۱ ۱۷۳۶ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۱ — شدت جریان الکتریکی (تست‌های ۱۷۳۶ تا ۱۷۴۴)

برای شروع این بحث، ابتدا به شکل‌های زیر توجه کنید. هنگامی که به دو سر یک رسانا اختلاف پتانسیلی اعمال می‌کنیم (شکل ۱)، اتفاقات زیر رخ می‌دهد:

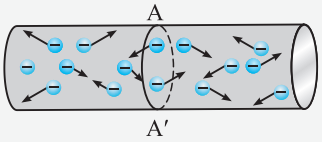
۱ یک میدان الکتریکی در داخل رسانا ایجاد می‌شود.

۲ این میدان به الکترون‌های درون رسانا نیرو وارد می‌کند و آن‌ها را در خلاف جهت میدان با سرعت متوسطی موسوم به **سرعت سوق** حرکت می‌دهد.

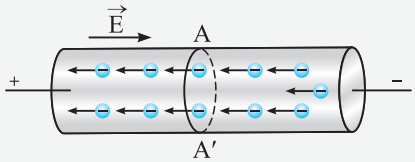
۳ در این حالت شارش بار خالص عبوری از سطح مقطع رسانا صفر نبوده و در داخل رسانا جریان الکتریکی ایجاد می‌شود.

۴ طبق قرارداد، جریان الکتریکی در خلاف جهت شارش الکترون‌ها می‌باشد، یعنی جریان الکتریکی هم‌جهت با میدان الکتریکی ایجاد شده در رسانا و از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کم‌تر است.

دقت: در صورت اعمال نشدن اختلاف پتانسیل به دو سر رسانا، الکترون‌های آزاد به صورت کاتوره‌ای در همهٔ جهت‌ها در داخل رسانا در حال حرکت بوده و شارش بار خالص عبوری از سطح مقطع رسانا صفر است (شکل ۲).



شکل ۲: در نبود اختلاف پتانسیل الکتریکی در دو سر رسانا، شارش بار خالصی از مقطع معین AA' سیم نداریم.



شکل ۱: در حضور اختلاف پتانسیل الکتریکی، شارش بار خالص از مقطع AA' سیم، دیگر برابر صفر نیست.

جریان الکتریکی متوسط

آهنگ شارش بار الکتریکی در رسانا، معادل با **جریان الکتریکی متوسط** عبوری از آن است.

$$\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}$$

q: بار الکتریکی برحسب کولن (C)، t: زمان برحسب ثانیه (s)، $\bar{I}$: جریان الکتریکی متوسط برحسب آمپر (A)

نکات مهم و کاربردی

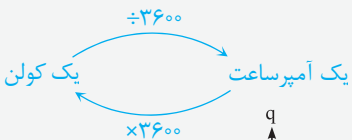
۱ اگر جریان عبوری از مدار مقدار ثابتی باشد، شدت جریان متوسط در بازهٔ زمانی دلخواه Δt و شدت جریان لحظه‌ای با یک‌دیگر برابر است و بار شارش یافته در مدار عبارت است از:

$$I=\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}\Rightarrow \boxed{\Delta q=I\Delta t}$$

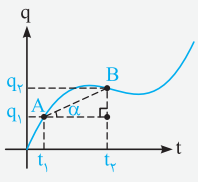
۲ یکی دیگر از واحدهای رایج بار الکتریکی، آمپر ساعت می‌باشد که ارتباط آن با واحد کولن به صورت زیر است:

$$\begin{cases} q=It \xrightarrow[t\ \text{برحسب ثانیه}]{I\ \text{برحسب آمپر}} \text{کولن} \equiv \text{آمپر} \times \text{ثانیه} \\ q=It \xrightarrow[t\ \text{برحسب ساعت}]{I\ \text{برحسب آمپر}} q\ \text{واحد} \equiv \text{آمپر} \times \underbrace{\text{ساعت}}_{\text{۳۶۰۰ ثانیه}} \end{cases} \Rightarrow \boxed{\text{۳۶۰۰ کولن} = \text{۱ آمپر ساعت}}$$

بنابراین برای تبدیل کولن به آمپر ساعت، باید عدد داده شده را بر ۳۶۰۰ تقسیم کنیم و بالعکس.



۳ شیب خط واصل بین دو لحظهٔ t_1 و t_2 از نمودار بار الکتریکی ـ زمان، معادل با شدت جریان متوسط بین آن دو لحظه است.



$$\tan\alpha=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}=\frac{q_2-q_1}{t_2-t_1}=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\bar{I}$$

۴ از قبل می‌دانیم بار الکتریکی مضرب صحیحی از یک مقدار پایه می‌باشد $(q=ne)$، بنابراین برای محاسبهٔ تعداد الکترون‌های عبوری از سطح مقطع رسانا، در یک مدت زمان معین، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} q=ne \\ q=It \end{cases}\Rightarrow ne=It\Rightarrow n=\frac{It}{e}$$

با توجه به خلاصه نکات فوق، گزینهٔ (۱) نادرست است و سه گزینهٔ دیگر صحیح می‌باشند (دقت کنید در شکل (۱) جریان الکتریکی برقرار نمی‌باشد).

gajmarket.com

۱۷۳۷ ۳ با توجه به توضیحات ارائه‌شده در خلاصه نکات (۱)، گزینهٔ (۳) صحیح است.

۱۷۳۸ ۱ با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$، شدت جریان متوسط را در ثانیهٔ دوم و همچنین در چهار ثانیهٔ اول محاسبه می‌کنیم $(q=t^{۲}-۲t+۱)$:

$$\begin{cases} t_۲=۲s \Rightarrow q_۲=(۲)^{۲}-۲\times(۲)+۱=۱C \\ t_۱=۱s \Rightarrow q_۱=(۱)^{۲}-۲\times(۱)+۱=۰ \end{cases} \Rightarrow I_۱=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{q_۲-q_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۱-۰}{۲-۱}=۱A$$

$$\begin{cases} t_۲=۴s \Rightarrow q_۲=(۴)^{۲}-۲\times(۴)+۱=۹C \\ t_۱=۰ \Rightarrow q_۱=۰-۰+۱=۱C \end{cases} \Rightarrow I_۲=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{۹-۱}{۴-۰}=۲A$$

$$\Rightarrow \frac{I_۱}{I_۲}=\frac{۱}{۲}$$

۱۷۳۹ ۲ با توجه به نکتهٔ (۲) در خلاصه نکات (۱)، آمپر ساعت واحد بار الکتریکی می‌باشد.

۱۷۴۰ ۲ برای محاسبهٔ مدت زمان لازم برای تخلیهٔ بار الکتریکی ۵۰ آمپر ساعت با جریان متوسط ۵ آمپر، می‌توان نوشت:

$$q=It \Rightarrow ۵۰A.h=(۵A)\times t \Rightarrow t=۱۰h=۱۰\times ۳۶۰۰=۳/۶\times ۱۰^{۴}s$$

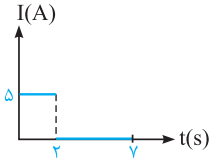
۱۷۴۱ ۴ باری که در مدت زمان یک ساعت از مدار می‌گذرد، برابر است با:

$$\Delta q=I(\Delta t)=(۰/۱۵\times ۱۰^{-۳}A)(۳/۶\times ۱۰^{۳}s)=۰/۵۴C$$

از طرفی انرژی‌ای که باتری به مدار می‌دهد با توجه به رابطهٔ $W_{\text{خارجی}}=q\Delta V$، برابر است با:

انرژی داده شده به مدار $=۰/۵۴\times ۳=۱/۶۲J$

۱۷۴۲ ۳ در دو ثانیهٔ اول، مقدار بار الکتریکی گذرنده از این جسم، به طور یکنواخت از صفر به ۱۰ کولن می‌رسد، بنابراین مقدار جریان در این بازهٔ زمانی برابر است با:



$$I=\bar{I}=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\frac{۱۰-۰}{۲}=۵A$$

در بازهٔ زمانی $t=۲s$ تا $t=۷s$ تغییرات بار الکتریکی برابر صفر است، بنابراین جریان عبوری از مدار نیز برابر صفر می‌باشد و نمودار جریان ـ زمان به صورت نشان داده شده است:

تذکر

اگر بار شارش شده از یک جسم رسانا مقداری ثابت بوده و تغییر نکند، جریان الکتریکی در داخل رسانا به وجود نمی‌آید. $q=\text{ثابت} \Rightarrow I=۰$

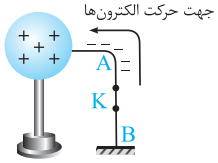
۱۷۴۳ ۱ ابتدا بار الکتریکی شارش‌یافته در سیم را به دست می‌آوریم:

$$t=۲۰s \ , \ I=۰/۸A \Rightarrow q=It=۰/۸\times ۲۰=۱۶C$$

از طرفی طبق رابطهٔ $q=ne$، می‌توان تعداد الکترون‌های شارش‌یافته را محاسبه کرد:

$$q=۱۶C \ , \ e=۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}C \Rightarrow q=ne \Rightarrow ۱۶=۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}\times n \Rightarrow n=۱۰^{۲۰}$$

۱۷۴۴ ۲ با وصل شدن کلید K، با انتقال الکترون از زمین به کرهٔ رسانا، بار کره خنثی خواهد شد. از طرفی جهت جریان در خلاف جهت حرکت الکترون‌ها می‌باشد. بنابراین جهت جریان از A به B است.



با توجه به این‌که بار کره در مدت ۰/۰۲s از ۰/۵C به صفر می‌رسد، شدت جریان الکتریکی متوسط عبوری از سیم AB برابر است با:

$$\bar{I}=\left|\frac{\Delta q}{\Delta t}\right|=\left|\frac{۰-۰/۵}{۰/۰۲}\right|=۲۵A$$

۱۷۴۵ ۳ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۲ — قانون اهم — (تست‌های ۱۷۴۵ تا ۱۷۵۲)

وسیله‌هایی که جریان الکتریکی را از خود عبور می‌دهند، می‌توان به دو دسته تقسیم کرد:

دستهٔ اول: وسیله‌هایی که با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها و در نتیجه تغییر جریان عبوری از آن‌ها، مقاومتشان تغییر می‌کند.

دستهٔ دوم: وسیله‌هایی که مقاومت آن‌ها ثابت و مستقل از اختلاف پتانسیل و جریان عبوری از آن‌هاست.

اگر مقاومت الکتریکی یک وسیله در ولتاژهای مختلف (در دمای ثابت) همواره مقدار ثابتی داشته باشد، به آن وسیله، مقاومت یا رسانای اهمی گفته می‌شود. به عبارت دیگر این وسیله‌ها از **قانون اهم** پیروی می‌کنند که بیان می‌کند، **نسبت اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانا به شدت جریان عبوری از آن در دمای ثابت، مقداری ثابت است.** این مقدار ثابت را **مقاومت الکتریکی آن جسم** نامیده و یکای آن در SI اهم است.

$$\frac{V}{I}=\text{مقدار ثابت}=R \quad \text{یا} \quad V=RI$$

تذکر برای برخی از مواد، جریان الکتریکی (I) تابعی خطی از اختلاف پتانسیل الکتریکی (V) دو سر آن می‌باشد و در اصطلاح می‌گوییم، این مواد از قانون اهم پیروی می‌کنند. این قانون برای اغلب فلزات و بسیاری از رساناهای غیر فلزی در دمای ثابت برقرار است.

تمرین۱ اگر ولتاژ دو سر یک رسانای اهمی ۲ برابر شود، مقاومت الکتریکی و شدت جریان عبوری از آن، هر یک چند برابر می‌شود؟

پاسخ در این سؤال، به موارد زیر توجه کنید:

۱- مقاومت الکتریکی یک رسانا در دمای ثابت مقداری ثابت است و با تغییر ولتاژ دو سر آن تغییری نمی‌کند.

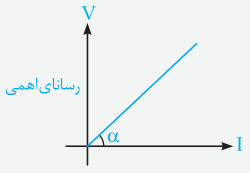
۲- با توجه به قانون اهم، داریم:

$V = \underset{\text{ثابت}}{R} I \Rightarrow$ جریان عبوری دو برابر می‌شود.

(۲ برابر) (۲ برابر)

تمرین۲ نمودار ولتاژ دو سر یک رسانای اهمی برحسب شدت جریان عبوری از آن را رسم کنید.

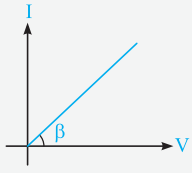
پاسخ



$\tan\alpha = \frac{V}{I} = R$

در این نمودار هر چه مقاومت جسم بزرگ‌تر باشد، شیب نمودار بزرگ‌تر است.

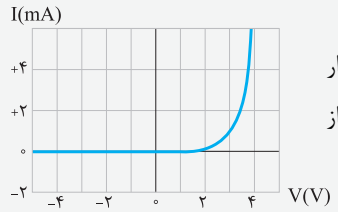
تذکر شیب نمودار $I - V$، عکس مقاومت یک رسانا، را نشان می‌دهد:



$\tan\beta = \frac{I}{V} = \frac{۱}{R}$

در این نمودار هر چه مقاومت جسم بزرگ‌تر باشد، شیب نمودار کم‌تر است.

تذکر برای برخی از وسیله‌ها مانند دیود نورگسیل (LED) که از قانون اهم پیروی نمی‌کنند، نمودار جریان عبوری از آن‌ها برحسب اختلاف پتانسیل دو سر آن‌ها، دیگر به صورت یک خط راست گذرنده از مبدأ نیست. به طور مثال به شکل مقابل توجه کنید:



نمودار جریان بر حسب اختلاف پتانسیل برای یک دیود نورگسیل

با توجه به‌خلاصه نکات فوق، می‌دانیم که نسبت اختلاف پتانسیل دو سر یک رسانا به شدت جریان عبوری از آن در دمای ثابت، برابر مقاومت الکتریکی رسانا است.

از طرفی می‌دانیم که اندازهٔ مقاومت الکتریکی با تغییر جریان عبوری از آن، تغییر نمی‌کند و گزینهٔ (۳) صحیح است.

۳ ۱۷۴۶ در وسیلهٔ الکتریکی (۱)، نسبت $\frac{V}{I}$ در یک دمای ثابت تغییر کرده و وسیلهٔ الکتریکی از قانون اهم پیروی نمی‌کند.

در وسیلهٔ (۱) نسبت $\frac{V}{I} \Rightarrow \frac{۲}{۰/۲} \neq \frac{۴}{۰/۸}$

از طرفی در وسیلهٔ الکتریکی (۲)، نسبت $\frac{V}{I}$ در دمای ثابت با توجه به جدول ثابت بوده و دستگاه از قانون اهم پیروی می‌کند.

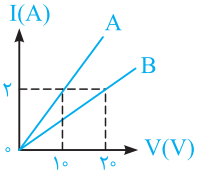
در وسیلهٔ (۲) نسبت $\frac{V}{I} \Rightarrow \frac{۲}{۰/۵} = \frac{۴}{۱} = \frac{۱۲}{۳}$

۲ ۱۷۴۷ با استفاده از قانون اهم برای محاسبهٔ مقاومت رشتهٔ لامپ داریم:

$R = \frac{V}{I} = \frac{۱/۵}{۰/۳} = ۵\Omega$

از سوی دیگر، مقاومت رشته سیم ثابت بوده و با عوض شدن ولتاژ باتری، تغییر نمی‌کند.

۱ ۱۷۴۸ با توجه به نمودار مقابل، می‌توان نوشت:



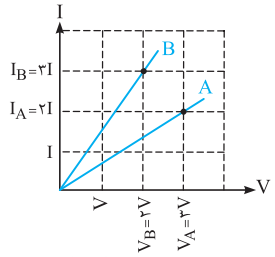
$\begin{cases} I_A = ۲A \\ V_A = ۱۰V \end{cases} \Rightarrow R_A = \frac{V_A}{I_A} = \frac{۱۰}{۲} = ۵\Omega$

$\begin{cases} I_B = ۲A \\ V_B = ۲۰V \end{cases} \Rightarrow R_B = \frac{V_B}{I_B} = \frac{۲۰}{۲} = ۱۰\Omega$

$\Rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{۱۰}{۵} = ۲$

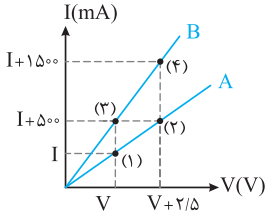
gajmarket.com

۱ ۱۷۴۹ مشابه با سؤال قبل، با توجه به نمودار داده‌شده و با کمک نقاط نشان داده شده بر روی آن، برای دو مقاومت A و B می‌توان نوشت:



$$R=\frac{V}{I}\Rightarrow\frac{R_B}{R_A}=\frac{V_B}{V_A}\times\frac{I_A}{I_B}=(\frac{۲V}{۳V})\times(\frac{۲I}{۳I})=\frac{۴}{۹}$$

۳ ۱۷۵۰ برای حل این سؤال، کافی است از رابطهٔ $\Delta V=R\Delta I$ برای دو مقاومت استفاده کنیم. با توجه به این موضوع داریم:



مقاومت A: $\Delta V_A=R_A\times\Delta I_A\rightarrow ۲/۵=R_A\times(۵۰۰\times۱۰^{-۳})\rightarrow R_A=۵\Omega$ ⇐ باتوجه به نقاط (۱) و (۲)

مقاومت B: $\Delta V_B=R_B\times\Delta I_B\rightarrow ۲/۵=R_B\times(۱۰۰۰\times۱۰^{-۳})\rightarrow R_B=۲/۵\Omega$ ⇐ باتوجه به نقاط (۳) و (۴)

خواستهٔ سؤال $\rightarrow R_A-R_B=۲/۵\Omega$

۲ ۱۷۵۱ **گام اول:** ابتدا با توجه به رابطهٔ $R=\frac{V}{I}$، شدت جریان عبوری از مقاومت را به دست می‌آوریم:

$$R=۱۰\Omega\ ,\ V=۸V\Rightarrow R=\frac{V}{I}\Rightarrow ۱۰=\frac{۸}{I}\Rightarrow I=\frac{۸}{۱۰}A$$

گام دوم: اکنون با توجه به روابط $q=It$ و $q=ne$، به سادگی می‌توان بار الکتریکی شارش‌یافته در سیم را در مدت زمان یک ثانیه محاسبه کرد:

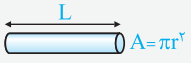
$$I=\frac{۸}{۱۰}A\ ,\ t=۱s\Rightarrow It=ne\Rightarrow n=\frac{It}{e}=\frac{۰/۸\times۱}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۵\times۱۰^{۱۸}$$

۳ ۱۷۵۲ با توجه به توضیحات مطرح شده در خلاصه نکات (۲)، نمودار (ب) مربوط به اغلب فلزات در دمای ثابت می‌باشد و نمودار (ت) مربوط به یک دیود نورگسیل است.

