٔ $t=۱s$ اتفاق می‌افتد.

گام دوم: حال شتاب متوسط متحرک را در بازهٔ زمانی $۰\le t\le ۱s$ به دست می‌آوریم:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۴-۵}{۱-۰}=-۱\,m/s^۲\Rightarrow|a_{av}|=۱\,m/s^۲$$

۲۳ ۲ گام اول: برای محاسبهٔ شتاب متوسط متحرک در دو ثانیهٔ دوم حرکت، ابتدا باید سرعت متحرک را در لحظات $t_۱=۲s$ و $t_۲=۴s$ به‌دست آوریم. بنابراین داریم:

$$\begin{cases}t_۱=۲s\Rightarrow x_۱=(۲+۱)^۲=۹m\Rightarrow v_۱=۲\sqrt{۹}=۶\,m/s\\ t_۲=۴s\Rightarrow x_۲=(۴+۱)^۲=۲۵m\Rightarrow v_۲=۲\sqrt{۲۵}=۱۰\,m/s\end{cases}$$

گام دوم: حال شتاب متوسط متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۱۰-۶}{۴-۲}=۲\,m/s^۲$$

۲۴ ۱ بررسی گزاره‌ها

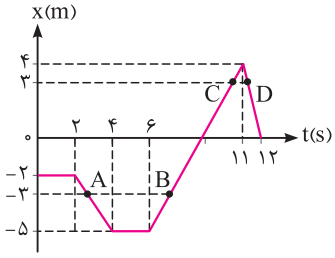
الف) نادرست است. بیشترین فاصلهٔ متحرک تا مبدأ مکان برابر $۵m$ می‌باشد.

ب) نادرست است. متحرک در دو ثانیهٔ اول و دو ثانیهٔ سوم توقف دارد (در مجموع به مدت ۴ ثانیه).

ج) نادرست است. مسافت طی‌شده در بازهٔ زمانی صفر تا $۱۲s$ برابر است با:

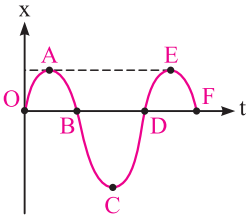
$$l=۳+۵+۴+۴=۱۶m$$

د) درست است. همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، در نقاط A، B، C و D فاصلهٔ ذره تا مبدأ مکان برابر $۳m$ می‌شود.



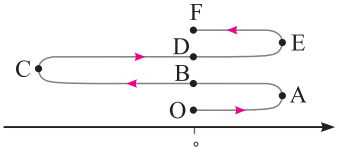
ه) نادرست است. چون در بازهٔ زمانی $t_۱=۶s$ تا $t_۲=۱۱s$، متحرک تغییر جهت نداده است، بنابراین در این بازهٔ زمانی اندازهٔ جابه‌جایی برابر مسافت طی‌شده می‌باشد.

۲۵ ۳ گام اول: ابتدا بر روی نمودار، نقاط را نام‌گذاری می‌کنیم. با توجه به نمودار مقابل، می‌توان نوشت:



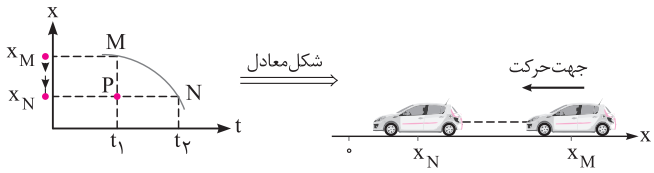
$$x_O=x_B=x_D=x_F=۰$$
$$x_A=x_E>۰$$
$$x_C<۰$$
$$|x_C|>|x_A|$$

گام دوم: رسم مسیر حرکت:



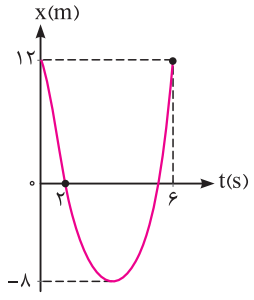
متحرک از مبدأ تا A در جهت محور x حرکت کرده، سپس از A تا C در خلاف جهت و از C تا E مجدداً در جهت محور x و از E تا F در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.

۲۶ ۳ با توجه به نمودار مکان ـ زمان داده شده، متحرک در لحظهٔ $t_۱$ در مکان x_M و در لحظهٔ $t_۲$ در مکان x_N است. بنابراین در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، متحرک در خلاف جهت محور x از x_M تا x_N بر روی مسیر مستقیم حرکت کرده است.



بنابراین در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، مسافت طی شده توسط متحرک برابر اندازهٔ جابه‌جایی آن $|x_N-x_M|$ است که با توجه به شکل فوق، همان طول پاره‌خط MP می‌باشد. بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است. (دقت شود چون متحرک در این بازهٔ زمانی تغییر جهت نداده است، اندازهٔ جابه‌جایی برابر مسافت طی‌شده می‌باشد.)

۲۷ ۱ گام اول: با توجه به شکل، جابه‌جایی متحرک از لحظهٔ $t_۱=۲s$ تا $t_۲=۶s$ برابر است با:

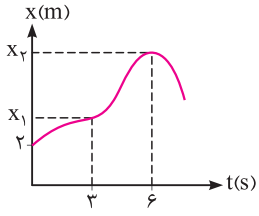


$$\begin{cases}t_۱=۲s\Rightarrow x_۱=۰\\ t_۲=۶s\Rightarrow x_۲=۱۲m\end{cases}$$
$$\Rightarrow \text{جابه‌جایی}:\Delta x=x_۲-x_۱=۱۲-۰=۱۲m$$
$$\text{سرعت متوسط}:v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۱۲-۰}{۶-۲}=۳\,m/s$$

گام دوم: مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱=۲s$ تا $t_۲=۶s$ برابر $۸+۸+۱۲=۲۸m$ است. بنابراین داریم:

$$\text{تندی متوسط}:s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۲۸}{۴}=۷\,m/s$$

۲۸ ۲ **گام اول:** ابتدا به کمک رابطهٔ تندی متوسط، مقدار x_1 را به‌دست می‌آوریم:



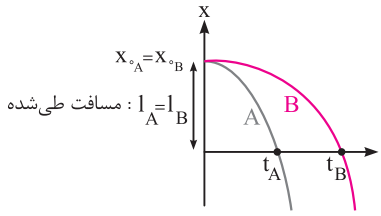
$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\Rightarrow ۲=\frac{l}{۳}\Rightarrow l=۶m$$

$$x_۱=۲+l=۲+۶=۸m$$

گام دوم: در ادامه به کمک رابطهٔ سرعت متوسط، مقدار x_2 را که همان مکان تغییر جهت ذره است، به‌دست می‌آوریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{\Delta t}\Rightarrow -۴=\frac{x_۲-۸}{۳}\Rightarrow x_۲=-۲۰m$$

۲۹ ۳ با توجه به نمودار رسم‌شده، مسافت طی‌شده توسط هر دو متحرک از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ عبور آن‌ها از مبدأ مکان با هم برابر است.



$l_A=l_B$: مسافت طی‌شده

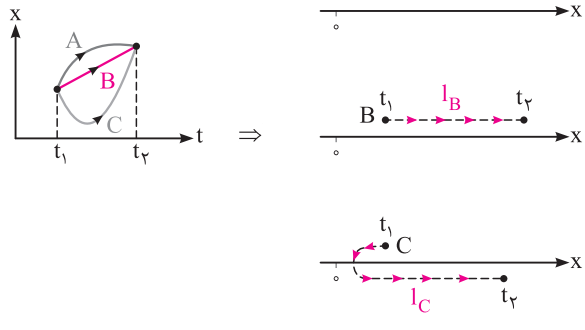
از طرفی با توجه به رابطهٔ تندی متوسط $\left(s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\right)$ و اینکه $t_B>t_A$ است، تندی متوسط B، کم‌تر از A است.

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\xrightarrow[t_B>t_A]{l_A=l_B} s_{av_A}>s_{av_B}$$

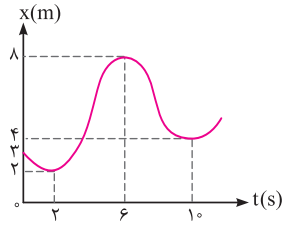
۳۰ ۱ طبق رابطهٔ $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$، سرعت متوسط یک متحرک به جابه‌جایی و زمان جابه‌جایی موردنظر بستگی دارد. با توجه به نمودار مکان ـ زمان رسم شده، هر سه متحرک در لحظهٔ t_1 از یک مکان شروع به حرکت کرده و در لحظهٔ t_2 به یک مکان رسیده‌اند، بنابراین جابه‌جایی آن‌ها و در نتیجه سرعت متوسط آن‌ها با یک‌دیگر برابر است.

طبق رابطهٔ $s_{av}=\frac{l}{\Delta t}$، برای مقایسهٔ تندی متوسط، باید مسافت طی شده توسط سه متحرک را مقایسه کنیم. دو متحرک A و B در مسیر حرکتشان تغییر جهت نداده‌اند، بنابراین اندازهٔ جابه‌جایی و مسافت طی شده توسط آن‌ها با هم برابر است و در نتیجه $s_{av_A}=s_{av_B}$ است. متحرک C در بازهٔ زمانی موردنظر تغییر جهت داده است. بنابراین مسافت طی شده توسط C، بیشتر از دو متحرک دیگر بوده و در نتیجه تندی متوسط C نیز بیشتر از دو متحرک A و B است.

$$l_A=l_B<l_C\Rightarrow s_{av_A}=s_{av_B}<s_{av_C}$$



۳۱ ۳ برای پاسخ دادن به این سؤال جالب، می‌توان اعدادی مناسب و منطقی متناسب با نمودار را بر روی آن فرض کرد و تندی متوسط را در تمامی بازه‌های اشاره‌شده با توجه به این اعداد به‌دست آورد.



به‌طور مثال، می‌توان نوشت:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}$$

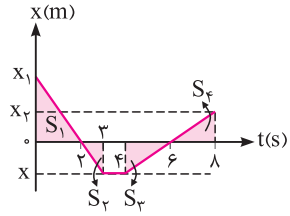
$$\begin{cases}۰<t<۲s\Rightarrow s_{av}=\frac{۱}{۲}m/s\\ ۰<t<۶s\Rightarrow s_{av}=\frac{۱+۶}{۶}=\frac{۷}{۶}m/s\\ ۲s<t<۱۰s\Rightarrow s_{av}=\frac{۶+۴}{۱۰-۲}=\frac{۱۰}{۸}=\frac{۵}{۴}m/s\\ ۶s<t<۱۰s\Rightarrow s_{av}=\frac{۴}{۱۰-۶}=۱m/s\end{cases}$$

بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است، هر چند که سؤال چندان استاندارد نیست.

۳۲ ۲ **گام اول:** به کمک تندی متوسط، مسافت طی شده توسط متحرک را در بازهٔ زمانی $t_1=۲s$ تا $t_2=۶s$ به‌دست می‌آوریم:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\Rightarrow ۶=\frac{l}{۴}\Rightarrow l=۲۴m$$

همان‌طور که در نمودار مقابل می‌بینید، در بازهٔ زمانی $t_1=۲s$ تا $t_2=۶s$، متحرک به اندازهٔ x از مبدأ مکان دور شده و سپس به اندازهٔ x باز می‌گردد و به مبدأ مکان می‌رسد، بنابراین مسافت طی شده توسط متحرک برابر ۲x می‌شود و داریم:



$$l=۲x\Rightarrow ۲۴=۲x\Rightarrow x=۱۲m$$

گام دوم: در ادامه با نوشتن تشابه بین مثلث‌های S_1 و S_2، مقدار x_1 را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{x_۱}{x}=\frac{۲}{۱}\Rightarrow\frac{x_۱}{۱۲}=\frac{۲}{۱}\Rightarrow x_۱=۲۴m$$

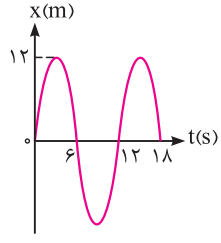
و با نوشتن تشابه بین مثلث‌های S_3 و S_4، مقدار x_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{x_۲}{x}=\frac{۲}{۲}\Rightarrow x_۲=۱۲m$$

و در نهایت داریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۱۲-۲۴}{۸}=\frac{-۱۲}{۸}=-\frac{۳}{۲}m/s$$

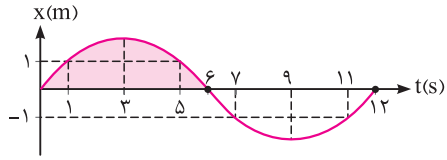
۳۳ ۲ طبق رابطهٔ $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$، هنگامی که جابه‌جایی متحرک صفر می‌شود، سرعت متوسط آن نیز صفر خواهد شد. با توجه به نمودار رسم شده، اولین‌بار در لحظهٔ $t=۶s$، متحرک به مکان اولیه‌اش در لحظهٔ $t=۰$ رسیده و جابه‌جایی و سرعت متوسط متحرک صفر می‌شود. برای به دست آوردن تندی متوسط در بازهٔ زمانی $۰\le t\le ۶s$ داریم:



$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۱۲+۱۲}{۶}=۴m/s$$

gajmarket.com

۳۴ **۱** با توجه به تقارن قسمت هاشورخورده در شکل حول محور عبوری از وسط آن، متوجه می‌شویم که متحرک در لحظهٔ $t=\frac{۱+۵}{۲}=۳s$ در بیشترین فاصله از مکان اولیه‌اش قرار داشته و در لحظات $t=۶s$ و $t=۱۲s$ از مبدأ مکان می‌گذرد و همچنین این متحرک در لحظات $t=۷s$ و $t=۱۱s$ نیز در مکان $x=-۱m$ قرار دارد (چرا؟).