۴ ۱۷۵۳ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۳ تحلیل ارتباط بین مقاومت الکتریکی یک رسانا با جنس و ابعاد آن و بررسی انواع مقاومت‌ها (تست‌های ۱۷۵۳ تا ۱۷۷۷)

به طور کلی در یک دمای ثابت، مقاومت الکتریکی یک سیم رسانا به سطح مقطع، طول و جنس آن بستگی داشته و به صورت زیر به دست می‌آید:



$$R=\rho\frac{L}{A}$$

L: طول سیم (m) ، R: مقاومت الکتریکی سیم (Ω)

A: سطح مقطع سیم $(m^۲)$ ، ρ: مقاومت ویژهٔ سیم $(\Omega.m)$

نکات مهم و کاربردی

۱ در رابطهٔ ارائه شده، تأثیر عامل جنس رسانا بر مقاومت یک سیم، در مقاومت ویژهٔ سیم (ρ) وارد می‌شود.

۲ واحد مقاومت ویژه در SI عبارت است از: (اهم متر)

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\rho=\frac{R.A}{L}\Rightarrow\rho\ \text{واحد}\equiv\frac{\Omega\times m^۲}{m}=\Omega.m$$

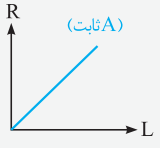
۳ مقاومت یک سیم با طول و مقاومت ویژهٔ آن رابطهٔ مستقیم و با سطح مقطع آن رابطهٔ عکس دارد.

$$\begin{cases}R\propto\rho\\R\propto L\\R\propto\frac{۱}{A}\end{cases}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho_۲}{\rho_۱}\times\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}$$

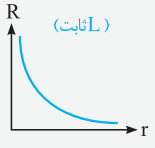
۴ با توجه به این‌که در سیم‌های با مقطع دایره‌ای، سطح مقطع برابر $A=\pi r^۲$ می‌باشد، بنابراین مقاومت یک سیم فلزی استوانه‌ای با مجذور شعاع مقطع آن رابطهٔ معکوس دارد.

$$R\propto\frac{۱}{A}\xrightarrow{A=\pi r^۲}R\propto\frac{۱}{r^۲}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\rho_۲}{\rho_۱}\times\frac{L_۲}{L_۱}\times(\frac{r_۱}{r_۲})^۲$$

۵ با توجه به ارتباط بین مقاومت یک سیم با طول و شعاع سطح مقطع آن، نمودارهای مقابل را می‌توان رسم کرد:



$R\propto L$



$R\propto\frac{۱}{r^۲}$ (یا $R\propto\frac{۱}{A}$)

بررسی یک موضوع کاربردی و بسیار مهم

فرض کنید سیمی را از دستگاهی عبور دهیم تا با ثابت ماندن جرم آن، طول آن ۲ برابر شود، یعنی سیم کشیده شده (L بزرگ‌تر) و سطح مقطع آن کم می‌شود (A کم‌تر). برای تحلیل نحوهٔ تغییرات مقاومت الکتریکی سیم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

مرحلهٔ ۱: می‌دانیم که اگر جرم سیم ثابت بماند، حجم آن نیز ثابت می‌ماند (ρ: چگالی) و داریم:

$$\rho_{\text{ثابت}} = \frac{m_{\text{ثابت}}}{V_{\text{ثابت}}} \Rightarrow V_{\text{ثابت}} = A \times L$$

۲ برابر ↑ L ، A ↓ $\frac{1}{2}$ برابر

یعنی با این عمل سطح مقطع نصف می‌شود.

مرحلهٔ ۲: تغییرات مقاومت سیم را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \left(\frac{A_1}{A_2}\right) = \frac{2L_1}{L_1} \times \frac{A_1}{\frac{1}{2}A_1} = 4$$

روش دیگر تحلیل:

$$R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \text{۴ برابر } R \uparrow$$

(L: ۲ برابر ↑، A: $\frac{1}{2}$ برابر ↓)

در نهایت می‌توان گفت اگر طول یک سیم با ثابت ماندن جرم آن، α برابر شود، مقاومت آن سیم α^2 برابر خواهد شد:

$$\frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{L_2}{L_1}\right)^2 \quad \text{یا} \quad \frac{R_2}{R_1} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2$$

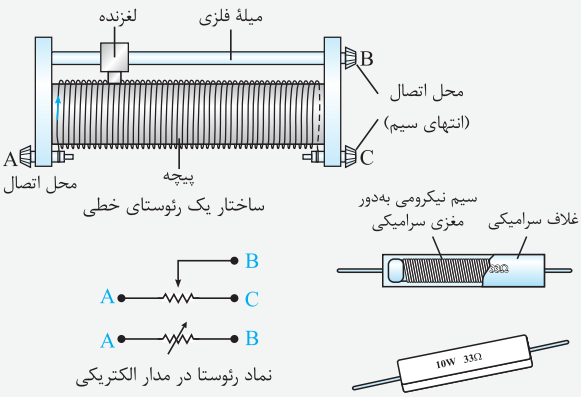
انواع مقاومت‌ها

به طور کلی انواع اصلی مقاومت‌ها به دو نوع تقسیم‌بندی می‌شوند:

۱- مقاومت‌های پیچه‌ای (آجری)

این مقاومت‌ها شامل پیچه‌ای از سیم نازک هستند که به دور یک هسته پیچیده می‌شوند. در صورت نیاز به مقاومت‌های کوچک بسیار دقیق و هم‌چنین مقاومت‌های با توان بالا می‌توان از این نوع مقاومت‌ها استفاده کرد.

یکی از انواع مشهور این مقاومت‌ها رئوستا می‌باشد که در مدارهای الکترونیکی پتانسیومتر نامیده می‌شود. مقاومت رئوستا قابل تغییر می‌باشد و به این ترتیب می‌تواند جریان را در مدار تنظیم و کنترل کند.



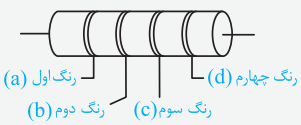
ساختار یک رئوستای خطی

نماد رئوستا در مدار الکتریکی

۲- مقاومت‌های ترکیبی

این نوع مقاومت‌ها معمولاً از کربن، برخی نیم‌رساناها و یا فیلم‌های نازک فلزی ساخته می‌شوند که در داخل پوشش پلاستیکی قرار گرفته‌اند.

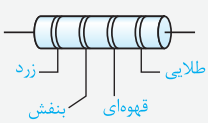
معمولاً برای نشان دادن مقادیر این نوع مقاومت‌ها که بسیار پرکاربرد هستند، از حلقه‌های رنگی بر روی آن‌ها استفاده می‌شود، هر یک از این رنگ‌ها، نشان‌دهندهٔ یک عدد هستند و مقاومت آن‌ها از رابطهٔ مقابل به‌دست می‌آید:



$$R = \overline{ab} \times 10^c$$

چند تذکر:

۱) $\overline{ab}$ منظور $a \times b$ نیست، بلکه منظور عدد $\overline{ab}$ در کنار هم است، یعنی اگر ۲ و ۴ کنار هم قرار بگیرد، عدد ۲۴ می‌شود. به طور مثال در شکل مقابل با توجه به رنگ مقاومت‌ها، که زرد عدد ۴، بنفش عدد ۷ و قهوه‌ای عدد ۱ است، مقدار مقاومت برابر است با:



$$R = \overline{ab} \times 10^c = 47 \times 10^1 = 470\,\Omega$$

۲) حلقهٔ چهارم در مقاومت‌های ترکیبی، یک حلقهٔ طلایی یا نقره‌ای است که تُلرانس نامیده می‌شود و مقدار مجاز انحراف از مقدار دقیق مقاومت را برحسب درصد مشخص می‌کند. نبود نوار چهارم به معنای آن است که تُلرانس ۲۰ درصد است.

در مثال فوق که حلقهٔ چهارم طلایی رنگ است، به معنای آن است که تُلرانس ۵ درصد می‌باشد، یعنی مقدار مقاومت واقعی از ۰/۹۵ تا ۱/۰۵ مقدار محاسبه شده می‌تواند باشد.

$$(1-0/05)R < R_{\text{واقعی}} < (1+0/05)R \Rightarrow 0/95 \times 470 < R_{\text{واقعی}} < 1/05 \times 470$$

gajmarket.com

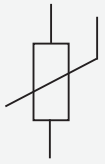
۳ برای خواندن مقدار این نوع مقاومت‌ها، آن‌ها را طوری در مقابل خود می‌گیریم که حلقهٔ تُلرانس در سمت راست ما قرار گیرد.

شناخت برخی مقاومت‌های خاص و دیود

اینجا می‌خوایم یه توضیح مختصر هم دربارهٔ یه سری از مقاومت‌ها بدیم تا بیشتر با انواع مقاومت‌ها آشنا بشید ...

۱ **ترمیستور:** ترمیستور نوعی از مقاومت است که وابستگی مقاومت الکتریکی آن به دما، متفاوت از مقاومت‌های معمولی است. اغلب از ترمیستورها به عنوان حسگر دما در مدارهای حساس به دما مانند زنگ خطر آتش و دماپاها و نیز در دماسنج‌ها استفاده می‌شود.

نماد ترمیستور در مدارهای الکتریکی به صورت مقابل است:

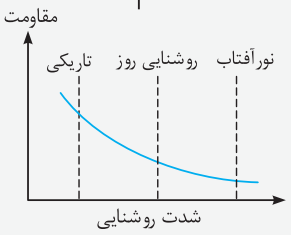


۲ **مقاومت‌های نوری (LDR):** مقاومت نوری، نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به نور تابیده شده به آن بستگی دارد، به طوری که با افزایش شدت نور، از مقاومت آن کاسته می‌شود.

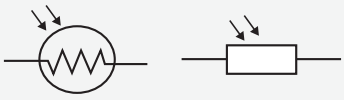
در رابطه با این نوع از مقاومت‌ها به موارد زیر توجه کنید:

۱- نوعی از این مقاومت‌ها از جنس نیم‌رسانای خالص، مانند سیلیسیم هستند که با افزایش شدت نور تابیده شده، بر تعداد حامل‌های بار الکتریکی آن‌ها افزوده شده و در نتیجه از مقاومت آن‌ها کاسته می‌شود.

۲- با توجه به کاهش مقاومت LDR بر اثر افزایش شدت روشنایی تابیده شده بر سطح آن، مقاومت الکتریکی آن‌ها را برحسب شدت روشنایی (که با یکای LUX سنجیده می‌شود)، به صورت مقابل نشان می‌دهند:



۳- این نوع از مقاومت‌ها را در مدارهای الکتریکی با یکی از دو نماد مقابل نشان می‌دهند:



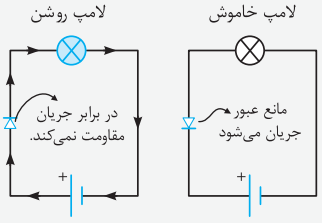
در انتهای کار می‌خوایم شما رو با دیود که یک قطعهٔ جالب توی مدار هست، آشنا کنیم ...

دیود

دیود قطعه‌ای است که در یک جهت، جریان الکتریکی را از خود عبور می‌دهد (مقاومت ناچیز دارد) و در جهت مخالف مانع عبور جریان الکتریکی از خود می‌شود (مقاومت بی‌نهایت دارد).

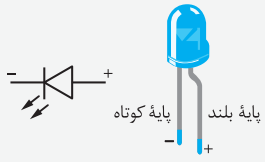
در رابطه با دیود، به موارد زیر توجه کنید:

۱ در مدارهای الکتریکی، دیودها را با نماد (—▷|—) نشان می‌دهند. در این نماد، پیکان در جهتی است که جریان الکتریکی می‌تواند از دیود عبور کند.



۲ از دیودها برای یک‌سو کردن جریان‌های متناوب به جریان مستقیم استفاده می‌شود که در فصل آخر این کتاب بیشتر با این موضوع آشنا می‌شوید.

۳ یکی از معروف‌ترین انواع دیودها، دیود نورگسیل یا LED است که در شکل مقابل تصویر آن و نماد آن در مدارهای الکتریکی نشان داده شده است.



حال برای یادگیری بهتر، به تمرین‌های زیر توجه کنید:

تمرین ۱ **قطر مقطع سیم مسی A، ۲ برابر قطر مقطع سیم مسی B است و طول آن نیز $\frac{۱}{۴}$ طول سیم B است. اگر مقاومت سیم A برابر ۵Ω باشد، مقاومت سیم B چند اهم است؟** (ریاضی خارج ۹۰، تجربی داخل ۹۱)

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۴۰ ۴) ۸۰

پاسخ با توجه به رابطهٔ $R=\frac{\rho L}{A}=\frac{\rho L}{\frac{\pi d^۲}{۴}}$، می‌توان نوشت:

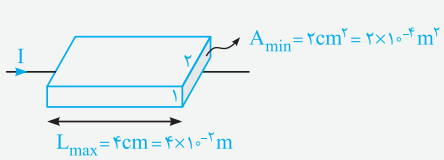
$$d_A=۲d_B\ ,\ L_A=\frac{۱}{۴}L_B\ ,\ (\text{هر دو سیم از یک جنس هستند.})\rho_A=\rho_B\ ,\ R_A=۵\Omega\ ,\ R_B=?$$

$$\frac{R_B}{R_A}=\frac{\rho_B}{\rho_A}\times\frac{L_B}{L_A}\times\left(\frac{d_A}{d_B}\right)^۲\Rightarrow\frac{R_B}{۵}=۱\times۴\times(۲)^۲=۱۶\Rightarrow R_B=۸۰\Omega$$ (گزینهٔ ۴)

تمرین ۲ **ابعاد یک مکعب مستطیل فلزی ۱، ۲ و ۴ سانتی‌متر است. این مکعب مستطیل را می‌توان از هر یک از دو وجه مقابل آن در مدار قرار داد. نسبت بزرگ‌ترین مقاومت آن به کوچک‌ترین مقاومت آن چند است؟**

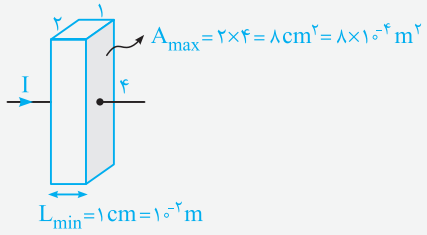
۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۶ ۴) ۲۴

پاسخ بیشترین مقاومت مکعب مستطیل هنگامی است که سطح مقطع آن کم‌ترین و طول آن بیشترین مقدار را داشته باشد و با توجه به این موضوع بیشترین مقاومت مکعب مستطیل برابر است با:



$$R_{max}=\rho\frac{L_{max}}{A_{min}}=\rho\times\frac{۴\times۱۰^{-۲}}{۲\times۱۰^{-۴}}=۲۰۰\rho$$

از طرفی کم‌ترین مقاومت مکعب مستطیل وقتی است که سطح مقطع آن بیشترین و طول آن کم‌ترین مقدار را داشته باشد و در نتیجه در این حالت داریم:



$$R_{min}=\rho\frac{L_{min}}{A_{max}}=\rho\times\frac{۱۰^{-۲}}{۸\times۱۰^{-۴}}=۱۲/۵\rho$$

بنابراین نسبت بیشترین مقاومت به کم‌ترین مقاومت مکعب مستطیل برابر است با:

$$\frac{R_{max}}{R_{min}}=\frac{۲۰۰\rho}{۱۲/۵\rho}=۱۶$$ (گزینهٔ ۳)

با توجه به خلاصه نکات فوق، مقاومت الکتریکی یک سیم رسانا به مقاومت ویژهٔ مادهٔ سازندهٔ آن بستگی دارد که این مقاومت ویژه، خود به جنس سیم رسانا بستگی دارد. بنابراین گزینهٔ (۴) نادرست می‌باشد.

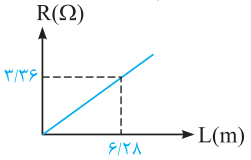
به جنس رسانا بستگی دارد.

$$R=\rho\frac{L}{A}$$

۱۷۵۴ ۴ اندازهٔ مقاومت الکتریکی یک سیم، از رابطهٔ $R=\frac{\rho L}{A}$ به دست می‌آید که A سطح مقطع سیم است. از طرفی می‌دانیم که مساحت مقطع سیمی به قطر d، برابر $A=\pi(\frac{d}{۲})^۲=\frac{\pi d^۲}{۴}$ است و می‌توان نوشت:

$$R=\frac{\rho L}{A}=\frac{\rho L}{\frac{\pi d^۲}{۴}}\Rightarrow R\propto\frac{۱}{d^۲}\Rightarrow$$ (مقاومت با مجذور قطر سیم، رابطهٔ معکوس دارد.)

۱۷۵۵ ۲ با توجه به نمودار مقابل، در طول $۶/۲۸m$ مقاومت سیم برابر $۳/۳۶\Omega$ است، بنابراین می‌توان نوشت:



$$R=۳/۳۶\Omega\ ,\ \rho=۱/۶۸\times۱۰^{-۸}\Omega m\ ,\ L=۶/۲۸m\ ,\ A=?$$

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow۳/۳۶=۱/۶۸\times۱۰^{-۸}\times\frac{۶/۲۸}{A}\Rightarrow A=۳/۱۴\times۱۰^{-۸}m^۲$$

با توجه به سطح مقطع دایره‌ای سیم، $A=\pi r^۲$ بوده و داریم:

$$A=\pi r^۲\simeq۳/۱۴r^۲\xrightarrow{A=۳/۱۴\times۱۰^{-۸}m^۲}۳/۱۴r^۲=۳/۱۴\times۱۰^{-۸}\Rightarrow r=۱۰^{-۴}m=۰/۱mm\Rightarrow$$ قطر سیم : $d=۲r=۰/۲mm$

۱۷۵۶ ۴ با توجه به تمرین (۱) در خلاصه نکات (۳)، گزینهٔ (۴) صحیح است.

۱۷۵۷ ۱ با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$، برای مقایسهٔ مقاومت دو سیم A و B داریم:

$$\rho_A=۳\rho_B\ ,\ L_A=L_B\ ,\ R_A=R_B$$

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{\rho_A}{\rho_B}\times\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}\xrightarrow{\text{مساحت}:A\propto d^۲}۱=۳\times۱\times(\frac{d_B}{d_A})^۲\Rightarrow(\frac{d_B}{d_A})^۲=\frac{۱}{۳}\Rightarrow(\frac{d_A}{d_B})^۲=۳\Rightarrow\frac{d_A}{d_B}=\sqrt{۳}$$

۱۷۵۸ ۴ برای محاسبهٔ مقاومت الکتریکی هر یک از آن‌ها، ابتدا با توجه به شکل‌های زیر، سطح مقطع هر کدام را به‌دست می‌آوریم:

سیم مسی: $A_۱=\pi r^۲=\pi\frac{d^۲}{۴}=\pi\frac{(۴)^۲}{۴}=۴\pi mm^۲\Rightarrow R_۱=\rho\frac{L_۱}{A_۱}=\rho\times\frac{۱}{۴\pi}$

لوله مسی: $A_۲=\frac{\pi d^۲}{۴}-\frac{\pi d'^۲}{۴}=\frac{\pi}{۴}(d^۲-d'^۲)=\frac{\pi}{۴}(۴^۲-۲^۲)=۳\pi mm^۲\Rightarrow R_۲=\rho\frac{L_۲}{A_۲}=\rho\times\frac{۱}{۳\pi}$

$$\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{\frac{\rho}{۳\pi}}{\frac{\rho}{۴\pi}}=\frac{۴}{۳}$$

۱۷۵۹ ۲ با توجه به قطر سیم $D=۲mm$، سطح مقطع سیم برابر است با:

$$\text{قطر}:D=۲mm\Rightarrow\text{شعاع}:r=\frac{D}{۲}=۱mm\Rightarrow A=\pi r^۲\simeq۳\times(۱۰^{-۳})^۲=۳\times۱۰^{-۶}m^۲$$

حال مقاومت این سیم برابر است با:

$$R=\rho\frac{L}{A}=۱/۷\times۱۰^{-۸}\times\frac{۱۸۰}{۳\times۱۰^{-۶}}=۱/۰۲\Omega$$

gajmarket.com

۱۷۶۰ ۱ برای پاسخ به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: (محاسبهٔ نسبت طول دو سیم، یعنی $\frac{L_A}{L_B}$): با توجه به آن‌که هر دو سیم از یک جنس هستند، بنابراین چگالی دو سیم با هم برابر است و می‌توان نوشت:

$$\text{چگالی: } \rho' = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho' V \xrightarrow{m_A = m_B} \rho'_A V_A = \rho'_B V_B \xrightarrow{\rho'_A = \rho'_B} V_A = V_B$$

با توجه به رابطهٔ گام اول، حجم دو سیم با هم برابر است. از طرفی می‌دانیم که حجم سیم برابر حاصل‌ضرب طول سیم در مساحت مقطع آن است و می‌توان نوشت:

$$V_A = V_B \Rightarrow A_A \times L_A = A_B \times L_B \Rightarrow \frac{\pi d_A^2}{4} \times L_A = \frac{\pi d_B^2}{4} \times L_B$$

$$\xrightarrow[\text{صورت سؤال}]{d_A = \sqrt{2} d_B} (\sqrt{2} d_B)^2 \times L_A = d_B^2 \times L_B \Rightarrow 2L_A = L_B \Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{1}{2}$$

گام دوم: (محاسبهٔ جواب): با توجه به رابطهٔ $R = \frac{\rho L}{A}$، می‌توان نوشت:

$$\rho_A = \rho_B \ , \ \frac{L_A}{L_B} = \frac{1}{2} \ , \ \frac{d_A}{d_B} = \sqrt{2} \ , \ R_B = 10\Omega \ , \ R_A = ?$$ (هر دو سیم از جنس مس هستند.)

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \times \frac{L_A}{L_B} \times \frac{A_B}{A_A} = 1 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow R_A = \frac{1}{4} R_B = 2/5\Omega$$

۱۷۶۱ ۲ با توجه به آن‌که جرم و چگالی دو سیم برابر است، در نتیجه حجم دو سیم نیز یکسان است و می‌توان نوشت:

$$V_1 = V_2 \Rightarrow A_1 L_1 = A_2 L_2 \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{A_2}{A_1}$$ رابطهٔ (۱):

$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = \frac{L_1}{L_2} \times \frac{A_2}{A_1} \xrightarrow{\text{رابطهٔ (۱)}} \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \xrightarrow{A = \frac{\pi D^2}{4}} \frac{R_1}{R_2} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4 \xrightarrow[\text{صورت مسئله}]{\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^n} n = 4$$

۱۷۶۲ ۱ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم (برای جلوگیری از ابهام، مقاومت ویژه را با ρ و چگالی ماده را با ρ' نشان داده‌ایم):

گام اول: دو سیم مسی و آلومینیمی هم‌طول هستند و در مقایسهٔ سطح مقطع آن‌ها داریم:

$$L_{Al} = L_{Cu} \ , \ \rho_{Cu} = \frac{1}{2}\rho_{Al}$$

$$R_{Al} = R_{Cu} \Rightarrow \rho_{Al} \frac{L_{Al}}{A_{Al}} = \rho_{Cu} \frac{L_{Cu}}{A_{Cu}} \Rightarrow \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} = \frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}} = 2$$

گام دوم: حال در مرحلهٔ بعد جرم دو سیم را به صورت زیر مقایسه می‌کنیم:

$$m = \underset{\text{چگالی}}{\rho'} V = \rho'(AL)$$

$$\frac{m_{Al}}{m_{Cu}} = \frac{\rho'_{Al}}{\rho'_{Cu}} \times \frac{A_{Al}}{A_{Cu}} \times \frac{L_{Al}}{L_{Cu}} \Rightarrow \frac{m_{Al}}{m_{Cu}} = \frac{2/7}{9} \times 2 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

۱۷۶۳ ۴ مشابه با تست قبل، در مقایسهٔ جرم دو سیم داریم (برای جلوگیری از ابهام، مقاومت ویژه را با ρ و چگالی ماده را با ρ' نشان داده‌ایم):

$$m_B = \frac{2}{3} m_A \xrightarrow{m = \rho' V} \rho'_B V_B = \frac{2}{3} \rho'_A V_A \Rightarrow \rho'_B A_B L_B = \frac{2}{3} \rho'_A A_A L_A$$

$$\rho'_B = \frac{1}{3}\rho'_A \ , \ L_B = L_A \Rightarrow \frac{1}{3}\rho'_A \times A_B = \frac{2}{3}\rho'_A \times A_A \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = \frac{1}{2}$$ (چگالی)

در ادامه برای مقایسهٔ مقاومت ویژه (ρ) داریم:

$$\frac{R_B}{R_A} = 1 \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} \times \frac{L_B}{L_A} \times \frac{A_A}{A_B} = 1 \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} \times 1 \times \frac{1}{2} = 1 \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = 2$$

۱۷۶۴ ۱ با توجه به رابطهٔ $R = \frac{\rho L}{A}$ و یکسان بودن سطح مقطع سیم‌ها، به مقایسهٔ مقاومت آن‌ها می‌پردازیم:

$$\begin{cases} R_A = \frac{\rho_A L_A}{A} = \frac{1/5\rho \times 2L}{A} = 3\frac{\rho L}{A} \\ R_B = \frac{\rho_B L_B}{A} = \frac{0/5\rho \times L}{A} = \frac{1}{2}\frac{\rho L}{A} \\ R_C = \frac{\rho_C L_C}{A} = \frac{\rho L}{A} \end{cases} \Rightarrow R_A = 3R_C \ , \ R_C = 2R_B$$

از طرفی تعداد الکترون‌های عبوری برابر $n=\frac{It}{e}$ می‌باشد. از طرفی طبق رابطهٔ $I=\frac{V}{R}$، جریان با مقاومت رابطهٔ عکس دارد. بنابراین داریم:

$$q=It=ne\Rightarrow n=\frac{It}{e}$$

$$n\propto I\propto\frac{۱}{R}\Rightarrow n\propto\frac{۱}{R}\Rightarrow n_C=۳n_A\ ,n_B=۲n_C$$

۲ ۱۷۶۵ سؤال را در سه گام به صورت زیر حل می‌کنیم:

گام اول: $V=RI\Rightarrow ۳=R\times ۱/۲\Rightarrow R=\frac{۳}{۱/۲}=۲/۵\Omega$

گام دوم: $R=\rho'\frac{L}{A}\Rightarrow ۲/۵=۱/۸\times ۱۰^{-۸}\times\frac{۲۵}{A}\Rightarrow A=۱/۸\times ۱۰^{-۷}\,m^۲$ (مقاومت ویژه)

گام سوم: $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V=\rho AL=۸۰۰۰\times ۱/۸\times ۱۰^{-۷}\times ۲۵=۳۶\times ۱۰^{-۳}\,kg=۳۶gr$

۳ ۱۷۶۶ اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B، برابر $R_{AB}I$ می‌باشد و داریم:

$$V_{AB}=R_{AB}I\rightarrow ۳/۳۶=R_{AB}\times ۱۰\rightarrow R_{AB}=۰/۳۳۶\Omega$$

در ادامه می‌توان نوشت:

$$R_{AB}=\rho\frac{L_{AB}}{A}\rightarrow ۰/۳۳۶=۱/۶۸\times ۱۰^{-۸}\times\frac{L_{AB}}{۳\times(۰/۱\times ۱۰^{-۳})^۲}\Rightarrow L_{AB}=۰/۶m=۶۰\,cm$$

۲ ۱۷۶۷ با توجه به ثابت ماندن جرم سیم و چگالی آن، می‌توان فهمید که حجم آن نیز ثابت می‌ماند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_۱=V_۲\Rightarrow A_۱L_۱=A_۲L_۲\Rightarrow\frac{A_۱}{A_۲}=\frac{L_۲}{L_۱}$$:(۱) رابطهٔ

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{L_۲}{L_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}\xrightarrow{(۱)}\frac{R_۲}{R_۱}=\left(\frac{L_۲}{L_۱}\right)^۲\Rightarrow\frac{۱۶R_۱}{R_۱}=\left(\frac{L_۲}{L_۱}\right)^۲\Rightarrow ۴=\frac{L_۲}{۱۰}\Rightarrow L_۲=۴۰\,cm$$

۱ ۱۷۶۸ با توجه به ثابت ماندن حجم، داریم:

$$V'=V\Rightarrow L'A'=LA\Rightarrow\frac{L'}{L}=\frac{A}{A'}$$

از طرفی با توجه به رابطهٔ $R=\frac{\rho L}{A}$، می‌توان نوشت:

$$\frac{D'}{D}=\frac{۲}{۳}\ ,\ \frac{R'}{R}=?\Rightarrow\frac{R'}{R}=\frac{L'}{L}\times\frac{A}{A'}=\left(\frac{A}{A'}\right)^۲\xrightarrow{A=\frac{\pi D^۲}{۴}}\frac{R'}{R}=\left(\frac{D}{D'}\right)^۴=\left(\frac{۳}{۲}\right)^۴=\frac{۸۱}{۱۶}$$

دقت: در واقع با این کار، ما هم طول سیم را زیاد کرده‌ایم و هم مساحت مقطع آن را کم کرده‌ایم، بنابراین طبق رابطهٔ $R=\frac{\rho L}{A}$ باید مقاومت سیم بسیار بیشتر شود.

$$\uparrow R=\frac{\rho\,(L)\uparrow}{(A)\downarrow}$$

۴ ۱۷۶۹ اگر جرم سیم اولیه را برابر m در نظر بگیریم، جرم سیم باقی‌مانده $\frac{۱}{۴}m$ بوده و با توجه به اطلاعات سؤال، با عبور قسمت باقی‌مانده از یک دستگاه خاص، طول آن با طول سیم اصلی برابر است (چگالی را برابر $\rho_۰$ در نظر بگیرید.):

$$m'=\frac{۱}{۴}m\Rightarrow\rho_۰A'L=\frac{۱}{۴}\rho_۰AL\Rightarrow A'=\frac{۱}{۴}A$$

در ادامه با مقایسهٔ سیم جدید و سیم اولیه می‌توان نوشت:

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\frac{R'}{R}=\frac{L'}{L}\times\frac{A}{A'}\Rightarrow\frac{R'}{۶}=۱\times ۴\Rightarrow R'=۲۴\Omega$$

۱ ۱۷۷۰ **گام اول:** ابتدا طول دو سیم را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم (سیم ۱: توپر، سیم ۲: توخالی):

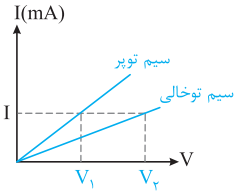
$$m_۱=m_۲\xrightarrow[\rho\text{ یکسان}]{m=\rho V}V_۱=V_۲\xrightarrow{V=AL}\pi\,(۲R)^۲L_۱=\pi\,((۲R)^۲-R^۲)L_۲\Rightarrow\frac{L_۱}{L_۲}=\frac{۳}{۴}$$

گام دوم: در مقایسهٔ مقاومت دو سیم توپر و توخالی داریم:

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{L_۱}{L_۲}\times\frac{A_۲}{A_۱}=\frac{۳}{۴}\times\frac{\pi\,((۲R)^۲-R^۲)}{\pi\,(۲R)^۲}=\frac{۹}{۱۶}$$

gajmarket.com

گام سوم: در مقایسهٔ ولتاژ V_1 و V_2 داریم:



$$I_{\text{توپر}} = I_{\text{توخالی}} \Rightarrow \frac{V_1}{R_1} = \frac{V_2}{R_2}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{16}{9}$$

۱۷۷۱ (۲) گام اول: (محاسبهٔ طول سیم): ابتدا محیط (طول) یک دور سیم را که به دور استوانه‌ای به شعاع ۱۰ سانتی‌متر پیچیده شده است، محاسبه می‌کنیم:

$$L_\circ = 2\pi r \xrightarrow{r=10\,cm=0/1\,m} L_\circ = 2\pi(0/1) = 0/2\pi\,m \xrightarrow{\text{۱۰۰ دور سیم}} L_{\text{کل}} = 100L_\circ = 20\pi\,m$$

گام دوم: (محاسبهٔ مقاومت سیم): ابتدا دقت کنید که مساحت مقطع سیمی به قطر d برابر $A = \frac{\pi d^2}{4}$ است، اکنون با توجه به رابطهٔ $R = \frac{\rho L}{A}$ می‌توان نوشت:

$$d = 2mm = 2\times10^{-3}\,m\ ,\ L = 20\pi\,m\ ,\ \rho = 1/7\times10^{-8}\,\Omega.m\ ,\ R = ?$$

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{\rho L}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{1/7\times10^{-8}\times20\pi}{\frac{\pi\times4\times10^{-6}}{4}} = 0/34\,\Omega$$

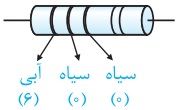
۱۷۷۲ (۳) با توجه به تمرین (۲) در خلاصه نکات (۳)، گزینهٔ (۳) صحیح است.

۱۷۷۳ (۲) با توجه به خلاصه نکات (۳)، LDR مقاومتی است که با افزایش شدت نور تابیده به آن، مقاومت الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

۱۷۷۴ (۴) با توجه به خلاصه نکات (۳)، ترمیستور نوعی از مقاومت است که وابستگی مقاومت الکتریکی آن به دما، با مقاومت‌های الکتریکی معمولی متفاوت است. با توجه به این موضوع، گزینهٔ (۴) صحیح است.

۱۷۷۵ (۴) با توجه به توضیحات مطرح شده در خلاصه نکات (۳)، گزینهٔ (۴) عبارت نادرستی است.