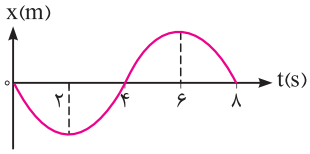


در ادامه می‌توان گفت بیشترین اندازهٔ سرعت متوسط وقتی بین دو مکان $x_۱=۱m$ و $x_۲=-۱m$ جابه‌جا شود، مربوط به زمانی است که این جابه‌جایی در کم‌ترین زمان ممکن انجام می‌شود (یعنی در بازهٔ $۵s<t<۷s$) و کمترین اندازهٔ سرعت متوسط مربوط به زمانی است که این جابه‌جایی در بیشترین زمان ممکن انجام شود (یعنی در بازهٔ $۱s<t<۱۱s$). بنابراین می‌توان نوشت:

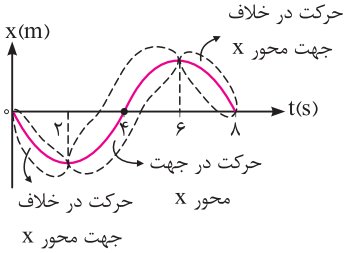
$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\begin{cases}\text{بیشترین اندازهٔ سرعت متوسط}: |v_{av_۱}|=\left|\frac{-۱-(۱)}{۷-۵}\right|=۱m/s\\ \text{کم‌ترین اندازهٔ سرعت متوسط}: |v_{av_۲}|=\left|\frac{-۱-(۱)}{۱۱-۱}\right|=\frac{۱}{۵}m/s\end{cases}$$

$$\Rightarrow\frac{|v_{av_۱}|}{|v_{av_۲}|}=\frac{۱}{\frac{۱}{۵}}=۵$$

۳۵ **۲** همان‌طور که می‌دانیم، هرگاه متحرک در مکان‌های منفی $(x<۰)$ قرار گرفته باشد، بردار مکان آن در خلاف جهت محور x و هرگاه متحرک در مکان‌های مثبت $(x>۰)$ قرار گرفته باشد، بردار مکان آن در جهت محور x می‌باشد. بنابراین در این سؤال، در بازهٔ زمانی $۰<t<۴s$، بردار مکان در خلاف جهت محور x و در بازهٔ $۴s<t<۸s$، بردار مکان در جهت محور x است. بنابراین گزینهٔ (۲) می‌تواند صحیح باشد.

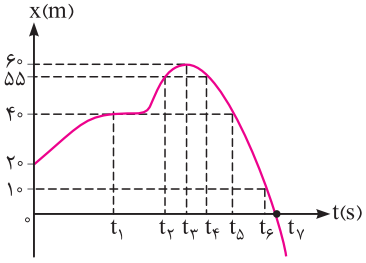


۳۶ **۱** در شکل زیر مشخص شده است که متحرک در کدام بازهٔ زمانی در جهت مثبت محور x و در کدام بازه‌های زمانی در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. بنابراین گزینهٔ (۱) می‌تواند صحیح باشد، زیرا در بازهٔ زمانی $۰<t<۴s$، متحرک ابتدا در خلاف جهت محور x و سپس در جهت محور x حرکت می‌کند.



۳۷ **۴** برای پاسخ دادن به این سؤال، هر یک از گزینه‌ها را تحلیل می‌کنیم:

بررسی گزینه‌ها



۱) با توجه به نمودار مکان ـ زمان داده شده، متحرک فقط در لحظهٔ $t_۷$ از مبدأ مکان $(x=۰)$ می‌گذرد و در این لحظه، علامت سرعت آن منفی بوده و در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. بنابراین این گزینه نادرست است.

۲) متحرک دو بار در مکان $x=۴۰m$ قرار می‌گیرد. یک بار در این مکان توقف داشته $(t_۱)$ و یک بار وقتی سرعت آن منفی است، از این مکان می‌گذرد $(t_۵)$، بنابراین این گزینه نیز نادرست است.

۳) متحرک در لحظهٔ $t_۶$ که سرعت آن منفی است، از مکان $x=۱۰m$ می‌گذرد، بنابراین این گزینه نیز نادرست است.

۴) متحرک دو بار از مکان $x=۵۵m$ می‌گذرد که یک بار سرعت آن مثبت (در لحظهٔ $t_۲$)، و یک بار سرعت آن منفی (در لحظهٔ $t_۴$) است. بنابراین این گزینه می‌تواند صحیح باشد.

۳۸ **۳** **بررسی گزاره‌ها**

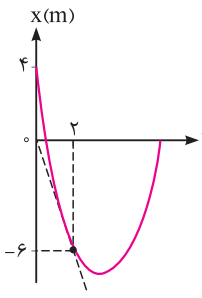
الف) متحرک در بازه‌های زمانی صفر تا ۲s، ۵s تا ۷s و ۱۰s تا ۱۲s، در مجموع به مدت ۶s در جهت محور x حرکت کرده است و در بازه‌های زمانی صفر تا ۲s، ۵s تا ۷s و ۸s تا ۱۰s در مجموع به مدت ۶s از مبدأ مکان دور شده است. بنابراین گزاره (الف) درست است.

ب) متحرک در بازه‌های زمانی ۴s تا ۵s، ۷s تا ۸s و ۱۰s تا ۱۲s، در مجموع به مدت ۴ ثانیه در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان بوده است و در بازه‌های زمانی ۴s تا ۵s و ۷s تا ۱۰s، در مجموع به مدت ۴ ثانیه دارای سرعت منفی می‌باشد. بنابراین گزاره (ب) نادرست است.

ج) متحرک در لحظات $t=۰$، $t=۸s$ و $t=۱۲s$ در مبدأ مکان بوده است، و چهار دفعه تغییر جهت داده است، بنابراین گزاره (ج) درست است.

د) در بازهٔ زمانی که متحرک تغییر جهت نداده است، اندازهٔ سرعت متوسط برابر تندی متوسط می‌باشد. طولانی‌ترین بازه‌ای که این متحرک تغییر جهت نداده است، بازهٔ زمانی $t=۰$ تا $t=۴s$ می‌باشد. بنابراین گزاره (د) درست است.

۳۹ **۴** **گام اول:** ابتدا تندی متوسط این متحرک را در ۲ ثانیهٔ اول حرکت محاسبه می‌کنیم:



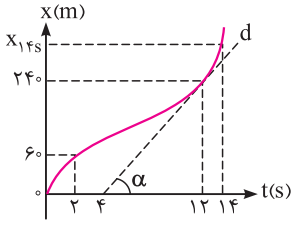
$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}\rightarrow s_{av}=\frac{۱۰}{۲-۰}=۵m/s$$

گام دوم: همان‌طور که می‌دانیم، شیب خط مماس بر نمودار $x-t$، برابر سرعت لحظه‌ای متحرک است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$t=۲s \text{ اندازهٔ سرعت در لحظهٔ } |v|=|\text{شیب خط مماس}|$$

$$\Rightarrow|v|=\left|\frac{-۶-۰}{۲-۰}\right|=۳m/s\Rightarrow\frac{|v|}{s_{av}}=\frac{۳}{۵}$$

۴۰ ۱ **گام اول:** تندی متحرک در لحظهٔ $t = 12s$، برابر شیب خط d می‌باشد که به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:



$$v_{12s} = \tan\alpha = \frac{240}{8} = 30\frac{m}{s}$$

گام دوم: با توجه به صورت سوال، تندی متوسط در بازهٔ $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 14s$ برابر تندی در لحظهٔ $t = 12s$ می‌باشد. بنابراین مکان متحرک در $t_2 = 14s$ برابر است با:

$$s_{av} = v_{12s} \Rightarrow \frac{x_{14s} - 60}{14 - 2} = 30 \Rightarrow x_{14s} = 420m$$

دقت شود که متحرک از $2s$ تا $14s$ بدون تغییر جهت روی خط راست در حال حرکت است و تندی متوسط متحرک برابر سرعت متوسط آن است.

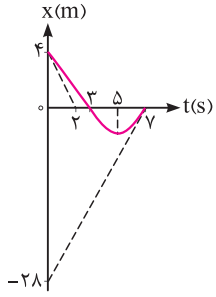
گام سوم: نسبت خواسته‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{(v_{av})_{0\text{تا}2}}{(v_{av})_{12\text{تا}14}} = \frac{\frac{60-0}{2}}{\frac{420-240}{2}} = \frac{60}{180} = \frac{1}{3}$$

۴۱ ۴ **گام اول:** محاسبهٔ اندازهٔ سرعت اولیهٔ متحرک: همان‌طور که می‌دانیم، شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان، برابر سرعت متحرک است، بنابراین می‌توان نوشت:

$t = 0$ اندازهٔ سرعت در لحظهٔ $|v_1|$ = |شیب خط مماس| $= \left|\frac{0-4}{2-0}\right| = 2m/s$

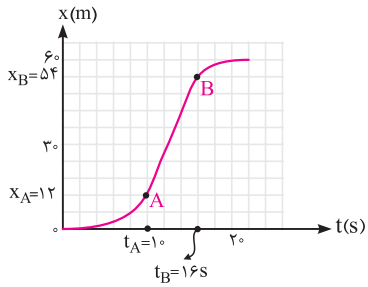
گام دوم: با توجه به نمودار داده شده، متحرک بار اول در لحظهٔ $t = 3s$ و بار دوم در لحظهٔ $t = 7s$ به مبدأ مکان می‌رسد. حال اندازهٔ سرعت متحرک را در لحظهٔ $t = 7s$ به کمک شیب خط مماس به دست می‌آوریم:



$$|v_2| = \left|\frac{0-(-28)}{7-0}\right| = \frac{28}{7} = 4m/s$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{m\text{ ثابت}} \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \left(\frac{4}{2}\right)^2 = 4$$

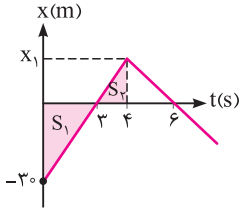
۴۲ ۳ در حرکت این متحرک، از لحظهٔ $t = 0$ تا A، سرعت متحرک در حال افزایش است (شیب مماس ترسیمی بر نمودار در حال افزایش است)، در ادامه از A تا B نمودار مکان ـ زمان خط صاف بوده و سرعت متحرک ثابت است و در نهایت از B سرعت کاهش یافته و در نهایت به صفر می‌رسد. با توجه به این موضوع، بیشترین سرعت بین A تا B است و کافیست شیب خط AB را بیابیم (هر یک از خانه‌های محور قائم معادل $6m$ و هر یک از خانه‌های محور افقی معادل $2s$ است):



$$v_{AB} = v_{av_{AB}} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{54-12}{16-10} \Rightarrow v_{AB} = 7m/s$$

۴۳ ۲ شتاب متوسط متحرک در یک بازهٔ زمانی از رابطهٔ $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ به دست می‌آید. بنابراین کافی است سرعت متحرک را در لحظات $t_1 = 3s$ و $t_2 = 6s$ به دست آوریم.

گام اول: چون شیب نمودار $x - t$ در بازهٔ زمانی $0 < t < 4s$ ثابت است، بنابراین سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 3s$ برابر شیب این خط می‌باشد.



$$t = 3s \text{ سرعت در لحظهٔ } : v_1 = \frac{0-(-30)}{3-0} = 10m/s$$

گام دوم: ابتدا به کمک تشابه دو مثلث S_1 و S_2، مقدار x_1 را به دست آورده و سپس سرعت متحرک را در لحظهٔ $t = 6s$ به دست می‌آوریم:

$$S_2 \text{ و } S_1 \text{ تشابه دو مثلث} \Rightarrow \frac{x_1}{30} = \frac{1}{3} \Rightarrow x_1 = 10m$$

$$t = 6s \text{ سرعت متحرک در لحظهٔ } : v_2 = \frac{0-10}{6-4} = -5m/s$$

گام سوم: محاسبهٔ شتاب متوسط:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \Rightarrow a_{av} = \frac{-5-10}{6-3} = -5m/s^2$$

$$\Rightarrow |a_{av}| = 5m/s^2$$

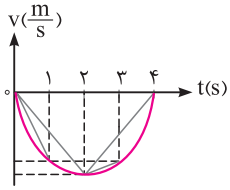
۴۴ ۱ وقتی متحرک بر روی مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در لحظاتی که تغییر جهت می‌دهد، اندازهٔ سرعت آن برابر صفر می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

در لحظات تغییر جهت : $v_1 = v_2 = 0$

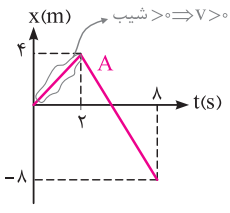
$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{v_2 = v_1 = 0} a_{av} = 0$$

دقت در این سؤال متحرک در لحظات $t_1 = 4s$ و $t_2 = 8s$ تغییر جهت می‌دهد (چرا؟).