۱۷۷۶ (۳) با توجه به رابطهٔ $R = \overline{ab}\times10^c$، می‌توان نوشت:



$$R = 60\times10^\circ = 60\,\Omega$$

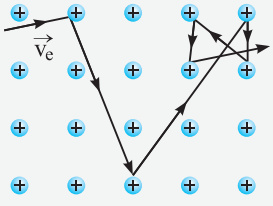
۱۷۷۷ (۱) با توجه به این‌که خطای مرتبط با رنگ طلایی برابر ۵ درصد است، بنابراین مقدار مقاومت الکتریکی جسم موردنظر از ۰/۹۵ تا ۱/۰۵ مقاومت به‌دست آمده می‌تواند تغییر کند.

$$R = 60\,\Omega \Rightarrow (R - 0/05R) < R_{\text{واقعی}} < R + 0/05R \Rightarrow 0/95R < R_{\text{واقعی}} < 1/05R$$

$$\Rightarrow 0/95\times60 < R_{\text{واقعی}} < 1/05\times60 \Rightarrow 57 < R_{\text{واقعی}} < 63$$

۱۷۷۸ (۱) برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۴ — اثر دما بر مقاومت الکتریکی یک جسم رسانا (تست‌های ۱۷۷۸ تا ۱۷۸۵)



به طور کلی وقتی دمای یک رسانای فلزی افزایش می‌یابد، ارتعاشات کاتوره‌ای اتم‌ها و یون‌های آن افزایش می‌یابد و موجب افزایش برخورد الکترون‌های آزاد با شبکهٔ اتمی رسانای فلزی می‌شود. به این ترتیب، مقاومت رسانا در برابر عبور جریان زیاد می‌شود. شکل مقابل حرکت الکترون در داخل شبکهٔ بلوری یک فلز را نشان می‌دهد.

در واقع با افزایش دمای جسم رسانا، مقاومت ویژهٔ ماده افزایش پیدا می‌کند که به صورت زیر مقدار تغییرات آن محاسبه می‌شود:

$$\Delta\rho = \rho_\circ\alpha\Delta\theta$$

$\Delta\rho$: میزان تغییر مقاومت ویژهٔ ماده، $\rho_\circ$: مقاومت ویژهٔ اولیهٔ ماده، α: ضریب دمایی مقاومت ویژه، $\Delta\theta$: میزان تغییر دمای جسم

نکات مهم و کاربردی

۱) با توجه به رابطهٔ $R = \rho\frac{L}{A}$ و این‌که تغییرات طول و سطح مقطع جسم را در اثر افزایش دما ناچیز در نظر می‌گیریم، بنابراین تغییر دما به علت تغییر مقاومت ویژهٔ جسم، مقاومت خود جسم را نیز تغییر می‌دهد.

$$R = \rho\frac{L}{A} \xrightarrow{\text{از دو طرف } \Delta \text{ می‌گیریم.}} \Delta R = (\Delta\rho)\frac{L}{A} \xrightarrow{\Delta\rho=\rho_\circ\alpha\Delta\theta} \Delta R = \underbrace{\rho_\circ\frac{L}{A}}_{R_\circ}\alpha\Delta\theta \Rightarrow \boxed{\Delta R = R_\circ\alpha\Delta\theta}$$

ΔR: میزان تغییر مقاومت جسم، $R_\circ$: مقاومت اولیهٔ جسم

۲ برای محاسبهٔ مقاومت ثانویهٔ جسم می‌توان از رابطهٔ زیر استفاده کرد.

مقاومت ثانویه = مقاومت اولیه + تغییر مقاومت $\Rightarrow R_۲ = R_۰ + \Delta R \Rightarrow \boxed{R_۲ = R_۰(۱ + \alpha\Delta\theta)}$

همچنین برای مقاومت ویژهٔ ثانویهٔ ماده می‌توان نوشت:

$$\boxed{\rho_۲ = \rho_۰(۱ + \alpha\Delta\theta)}$$

۳ با توجه به این‌که **تغییرات** دما برحسب کلوین با تغییرات دما برحسب درجهٔ سلسیوس یکسان است، بنابراین در روابط فوق می‌توان از هر دو استفاده کرد (یعنی اگر دمای جسمی ۲۰ درجهٔ سلسیوس افزایش یابد، دمای آن برحسب کلوین نیز ۲۰ واحد افزایش یافته است).

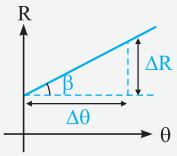
$$\Delta\theta = \Delta T$$

۴ ضریب دمایی مقاومت ویژه (α) یک ضریب ثابت می‌باشد که به جنس ماده بستگی دارد و یکای آن برابر است با:

$$\alpha = \frac{\Delta R}{R_۰.\Delta\theta} \Rightarrow \alpha \text{ یکای} \equiv \frac{\Omega}{\Omega \times {}^\circ C} \equiv \frac{۱}{{}^\circ C} \text{ یا } \frac{۱}{K}$$

۵ آزمایش‌ها نشان می‌دهند که در یک گسترهٔ دمایی نسبتاً بزرگ، مقاومت ویژهٔ فلزات (ρ) با دما تقریباً به طور خطی تغییر می‌کند.

۶ ضریب دمایی (α)، برای یک جسم رسانا مقداری مثبت است. به همین دلیل، مقاومت یک جسم رسانا با افزایش دما، افزایش می‌یابد.



$$\tan\beta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{\Delta R}{\Delta\theta} = \underbrace{R_۰\,\alpha}_{\text{مقاومت اولیه}}$$

۷ ضریب دمایی (α)، برای مواد نیم‌رسانا (**مانند گرافیت، سیلیسیم و ژرمانیم**) منفی است و در نتیجه مقاومت آن‌ها با افزایش دما، کاهش می‌یابد.

$$R_۲ = R_۰(۱ + \underbrace{\alpha}_{\text{ضریب دمایی نیم‌رساناها منفی است } (\alpha<۰)}\Delta\theta)$$

بررسی مفهومی تغییر مقاومت نیم‌رسانا با تغییر دما

برای بررسی نحوهٔ تغییر مقاومت ویژهٔ نیم‌رسانا با تغییر دما، به موارد زیر توجه کنید:

۱ اگر یک نیم‌رسانا داشته باشیم، در دماهای پایین تعداد حامل‌های بار ناچیز است و نیم‌رسانا مانند یک نارسانا رفتار می‌کند.

۲ با افزایش دما، بر تعداد این حامل‌های بار افزوده می‌گردد.

۳ گرچه با افزایش دما تعداد برخوردهای کاتوره‌ای حامل‌های بار با شبکهٔ اتمی افزایش می‌یابد اما تأثیر افزایش تعداد حامل‌های بار بیشتر از افزایش این برخوردهای کاتوره‌ای است و به این ترتیب مقاومت ویژهٔ نیم‌رساناها با افزایش دما کاهش می‌یابد.

نتیجه ضریب دمایی برای نیم‌رساناها منفی است، یعنی مقاومت ویژهٔ نیم‌رساناها با افزایش دما، کاهش می‌یابد.

با توجه به خلاصه نکات فوق، مقاومت رساناها (مثل روی) در اثر افزایش دما، افزایش می‌یابد، بنابراین گزینهٔ (۱) صحیح است.

۱۷۷۹ ۴ با روشن شدن لامپ، دمای رشته سیم رسانای داخل آن افزایش یافته و مقاومت آن نیز افزایش می‌یابد.

۱۷۸۰ ۴ تغییرات مقاومت یک رسانا در اثر افزایش دما از رابطهٔ $\Delta R = R_۱\alpha\Delta\theta$ به‌دست می‌آید و داریم:

$$R_۲ = ۴۶/۸\,\Omega \;,\; R_۱ = ۴۰\,\Omega \Rightarrow \Delta R = ۴۶/۸ - ۴۰ = ۶/۸\,\Omega \;,\; \alpha = ۰/۰۰۶۸ K^{-۱}$$

$$\Delta R = R_۱\alpha\Delta\theta \Rightarrow ۶/۸ = ۴۰ \times ۰/۰۰۶۸ \times (\theta_۲ - ۲۰) \Rightarrow \theta_۲ - ۲۰ = ۲۵ \Rightarrow \theta_۲ = ۴۵^\circ C$$

تمرین **مقاومت سیمی از آلیاژ کروم و نیکل در دمای ۲۰ درجهٔ سلسیوس ۵۰Ω است. مقاومت این سیم در دمای ۱۰۰ درجهٔ سلسیوس چند اهم می‌شود؟ (ضریب دمایی این آلیاژ $۴ \times ۱۰^{-۴}\,K^{-۱}$ است.)** (ریاضی خارج ۹۱)

۱) ۵۰/۱۶ ۲) ۵۰/۶۴ ۳) ۵۱/۶۰ ✓ ۴) ۵۲/۰۸

gajmarket.com

۳ ۱۷۸۱ با توجه به رابطهٔ $R_۲=R_۱+\Delta R=R_۱+R_۱\alpha\Delta\theta=R_۱(۱+\alpha\Delta\theta)$ می‌توان نوشت:

$$R_۲=R_۱(۱+\alpha\Delta\theta)\Rightarrow ۱۸۰=۱۵۰[۱+(۴\times۱۰^{-۳})\times(\theta_۲-۲۰)]\Rightarrow ۱+۴\times۱۰^{-۳}(\theta_۲-۲۰)=\frac{۱۸۰}{۱۵۰}=\frac{۶}{۵}$$

$$\Rightarrow \theta_۲=۷۰^\circ C\xrightarrow{T=\theta+۲۷۳} T_۲=۷۰+۲۷۳=۳۴۳\,K$$

تذکر

دماسنج مقاومت پلاتینی یکی از سه دماسنج معیار برای اندازه‌گیری دما است. در رابطه با این دماسنج، به موارد زیر توجه کنید:

۱) از دماسنج مقاومت پلاتینی می‌توان برای اندازه‌گیری دقیق دما در گسترهٔ دمایی حدوداً از ۱۴K تا ۱۲۳۵K استفاده کرد.

۲) دماسنج‌های معمولی در دو انتهای این گستره کار نمی‌کنند و نمی‌توان از آن‌ها برای اندازه‌گیری دماهای بسیار بالا یا بسیار پایین استفاده کرد.

۳) اساس کار دماسنج‌های مقاومت پلاتینی مبتنی بر تغییر مقاومت الکتریکی با دما است.

۴) در این دماسنج‌ها از پلاتین استفاده می‌کنند که پلاتین تقریباً دچار خوردگی نمی‌شود و نقطهٔ ذوب بالایی دارد.

۲ ۱۷۸۲ **گام اول:** محاسبهٔ مقاومت سیم در دمای اولیه:

$$R_۱=\rho\frac{L}{A}=۶/۸\times۱۰^{-۵}\times\frac{۱/۵}{۳\times۱۰^{-۶}}=۳۴\Omega$$

گام دوم: محاسبهٔ مقدار مقاومت ثانویه در اثر افزایش دمای مقاومت:

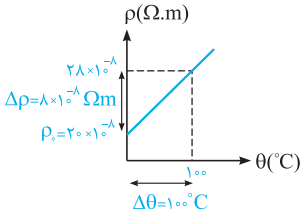
$$\Delta R=R_۱\alpha\Delta\theta\ ,\ R_۲=R_۱+\Delta R=R_۱+R_۱\alpha\Delta\theta=R_۱(۱+\alpha\Delta\theta)\Rightarrow R_۲=۳۴(۱+۲\times۱۰^{-۳}\times(۴۲۰-۳۲۰))=۳۴\times۱/۲=۴۰/۸\Omega$$

۳ ۱۷۸۳ با توجه به رابطهٔ $\Delta R=R_۱\alpha\Delta\theta$، در مقایسهٔ تغییرات مقاومت دو سیم، داریم:

$$(A)\text{ سیم نقره‌ای}: R_{۱A}=۱۰۰\Omega\ ,\ \alpha_A=۶\times۱۰^{-۳}\frac{۱}{K}\ ,\ (B)\text{ سیم آلومینیمی}: R_{۱B}=۱۵۰\Omega\ ,\ \alpha_B=۴\times۱۰^{-۳}\frac{۱}{K}\ ,\ \Delta\theta_A=\Delta\theta_B=۱۰۰^\circ C$$

$$\frac{\Delta R_B}{\Delta R_A}=\frac{R_{۱B}}{R_{۱A}}\times\frac{\alpha_B}{\alpha_A}\times\frac{\Delta\theta_B}{\Delta\theta_A}=\frac{۱۵۰}{۱۰۰}\times\frac{۴\times۱۰^{-۳}}{۶\times۱۰^{-۳}}\times۱=۱$$

۲ ۱۷۸۴ با توجه به نمودار داده‌شده، اگر مقاومت ویژهٔ اولیهٔ ماده را برابر $۲۰\times۱۰^{-۸}\Omega.m$ در نظر بگیریم، در اثر افزایش دمای $\Delta\theta=۱۰۰^\circ C$، مقاومت ویژهٔ ماده $(۲۸-۲۰)\times۱۰^{-۸}=۸\times۱۰^{-۸}\Omega.m$ افزایش یافته است، بنابراین می‌توان نوشت:



$$\Delta\rho=\rho_۰\alpha\Delta\theta\Rightarrow ۸\times۱۰^{-۸}=۲۰\times۱۰^{-۸}\times\alpha\times۱۰۰\Rightarrow\alpha=۴\times۱۰^{-۳}K^{-۱}$$

۲ ۱۷۸۵ با توجه به رابطهٔ $\Delta R=R_۰\alpha\Delta\theta$، داریم:

$$\Delta R=-\frac{۱۶}{۱۰۰}R_۰\ ,\ \Delta\theta=۸۰^\circ C\ ,\ \alpha=?$$

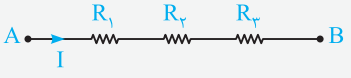
$$\Delta R=R_۰\alpha\Delta\theta\Rightarrow-\frac{۱۶}{۱۰۰}R_۰=R_۰\times\alpha\times۸۰\Rightarrow\alpha=-۲\times۱۰^{-۳}\frac{۱}{K}$$

۲ ۱۷۸۶ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۵ — **محاسبهٔ مقاومت معادل در یک مدار** — (تست‌های ۱۷۸۶ تا ۱۸۰۷)

در ابتدا به بررسی دو اتصال سری و موازی در بین مقاومت‌ها می‌پردازیم.

۱- اتصال سری: در این حالت، شدت جریان عبوری از هر یک از مقاومت‌ها با یک‌دیگر یکسان است و مقاومت معادل مدار عبارت است از:



شدت جریان $\Rightarrow I=I_۱=I_۲=I_۳$

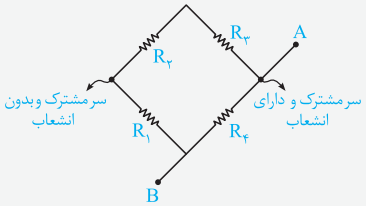
مقاومت معادل $\Rightarrow R_T=R_۱+R_۲+R_۳$

نکات مهم و کاربردی

۱ اگر n مقاومت مشابه $R_۰$ را به طور سری (متوالی) به یک‌دیگر متصل کنیم، مقاومت معادل آن‌ها عبارت است از:

$$R_T=nR_۰$$

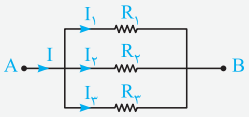
۲) اگر دو مقاومت یک سر مشترک و بدون انشعاب داشته باشند، با یک‌دیگر به صورت متوالی (سری) متصل شده‌اند.



$R_۱, R_۲$ ⇐ به صورت سری متصل شده‌اند.

$R_۳, R_۴$ ⇐ به صورت سری نیستند زیرا از سر مشترکشان انشعاب خارج شده است.

۲- اتصال موازی: در این حالت، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها با یک‌دیگر یکسان است و مقاومت معادل مدار عبارت است از:



$$\frac{۱}{R_T}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}+\frac{۱}{R_۳} \quad : \text{مقاومت معادل}$$

نکات مهم و کاربردی

۱) اگر n مقاومت مشابه را به صورت موازی ببندیم، مقاومت معادل مدار عبارت است از:

$$R_T=\frac{R_۰}{n}$$

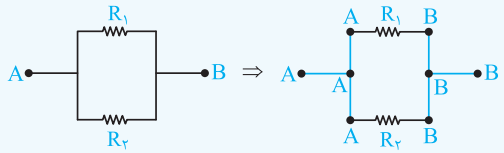
۲) اگر دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ را به صورت موازی متصل کنیم، مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_T=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}$$

۳) به سادگی می‌توان نشان داد که در اتصال موازی مقاومت‌ها، مقاومت معادل مدار از کوچک‌ترین مقاومت موجود در مدار نیز کوچک‌تر است.

بررسی یک موضوع کاربردی

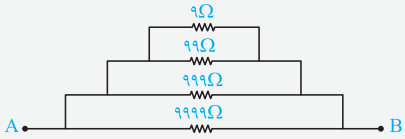
ایدهٔ جالبی که می‌توان از آن برای تشخیص شکل معادل مدار کمک گرفت، روشی به نام روش نام‌گذاری نقاط می‌باشد. در این روش، باید گره‌های مدار را نام‌گذاری کنیم و اگر دو نقطه با یک سیم رسانا به هم متصل شوند، هم‌نام هستند. به طور مثال در شکل زیر تمام نقاط سمت چپ توسط سیم آبی‌رنگ به هم وصل شده‌اند و هم‌نام هستند (نقطهٔ A). همین وضعیت برای سمت راست مدار نیز برقرار است. با توجه به این‌که مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ هر دو بین نقاط A و B قرار دارند، پس موازی هستند.



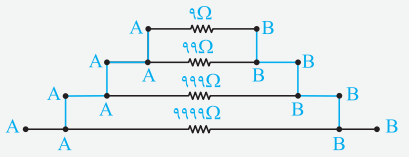
توجه شود که مهم‌ترین تکنیک در این قسمت، تکنیک نام‌گذاری نقاط و توانایی رسم شکل معادل، برای یک مدار نسبتاً پیچیده است.

تمرین۱ در شکل مقابل مقاومت معادل مدار چند اهم است؟

۱) ۱۸/۵Ω
۲) ۸۱/۷Ω
۳) ۸۱۷Ω
۴) ۸/۱۷Ω

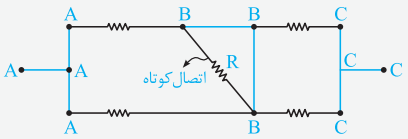


پاسخ اگر گره‌های مدار را نام‌گذاری کنیم دو سر همهٔ مقاومت‌ها به نقاط A و B متصل شده و اتصال مقاومت‌ها موازی است. در اتصال موازی، مقاومت معادل مدار از کوچک‌ترین مقاومت موجود در مجموعه نیز کوچک‌تر بوده و تنها گزینهٔ (۴) می‌تواند صحیح باشد.



$\Rightarrow R_T<۹\Omega$

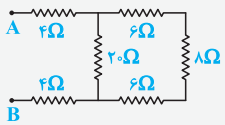
نکته اگر پس از نام‌گذاری دو سر یک مقاومت هم‌نام شود، آن مقاومت اتصال کوتاه می‌شود.



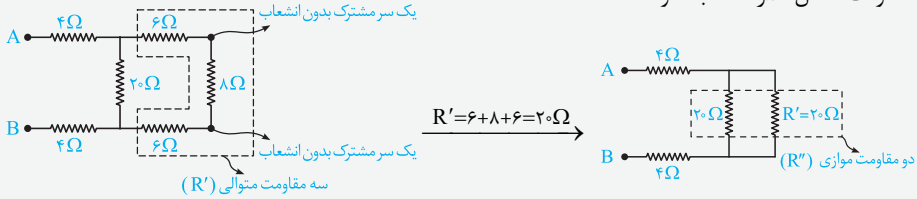
⇒ دو سر مقاومت R، B نام گرفته و این مقاومت اتصال کوتاه می‌شود.

تمرین۲ در شکل داده شده، مقاومت معادل بین دو نقطهٔ A و B از مدار چند اهم است؟

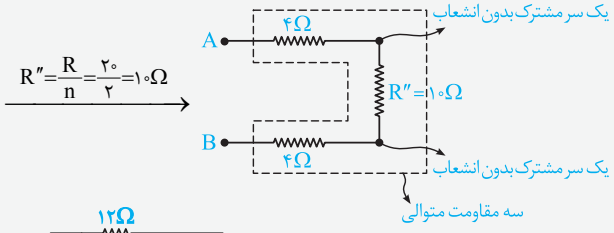
۱) ۲۴
۲) ۱۶
۳) ۱۸
۴) ۲۲



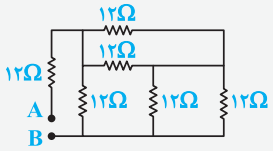
پاسخ مدار را ساده می‌کنیم تا مقاومت معادل مدار محاسبه شود:



gajmarket.com



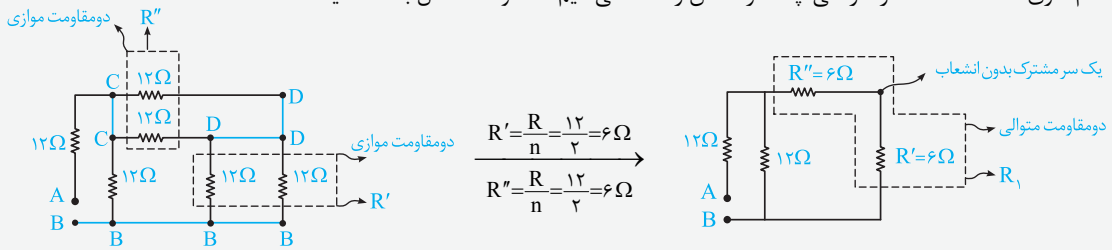
$\Rightarrow R_T=۴+۱۰+۴=۱۸\Omega$ (گزینهٔ ۳)

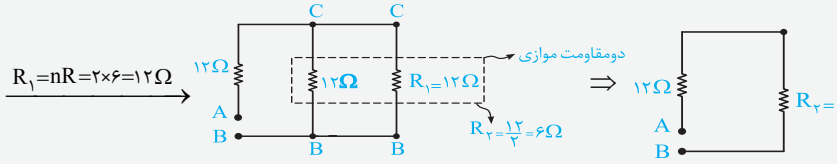


تمرین ۳ در شکل روبه‌رو، مقاومت معادل بین دو نقطهٔ A و B چند اهم است؟

۱) ۶
۲) ۹
۳) ۱۸
۴) ۲۴

پاسخ با تکنیک نام‌گذاری نقاط مختلف مدار، در طی چند مرحله آن را ساده می‌کنیم تا مقاومت معادل به‌دست آید:

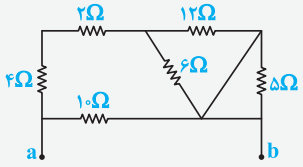




$\Rightarrow R_T=۱۲+۶=۱۸\Omega$ (گزینهٔ ۳)
(دو مقاومت متوالی)

تذکر همان‌طور که مشاهده کردید، با کمک تکنیک نقطه‌گذاری، مدار نسبتاً سختی را به سادگی بررسی کردیم. در سؤال بعد، بر روی این تکنیک مسلط‌تر شده و نکتهٔ جدیدی را نیز خواهیم دید.

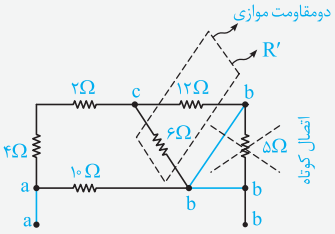
تمرین ۴ مقاومت معادل بین a و b چند اهم است؟ (ریاضی داخل ۸۶)

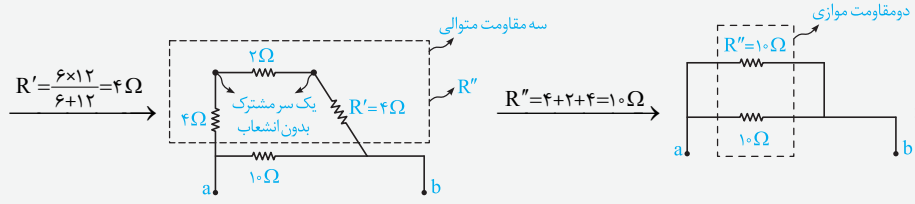


۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۱۵
۴) ۲۰

پاسخ برای حل، مدار را با تکنیک نام‌گذاری، در طی چند مرحله ساده می‌کنیم:

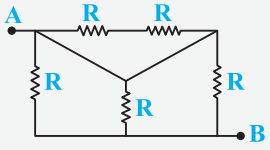
در تکنیک نام‌گذاری اگر دو سر یک مقاومت هم‌نام شود، آن مقاومت اتصال کوتاه می‌شود، بنابراین مقاومت ۵Ω از مدار حذف می‌گردد.





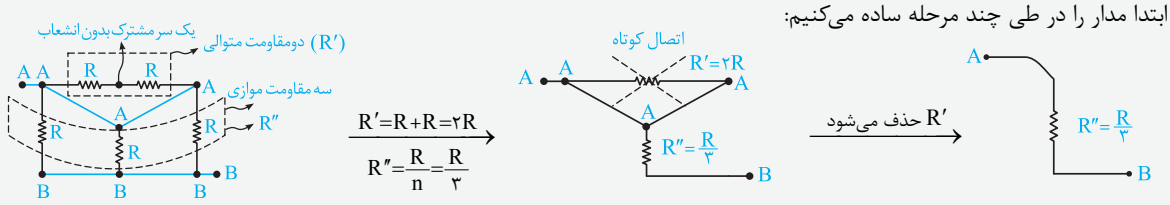
$\Rightarrow R_T=\frac{R}{n}=\frac{۱۰}{۲}=۵\Omega$ (گزینهٔ ۱)

تمرین ۵ در شکل مقابل، مقاومت معادل بین دو نقطهٔ A و B برابر ۳ اهم می‌باشد. هر یک از این مقاومت‌ها چند اهمی می‌باشند؟



۱) ۳
۲) ۶
۳) ۹
۴) ۱۲

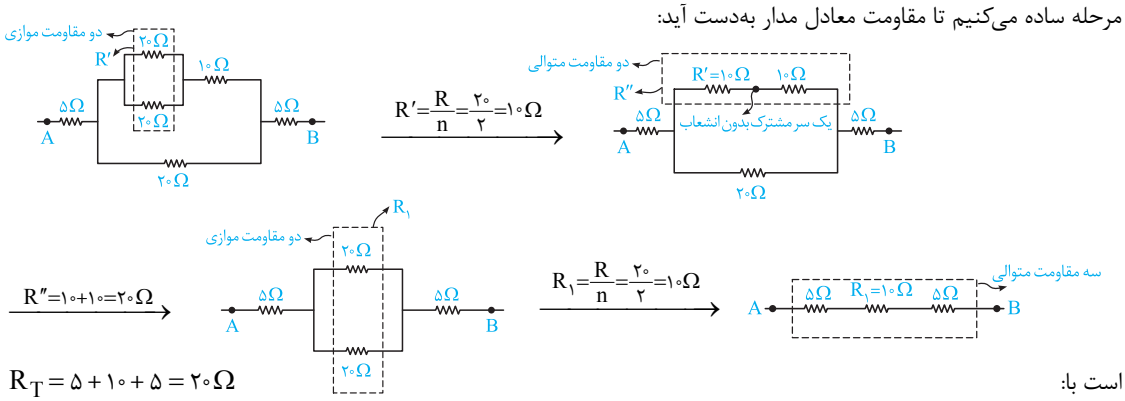
پاسخ ابتدا مدار را در طی چند مرحله ساده می‌کنیم:



در ادامه با توجه به متن سؤال، مقاومت معادل برابر با ۳ اهم می‌باشد. بنابراین داریم:

$$R_T = R'' = \frac{R}{۳} \xrightarrow{R_T = ۳\Omega} ۳ = \frac{R}{۳} \Rightarrow R = ۹\Omega$$ (گزینهٔ ۳)

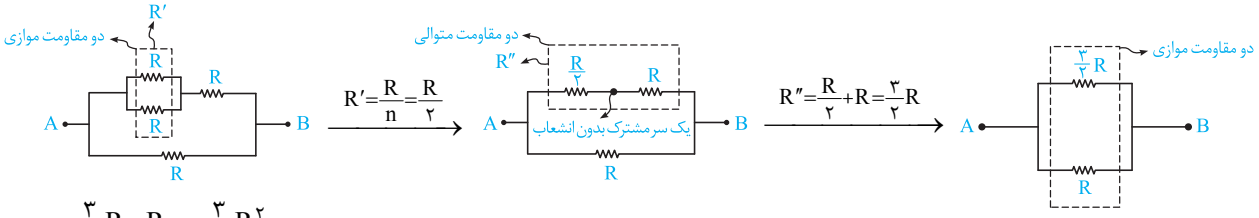
مدار را در طی چند مرحله ساده می‌کنیم تا مقاومت معادل مدار به‌دست آید:



$$R_T = ۵ + ۱۰ + ۵ = ۲۰\Omega$$

مقاومت معادل برابر است با:

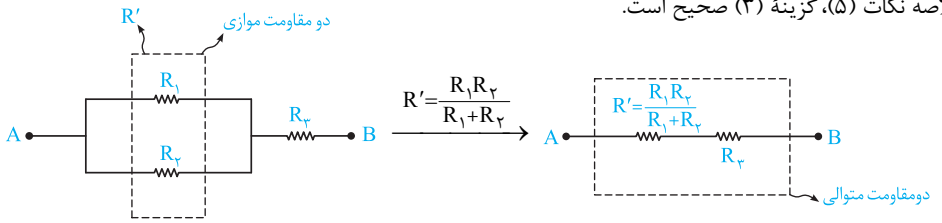
۱۷۸۷ ۲ ابتدا مقاومت معادل را به صورت پارامتری محاسبه می‌کنیم:



$$R_T = \frac{\frac{۳}{۲}R \times R}{\frac{۳}{۲}R + R} = \frac{\frac{۳}{۲}R^۲}{\frac{۵}{۲}R} = \frac{۳}{۵}R \xrightarrow[\text{صورت سؤال}]{R_T = ۳\Omega} \frac{۳}{۵}R = ۳ \Rightarrow R = ۵\Omega$$

۱۷۸۸ ۳ با توجه به تمرین (۲) در خلاصه نکات (۵)، گزینهٔ (۳) صحیح است.

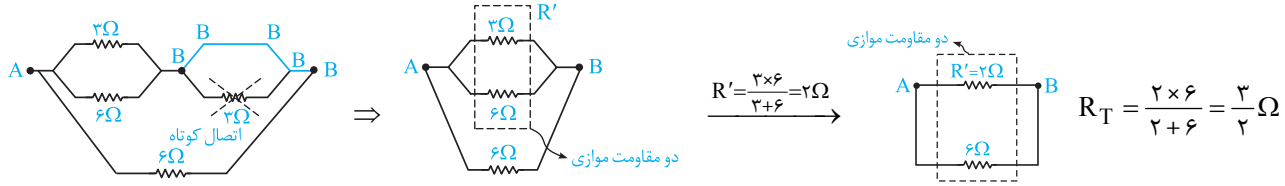
۱۷۸۹ ۱ ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:



در ادامه با توجه به متن سؤال، مقاومت معادل را برابر با $R_۱$ قرار می‌دهیم:

$$R_T = \frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲} + R_۳ \xrightarrow{R_T = R_۱} R_۱ = \frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲} + R_۳ \Rightarrow R_۳ = R_۱ - \frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲} \Rightarrow R_۳ = \frac{R_۱^۲}{R_۱+R_۲}$$

۱۷۹۰ ۳ با توجه به شکل زیر، با بسته شدن کلید K، مقاومت ۳ اهمی اتصال کوتاه می‌شود، زیرا دو سر آن هم‌نام شده است. حال برای محاسبهٔ مقاومت معادل بین دو نقطهٔ A و B مدار را ساده‌تر می‌کنیم:



$$R_T = \frac{۲ \times ۶}{۲+۶} = \frac{۳}{۲}\Omega$$

gajmarket.com

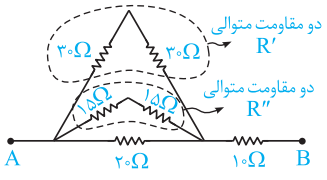
تذکر

با کمی دقت در شکل دوم رسم‌شده در پاسخ سؤال نیز می‌توان فهمید که سه مقاومت باقی‌مانده با هم موازی هستند (هر سه مقاومت بین دو نقطهٔ A و B قرار دارند). بنابراین به عنوان یک روش دیگر می‌توان نوشت:

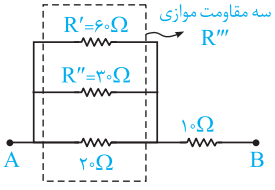
$$\frac{۱}{R_T}=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۶}=\frac{۲+۱+۱}{۶}=\frac{۴}{۶}=\frac{۲}{۳}\Rightarrow R_T=\frac{۳}{۲}\Omega$$

۱ ۱۷۹۱ مقاومت معادل مدار را در دو حالت قبل و بعد از بسته شدن کلید به‌دست می‌آوریم:

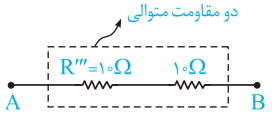
حالت اول: (قبل از بسته شدن کلید):



$R'=۳۰+۳۰=۶۰\Omega$
$R''=۱۵+۱۵=۳۰\Omega$

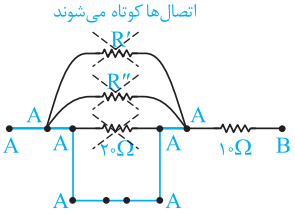


$$\frac{۱}{R'''}=\frac{۱}{۶۰}+\frac{۱}{۳۰}+\frac{۱}{۲۰}=\frac{۱+۲+۳}{۶۰}=\frac{۱}{۱۰}\Rightarrow R'''=۱۰\Omega$$



$$R_{T_۱}=۱۰+۱۰=۲۰\Omega$$

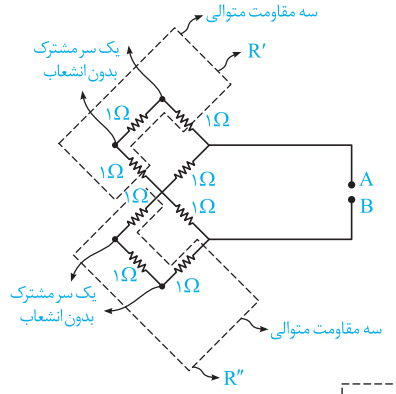
حالت دوم: (بعد از بسته شدن کلید): با بستن کلید K، دو سر مقاومت ۲۰ اهمی و مقاومت‌های R' و R'' نشان داده شده در شکل فوق، اتصال کوتاه می‌شوند، چون دو سر آن‌ها هم‌نام شده است (مقاومت R' معادل دو مقاومت ۳۰ اهمی و مقاومت R'' معادل دو مقاومت ۱۵ اهمی است).