۴۵ ۱ **شیب خط واصل** بین دو نقطه از نمودار سرعت ـ زمان، برابر شتاب متوسط متحرک در آن بازهٔ زمانی است. بنابراین هرچه اندازهٔ شیب خط بیشتر باشد، اندازهٔ شتاب متوسط در آن بازهٔ زمانی بیشتر است. در این سؤال در ثانیهٔ اول $(0 \le t \le 1s)$، اندازهٔ شیب خط بیشتر از اندازهٔ شیب خطوط مطرح شده در گزینه‌های دیگر است.



۴۶ ۱ در نمودار مکان ـ زمان، هنگامی متحرک در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند که شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ مثبت باشد $(v > 0)$. از طرفی در نمودار سرعت ـ زمان، هنگامی متحرک در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند که نمودار در بالای محور زمان قرار داشته باشد $(v > 0)$. بنابراین می‌توان نوشت:

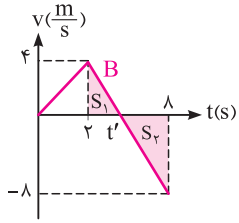


بررسی متحرک A:

متحرک A در بازهٔ زمانی $0 < t < 2s$، در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند.

gajmarket.com

بررسی متحرک B:



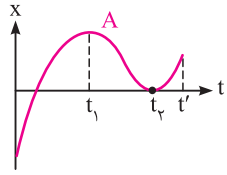
متحرک B در بازهٔ زمانی $0 \le t \le t'$، در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند (چون سرعت متحرک در این بازهٔ زمانی مثبت است). حال باید لحظهٔ t' را به کمک تشابه دو مثلث به دست آوریم:

$$S_1 \text{ و } S_2 \text{ تشابه دو مثلث} \Rightarrow \frac{8-t'}{8} = \frac{t'-2}{4} \Rightarrow t' = 4s$$

بنابراین گزینهٔ (۱) صحیح است.

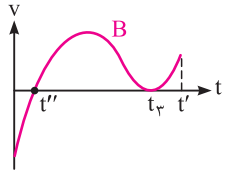
۴۷ **۱** در نمودار مکان ـ زمان، هنگامی متحرک تغییر جهت می‌دهد که شیب مماس بر نمودار مکان ـ زمان صفر شده $(v=0)$ و علامت شیب مماس قبل و پس از این لحظه تغییر کند. از طرفی در نمودار سرعت ـ زمان، هنگامی متحرک تغییر جهت می‌دهد که نمودار محور زمان را قطع کند $(v=0)$ و از آن رد شود. بنابراین می‌توان نوشت:

بررسی متحرک A:



متحرک A در لحظات t_1 و t_2 تغییر جهت می‌دهد.

بررسی متحرک B:



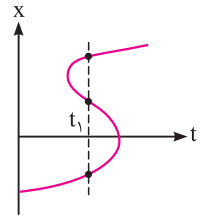
متحرک B فقط در لحظهٔ t'' تغییر جهت می‌دهد. (چون سرعت در این لحظه صفر شده و علامت سرعت قبل و پس از این لحظه تغییر می‌کند.)

بنابراین گزینهٔ (۱) صحیح است.

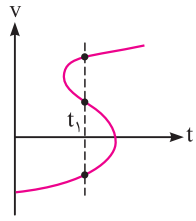
حواستون باشه

متحرک B در لحظهٔ t_3 یک لحظه توقف کرده و سپس بدون تغییر جهت، به حرکت خود ادامه می‌دهد، زیرا علامت سرعت آن تغییر نکرده است.

۴۸ **۲** ابتدا باید دقت شود که نمودارهای (الف) و (ب) نمی‌تواند مربوط به حرکت یک متحرک باشد، زیرا در لحظهٔ t_1 در شکل (الف) متحرک در ۳ محل قرار گرفته که غیرممکن است و در شکل (ب) متحرک سه مقدار برای سرعت دارد که این نیز غیرممکن است.

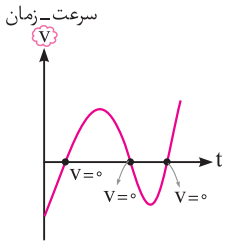


(الف)

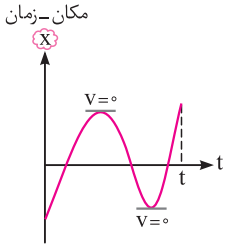


(ب)

از سوی دیگر در نمودار مکان ـ زمان (پ)، متحرک تا لحظهٔ t' دو بار تغییر جهت داده و در نمودار (ت) این موضوع سه بار رخ داده است و در مجموع گزینهٔ (۲) صحیح است.



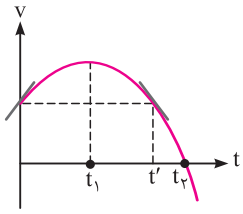
(ت)



(پ)

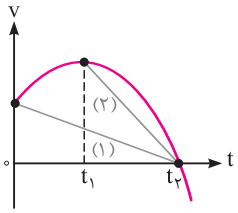
۴۹ **۴** **بررسی گزینه‌ها**

۱) اندازهٔ سرعت متحرک از لحظهٔ صفر تا t_1 در حال افزایش است، بنابراین تندی متحرک در این بازهٔ زمانی افزایش می‌یابد.



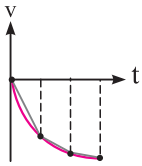
۲) با توجه به تقارن سهمی نسبت به رأس آن، اندازهٔ شیب خط مماس بر نمودار در لحظات صفر و t' برابر است. بنابراین اندازهٔ شتاب متحرک در این دو لحظه با هم برابر است و مقدار آن از شتاب در لحظهٔ t_2 کمتر است.

۳) از لحظهٔ صفر تا t_1 شیب خط مماس بر نمودار مثبت بوده و در نتیجه شتاب متحرک، مثبت و در جهت محور x است.

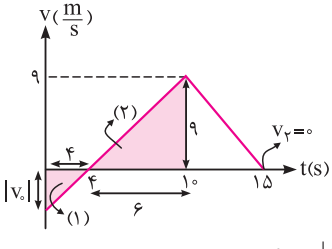


۴) شتاب متوسط برابر شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار سرعت ـ زمان است. در این سؤال، اندازهٔ شیب خط (۲) بیشتر از خط (۱) است، بنابراین این گزینه صحیح است.

۵۰ **۱** با توجه به این‌که طبق صورت سؤال، متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، باید سرعت متحرک منفی باشد، بنابراین نمودارهای رسم شده در گزینه‌های (۲) و (۴) نادرست می‌باشد. از طرف دیگر همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، اگر در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی، خطوطی واصل از ابتدا به انتهای بازه را در نمودار سرعت ـ زمان در گزینهٔ (۱) رسم کنیم، اندازهٔ شیب خطوط موردنظر کاهش می‌یابد و در نتیجه، اندازهٔ شتاب متوسط حرکت رو به کاهش است، بنابراین نمودار رسم شده در گزینهٔ (۱) درست است.



۵۱ **۱** برای محاسبهٔ اندازهٔ شتاب متوسط از روی نمودار سرعت ـ زمان، از رابطهٔ $|\vec{a}_{av}| = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$ استفاده می‌کنیم. به همین منظور کافی است تا به کمک تشابه مثلث‌ها، سرعت در لحظهٔ $t=0$ را به‌دست آوریم:

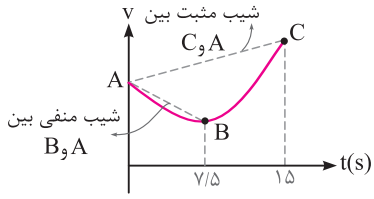


$$\text{تشابه مثلث‌های (۱) و (۲)} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{|v_0|}{9} \Rightarrow |v_0| = 6\,m/s$$

همان‌طور که از روی نمودار مشخص است، v_0 عددی منفی است و می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow v_1 = v_0 = -6\,m/s \\ t_2 = 15\,s \Rightarrow v_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow |\vec{a}_{av}| = \frac{0-(-6)}{15-0} = 0/4\,m/s^2$$

۵۲ **۳** شتاب متوسط در ۷/۵ ثانیهٔ اول حرکت منفی و در ۱۵ ثانیهٔ اول حرکت مثبت است. با توجه به این‌که شیب خط واصل بین دو نقطه از نمودار سرعت ـ زمان معادل شتاب متوسط متحرک است، تنها گزینهٔ (۳) می‌تواند نمودار سرعت ـ زمان این متحرک باشد.



۵۳ **۴** **گام اول:** به دست آوردن سرعت در لحظات $t = 4s$ و $t = 0$:

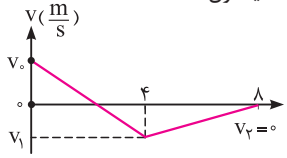
$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{v_2 - v_1}{8-4}$: شتاب متوسط در ۴ ثانیهٔ دوم

$$\xrightarrow{v_2 = 0} \frac{1}{2} = \frac{0 - v_1}{4} \Rightarrow v_1 = -2\,m/s$$

$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -2 = \frac{v_1 - v_0}{4-0}$: شتاب متوسط در ۴ ثانیهٔ اول

$$\xrightarrow{v_1 = -2\,m/s} -2 = \frac{-2 - v_0}{4} \Rightarrow v_0 = 6\,m/s$$

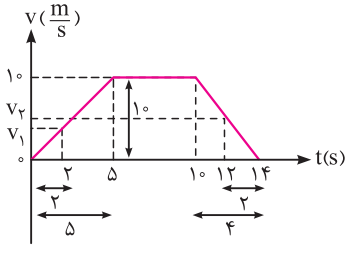
گام دوم: به دست آوردن شتاب متوسط در ۸ ثانیهٔ اول:



$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_0}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{0-6}{8-0} = -\frac{3}{4}\,m/s^2$$

۵۴ **۲** برای محاسبهٔ شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 12s$، ابتدا سرعت متحرک را در ابتدا و انتهای این بازهٔ زمانی به کمک تشابه به‌دست می‌آوریم:

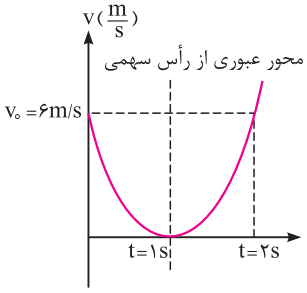


$t_1 = 2s \Rightarrow \frac{10}{v_1} = \frac{5}{2} \Rightarrow v_1 = 4\,m/s$ (تشابه در سمت چپ شکل)

$t_2 = 12s \Rightarrow \frac{10}{v_2} = \frac{14-10}{14-12} \Rightarrow v_2 = 5\,m/s$ (تشابه در سمت راست شکل)

$$|\vec{a}_{av}| = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{5-4}{12-2} = \frac{1}{10}\,m/s^2$$

۵۵ **۲** همان‌طور که می‌دانید، سهمی نسبت به محور عبوری از رأس آن، دارای تقارن است. در دو ثانیهٔ اول حرکت که یک بازهٔ متقارن نسبت به محور عبوری از رأس سهمی است، سرعت در ابتدا و انتهای بازهٔ زمانی برابر بوده و در نتیجه شتاب متوسط در این بازهٔ زمانی برابر صفر است.



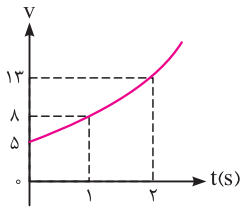
$$\begin{cases} t_1 = 0 \Rightarrow v_1 = 6\,\frac{m}{s} \\ t_2 = 2s \Rightarrow v_2 = 6\,\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = 0$$

حتماً بخونش

در این سؤال، به طور کلی در بازهٔ زمانی t_1 و t_2، به شرطی که $t = 1s$ در وسط آن بازه قرار گیرد $\left(\frac{t_1+t_2}{2} = 1s\right)$، شتاب متوسط برابر صفر می‌شود. به عنوان مثال از $t_1 = 0/75s$ تا $t_2 = 1/25s$ نیز شتاب متوسط برابر صفر است.

۵۶ **۳** چون در صورت سؤال بیان شده است که نمودار سرعت ـ زمان یک سهمی است، بنابراین معادلهٔ آن را به شکل $v = at^2 + bt + c$ نوشته و سپس مقادیر مجهول a، b و c را با توجه به نمودار به‌دست می‌آوریم:



$$v = at^2 + bt + c$$

$$\begin{cases} t = 0 \Rightarrow 5 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c = 5 \\ t = 1s \Rightarrow 8 = a(1)^2 + b(1) + 5 \Rightarrow a + b = 3 \\ t = 2s \Rightarrow 13 = a(2)^2 + b(2) + 5 \Rightarrow 8 = 4a + 2b \Rightarrow 2a + b = 4 \end{cases}$$

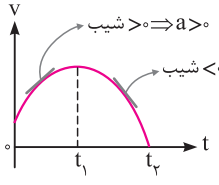
$$\begin{cases} a + b = 3 \\ 2a + b = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow v = t^2 + 2t + 5$$

پس از یافتن معادلهٔ سهمی، برای یافتن شتاب متوسط متحرک در ثانیهٔ سوم $(2s \le t < 3s)$، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow v_1 = 2^2 + 2 \times 2 + 5 = 13\,m/s \\ t_2 = 3s \Rightarrow v_2 = 3^2 + 2 \times 3 + 5 = 20\,m/s \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{20-13}{3-2} = 7\,m/s^2$$

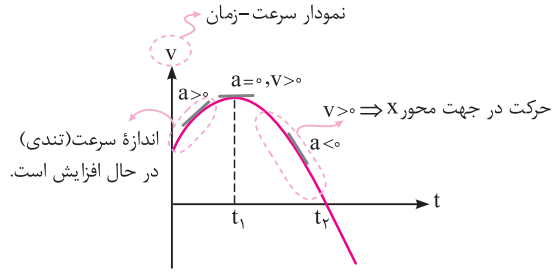
۵۷ **۴** همان‌طور که می‌دانیم، شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان در هر لحظه، نشان‌دهندهٔ شتاب متحرک در آن لحظه می‌باشد. بنابراین در این سؤال از لحظهٔ $t = 0$ تا t_1، شتاب متحرک مثبت و از لحظهٔ t_1 تا t_2 شتاب متحرک منفی می‌باشد.