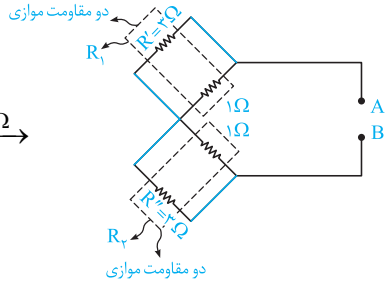
$\Rightarrow$

$$R_{T_۲}=۱۰\Omega\Rightarrow\frac{R_{T_۲}}{R_{T_۱}}=\frac{۱۰}{۲۰}=\frac{۱}{۲}$$

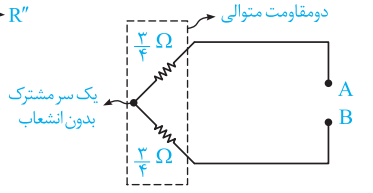
۳ ۱۷۹۲ مدار را به شکل زیر ساده می‌کنیم:



$R''=R'=nR=۳\times۱=۳\Omega$



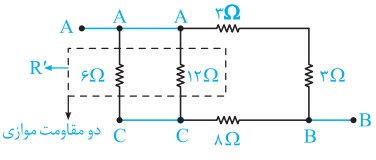
$R_۱=R_۲=\frac{۱\times۳}{۱+۳}=\frac{۳}{۴}\Omega$



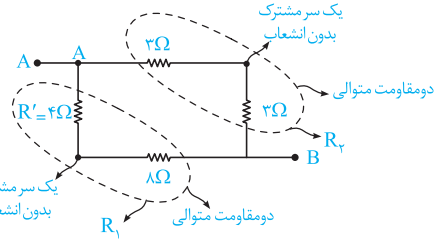
$$\Rightarrow R_T=\frac{۳}{۴}+\frac{۳}{۴}=\frac{۶}{۴}=\frac{۳}{۲}\Omega$$

۳ ۱۷۹۳ با توجه به تمرین (۳) در خلاصه نکات (۵)، گزینهٔ (۳) صحیح است.

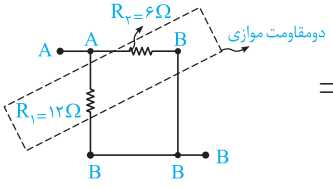
۲ ۱۷۹۴ مدار را با تکنیک نام‌گذاری، در طی چند مرحله ساده می‌کنیم:



$R'=\frac{۶\times۱۲}{۶+۱۲}=۴\Omega$

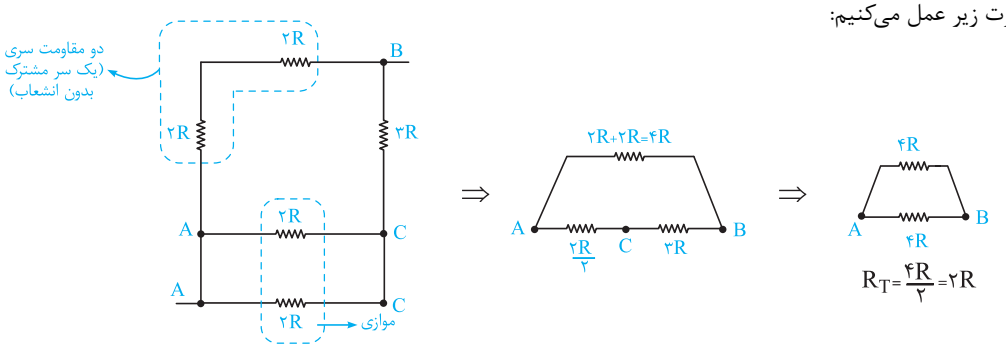


$R_۱=۴+۸=۱۲\Omega$
$R_۲=۳+۳=۶\Omega$



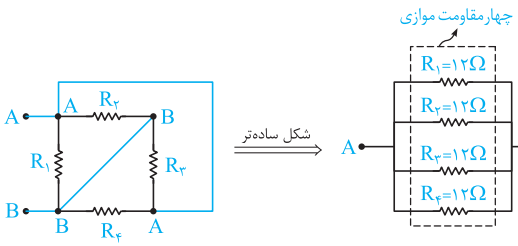
$$\Rightarrow R_T=\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}=۴\Omega$$

۳ ۱۷۹۵ به صورت زیر عمل می‌کنیم:



۱ ۱۷۹۶ با توجه به تمرین (۴) در خلاصه نکات (۵)، گزینهٔ (۱) صحیح است.

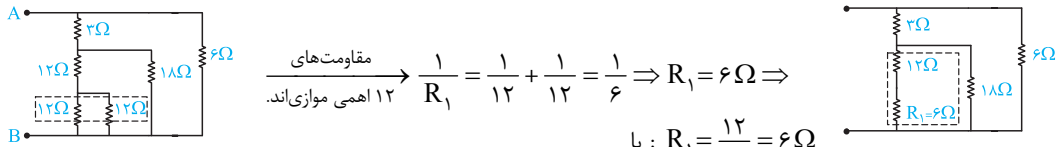
۲ ۱۷۹۷ این سؤال، مدار جالبی دارد و مکمل بسیار خوبی برای سؤال قبل محسوب می‌شود. با توجه به تکنیک نام‌گذاری نقاط، مشاهده می‌کنیم که دو سر هر کدام از این مقاومت‌های ۱۲ اهمی به دو نقطهٔ A و B متصل است. بنابراین هر ۴ مقاومت با یک‌دیگر موازی هستند.



$$R_T=\frac{۱۲}{۴}=۳\Omega$$

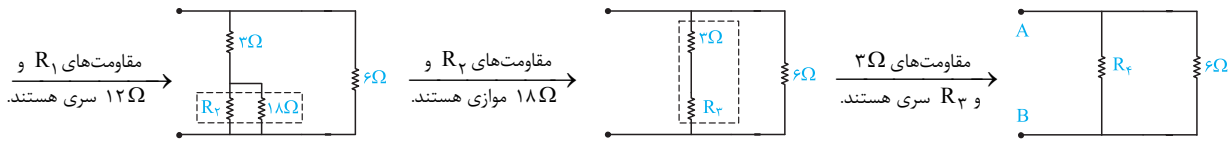
۱ ۱۷۹۸ مدار را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: (کلید K باز است): در این حالت مدار به شکل زیر خواهد بود:



$$\frac{۱}{R_۱}=\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۱۲}=\frac{۱}{۶}\Rightarrow R_۱=۶\Omega\Rightarrow$$

یا : $R_۱=\frac{۱۲}{۲}=۶\Omega$



$$R_۲=R_۱+۱۲=۶+۱۲=۱۸\Omega$$

$$\frac{۱}{R_۳}=\frac{۱}{R_۲}+\frac{۱}{۱۸}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۱}{۱۸}=\frac{۲}{۱۸}$$

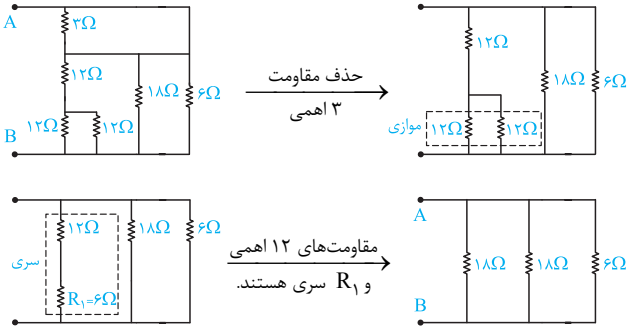
$$\Rightarrow R_۳=۹\Omega \text{ یا } R_۳=\frac{۱۸}{۲}=۹\Omega$$

$$R_۴=R_۳+۳=۹+۳=۱۲\Omega$$

با توجه به مدار معادل به‌دست آمده، همان‌طور که واضح است، مقاومت معادل بین A و B برابر است با:

$$\frac{۱}{R_T}=\frac{۱}{R_۴}+\frac{۱}{۶}=\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۶}=\frac{۳}{۱۲}\Rightarrow R_T=۴\Omega$$

حالت دوم: (کلید K بسته است): در این حالت، با توجه به مدار زیر، دو سر مقاومت ۳ اهمی با یک سیم به یک‌دیگر متصل شده‌اند. بنابراین این مقاومت اتصال کوتاه می‌شود:



اکنون با توجه به مدار مقابل، مقاومت معادل بین A و B برابر است با:

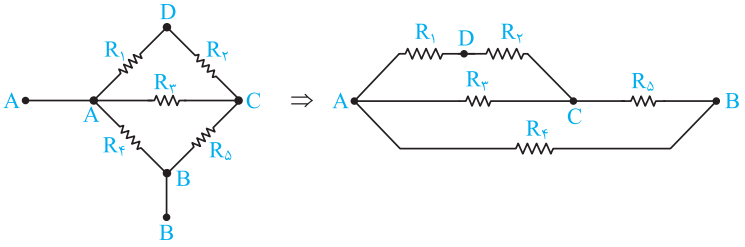
$$\frac{۱}{R'_T}=\frac{۱}{۱۸}+\frac{۱}{۱۸}+\frac{۱}{۶}=\frac{۱+۱+۳}{۱۸}=\frac{۵}{۱۸}\Rightarrow R'_T=۳/۶\Omega$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مقاومت معادل با بسته شدن کلید K به اندازهٔ ۰/۴ اهم تغییر کرده است:

$$\Delta R_T=|R_T-R'_T|=|۴-۳/۶|=۰/۴\Omega$$

gajmarket.com

۳ ۱۷۹۹ شکل معادل این مدار با کمک تکنیک نام‌گذاری نقاط مدار، به صورت نشان داده شده است:

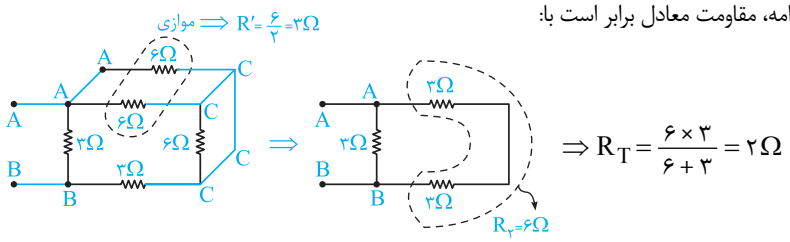


در این شکل R_1 با R_2 متوالی بسته شده، حاصل این دو مقاومت با R_3 موازی است. حاصل سه مقاومت R_1، R_2 و R_3 با R_5 متوالی است و حاصل همهٔ مقاومت‌ها با R_4 موازی است:

$$R_{1,2}=(5+5)\Omega=10\Omega$$

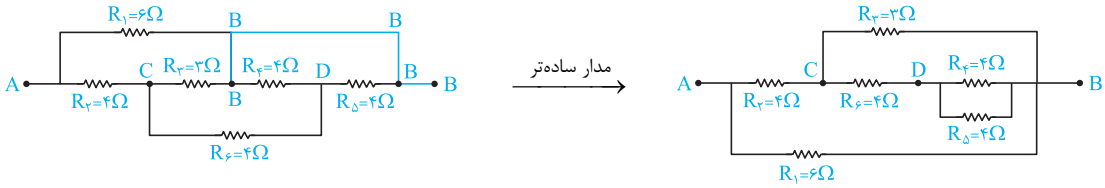
$$R_{1,2,3}=\frac{10\times5}{10+5}\Omega=\frac{10}{3}\Omega\Rightarrow R_{1,2,3,5}=\left(\frac{10}{3}+5\right)\Omega=\frac{25}{3}\Omega\Rightarrow R_T=\frac{\frac{25}{3}\times5}{\frac{25}{3}+5}\Omega=\frac{25}{8}\Omega$$

۲ ۱۸۰۰ با نام‌گذاری نقاط مدار، مشاهده می‌شود که دو سر مقاومت 6Ω در سمت راست مدار هم‌نام شده (هر دو طرف C نام دارد) و این مقاومت اتصال کوتاه می‌شود و از مدار حذف می‌گردد. در ادامه، مقاومت معادل برابر است با:



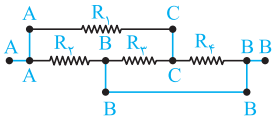
$$\Rightarrow R_T=\frac{6\times3}{6+3}=2\Omega$$

۲ ۱۸۰۱ به کمک تکنیک نام‌گذاری نقاط، مدار به‌صورت زیر ساده‌تر می‌شود:

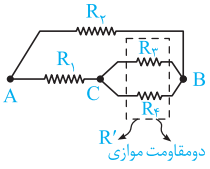


در شکل فوق، مقاومت معادل مدار برابر 3Ω می‌شود (به عنوان تمرین آن را به‌دست آورید).

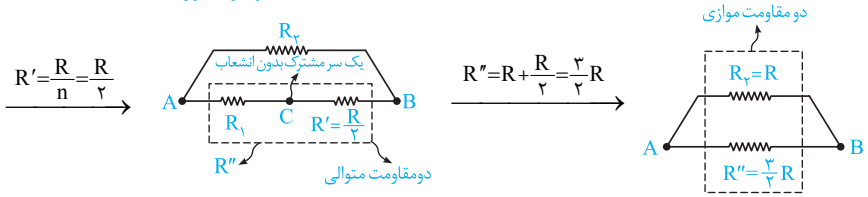
۴ ۱۸۰۲ مدار نسبتاً دشواری است. برای حل، ابتدا مقاومت‌ها را هنگامی که کلید K بسته است شماره‌گذاری کرده و سپس نقاط آن را مطابق شکل نام‌گذاری می‌کنیم:



در ادامه سه نقطهٔ A، B و C را به صورت مقابل نشان داده (دو نقطهٔ A و B که مقاومت معادل بین آن‌ها مدنظر است ابتدا و انتها قرار بگیرد) و سایر مقاومت‌ها را بین این سه نقطه ترسیم می‌کنیم. مثلاً در شکل مقابل مشاهده می‌شود که مقاومت R_1 به دو نقطهٔ A و C متصل است و مقاومت R_2 بین دو نقطهٔ A و B قرار دارد و ... .



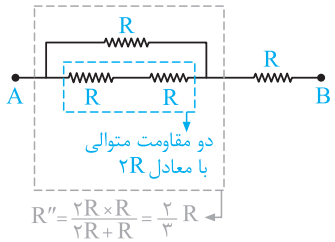
در ادامه مدار را ساده می‌کنیم:



مقاومت معادل برابر است با:

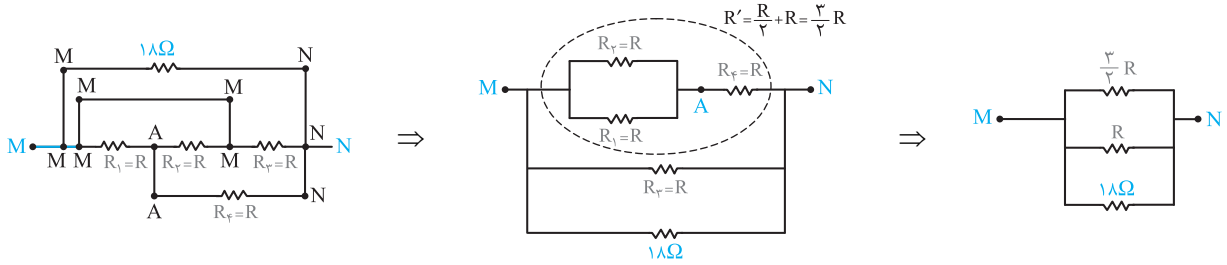
$$R_{T_1}=\frac{\frac{3}{2}R.R}{\frac{3}{2}R+R}=\frac{\frac{3}{2}R^2}{\frac{5}{2}R}=\frac{3}{5}R\xrightarrow[\text{صورت سؤال}]{R_{T_1}=9\Omega}9=\frac{3}{5}R\Rightarrow R=15\Omega$$

در ادامه با باز شدن کلید K، مقاومت معادل بین A و B برابر است با:



$$R_{T_۲}=R''+R=\frac{۵}{۳}R \xrightarrow{R=۱۵\Omega} R_{T_۲}=۲۵\Omega$$

۳ ۱۸۰۳ مشابه با سؤال قبل، ابتدا به کمک روش نام‌گذاری نقاط، شکل ساده‌تری برای این مدار رسم می‌کنیم:



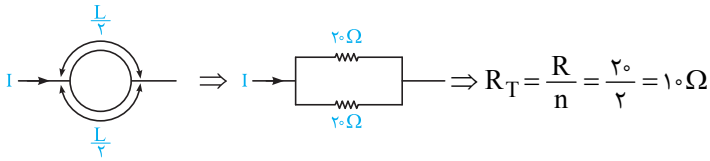
در ادامه با توجه به این که مقاومت معادل مجموعه برابر $\frac{R}{۲}$ است داریم:

$$\frac{۱}{R_T}=\frac{۱}{\frac{۳}{۲}R}+\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۱۸}\Rightarrow\frac{۱}{\frac{R}{۲}}=\frac{۲}{۳R}+\frac{۱}{R}+\frac{۱}{۱۸}\Rightarrow\frac{۲}{R}=\frac{۵}{۳R}+\frac{۱}{۱۸}$$

$$\Rightarrow\frac{۲}{R}-\frac{۵}{۳R}=\frac{۱}{۱۸}\Rightarrow\frac{۱}{۳R}=\frac{۱}{۱۸}\Rightarrow R=۶\Omega$$

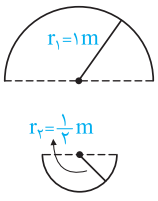
۲ ۱۸۰۴ فرض می‌کنیم طول سیم برابر L و مقاومت آن ۴۰ اهم است. در ادامه با توجه به رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$، اگر سیم را نصف کنیم، مقاومت آن نیز نصف می‌شود ($\frac{۴۰}{۲}=۲۰\Omega$ = مقاومت نصف سیم).

در واقع حلقهٔ زیر از دو سیم به طول $\frac{L}{۲}$ تشکیل شده است که با یک‌دیگر موازی‌اند و می‌توان به جای سیم‌ها مقاومت آن‌ها را قرار دهیم:



۱ ۱۸۰۵ با توجه به این‌که مقاومت هر متر از سیم برابر ۲۰ اهم است، ابتدا مقاومت هریک از چهار تکه سیم را به‌دست می‌آوریم.

برای محاسبهٔ مقاومت سیم‌های نیم‌دایره‌ای شکل، باید نصف محیط دایره را در نظر بگیریم.