دقت شود در این سؤال چون علامت سرعت همیشه مثبت است، بنابراین متحرک همواره در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند. پس گزینهٔ (۴) صحیح است.

gajmarket.com

۵۸ ۱- ابتدا به نمودار سرعت ـ زمان داده‌شده و شیب مماس‌های ترسیمی بر روی آن توجه کنید:



با توجه به این نمودار، به بررسی گزاره‌های مطرح‌شده می‌پردازیم:

الف) نادرست است. در لحظهٔ t_1 جهت شتاب متحرک تغییر می‌کند اما جهت سرعت آن تغییر نمی‌کند و در جهت محور x است.

ب) درست است. در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 سرعت مثبت بوده و متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.

پ) نادرست است. با توجه به اینکه نمودار از نوع سرعت ـ زمان است، در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، تندی متحرک در حال افزایش است.

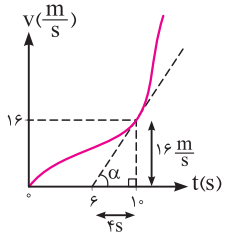
ت) نادرست است. در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان مثبت بوده و در نتیجه بردار شتاب متحرک در جهت محور x است و در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، شیب خط مماس بر نمودار سرعت ـ زمان منفی بوده و در نتیجه بردار شتاب متحرک در خلاف جهت محور x است.

۵۹ ۳- برای پاسخ دادن به این سؤال، به موارد زیر توجه کنید:

۱) طبق صورت سوال، شتاب متحرک در لحظهٔ $t=۱۰s$، برابر اندازهٔ شتاب متوسط متحرک در بازهٔ $t_1=۵s$ تا $t_2=۱۲s$ است و داریم:

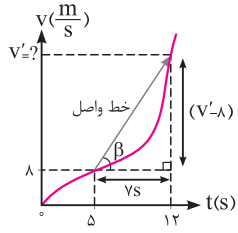
شیب مماس $=a$: شتاب در لحظهٔ $t=۱۰s$

$$\Rightarrow a=\tan\alpha=\frac{۱۶}{۴}=۴\,m/s^۲$$



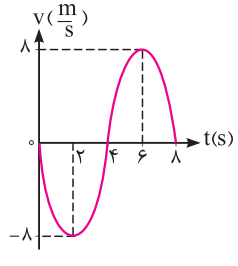
۲) در صورتی که سرعت متحرک در لحظهٔ $t=۱۲s$ برابر v' باشد، با محاسبهٔ اندازهٔ شتاب متوسط از لحظهٔ ۵s تا ۱۲s داریم:

شتاب متوسط: $a_{av}=\tan\beta=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$



$$\Rightarrow a_{av}=\frac{v'-۸}{۷}=۴\Rightarrow v'=۳۶\,m/s$$

۶۰ ۱- با توجه به نمودار سرعت ـ زمان داده شده، مشخص است که بردار شتاب متحرک در لحظات $t=۲s$ و $t=۶s$ تغییر جهت می‌دهد (شیب خط مماس بر نمودار $v-t$، برابر شتاب متحرک است). پس کافیست شتاب متوسط را در بازهٔ زمانی $۲s\le t\le ۶s$ محاسبه می‌کنیم:



$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{۸-(-۸)}{۶-۲}=۴\,m/s^۲$$

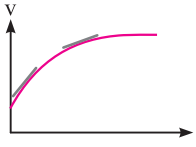
۶۱ ۱- همان‌طور که می‌دانیم، اگر نمودار سرعت ـ زمان به صورت یک خط راست با شیب ثابت باشد، شتاب لحظه‌ای ثابت بوده و برابر شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی (همان شیب نمودار سرعت ـ زمان) است.

بنابراین فقط در شکل‌های (الف) و (ب)، همواره شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه برابر شتاب لحظه‌ای می‌باشد.

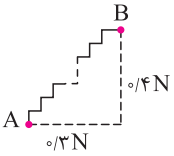
۶۲ ۴- با توجه به رابطهٔ $F_{\text{برایند}}=ma$، هنگامی برایند نیروهای وارد بر متحرک در جهت مثبت محور x است که شتاب متحرک در جهت مثبت محور x باشد.

$$\overset{\text{مثبت}}{\boxed{F_{\text{برایند}}}}=ma \xrightarrow{F_{\text{برایند}}>۰} a>۰$$

از طرفی می‌دانیم شیب مماس بر نمودار سرعت ـ زمان برابر شتاب متحرک است. بنابراین نمودارهای (الف) و (ج) نمی‌توانند پاسخ این سؤال باشند. همچنین طبق صورت سؤال، باید اندازهٔ شتاب متحرک در حال کاهش باشد، بنابراین فقط نمودار (د) می‌تواند پاسخ این سؤال باشد، چون اندازهٔ شیب مماس بر آن در حال کاهش است.



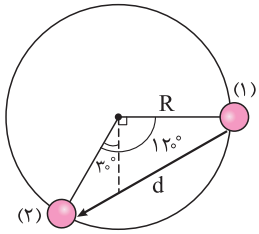
۶۳ ۱- **گام اول:** ابتدا شکل مسأله را رسم می‌کنیم (N تعداد پله‌ها است):



گام دوم: مطابق شکل، شخص از نقطهٔ A تا B جابه‌جا شده است، در نتیجه می‌توانیم طول AB را محاسبه کنیم:

$$AB=\sqrt{(۰/۳N)^۲+(۰/۴N)^۲}\xrightarrow{N=۱۰۰}AB=\sqrt{۳۰^۲+۴۰^۲}=۵۰m$$

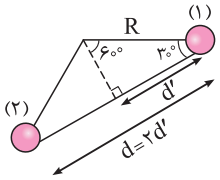
۶۴ ۱- با توجه به شکل زیر، مسافت طی شده توسط آونگ $\frac{۱}{۳}$ محیط دایره است. بنابراین داریم:



$$\text{مسافت طی‌شده}=l=\frac{\text{محیط دایره}}{۳}$$

$$\Rightarrow l=\frac{۲\pi R}{۳}=\frac{۲(۳)R}{۳}=۲R$$

برای به دست آوردن جابه‌جایی بین دو نقطهٔ (۱) و (۲) نیز داریم:

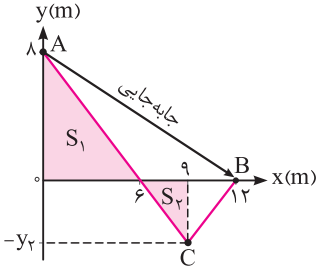


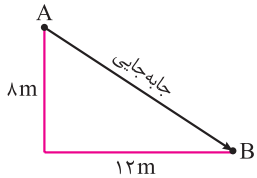
$$d'=R\cos۳۰=\frac{\sqrt{۳}}{۲}R$$

$$\text{اندازهٔ جابه‌جایی}: d=۲d'=۲\times\frac{\sqrt{۳}}{۲}R=\sqrt{۳}R$$

$$\frac{l}{d}=\frac{۲R}{\sqrt{۳}R}=\frac{۲}{\sqrt{۳}}=\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$$

۶۵ ۳- این سؤال بسیار جالب است. زیرا باید دقت کنید که نمودار مکان ـ زمان داده نشده است، بلکه نمودار مربوط به حرکت یک متحرک در صفحهٔ xoy است. بنابراین طول این مسیر، برابر مسافت طی شده و فاصلهٔ بین ابتدا و انتهای مسیر، برابر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک می‌باشد.



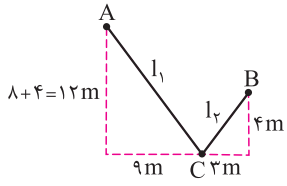


اندازهٔ جابه‌جایی: $d=\sqrt{۸^۲+۱۲^۲}=۴\sqrt{۱۳}\,m$

برای محاسبهٔ مسافت طی شده، ابتدا به کمک تشابه دو مثلث $S_۱$ و $S_۲$، مقدار $y_۲$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۸}{y_۲}=\frac{۶}{۹-۶}\Rightarrow y_۲=۴m$$

حال طول کل مسیر را به دست می‌آوریم (در واقع طول کل پاره‌خط‌ها را محاسبه می‌کنیم):

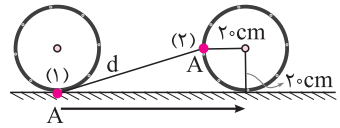


$$\begin{cases} l_۱=\sqrt{۱۲^۲+۹^۲}=۱۵m \\ l_۲=\sqrt{۴^۲+۳^۲}=۵m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{مسافت}=۵+۱۵=۲۰m$$

$$\Rightarrow \frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{مسافت}}=\frac{۴\sqrt{۱۳}}{۲۰}=\frac{\sqrt{۱۳}}{۵}$$

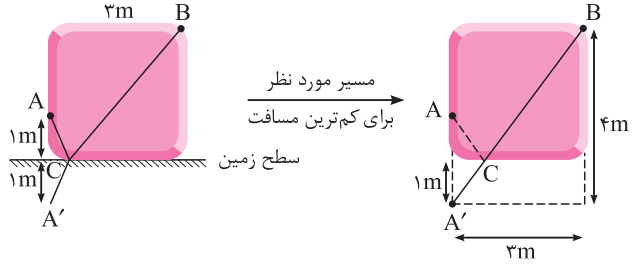
۶۶ **۱** هنگامی که گاری ۳۰cm جابه‌جا می‌شود، تمام نقاط روی آن و از جمله محور چرخ‌ها نیز به اندازهٔ ۳۰cm پیش می‌روند. بنابراین همان‌طور که در شکل زیر می‌بینید، چرخ موردنظر به طور کلی به اندازهٔ ۳۰cm به پیش حرکت کرده است. از طرف دیگر در حین چرخیدن چرخ، نقطهٔ A به سمت بالا آمده است. با توجه به این‌که محیط چرخ $۱۲۰cm\,(۲\pi R=۱۲۰cm)$ است و چرخ به اندازهٔ ۳۰cm چرخیده است، می‌توانیم نتیجه بگیریم که نقطهٔ A به اندازهٔ ۹۰ درجه روی محیط چرخ حرکت کرده و مطابق شکل زیر از نقطهٔ (۱) به نقطهٔ (۲) آمده است. در این صورت جابه‌جایی آن برابر است با:



$$d=\sqrt{۱۰^۲+۲۰^۲}=۱۰\sqrt{۵}\,cm$$

دقت کنید که اگر شکل چرخ را در دو وضعیت به طور دقیق رسم می‌کردیم، دو شکل با یک‌دیگر تداخل پیدا می‌کردند (چرا؟) بنابراین برای وضوح بیشتر، شکل چرخ در دو وضعیت جدا از یک‌دیگر رسم شده است.

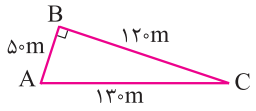
۶۷ **۱** این تست، یک سؤال دشوار می‌باشد. هدف اصلی این سؤال، یافتن کم‌ترین مسافتی است که مورچه باید طی کند تا از نقطهٔ A به سطح زمین آمده و سپس به نقطهٔ B برود. فرض کنید مسیر ACB که بر روی شکل مشخص شده است، مسافتی است که مورچه باید طی کند. حال اگر مسیر AC را نسبت به سطح زمین قرینه کنیم، مسیر $A'C$ به دست می‌آید که برابر مسیر AC است. مسیر $A'CB$ زمانی کم‌ترین طول را دارد که این مسیر به صورت کاملاً مستقیم بوده و از A' به B وصل شود (شکل سمت راست) و در این حالت نقاط A'، C و B در یک امتداد قرار دارند. در این صورت به راحتی می‌توان طول مسیر $A'B$ را به دست آورید:



مسافت طی‌شده: $l=A'B=\sqrt{۳^۲+۴^۲}=۵m$

$$l=v\Delta t\Rightarrow \Delta t=\frac{l}{v}=\frac{۵}{۱\times۱۰^{-۲}}=۵۰۰s$$

۶۸ **۴** فرض می‌کنیم اندازهٔ تندی حرکت برابر v باشد. بنابراین مدت زمان حرکت متحرک در بازه‌های A تا B و B تا C به صورت زیر به دست می‌آید:



$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\begin{cases}\Delta t_{AB}=\frac{۵۰}{v}\\ \Delta t_{BC}=\frac{۱۲۰}{v}\end{cases}$$

برای به دست آوردن سرعت متوسط حرکت جسم از A تا C، باید جابه‌جایی جسم از A تا C را بر کل زمان حرکت تقسیم کنیم. به این ترتیب داریم:

$$v_{av_{C\text{ تا }A}}=\frac{\Delta x_{AC}}{\Delta t_{AB}+\Delta t_{BC}}=\frac{۱۳۰}{\frac{۵۰}{v}+\frac{۱۲۰}{v}}=\frac{۱۳۰}{\frac{۱۷۰}{v}}=\frac{۱۳}{۱۷}v$$

با توجه به این‌که تندی این متحرک ثابت است، بنابراین تندی متوسط آن نیز برابر همان تندی لحظه‌ای می‌باشد و می‌توان نوشت:

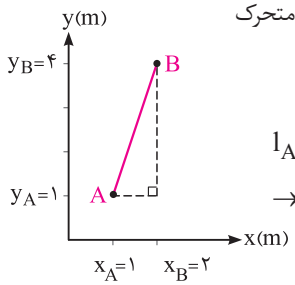
$$\frac{s_{av_{C\text{ تا }B}}}{v_{av_{C\text{ تا }A}}}=\frac{v}{\frac{۱۳}{۱۷}v}=\frac{۱۷}{۱۳}$$

دقت شود که فاصلهٔ AC برابر $AC=\sqrt{۵۰^۲+۱۲۰^۲}=۱۳۰m$ است.

۶۹ **۳** **گام اول:** متحرک بر روی خط $y=۳x-۲$ حرکت می‌کند. حال نقاط ابتدا و انتهای مسیر را به دست می‌آوریم:

$$y=۳x-۲\rightarrow\begin{cases}x_A=۱m\rightarrow y_A=۱m\\ x_B=۲m\rightarrow y_B=۴m\end{cases}$$

باتوجه به شکل، مسافت پیموده شده توسط متحرک (یعنی طول پاره خط AB)، برابر است با:



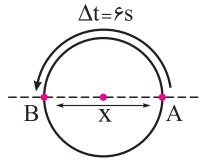
$$l_{AB}=\sqrt{(x_B-x_A)^۲+(y_B-y_A)^۲}$$

$$\rightarrow l_{AB}=\sqrt{(۲-۱)^۲+(۴-۱)^۲}=\sqrt{۱۰}m$$

گام دوم: محاسبهٔ تندی متوسط:

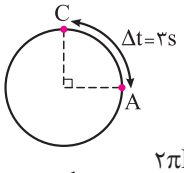
$$s_{av}=\frac{l_{AB}}{\Delta t}=\frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰}m/s$$

۷۰ **۱** **گام اول:** محاسبهٔ سرعت متوسط در مدت زمان ۶ ثانیه: متحرک در مدت زمان ۱۲s، یک دور کامل بر روی دایره طی می‌کند. بنابراین این متحرک در مدت زمان ۶s، نصف محیط دایره را طی کرده و اندازهٔ جابه‌جایی آن برابر ۲R می‌باشد.



$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۲R}{۶}=\frac{R}{۳}$$

گام دوم: محاسبهٔ تندی متوسط در مدت زمان ۳s: متحرک در مدت زمان ۳s، ربع محیط دایره را طی می‌کند (چرا؟)، بنابراین می‌توان نوشت:



$$s_{av}=\frac{l_{AC}}{\Delta t}=\frac{\frac{۲\pi R}{۴}}{۳}=\frac{\pi R}{۶}\simeq\frac{R}{۲}\Rightarrow\frac{v_{av}}{s_{av}}=\frac{\frac{R}{۳}}{\frac{R}{۲}}=\frac{۲}{۳}$$

gajmarket.com

۷۱ ۲ بررسی گزاره‌ها

الف) اگر متحرک A با تندی ثابت یک دور کامل بر روی دایره بچرخد، جابه‌جایی و سرعت متوسط آن برابر صفر است، در حالی که در هیچ یک از نقاط مسیر حرکتش، سرعت لحظه‌ای آن صفر نشده است. بنابراین گزارهٔ (الف) نادرست است.

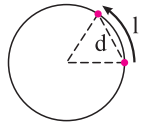
ب) اگر اندازهٔ سرعت متوسط متحرک B که بر روی یک مسیر مستقیم حرکت می‌کند، برابر صفر باشد، یعنی جابه‌جایی این متحرک صفر است.

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow{v_{av}=0}\Delta x=0$$

بنابراین متحرک باید یکی از دو مسیر زیر را طی کرده باشد.

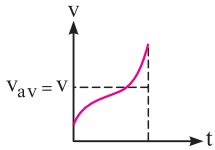
در نتیجه این متحرک حتماً یک تغییر جهت داشته و در نتیجه در یک لحظه اندازهٔ سرعت آن صفر شده است. بنابراین گزارهٔ (ب) صحیح است.

ج) اگر متحرک A با تندی ثابت بر روی دایره بچرخد، اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در هر بازهٔ زمانی دلخواه، کم‌تر از تندی متحرک است، زیرا جابه‌جایی این متحرک کم‌تر از مسافت طی شده توسط آن است. بنابراین این گزاره نیز نادرست است.



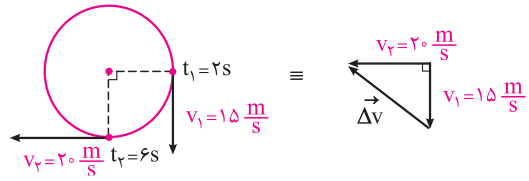
$$l>d\Rightarrow s_{av}>v_{av}$$

د) اگر اندازهٔ سرعت متوسط متحرک B در یک بازهٔ زمانی برابر v باشد، حتماً تندی آن در حداقل یک لحظه از آن بازهٔ زمانی برابر v خواهد بود. برای درک بهتر این مطلب، می‌توان به نمودار سرعت ـ زمان مقابل توجه کرد:



بنابراین فقط گزاره‌های (ب) و (د) الزاماً صحیح هستند.

۷۲ ۱ با محاسبهٔ بردار $\Delta\vec{v}$، به سادگی شتاب متوسط این متحرک محاسبه می‌شود:



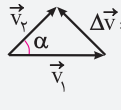
$$\Rightarrow \text{اندازهٔ شتاب متوسط}:|\vec{a}_{av}|=\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}=\frac{\sqrt{20^2+15^2}}{6-2}$$

$$=\frac{25}{4}=6/25\,m/s^2$$

حواستون باشه

۱) سرعت کمیتی برداری است و برای بررسی جهت $\Delta\vec{v}$، ابتدا از یک نقطه بردارهای $\vec{v}_1$ و $\vec{v}_2$ را رسم می‌کنیم. بردار $\vec{v}_2-\vec{v}_1$ برداری است که مستقیماً انتهای $\vec{v}_1$ را به انتهای $\vec{v}_2$ متصل می‌کند.

۲) در مثال فوق، اگر زاویهٔ بین دو بردار غیر از ۹۰ درجه باشد، برای محاسبه $\Delta\vec{v}$ از رابطهٔ کلی زیر استفاده می‌کنیم:



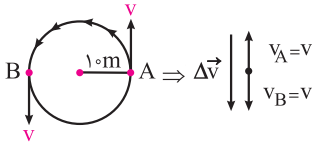
بردار تفاضل:

$$|\Delta\vec{v}|=\sqrt{v_1^2+v_2^2-2v_1v_2\cos\alpha}$$

زاویه بین دو بردار سرعت

۷۳ ۱ فرض کنید که این متحرک از A تا B حرکت کرده است. از طرفی می‌دانیم که سرعت بر مسیر حرکت مماس می‌باشد، با توجه به این موضوع در شکل زیر، سرعت در نقاط A و B نشان داده شده است. در ادامه برای حل سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: محاسبهٔ بردار $\Delta\vec{v}$:



$$|\Delta\vec{v}|=2v=2\times5=10\,m/s$$

دقت شود هنگامی که زاویهٔ بین دو بردار برابر ۱۸۰ درجه است، اندازهٔ تفاضل دو بردار، بیشینه بوده و برابر مجموع اندازهٔ دو بردار است.

گام دوم: محاسبهٔ زمان جابه‌جایی از نقطهٔ A تا B: با توجه به این‌که متحرک با تندی ثابت حرکت می‌کند، برای محاسبهٔ زمان جابه‌جایی، کافیست طول کمان AB را بر تندی آن تقسیم کنیم:

$$\Delta t_{AB}=\frac{\text{طول کمان AB}}{v}\Rightarrow\Delta t_{AB}=\frac{\frac{1}{2}\times\text{محیط}}{v}$$

$$=\frac{\frac{1}{2}\times(2\pi\times10)}{5}=2\pi\ \text{ثانیه}$$

گام سوم: محاسبهٔ شتاب متوسط:

$$\text{اندازهٔ شتاب متوسط}:|\vec{a}_{av}|=\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}=\frac{10}{2\pi}=\frac{5}{\pi}\,m/s^2$$

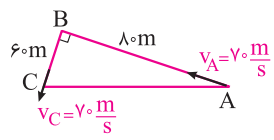
۷۴ ۲ **گام اول:** ابتدا مدت زمان حرکت متحرک در بازه‌های A تا B و B تا C را به دست می‌آوریم:

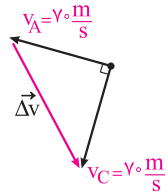
$$BC=60\,m\ ,\ AC=100\,m\Rightarrow(AB)^2+(BC)^2=(AC)^2$$

$$\Rightarrow(AB)^2+60^2=100^2\Rightarrow AB=80\,m$$

$$l=v\Delta t\Rightarrow\begin{cases}\Delta t_{AB}=\frac{80}{70}\,s\\ \Delta t_{BC}=\frac{60}{70}\,s\end{cases}$$

گام دوم: همان‌طور که می‌دانیم، سرعت متحرک در هر لحظه بر مسیر حرکتش مماس است. بنابراین بردار سرعت در نقاط A و C مطابق شکل است:



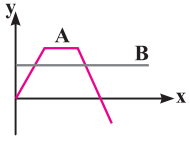


$$|\Delta\vec{v}|=\sqrt{70^2+70^2}=70\sqrt{2}\,m/s$$

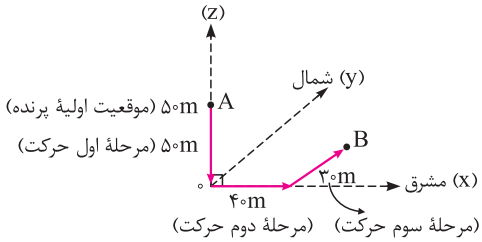
$$|\vec{a}_{av}|=\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t}=\frac{|\Delta\vec{v}|}{\Delta t_{AB}+\Delta t_{BC}}$$

$$\Rightarrow|\vec{a}_{av}|=\frac{70\sqrt{2}}{\frac{80}{70}+\frac{60}{70}}=35\sqrt{2}\,m/s^2$$

۷۵ **۴** نمودارهای رسم شده، صرفاً مسیر حرکت دو متحرک در صفحهٔ xoy را مشخص می‌کند و اطلاعاتی در مورد زمان عبور هر یک از این دو متحرک از نقاط مشخص شده را نمی‌دهد. بنابراین مشخص نیست که آیا دو متحرک با هم به نقاط مشترک خود در طی مسیر می‌رسند یا خیر. بنابراین نمی‌توان در مورد رسیدن دو متحرک به یک‌دیگر اظهارنظر کرد.



۷۶ **۲** برای پاسخ به این تست مفهومی، شکل زیر را در نظر بگیرید. با توجه به حرکت‌های اشاره شده برای پرنده در صورت سؤال، موقعیت آن از A به B رسیده است:



موقعیت اولیه در A : $(x_1=0, y_1=0, z_1=+50m)$

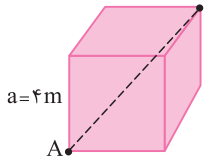
موقعیت ثانویه در B : $(x_2=+40m, y_2=+30m, z_2=0)$

بردار جابه‌جایی برابر طول پاره‌خط AB است و داریم:

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$$

$$\Rightarrow AB=\sqrt{40^2+30^2+(-50)^2}=50\sqrt{2}m$$

۷۷ **۱** **گام اول:** کوتاه‌ترین مسیر بین نقاط A و B، برابر قطر مکعب است.



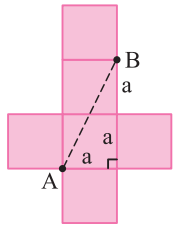
همان‌طور که می‌دانید، برای یک مکعب به ضلع a، قطر داخلی مکعب برابر $a\sqrt{3}$ می‌باشد. بنابراین در این سؤال، مسافت طی شده توسط زنبور از A تا B برابر است با: $l=a\sqrt{3}=4\sqrt{3}m$: مسافت طی شده

گام دوم: با توجه به تندی حرکت زنبور، می‌توان نوشت:

$$l=v\Delta t\Rightarrow \Delta t=\frac{l}{v}=\frac{4\sqrt{3}}{10^{-2}}=400\sqrt{3}s$$

۷۸ **۲** این سؤال، یک تست دشوار می‌باشد. تفاوت آن با سؤال قبل در این است که در سؤال قبل، زنبور در فضای داخل اتاق می‌تواند پرواز کند، ولی در این سؤال، مورچه باید بر روی سطح مکعب حرکت کند و قابلیت پرواز کردن ندارد.