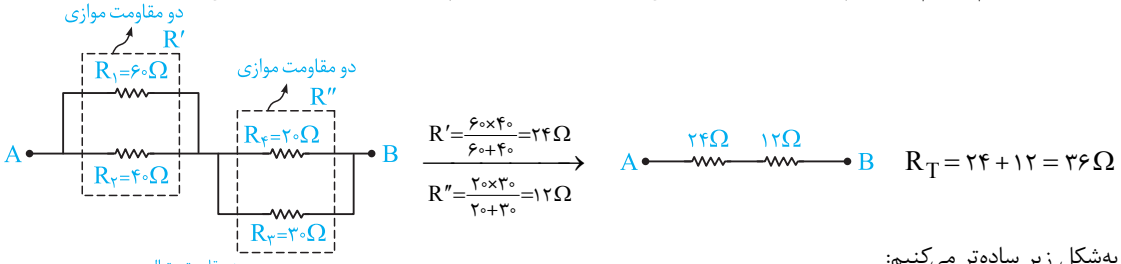
$$R_۱=(\pi r_۱)\times ۲۰\simeq ۳\times ۱\times ۲۰=۶۰\Omega \quad , \quad R_۲=۲\times ۲۰=۴۰\Omega$$

۲m

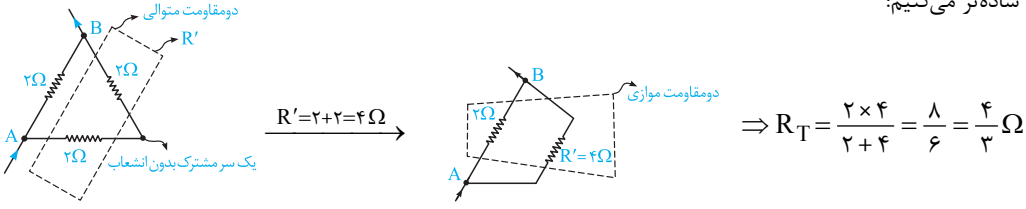
$$R_۳=(\pi r_۲)\times ۲۰\simeq ۳\times\frac{۱}{۲}\times ۲۰=۳۰\Omega \quad , \quad R_۴=۱\times ۲۰=۲۰\Omega$$

۱m

دو مقاومت $R_۱$ و $R_۲$ و دو مقاومت $R_۳$ و $R_۴$ با هم موازی‌اند و با قرار دادن مقاومت‌ها به جای سیم‌ها، مدار به صورت زیر نشان داده می‌شود:

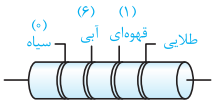


۱ ۱۸۰۶ مدار را به‌شکل زیر ساده‌تر می‌کنیم:

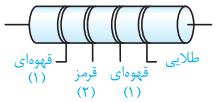


gajmarket.com

۱۸۰۷ ۳ سؤال خوب و جدیدی است که با توجه به تمرین‌های کتاب درسی طرح شده است. با توجه به اعداد داده شده در صورت سؤال، ابتدا اندازهٔ دو مقاومت موجود در دو شکل (۱) و (۲) را محاسبه می‌کنیم ($R = \overline{ab} \times 10^{c}$):

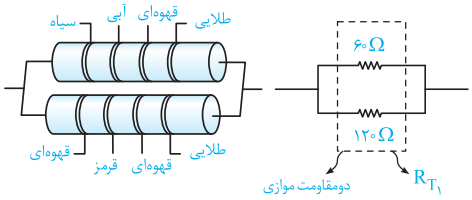


$\Rightarrow R = ۰۶ \times 10^{۱} = ۶۰\Omega$



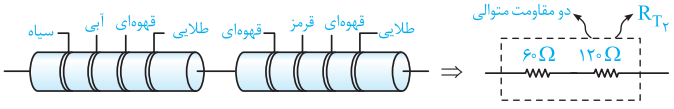
$\Rightarrow R = ۱۲ \times 10^{۱} = ۱۲۰\Omega$

حال می‌توان مقاومت معادل مدار شکل (۱) را به‌دست آورد:



$$R_{T_1} = \frac{۶۰ \times ۱۲۰}{۶۰ + ۱۲۰} = ۴۰\Omega$$

مقاومت معادل مدار شکل (۲) برابر است با:



$$R_{T_2} = ۶۰ + ۱۲۰ = ۱۸۰\Omega \Rightarrow \frac{R_{T_1}}{R_{T_2}} = \frac{۴۰}{۱۸۰} = \frac{۲}{۹}$$

* مقدار مقاومت معادل دو مقاومت اگر به صورت متوالی بسته شوند، بیشتر از حالتی است که به صورت موازی به هم متصل شده باشند، بنابراین دو گزینهٔ (۲) و (۴) نادرست است.

۱۸۰۸ ۲ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۶ — **آشنایی با نحوهٔ توزیع جریان در مدارهای الکتریکی** (تست‌های ۱۸۰۸ تا ۱۸۲۱)

بسیاری از دانش‌آموزان در کنکور از حل سؤالات مدار می‌ترسند و با آن ارتباط خوبی برقرار نمی‌کنند. برای حل سؤالات مدار در کنکور، نیاز به چند مهارت دارید که به آن‌ها اشاره می‌کنیم:

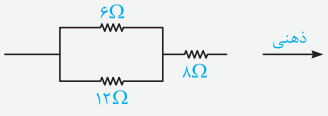
مهارت ۱: باید بتوانید مقاومت معادل در شکل‌های ساده را با تمرین، به‌صورت ذهنی محاسبه کنید. در انجام این کار، اعداد زیر را زیاد در کنکور مشاهده می‌کنید:

(به‌صورت ذهنی ⇐ اگر اندازهٔ یکی از مقاومت‌های موازی ۲ برابر دیگری بود، مقاومت معادل آن برابر است با مقاومت بزرگ‌تر بخش بر ۳).

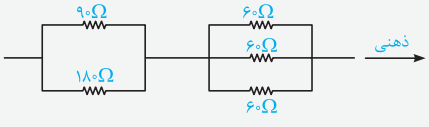
اعداد پرکاربرد $\Rightarrow ۳\Omega , ۶\Omega \xrightarrow{\text{اتصال موازی}} R_T = \frac{۳ \times ۶}{۳ + ۶} = ۲\Omega$

اعداد پرکاربرد $\Rightarrow ۶\Omega , ۱۲\Omega \xrightarrow{\text{اتصال موازی}} R_T = \frac{۶ \times ۱۲}{۶ + ۱۲} = ۴\Omega$

اعداد پرکاربرد $\Rightarrow ۳n , ۶n \xrightarrow{\text{اتصال موازی}} R_T = ۲n$



$$\begin{cases} ۶\Omega , ۱۲\Omega \xrightarrow{\text{موازی}} R_۱ = ۴\Omega \left(\frac{\text{عدد بزرگ}}{۳}\right) \\ ۸\Omega , R_۱ \xrightarrow{\text{متوالی}} R_T = ۱۲\Omega \end{cases}$$



$$\begin{cases} ۹۰\Omega , ۱۸۰\Omega \xrightarrow{\text{موازی}} R_۱ = ۶۰\Omega \left(\frac{\text{عدد بزرگ}}{۳}\right) \\ ۶۰\Omega \quad \text{سه مقاومت موازی} \xrightarrow{\text{موازی}} R_۲ = \frac{R_۰}{n} = \frac{۶۰}{۳} = ۲۰\Omega \\ R_۲ , R_۱ \xrightarrow{\text{سری}} R_T = ۶۰\Omega + ۲۰\Omega = ۸۰\Omega \end{cases}$$

مهارت ۲: اگر می‌خواهید در سؤالات این فصل موفق عمل کنید، باید بتوانید بین دو مقاومت موازی به‌صورت ذهنی جریان را پخش کنید. در این‌جا می‌خواهیم به‌شما نشان دهیم که ما معلم‌ها چگونه این عمل را به‌صورت ذهنی انجام می‌دهیم:

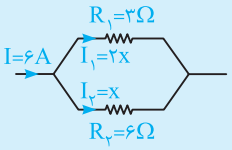
اتصال موازی: $V = RI$ (یکسان) ↓ ↑

ترجمهٔ عبارت ریاضی: یعنی در شاخه‌های موازی، جریان بیشتر تمایل دارد، از مقاومتی عبور کند که مقدار کم‌تری دارد.

بیان سادهٔ تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی

$R_۲$ می‌گوید ⇐ مقاومت من بزرگ‌تر است و من جریان کم‌تری را عبور می‌دهم، جریان من را x فرض کنید.

$R_۱$ می‌گوید ⇐ مقاومت من نصف $R_۲$ است $\left(\frac{R_۱}{R_۲}=\frac{۱}{۲}\right)$ و جریان عبوری از من دو برابر $R_۲$ است، یعنی جریان من را $۲x$ فرض کنید.



$۳x = ۶ \Rightarrow x = ۲A$

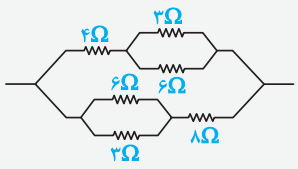
$I_۲ = ۲A , I_۱ = ۴A$

بیان دیگر: $V_۱ = V_۲ \Rightarrow R_۱I_۱ = R_۲I_۲$

$$\frac{I_۱}{I_۲}=\frac{R_۲}{R_۱} \xrightarrow{I_۱=x} \frac{I_۱}{x}=\frac{۶}{۳}=۲ \Rightarrow I_۱ = ۲x$$

در ادامه با حل سه مدار، تلاش می‌کنیم نحوهٔ توزیع جریان را با شما مرور کنیم.

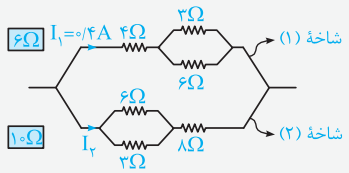
تمرین ۱ **در شکل روبه‌رو اگر جریانی به شدت ۰/۴ آمپر از مقاومت ۴ اهمی بگذرد، از مقاومت ۸ اهمی چند آمپر می‌گذرد؟**



۱) ۰/۲ ۲) ۰/۸

۳) ۰/۲۴ ۴) ۰/۶۶

پاسخ در این گونه از سؤالات، ابتدا مقاومت معادل هر شاخه را به‌صورت ذهنی محاسبه کرده و در مستطیل آبی‌رنگ سمت چپ می‌نویسیم. همان‌طور که مشاهده می‌شود این مدار دو شاخهٔ موازی دارد و جریان عبوری از مقاومت ۸ اهمی، همان جریان شاخهٔ ۲ $(I_۲)$ است.



با توجه به مقاومت‌های به‌دست آمده برای هر شاخه، مقاومت شاخهٔ (۲)، $\frac{۱۰}{۶}$ برابر شاخهٔ (۱) است $\left(\frac{۱۰\Omega}{۶\Omega}\right)$ و جریان شاخهٔ (۲)، $\frac{۶}{۱۰}$ برابر جریان شاخهٔ (۱) است، زیرا:

$V = \uparrow R \downarrow I$ (یکسان) — R: برابر $\frac{۱۰}{۶}$ — I: برابر $\frac{۶}{۱۰}$

بنابراین جریان شاخهٔ (۲) برابر است با:

$$I_۲=\frac{۶}{۱۰}I_۱ \xrightarrow{I_۱=۰/۴A} I_۲=\frac{۶}{۱۰}\times ۰/۴ = ۰/۲۴\,A$$ (گزینهٔ ۳)

درک بهتر: همان‌طور که مشاهده می‌کنید، جریان از شاخهٔ با مقاومت بزرگ‌تر، کم‌تر عبور می‌کند (مانند این‌که بگوییم در مقایسهٔ دو مسیر برای رانندگی، اتومبیل‌ها از جادهٔ با پستی بلندی زیاد و نامناسب، کم‌تر عبور می‌کنند).

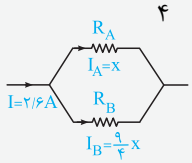
تمرین ۲ **قطر مقطع دو سیم مسی A و B به‌ترتیب ۰/۲mm و ۰/۳mm است و طول این دو سیم با هم برابر است. این دو سیم به‌طور موازی به اختلاف پتانسیل الکتریکی بسته شده‌اند و از مجموعه جریان ۲/۶۰ آمپر می‌گذرد. شدت جریان عبوری از سیم A چند آمپر است؟** (تجربی خارج ۸۸)

۱) ۰/۸۰ ۲) ۱/۰۴ ۳) ۱/۵۶ ۴) ۱/۸۰

پاسخ ابتدا به مقایسهٔ مقاومت دو سیم A و B می‌پردازیم:

$$R=\rho\frac{L}{A}=\rho\frac{L}{\frac{\pi D^۲}{۴}} \xrightarrow{\text{طول یکسان}} \frac{R_B}{R_A}=\left(\frac{D_A}{D_B}\right)^۲ \Rightarrow \frac{R_B}{R_A}=\left(\frac{۰/۲}{۰/۳}\right)^۲=\frac{۴}{۹}$$

حال اگر دو سیم را به صورت موازی به یکدیگر متصل کرده و جریان ۲/۶ A از مدار بگذرد، داریم:

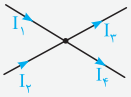


$$\frac{I_A}{I_B}=\frac{R_B}{R_A}=\frac{۴}{۹} \xrightarrow{I_A=x} I_B=\frac{۹}{۴}x$$

$$I_A+I_B=۲/۶\,A \rightarrow x+\frac{۹}{۴}x=۲/۶\,A \rightarrow x=۰/۸\,A \rightarrow I_A=x=۰/۸\,A$$ (گزینهٔ ۱)

gajmarket.com

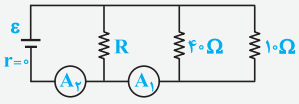
تذکر در هر گره از مدار، جمع جریان‌های ورودی به گره، با جریان‌های خروجی از آن گره برابر است. این قانون ساده، **قانون جریان** نام دارد.



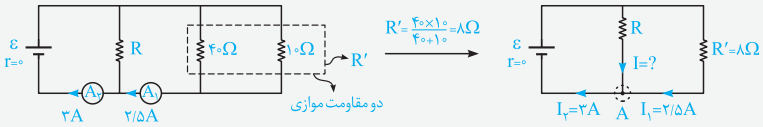
$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

تمرین ۳ در مدار زیر آمپرسنج‌های A_1 و A_2 به ترتیب عددهای $2/5\,A$ و $3\,A$ را نشان می‌دهند. مقاومت معادل مدار چند اهم است؟ (آمپرسنج‌ها ایده‌آل فرض شوند.) (تجربی داخل ۸۸)

۱) ۳۰
۲) ۸
۳) $\frac{20}{3}$
۴) $\frac{40}{3}$



پاسخ **گام اول:** ابتدا مدار را به‌شکل زیر ساده می‌کنیم:



حال با توجه به اعداد آمپرسنج‌ها، با نوشتن قانون جریان در گرهٔ A، جریان عبوری از مقاومت R را به‌دست می‌آوریم:

$$3 = I + 2/5 \Rightarrow I = 0/5\,A$$

گام دوم: با توجه به این‌که جریان I یک پنجم جریان I_1 است، بنابراین مقاومت این شاخه ۵ برابر R' است، زیرا داریم:

$$\frac{R'}{R} = \frac{I}{I_1} = \frac{0/5}{2/5} = \frac{1}{5} \xrightarrow{R'=8\Omega} R = 5 \times 8 = 40\Omega$$

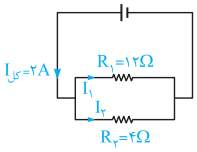
(جریان ۵ برابر و مقاومت $\frac{1}{5}$ برابر است.)

گام سوم: مقاومت معادل این مدار برابر است با:

$$R' \Rightarrow R_T = \frac{RR'}{R+R'} = \frac{40 \times 8}{40+8} = \frac{20}{3}\Omega$$

(گزینهٔ ۳) و R موازی هستند.

مدار را به شکل مقابل رسم می‌کنیم (مقاومت معادل شاخهٔ بالایی 12Ω و مقاومت معادل شاخهٔ پایینی 4Ω است)، در این سؤال اگر جریان شاخهٔ بالایی را x فرض کنیم، جریان شاخهٔ پایینی برابر با $3x$ است.



تذکر

با توجه به این‌که در اتصال موازی مقاومت‌ها، ولتاژ آن‌ها یکسان است، داریم:

$$\text{یکسان } V = RI \xrightarrow[\text{است. } R_1]{R_2 \text{ برابر } \frac{1}{3}} I_2 = 3I_1$$

به‌عبارت دیگر در مقاومت‌های موازی، جریان با مقاومت رابطهٔ عکس دارد:

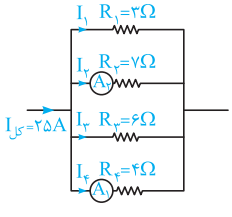
$$V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{12}{4} \xrightarrow{I_1 = x} I_2 = 3x$$

از طرفی مجموع جریان در شاخه‌ها برابر با جریان کل ($I_{کل}$) است و می‌توان نوشت:

$$I_{کل} = I_1 + I_2 \xrightarrow[I_2 = 3x]{I_{کل} = 2A \,,\, I_1 = x} 2 = x + 3x \Rightarrow x = \frac{1}{2} \Rightarrow I_2 = 3x = 1/5\,A$$

۱۸۰۹ ۳ با توجه به تمرین (۱) در خلاصه نکات (۶)، گزینهٔ (۳) صحیح است.