گام اول: اگر سطوح این مکعب را باز کنیم، شکل زیر به دست می‌آید. با توجه به این شکل، کم‌ترین مسافتی که مورچه باید طی کند تا از A به B برسد، باید مسیر مستقیم بین A و B باشد. بنابراین می‌توان نوشت:



مسافت طی‌شده : $l=\sqrt{a^2+(2a)^2}=\sqrt{5}a=4\sqrt{5}m$

گام دوم: با توجه به تندی حرکت مورچه، می‌توان نوشت:

$$l=v\Delta t\Rightarrow \Delta t=\frac{l}{v}=\frac{4\sqrt{5}}{10^{-2}}=400\sqrt{5}s$$

۷۹ **۴** معادلهٔ مکان ـ زمان برای حرکت با سرعت ثابت به صورت $x=vt+x_0$ می‌باشد. بنابراین حرکت این متحرک $(x=3t+5)$ به صورت سرعت ثابت می‌باشد.

$$\begin{cases}x=vt+x_0\\x=3t+5\end{cases}\Rightarrow v=3m/s\ ,\ x_0=5m$$

در نتیجه $v_{av}=v=3m/s$ و $a_{av}=a=0$ می‌باشد.

برای محاسبهٔ جابه‌جایی در دو ثانیهٔ سوم $(\Delta t=2s)$، می‌توان نوشت:

$\Delta x=v\Delta t=3\times 2=6m$: جابه‌جایی

بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست است.

۸۰ **۴** هر یک از حالات را جداگانه بررسی می‌کنیم:

الف) ثابت بودن بردار سرعت متحرک به این معنی است که اندازه و جهت سرعت ثابت است، بنابراین تندی متحرک نیز همواره ثابت و برابر با اندازهٔ سرعت خواهد بود. (حالت (الف) نمی‌تواند رخ دهد.)

ب) اگر تندی حرکت ثابت باشد، اندازهٔ سرعت متحرک ثابت است ولی جهت بردار سرعت می‌تواند تغییر کند و در نتیجه بردار سرعت تغییر خواهد کرد. حرکت با تندی ثابت روی محیط یک دایره نمونه‌ای از این نوع حرکت است. (حالت (ب) می‌تواند رخ دهد.)

ج) مطابق توضیحات قسمت (ب)، در حرکت با تندی ثابت، جهت سرعت می‌تواند تغییر کند و در نتیجه با تغییر بردار سرعت، حرکت شتاب‌دار خواهد بود. (حالت (ج) می‌تواند رخ دهد.)

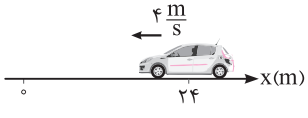
د) در حرکت با سرعت ثابت، اندازه و جهت بردار سرعت همواره ثابت است، بنابراین بردار سرعت تغییری نخواهد کرد و در نتیجه حرکت شتاب‌دار نخواهد بود. (حالت (د) نمی‌تواند رخ دهد.)

۸۱ **۳** **گام اول:** جابه‌جایی در دو ثانیهٔ سوم حرکت، برابر $\Delta x=-8m$ است، بنابراین داریم $(4s\le t\le 6s\Rightarrow \Delta t=2s)$:

$$\Delta x=v\Delta t\Rightarrow -8=v\times 2\Rightarrow v=-4m/s$$

گام دوم: طبق صورت سؤال، در لحظهٔ $t=6s$، متحرک در مکان $x=0$ قرار دارد (بردار مکان در هنگام عبور از مبدأ مکان تغییر جهت می‌دهد). بنابراین می‌توان نوشت: $x=vt+x_0\Rightarrow 0=-4\times 6+x_0\Rightarrow x_0=24m$

گام سوم: بنابراین در لحظهٔ $t=0$، متحرک در مکان $x_0=24m$ قرار داشته و با $4m/s$ در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.



۸۲ **۴** **گام اول:** متحرک در مدت ۳ ثانیه از مکان $x_1=2m$ به مکان $x_2=14m$ رسیده است، بنابراین ۱۲ متر جابه‌جا شده است و می‌توان نوشت:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{12}{3}=4m/s$$

گام دوم: فرم کلی معادلهٔ حرکت سرعت ثابت به صورت $x=vt+x_0$ است، بنابراین برای آن‌که متحرک در لحظهٔ $t=2s$ به مکان $x_3=12m$ برسد، داریم:

$$x=vt+x_0\xrightarrow[t=2s]{v=4m/s\ ,\ x_3=12m}12=4\times 2+x_0\Rightarrow x_0=4m$$

بنابراین متحرک باید از ۱۰ متر عقب‌تر از $x_2=14m$، شروع به حرکت کند.

gajmarket.com

۸۳ **۴** **گام اول:** اگر فاصلهٔ دو ایستگاه را با Δx نشان دهیم، مطابق رابطهٔ $\Delta x = v\Delta t$ در حرکت با سرعت ثابت، می‌توان نوشت:

$(\Delta x = v_1 \times (۲ \times ۶۰)$: فاصلهٔ Δx با سرعت v_1 در ۲ دقیقه طی می‌شود.

$$\Rightarrow v_1 = \frac{\Delta x}{۱۲۰}$$

$(\Delta x = v_2 \times (۳ \times ۶۰)$: فاصلهٔ Δx با سرعت v_2 در ۳ دقیقه طی می‌شود.

$$\Rightarrow v_2 = \frac{\Delta x}{۱۸۰}$$

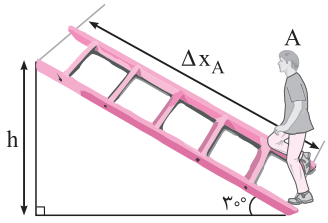
گام دوم: در صورتی که قطار با سرعت $v_1 + v_2$ حرکت کند، داریم:

$$v = v_1 + v_2 = \frac{\Delta x}{۱۲۰} + \frac{\Delta x}{۱۸۰} = \frac{۳\Delta x + ۲\Delta x}{۳۶۰} = \frac{\Delta x}{۷۲}$$

$$\Delta x = v\Delta t \xrightarrow{v = \frac{\Delta x}{۷۲}} \Delta x = \frac{\Delta x}{۷۲} \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = ۷۲s$$

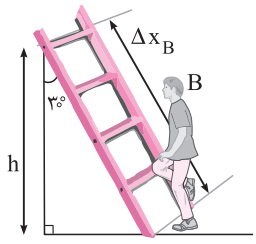
۸۴ **۲** **گام اول:** محاسبهٔ جابه‌جایی هر شخص روی نردبان:

مطابق شکل، برای آن‌که هر شخص به اندازهٔ h بالا برود، داریم:



$$\underbrace{\sin ۳۰^\circ}_{\frac{۱}{۲}} = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{h}{\Delta x_A}$$

$$\Rightarrow \Delta x_A = ۲h$$



$$\underbrace{\cos ۳۰^\circ}_{\frac{\sqrt{۳}}{۲}} = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{h}{\Delta x_B}$$

$$\Rightarrow \Delta x_B = \frac{۲h}{\sqrt{۳}}$$

گام دوم: مقایسهٔ زمان حرکت دو شخص:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{\Delta x}{v} \xrightarrow{v \text{ برابر}} \frac{\Delta t_A}{\Delta t_B} = \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B}$$

$$\xrightarrow[\Delta x_B = \frac{۲h}{\sqrt{۳}}]{\Delta x_A = ۲h} \frac{\Delta t_A}{\Delta t_B} = \frac{۲h}{\frac{۲h}{\sqrt{۳}}} = \sqrt{۳}$$

۸۵ **۱** فرض می‌کنیم طول استخر برابر l باشد و زمان رفت و برگشت هر یک از شناگرها را محاسبه می‌کنیم. شناگری که در زمان کوتاه‌تری این مسیر را طی کند، برندهٔ مسابقه خواهد بود.

شناگر A: این شناگر کل مسیر رفت و برگشت $(۲l)$ را با تندی ثابت $۱۲\,km/h$ طی می‌کند و می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow ۲l = ۱۲\Delta t_A \Rightarrow \Delta t_A = \frac{۲l}{۱۲} = \frac{l}{۶}$$

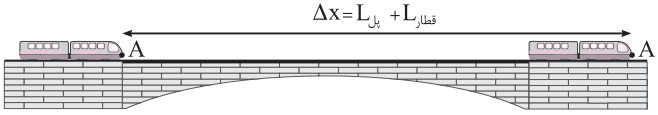
شناگر B: این شناگر مسیر رفت به طول l را با تندی $۱۸\,km/h$ رفته و مسیر برگشت به طول l را با تندی $۶\,km/h$ بازمی‌گردد و می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \begin{cases} l = ۱۸\Delta t_{۱B} \Rightarrow \Delta t_{۱B} = \frac{l}{۱۸} \\ l = ۶\Delta t_{۲B} \Rightarrow \Delta t_{۲B} = \frac{l}{۶} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta t_B = \Delta t_{۱B} + \Delta t_{۲B} = \frac{l}{۱۸} + \frac{l}{۶} = \frac{۲l}{۹}$$

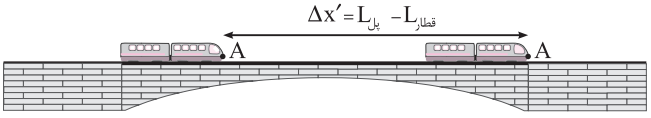
$\Rightarrow \Delta t_B > \Delta t_A \Rightarrow$ شناگر A برندهٔ مسابقه می‌شود.

۸۶ **۱** مطابق شکل، برای آن‌که قطار کاملاً از روی پل عبور کند، نقطهٔ A باید به اندازهٔ مجموع طول قطار و طول پل جابه‌جا شود، بنابراین می‌توان نوشت:



رابطهٔ (۱): $\Delta x = v\Delta t \Rightarrow L_{پل} + L_{قطار} = v\Delta t$

هم‌چنین در مدتی که قطار به طور کامل روی پل بوده است، جابه‌جایی نقطهٔ A از قطار به اندازهٔ اختلاف طول پل با طول قطار است.



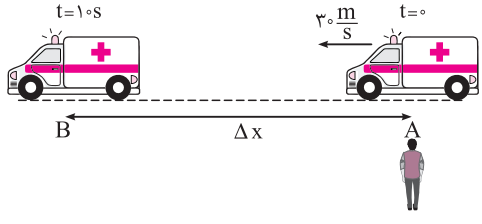
رابطهٔ (۲): $\Delta x' = v\Delta t' \Rightarrow L_{پل} - L_{قطار} = v\Delta t'$

با تقسیم رابطهٔ (۱) به رابطهٔ (۲) داریم:

$$\frac{L_{پل} + L_{قطار}}{L_{پل} - L_{قطار}} = \frac{\cancel{v}\Delta t}{\cancel{v}\Delta t'} \xrightarrow[\Delta t = ۳\Delta t']{L_{پل} = ۱۲۰m} \frac{۱۲۰ + L_{قطار}}{۱۲۰ - L_{قطار}} = ۳$$

$$\Rightarrow ۱۲۰ + L_{قطار} = ۳۶۰ - ۳L_{قطار} \Rightarrow ۴L_{قطار} = ۲۴۰ \Rightarrow L_{قطار} = ۶۰m$$

۸۷ **۲** از لحظه‌ای که آژیر آمبولانس در کنار شخص A روشن می‌شود، این شخص صدای آژیر را می‌شنود. پس از ۱۰ ثانیه که آژیر خاموش می‌شود، آخرین پرده‌های صوتی از آمبولانس در نقطهٔ B به سمت شخص حرکت می‌کند و مدتی طول می‌کشد تا به شخص برسد، بنابراین شخص A صدای آژیر را بیشتر از مدت زمان ۱۰ ثانیه خواهد شنید. با توجه به این توضیحات، داریم:



$$\Delta x = v_{آمبولانس}\Delta t_{آمبولانس} = ۳۰ \times ۱۰ = ۳۰۰m$$

$$\Delta x = v_{صوت}\Delta t_{صوت} \xrightarrow{۳۰۰m/s} \Delta t_{صوت} = ۳۰۰ \Rightarrow \Delta t_{صوت} = ۱s$$

بنابراین یک ثانیه طول می‌کشد تا آخرین پردهٔ صوتی آژیر به شخص A برسد و در نتیجه این شخص، ۱۱ ثانیه صدای آژیر را خواهد شنید.

۸۸ ۳ برای حل این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: محاسبهٔ زمان رسیدن اتومبیل B:

$$\Delta x = v_B \Delta t_B \Rightarrow ۲۴۰ = ۴۰\Delta t_B \Rightarrow \Delta t_B = ۶h$$

گام دوم: محاسبهٔ سرعت اتومبیل A:

طبق صورت سؤال، اتومبیل A، دو ساعت دیرتر حرکت کرده است و هم‌زمان با B به اراک رسیده است، بنابراین زمان حرکت آن، ۲ ساعت کم‌تر از B است و داریم:

$$\Delta t_A = \Delta t_B - ۲ = ۶ - ۲ = ۴h$$

$$\Delta x = v_A \Delta t_A \Rightarrow ۲۴۰ = v_A \times ۴ \Rightarrow v_A = ۶۰ km/h$$

۸۹ ۱ **گام اول:** سرعت اتومبیل کندتر را برابر v و سرعت اتومبیل سریع‌تر را برابر ۲v در نظر می‌گیریم. با توجه به آن‌که اتومبیل سریع‌تر، ۱۰ ثانیه دیرتر حرکتش را شروع کرده و ۱۰ ثانیه زودتر به مقصد رسیده است، زمان کل حرکت آن، ۲۰ ثانیه کم‌تر از اتومبیل کندتر است (برای اتومبیل کندتر از اندیس (۱) و برای اتومبیل سریع‌تر از اندیس (۲) استفاده می‌کنیم).

$$\Delta t_۲ = \Delta t_۱ - ۲۰s \quad ، \quad v_۱ = v \quad ، \quad v_۲ = ۲v$$

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \begin{cases} \text{رابطهٔ (۱):} & ۶۰۰ = v\Delta t_۱ : \text{اتومبیل کند} \\ \text{رابطهٔ (۲):} & ۶۰۰ = ۲v\Delta t_۲ = ۲v(\Delta t_۱ - ۲۰) : \text{اتومبیل سریع} \end{cases}$$

با تقسیم رابطهٔ (۲) بر رابطهٔ (۱) داریم:

$$\frac{۶۰۰}{۶۰۰} = \frac{۲v(\Delta t_۱ - ۲۰)}{v\Delta t_۱} \Rightarrow ۱ = \frac{۲(\Delta t_۱ - ۲۰)}{\Delta t_۱} \Rightarrow \Delta t_۱ = ۲\Delta t_۱ - ۴۰$$

$$\Rightarrow \Delta t_۱ = ۴۰s$$

گام دوم: با جایگذاری $\Delta t_۱ = ۴۰s$ در رابطهٔ (۱) داریم:

$$۶۰۰ = v\overset{۴۰s}{\Delta t_۱} \Rightarrow v = ۱۵ m/s$$

۹۰ ۱ خرگوش در طول مسیر، ۱۹ دقیقه استراحت کرده است، بنابراین زمان حرکت آن، ۱۹ دقیقه کم‌تر از لاک‌پشت است. هم‌چنین لاک‌پشت با فاصلهٔ ۳۰ متر، برندهٔ مسابقه شده است، بنابراین جابه‌جایی خرگوش، ۳۰ متر کم‌تر از طول مسیر مسابقه است و می‌توان نوشت:

$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \begin{cases} \text{رابطهٔ (۱):} & \Delta x = ۰/۱ \times t : \text{لاک پشت} \\ \text{رابطهٔ (۲):} & \Delta x - ۳۰ = ۱/۵ \times (t - ۱۹ \times ۶۰) : \text{خرگوش} \end{cases}$$

با کم کردن رابطهٔ (۱) از (۲) داریم:

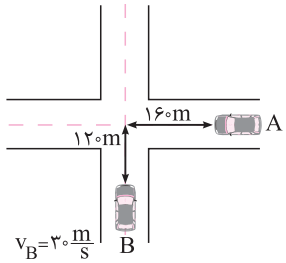
$$۳۰ = ۰/۱t - ۱/۵(t - ۱۹ \times ۶۰) \Rightarrow ۳۰ = -۱/۴t + ۱۷۱۰ \Rightarrow ۱/۴t = ۱۶۸۰$$

$$\Rightarrow t = ۱۲۰۰s$$

در نهایت با توجه به رابطهٔ (۱) می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow \Delta x = ۰/۱t = ۰/۱ \times ۱۲۰۰ = ۱۲۰m$$

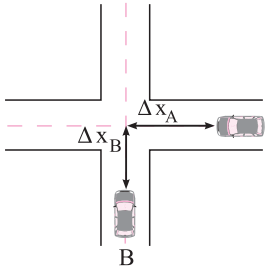
۹۱ ۱ برای آن‌که دو خودرو به‌طور همزمان به چهار راه رسیده و با هم تصادف کنند، باید خودرو A به اندازهٔ ۱۶۰ متر و خودرو B به اندازهٔ ۱۲۰ متر جابه‌جا شوند، بنابراین داریم:



$$\Delta x = v\Delta t \xrightarrow{\text{یکسان } \Delta t} \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{v_A}{v_B}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۶۰}{۱۲۰} = \frac{v_A}{۳۰} \Rightarrow v_A = ۴۰ m/s$$

۹۲ ۲ ابتدا فاصلهٔ هر یک از دو خودرو تا چهارراه را، یک ثانیه قبل از برخورد به یکدیگر محاسبه می‌کنیم:



$$\Delta x_A = v_A \Delta t = ۴۰ \times ۱ = ۴۰m$$

$$\Delta x_B = v_B \Delta t = ۳۰ \times ۱ = ۳۰m$$

$$\text{فاصلهٔ A تا B} = \sqrt{(\Delta x_A)^۲ + (\Delta x_B)^۲}$$

$$\Rightarrow \text{فاصلهٔ A تا B} = \sqrt{۴۰^۲ + ۳۰^۲} = ۵۰m$$

۹۳ ۳ فاصلهٔ دو متحرک از یک‌دیگر برابر $|x_B - x_A|$ است، بنابراین داریم:

$$|x_B - x_A| = ۳۶ \Rightarrow |(v+۶)t + ۱۰ - (vt + ۴۰)| = ۳۶ \Rightarrow |۶t - ۳۰| = ۳۶$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۶t - ۳۰ = ۳۶ \Rightarrow t_۱ = ۱۱s \\ ۶t - ۳۰ = -۳۶ \Rightarrow t_۲ = -۱s \text{ (غیرقابل قبول)} \end{cases}$$

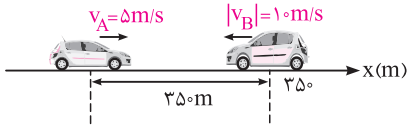
۹۴ ۳ مکان اولیهٔ متحرک A برابر $x_{۰A} = ۶۰$ است و مکان اولیهٔ متحرک B، قرینهٔ آن یعنی $x_{۰B} = -۶۰$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$x = vt + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} x_A = vt + ۶۰ \\ x_B = ۲vt - ۶۰ \end{cases}$$

دو متحرک به هم می‌رسند: $x_A = x_B \Rightarrow vt + ۶۰ = ۲vt - ۶۰ \Rightarrow vt = ۱۲۰$

$$\Rightarrow x_A = \overset{۱۲۰}{vt} + ۶۰ = ۱۸۰m$$

۹۵ ۲ شکل رسم شده، وضعیت دو متحرک را در لحظهٔ $t_۰ = ۰$ نشان می‌دهد. برای حل، ابتدا معادلهٔ حرکت هر یک از متحرک‌ها را به‌دست می‌آوریم (برای راحتی کار، متحرک A را در مبدأ درنظر می‌گیریم):

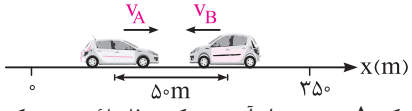


$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{۰A} \\ x_B = v_B t + x_{۰B} \end{cases} \xrightarrow[|v_B| = ۳۶ km/h = ۱۰ m/s]{v_A = ۱۸ km/h = ۵ m/s} \begin{cases} x_A = ۵t + ۰ \\ x_B = -۱۰t + ۳۵۰ \end{cases}$$

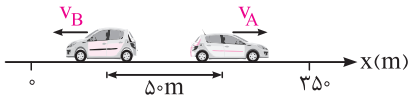
(متحرک B در خلاف جهت محور x در حال حرکت است.)

لحظه‌ای که برای اولین بار فاصلهٔ دو متحرک از یک‌دیگر به ۵۰m می‌رسد، زمانی است که متحرک B در سمت راست متحرک A بوده (جلوتر بوده) و داریم:

$$x_B - x_A = ۵۰ \Rightarrow (-۱۰t + ۳۵۰) - (۵t) = ۵۰ \Rightarrow ۱۵t = ۳۰۰ \Rightarrow t = ۲۰s$$



در ادامه اگر متحرک B به متحرک A رسیده و از آن عبور کند، فاصلهٔ دو متحرک از یک‌دیگر می‌تواند مجدداً به ۵۰m برسد و در این حالت متحرک A جلوتر بوده و می‌توان نوشت:



$$x_A - x_B = ۵۰ \Rightarrow ۵t - (-۱۰t + ۳۵۰) = ۵۰ \Rightarrow ۱۵t - ۳۵۰ = ۵۰$$

$$\Rightarrow t = \frac{۴۰۰}{۱۵} = \frac{۸۰}{۳}s$$

پس در محدودهٔ زمانی $۲۰s < t < \frac{۸۰}{۳}s$، فاصلهٔ دو متحرک از یک‌دیگر، کم‌تر از ۵۰m است.

gajmarket.com

حواستون باشه

تحلیل حرکت با کمک حرکت نسبی دو متحرک

در این سؤال، سرعت نسبی دو متحرک $۱۵\,m/s$ است و دو بار فاصلهٔ دو متحرک از یک‌دیگر $۵۰m$ می‌شود. این دو زمان به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

۱) قبل از رسیدن دو متحرک به یک‌دیگر: در این حالت مجموع جابه‌جایی دو متحرک ۳۰۰ متر $(۳۵۰-۵۰=۳۰۰m)$ است:

$$\Delta x_{\text{کل}} = ۳۵۰-۵۰=۳۰۰\,m \Rightarrow ۳۰۰=(۵+۱۰)\times t_۱ \Rightarrow t_۱=\frac{۳۰۰}{۱۵}=۲۰s$$

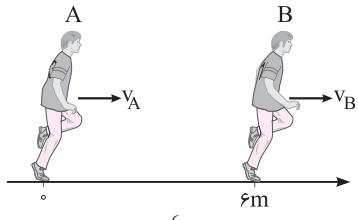
۲) پس از رسیدن دو متحرک به یک‌دیگر: در این حالت مجموع جابه‌جایی دو متحرک ۴۰۰ متر $(۳۵۰+۵۰=۴۰۰m)$ است. فراموش نشود که فاصلهٔ دو متحرک ابتدا برابر $۳۵۰m$ بوده و در نتیجه ابتدا $۳۵۰m$ را مجموعاً می‌پیمایند تا به هم برسند و سپس ۵۰ متر دیگر از هم دور می‌شوند:

$$\Delta x_{\text{کل}} = \underbrace{۳۵۰}_{\text{فاصلهٔ اولیه}}+۵۰=۴۰۰\,m \Rightarrow ۴۰۰=(۵+۱۰)\times t_۲ \Rightarrow t_۲=\frac{۴۰۰}{۱۵}=\frac{۸۰}{۳}s$$

بنابراین می‌توان گفت که در بازهٔ زمانی بین $۲۰s$ و $\frac{۸۰}{۳}s$ $\left(۲۰s<t<\frac{۸۰}{۳}s\right)$، فاصلهٔ بین دو متحرک کم‌تر از ۵۰ متر است و در خارج از این بازهٔ زمانی، فاصلهٔ دو متحرک بیشتر از ۵۰ متر می‌شود.

دقت کنید چون دو متحرک در خلاف جهت یک‌دیگر حرکت می‌کنند، سرعت نسبی آن‌ها برابر مجموع اندازهٔ سرعت آن‌ها و برابر $۱۵\,m/s=(۵+۱۰)$ است.

۹۶ ۲ **گام اول:** شکل مقابل، لحظهٔ شروع مسابقه را نشان می‌دهد که دوندهٔ B، ۶ متر جلوتر از A است. در این صورت، معادلهٔ حرکت دونده‌ها به صورت زیر است:



$$x=vt+x_۰ \Rightarrow \begin{cases} x_A=v_At \\ x_B=v_Bt+۶ \end{cases}$$

گام دوم: در لحظهٔ $t=۲s$، دوندهٔ A، ۴ متر جلوتر از B است، بنابراین داریم:

$$t=۲s: x_A-x_B=۴ \Rightarrow v_A\times ۲-(v_B\times ۲+۶)=۴$$

$$\Rightarrow ۲v_A-۲v_B=۱۰ \Rightarrow v_A-v_B=۵\,m/s$$

گام سوم: در ادامه، فاصلهٔ دو دونده را در لحظهٔ $t=۳s$ محاسبه می‌کنیم:

$$t=۳s \text{ در لحظهٔ} \Rightarrow \begin{cases} x_A=v_A\times ۳ \\ x_B=v_B\times ۳+۶ \end{cases} \Rightarrow x_A-x_B=۳(v_A-v_B)-۶$$

$$\xrightarrow{v_A-v_B=۵\,m/s} x_A-x_B=۳\times ۵-۶=۹m$$

متماً بخونش

در ابتدا، دوندهٔ A به اندازهٔ ۶ متر عقب بوده است و در مدت ۲ ثانیه، ۴ متر جلو می‌افتد، بنابراین در این ۲ ثانیه، دوندهٔ A به اندازهٔ ۱۰ متر بیشتر از دوندهٔ B دویده است و به عبارت دیگر، دوندهٔ A، هر ثانیه به اندازهٔ ۵ متر بیشتر از B می‌دود. با توجه به این توضیحات، در لحظهٔ $t=۳s$، فاصلهٔ دو دونده به اندازهٔ ۵ متر بیشتر از لحظهٔ $t=۲s$ است، یعنی فاصلهٔ آن‌ها از ۴ متر به ۹ متر می‌رسد.

۹۷ ۳ **-** در مدت ۲ ثانیه، فاصلهٔ دو متحرک از ۱۷cm به ۲۳cm می‌رسد، در نتیجه فاصلهٔ بین آن‌ها ۶cm زیاد شده است، بنابراین در هر ثانیه، فاصلهٔ آن‌ها ۳cm زیاد می‌شود. با توجه به این توضیحات، برای آن‌که فاصلهٔ آن‌ها از ۱۷cm به ۳۲cm برسد، یعنی ۱۵cm زیاد شود، ۵ ثانیه زمان نیاز است.

$$\text{در هر ثانیه } ۳cm \Rightarrow v_{\text{نسبی}}=۳cm/s$$ به فاصله اضافه می‌شود.

$$\Delta x_{\text{نسبی}}=v_{\text{نسبی}}\Delta t \Rightarrow ۱۵=۳\Delta t \Rightarrow \Delta t=۵s$$

۹۸ ۲ **گام اول:** متحرک A از مکان $x_{۰A}=۱۸\,m$ و متحرک B از مبدأ مکان $(x_{۰B}=۰)$ شروع به حرکت می‌کنند، بنابراین معادلهٔ حرکت آن‌ها به صورت زیر است:

$$x_A=v_At+۱۸ \;,\; x_B=v_Bt$$

گام دوم: در لحظهٔ $t=۶s$، دو متحرک به هم می‌رسند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$x_A=x_B \Rightarrow v_A\times ۶+۱۸=v_B\times ۶ : \text{در لحظهٔ } t=۶s \text{ به هم می‌رسند.}$$

$$\Rightarrow v_B-v_A=۳\,m/s$$

گام سوم: در ادامه، لحظاتی که فاصلهٔ دو متحرک به ۳ متر می‌رسد را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{فاصلهٔ دو متحرک: } |x_B-x_A|=۳ \Rightarrow |v_Bt-(v_At+۱۸)|=۳$$

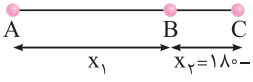
$$\Rightarrow |(v_B-v_A)t-۱۸|=۳ \xrightarrow{v_B-v_A=۳\,m/s} |۳t-۱۸|=۳$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۳t-۱۸=۳ \Rightarrow t_۱=۷s \\ ۳t-۱۸=-۳ \Rightarrow t_۲=۵s \end{cases}$$

متماً بخونش

در مدت ۶ ثانیه، فاصلهٔ دو متحرک، ۱۸ متر کم شده است، بنابراین در هر ثانیه، فاصلهٔ آن‌ها به اندازهٔ ۳ متر تغییر می‌کند. با توجه به این‌که در لحظهٔ $t=۶s$، دو متحرک کنار هم قرار دارند، ۱ ثانیه قبل و بعد از این لحظه، فاصلهٔ آن‌ها برابر ۳ متر است.

۹۹ ۲ **گام اول:** بررسی حرکت دو متحرک تا لحظهٔ رسیدن به یکدیگر:



$$\text{رابطهٔ I}: \begin{cases} x_۱=v_۱\Delta t \\ x_۲=v_۲\Delta t \end{cases} \Rightarrow \frac{x_۲}{x_۱}=\frac{v_۲}{v_۱}$$

گام دوم: بررسی ادامهٔ حرکت هر یک از دو متحرک:

$$\begin{cases} x_۱=v_۲\times ۲۵ \\ x_۲=v_۱\times ۱۶ \end{cases} \Rightarrow \frac{x_۱}{x_۲}=\frac{v_۲}{v_۱}\times\frac{۲۵}{۱۶}$$

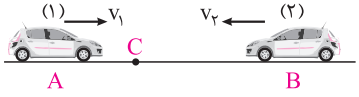
$$\xrightarrow{\text{رابطهٔ I}} \frac{x_۱}{x_۲}=\frac{x_۲}{x_۱}\times\frac{۲۵}{۱۶} \Rightarrow \left(\frac{x_۱}{x_۲}\right)^۲=\frac{۲۵}{۱۶}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{x_۱}{x_۲}=\frac{۵}{۴} \Rightarrow \frac{x_۱}{۱۸۰-x_۱}=\frac{۵}{۴} \Rightarrow x_۱=۱۰۰m \;,\; x_۲=۸۰m$$

گام سوم:

$$x_۲=v_۱\times ۱۶ \Rightarrow ۸۰=v_۱\times ۱۶ \Rightarrow v_۱=۵\,m/s$$

۱۰۰ ۲ **-** دو خودرو به طور همزمان به نقطهٔ C می‌رسند، بنابراین می‌توان نوشت:



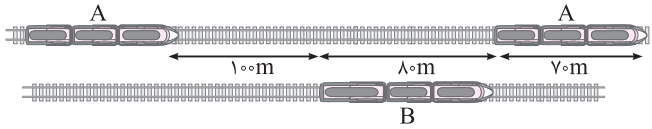
$$\left.\begin{matrix} AC=v_۱\Delta t \\ BC=v_۲\Delta t \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{AC}{BC}=\frac{v_۱}{v_۲}$$

طبق صورت سؤال، زمان حرکت خودروی (۱) از C تا B، ۹ برابر زمان حرکت خودروی (۲) از C تا A است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{matrix} BC=v_۱(۹\Delta t') \\ AC=v_۲\Delta t' \end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{BC}{AC}=\frac{۹v_۱}{v_۲} \xrightarrow{\frac{v_۱}{v_۲}=\frac{AC}{BC}} \frac{BC}{AC}=\frac{۹AC}{BC}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{BC}{AC}\right)^۲=۹ \Rightarrow \frac{BC}{AC}=۳$$

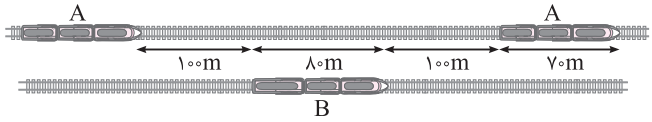
۱۰۱ **۴** مطابق شکل، برای آن‌که قطار A به‌طور کامل از B سبقت بگیرد، باید به اندازهٔ مجموع فاصلهٔ اولیهٔ دو قطار و طول قطارها، بیشتر از B حرکت کند، بنابراین داریم:



$$\Delta x_A = \Delta x_B + ۱۰۰ + ۸۰ + ۷۰ = \Delta x_B + ۲۵۰$$

تندی قطار A، $۱۰\,m/s$ بیشتر از B است، بنابراین در هر ثانیه، قطار A به اندازهٔ ۱۰ متر بیشتر از B حرکت می‌کند و در نتیجه برای آن‌که قطار A به اندازهٔ ۲۵۰ متر بیشتر از B حرکت کند، ۲۵ ثانیه زمان نیاز است.

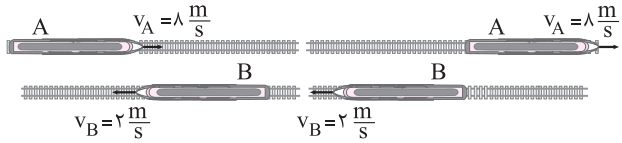
۱۰۲ **۳** مطابق توضیحات پاسخ سؤال قبل، برای آن‌که قطار A، ۱۰۰ متر جلوتر از B باشد، باید به اندازهٔ ۳۵۰ متر بیشتر از B حرکت کند.



$$\Delta x_A = \Delta x_B + ۱۰۰ + ۸۰ + ۱۰۰ + ۷۰ = \Delta x_B + ۳۵۰$$

در هر ثانیه، قطار A به اندازهٔ ۱۰ متر بیشتر از B حرکت می‌کند، بنابراین در مدت ۳۵ ثانیه، به اندازهٔ ۳۵۰ متر بیشتر حرکت خواهد کرد.

۱۰۳ **۴** شکل‌های زیر، نحوهٔ قرارگیری قطارها در لحظات $t = ۰$ و $t = ۳۰\,s$ را نشان می‌دهد.



وضعیت دو قطار در $t = ۳۰\,s$ وضعیت دو قطار در $t = ۰$

مطابق شکل‌ها، در مدت زمان ۳۰ ثانیه، دو قطار در مجموع مسافتی به اندازهٔ مجموع طول قطارها را طی کرده‌اند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{matrix}\Delta x_A = v_A \Delta t \\ \Delta x_B = v_B \Delta t\end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_A + \Delta x_B = (v_A + v_B)\Delta t$$

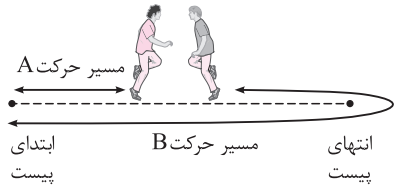
$$\xrightarrow[v_A = ۸\,m/s\ ,\ v_B = ۲\,m/s]{\Delta t = ۳۰\,s\ ,\ \Delta x_{\text{کل}} = L_A + L_B} L_A + L_B = (۸ + ۲) \times ۳۰ = ۳۰۰\,m$$

اگر طول هر واگن یا لوکوموتیو را با d نشان دهیم، طول قطار A برابر $۶d$ و طول قطار B برابر $۹d$ است، بنابراین داریم:

$$\overset{۶d}{L_A} + \overset{۹d}{L_B} = ۳۰۰ \Rightarrow ۱۵d = ۳۰۰ \Rightarrow d = ۲۰\,m$$

۱۰۴ **۴** مطابق شکل، دو دونده در لحظه‌ای به هم می‌رسند که دوندهٔ B مسیر رفت را طی کرده و در حال برگشت است، ولی دوندهٔ A هم‌چنان در مسیر رفت قرار دارد.

مطابق شکل، مجموع مسافت طی شده توسط دو دونده، باید ۲ برابر طول پیست، یعنی برابر ۶۰۰ متر باشد، بنابراین داریم:



$$l_A + l_B = ۶۰۰ \Rightarrow v_A t + v_B t = ۶۰۰ \Rightarrow ۴t + ۶t = ۶۰۰ \Rightarrow t = ۶۰\,s$$

فاصله از نقطهٔ شروع: $l_A = v_A t = ۴ \times ۶۰ = ۲۴۰\,m$

۱۰۵ **۲** **گام اول:** محاسبهٔ فاصلهٔ دو قطار اول که از ایستگاه A به طرف B شروع به حرکت کرده‌اند:

فاصلهٔ زمانی دو قطار اول برابر ۱۰۰ ثانیه است، بنابراین داریم:

$$\Delta x = v \Delta t = ۱۰۰v$$

گام دوم: محاسبهٔ فاصلهٔ زمانی ملاقات قطار سوم با دو قطار اول: (منظور از قطار سوم، قطاری است که از ایستگاه B به طرف A شروع به حرکت کرده است.)

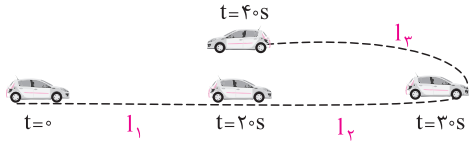
قطار سوم، با تندی v به سمت قطارهای اول و دوم می‌رود، بنابراین با توجه به این‌که قطارهای اول و دوم با تندی v حرکت می‌کنند، قطارها با سرعت نسبی $۲v$ به سمت هم حرکت می‌کنند می‌توان نوشت:

$$\overset{۱۰۰v}{\Delta x} = ۲v \Delta t' \Rightarrow \Delta t' = \frac{۱۰۰}{۲} = ۵۰\,s$$

۱۰۶ **۳** در یک مدت زمان معین، نسبت تندی متوسط به سرعت متوسط به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} s_{av} = \dfrac{l}{\Delta t} \\ v_{av} = \dfrac{d}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow \frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{l}{d} = \frac{\text{مسافت}}{\text{جابه‌جایی}}$$

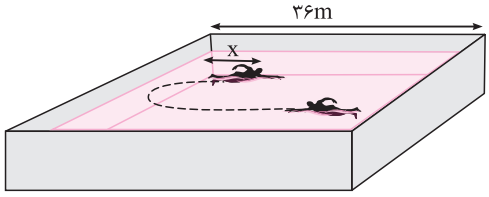
بنابراین کافی است مسافت و جابه‌جایی این اتومبیل را محاسبه کنیم. با توجه به شکل زیر می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} l_۱ = v_۱ \Delta t_۱ = ۱۰ \times ۲۰ = ۲۰۰\,m \\ l_۲ = v_۲ \Delta t_۲ = ۴ \times ۱۰ = ۴۰\,m \\ l_۳ = v_۳ \Delta t_۳ = ۴ \times ۱۰ = ۴۰\,m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \text{مسافت: } l = l_۱ + l_۲ + l_۳ = ۲۸۰\,m \\ \text{جابه‌جایی: } d = l_۱ + l_۲ - l_۳ = ۲۰۰\,m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{l}{d} = \frac{۲۸۰}{۲۰۰} = \frac{۷}{۵}$$

۱۰۷ **۱** شناگر در ۲۰ ثانیه طول استخر را طی کرده و سپس به اندازهٔ x برگشته است، مطابق شکل می‌توان نوشت:



$$\left.\begin{matrix}\text{مسافت: } l = ۳۶ + x \\ \text{اندازهٔ جابه‌جایی: } |\vec{d}| = ۳۶ - x\end{matrix}\right\} \Rightarrow \frac{l}{|\vec{d}|} = \frac{۳۶ + x}{۳۶ - x} = ۵$$

$$\Rightarrow ۳۶ + x = ۱۸۰ - ۵x \Rightarrow ۶x = ۱۴۴ \Rightarrow x = ۲۴\,m$$

بنابراین اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در کل این ۲۰ ثانیه برابر است با:

$$v_{av} = \frac{|\vec{d}|}{\Delta t} = \frac{۳۶ - x}{۲۰} = \frac{۳۶ - ۲۴}{۲۰} = ۰/۶\,m/s$$