۱۸۱۰ ۱ این سؤال، مهارت پخش جریان در مقاومت‌های موازی را در شما تقویت می‌کند. با توجه به شکل زیر، اگر جریان I_3 را برابر با x فرض کنیم، جریان شاخه‌های دیگر به شکل زیر به‌دست می‌آید:



$$\begin{cases} \frac{I_3}{I_1} = \frac{R_1}{R_3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \xrightarrow[I_1 = 2I_3]{I_3 = x} I_1 = 2x \\ \frac{I_3}{I_2} = \frac{R_2}{R_3} = \frac{7}{6} \xrightarrow[I_2 = \frac{6}{7}I_3]{I_3 = x} I_2 = \frac{6}{7}x \\ \frac{I_3}{I_4} = \frac{R_4}{R_3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \xrightarrow[I_4 = \frac{3}{2}I_3]{I_3 = x} I_4 = \frac{3}{2}x \end{cases}$$

در ادامه می‌توان نوشت:

$$I_{کل} = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \Rightarrow 25 = 2x + \frac{6}{7}x + x + \frac{3}{2}x \xrightarrow{\text{دو طرف تساوی را در عدد ۱۴ ضرب می‌کنیم.}} 350 = 75x \Rightarrow x = \frac{14}{3}\,A$$

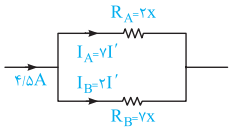
بنابراین اعدادی که آمپرسنج‌های (۱) و (۲) نشان می‌دهد برابر است با:

$$\begin{cases} \text{عدد آمپرسنج ۱}: I_۴ = \frac{۳}{۲}x \xrightarrow{x=\frac{۱۴}{۳}} I_۴ = \frac{۳}{۲}\times\frac{۱۴}{۳} = ۷\,A \\ \text{عدد آمپرسنج ۲}: I_۲ = \frac{۶}{۷}x = \frac{۶}{۷}\times\frac{۱۴}{۳} = ۴\,A \end{cases} \Rightarrow I_۴ - I_۲ = ۳\,A$$

۱۸۱۱ ۲ در مقایسهٔ مقاومت دو سیم A و B، با توجه به یکسان بودن طول و سطح مقطع این دو سیم داریم:

$$R = \frac{\rho L}{A} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{۱/۶\times۱۰^{-۸}}{۵/۶\times۱۰^{-۸}} = \frac{۲}{۷} \Rightarrow \begin{cases} \text{مقاومت A} = ۲x \\ \text{مقاومت B} = ۷x \end{cases}$$

در شکل روبه‌رو شدت جریان I_A برابر است با:



$$۷I' + ۲I' = ۴/۵A \Rightarrow I' = ۰/۵A \xrightarrow{I_A \text{ جریان}} I_A = ۷\times۰/۵ = ۳/۵A$$

تذکر

در مقاومت‌های موازی، شدت جریان هر مقاومت با مقاومت آن رابطهٔ عکس دارد، یعنی اگر نسبت مقاومت‌ها ۲ به ۷ است، نسبت شدت جریان‌ها ۷ به ۲ است.

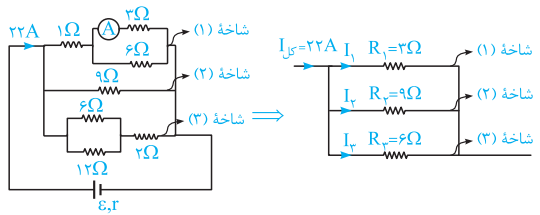
۱۸۱۲ ۱ در این سؤال، دو سیم توپر A و B به صورت موازی بوده و داریم:

رابطهٔ (I) : $\xrightarrow{R=\frac{V}{I}} \frac{R_B}{R_A} = \frac{I_A}{I_B} = \frac{\frac{I}{۳}}{\frac{۲I}{۳}} = \frac{۱}{۲}$ در مقاومت‌های موازی، اختلاف پتانسیل یکسان است.

حال با توجه به رابطهٔ $R = \rho\frac{L}{A}$، می‌توان نوشت:

$$\frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B}{\rho_A}\times\frac{L_B}{L_A}\times\frac{A_A}{A_B} \xrightarrow[\frac{R_B}{R_A}=\frac{۱}{۲}]{\text{رابطهٔ (I)}} \frac{۱}{۲} = \frac{۱}{۳}\times۱\times\frac{A_A}{A_B} \Rightarrow \frac{A_A}{A_B} = \frac{۳}{۲}$$

۱۸۱۳ ۲ **گام اول:** این مدار از سه شاخهٔ موازی تشکیل شده است، ابتدا مقاومت معادل هر شاخه را به طور ذهنی به‌دست آورده و مدار را ساده می‌کنیم:



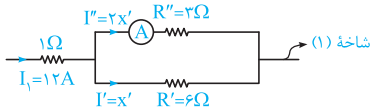
گام دوم: اگر جریان $I_۲$ را x فرض کنیم (بهتر است جریان شاخه‌ای که مقاومت بزرگ‌تری دارد را x فرض کنیم)، جریان بقیهٔ شاخه‌ها به شکل مقابل است:

$$\frac{I_۲}{I_۱} = \frac{R_۱}{R_۲} = \frac{۳}{۹} = \frac{۱}{۳} \xrightarrow[I_۱=۳I_۲]{I_۲=x} I_۱ = ۳x \quad , \quad \frac{I_۲}{I_۳} = \frac{R_۳}{R_۲} = \frac{۶}{۹} = \frac{۲}{۳} \xrightarrow[I_۳=\frac{۳}{۲}I_۲]{I_۲=x} I_۳ = \frac{۳}{۲}x$$

گام سوم: مجموع جریان شاخه‌ها برابر با جریان کل است:

$$I_{\text{کل}} = I_۱ + I_۲ + I_۳ \xrightarrow[I_۲=x\ ,\ I_۳=\frac{۳}{۲}x]{I_{\text{کل}}=۲۲A\ ,\ I_۱=۳x} ۲۲ = ۳x + x + \frac{۳}{۲}x \Rightarrow x = ۴\,A \Rightarrow \text{جریان شاخهٔ (۱)}: I_۱ = ۳x = ۱۲\,A$$

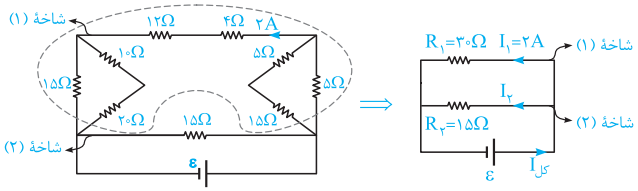
گام چهارم: شاخهٔ (۱) را جداگانه رسم می‌کنیم. در این حالت اگر جریان مقاومت ۶ اهمی را x' فرض کنیم، جریان مقاومت ۳ اهمی برابر $۲x'$ است:



$$\Rightarrow R'' = \frac{۱}{۲}R' \Rightarrow I'' = ۲I'$$

$$I_۱ = I' + I'' \xrightarrow[I''=۲x']{I_۱=۱۲A\ ,\ I'=x'} ۱۲ = x' + ۲x' \Rightarrow x' = ۴\,A \Rightarrow \text{عدد آمپرسنج}: I'' = ۸\,A$$

۱۸۱۴ ۴ این مدار از دو شاخهٔ موازی تشکیل شده است، ابتدا مقاومت معادل هر شاخه را به‌دست آورده و مدار را مطابق شکل ساده می‌کنیم:



از طرفی دقت کنیم که جریان شاخهٔ (۱) برابر جریان عبوری از مقاومت ۴ اهمی است و داریم:

$$\frac{I_۱}{I_۲} = \frac{R_۲}{R_۱} = \frac{۱۵}{۳۰} = \frac{۱}{۲} \xrightarrow[I_۲=۲I_۱]{I_۱=۲A} I_۲ = ۲\times۲ = ۴\,A$$

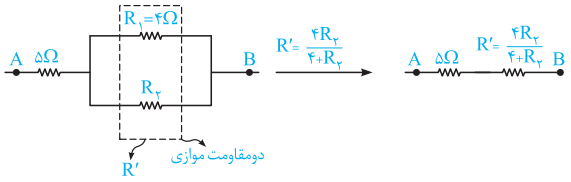
gajmarket.com

در ادامه می‌توان گفت مجموع جریان شاخه‌ها، برابر با جریانی است که از مولد می‌گذرد:

$$I_{کل}=I_۱+I_۲ \xrightarrow[I_۲=۴A]{I_۱=۲A} I_{کل}=۲+۴=۶A$$

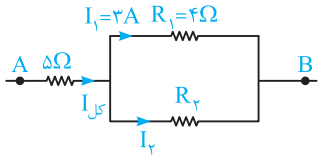
* اگر مهارت‌های مقاومت معادل‌گیری را خوب یاد گرفته باشید، به سادگی می‌توانید مقاومت شاخهٔ بالایی را حساب کنید. به‌عنوان تمرین، نشان دهید که مقاومت معادل شاخهٔ بالایی ۳۰Ω است.

۱۸۱۵ ۲ **گام اول:** ابتدا با ساده‌کردن مدار، مقاومت معادل بین دو نقطهٔ A و B را به‌دست می‌آوریم:



$$R_{AB}=۵+\frac{۴R_۲}{۴+R_۲} \xrightarrow[R_{AB}=۸Ω]{\text{صورت سؤال}} R_۲=۱۲Ω$$: مقاومت معادل بین A و B

گام دوم: جریان در هر یک از شاخه‌ها را به‌دست می‌آوریم:



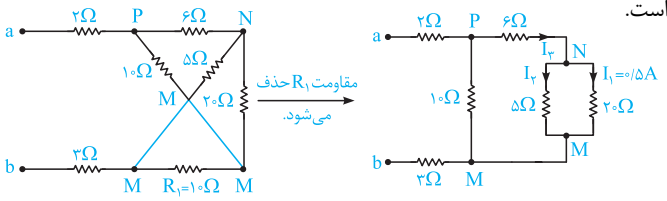
$$\frac{I_۱}{I_۲}=\frac{R_۲}{R_۱}=\frac{۱۲}{۴}=۳ \xrightarrow[I_۲=\frac{۱}{۳}I_۱]{I_۱=۳A} I_۲=\frac{۱}{۳}\times ۳=۱A \Rightarrow I_{کل}=I_۱+I_۲=۳+۱=۴A$$

بنابراین جریان کل ($I_{کل}$)، چهار برابر جریان عبوری از مقاومت $R_۲$ (یعنی $I_۲$) است.

کمی ذهنی عمل می‌کنیم: مقاومت $R_۲$، ۳ برابر $R_۱$ است و جریان در آن $\frac{۱}{۳}$ برابر $I_۱$ است، یعنی $I_۲=۱A$.

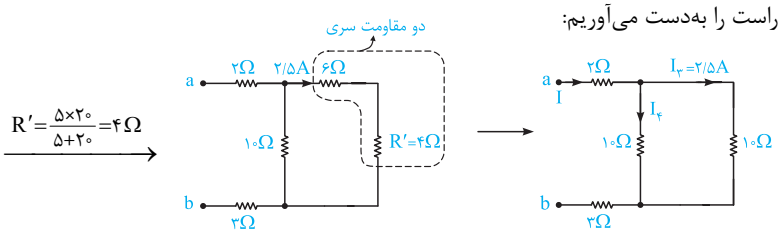
۱۸۱۶ ۳ با توجه به تمرین (۳) در خلاصه نکات (۶)، گزینهٔ (۳) صحیح است.

۱۸۱۷ ۴ در شکل مقابل، دو سر مقاومت ۱۰ اهمی پایینی اتصال کوتاه شده (دو سر آن هم‌نام شده است) و این مقاومت از مدار حذف می‌شود. از طرفی مقاومت‌های ۵ و ۲۰ اهمی با هم موازی‌اند و مدار ساده شده به‌صورت مقابل است:



با توجه به موازی بودن مقاومت‌های ۵Ω و ۲۰Ω، شدت جریان مقاومت ۵Ω، ۴ برابر مقاومت ۲۰ اهمی بوده و برابر ۲A می‌باشد (چرا؟) و در نتیجه جریان عبوری از کل شاخهٔ سمت راست برابر $I_۳=I_۱+I_۲=۲/۵A$ می‌باشد.

حال مقاومت معادل شاخهٔ سمت راست را به‌دست می‌آوریم:



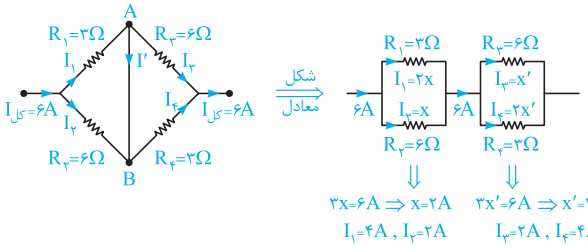
دو مقاومت ۱۰ اهمی در شکل جدید با هم موازی‌اند و چون اندازهٔ آن‌ها با هم برابر است، $I_۴=۲/۵A$ است. بنابراین جریان کل عبوری از مقاومت ۲ اهمی برابر $I=I_۳+I_۴=۵A$ است.

۱۸۱۸ ۳ ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:

توجه

با توجه به این‌که مقاومت آمپرسنج ایده‌آل صفر است، می‌توان آن را از مدار حذف کرد و به‌جای آن یک سیم بدون مقاومت قرار داد.

ابتدا سعی می‌کنیم شکل را کمی ساده‌تر کنیم و جریان مقاومت‌ها را به‌دست آوریم. با توجه به شکل معادل اگر جریان $I_۲$ را x فرض کنیم، جریان $I_۱$ برابر با ۲x است (زیرا مقاومت $R_۱$، نصف مقاومت $R_۲$ بوده و جریان آن دو برابر است). مشابه با همین رویکرد را در مورد $I_۳$ و $I_۴$ نیز انجام می‌دهیم:



تذکر

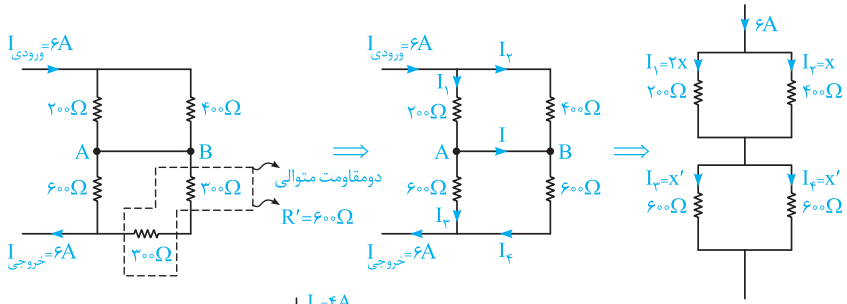
امیدواریم که بعد از حل ده‌ها تست متوالی در زمینهٔ پخش جریان در مقاومت‌های موازی، شما نیز این روند را به صورت ذهنی انجام دهید. مجدداً تأکید می‌کنیم که یکی از رمزهای موفقیت در این فصل، ذهنی انجام دادن پخش جریان در مقاومت‌های موازی است.

پس از محاسبهٔ I_1 و I_3، برای گرهٔ A در شکل سمت چپ، قانون جریان را می‌نویسیم:

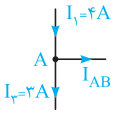
$$\text{مجموع جریان‌های ورودی به A} = \text{مجموع جریان‌های خروجی از A} \Rightarrow I_1 = I' + I_3 \xrightarrow[I_3=2A]{I_1=4A} 4 = I' + 2 \Rightarrow I' = 2A \quad \text{(عدد آمپرسنج)}$$

بنابراین جریان عبوری از آمپرسنج ۲A است و از نقطهٔ A به‌سمت نقطهٔ B می‌باشد.

۱۸۱۹ ۲ دقیقاً مشابه با سؤال قبل عمل می‌کنیم:



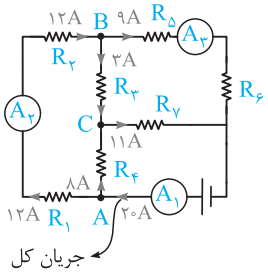
$$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 6A \Rightarrow x = 2A \Rightarrow I_1 = 2x = 4A \\ 2x' = 6A \Rightarrow x' = 3A \Rightarrow I_3 = x' = 3A \end{cases} \Rightarrow$$



$$\Rightarrow I_{AB} = 4 - 3 = 1A$$

۱۸۲۰ ۱ مشابه با دو سؤال قبل، به سادگی می‌توان نشان داد که عدد آمپرسنج برابر صفر است.

۱۸۲۱ ۴ با توجه به شکل و اطلاعات داده شده در صورت سؤال، از گره A جریان مقاومت R_4، از گره B جریان مقاومت R_3 و در نهایت از گره C جریان مقاومت R_7 به دست می‌آید:



تذکر ۱: جریان عبوری از باتری از قطب مثبت آن خارج می‌شود.

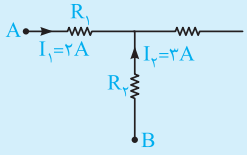
تذکر ۲: جریان مقاومت R_1 در A به سمت چپ است، زیرا جریان کل در گره A توزیع شده است.

تذکر ۳: جریان مقاومت R_5 در B لزوماً به سمت راست است، زیرا اگر به سمت چپ فرض شود، جریان مقاومت R_3 بزرگ‌تر از کل جریان باتری می‌شود که فرضی نادرست است.

۱۸۲۲ ۳ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

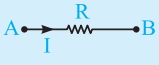
خلاصه نکات ۷ آشنایی با تکنیک پتانسیل‌نویسی بین نقاط مختلف یک مدار و کاربردهای آن (تست‌های ۱۸۲۲ تا ۱۸۴۱)

در خلاصه نکات قبل، شما را با نحوهٔ پخش جریان بین مقاومت‌های یک مدار آشنا کردیم. در این خلاصه نکات به بررسی سؤالاتی خواهیم پرداخت که علاوه بر پخش جریان، نیاز به نوشتن عملیات پتانسیل‌نویسی بین نقاط مختلف مدار را دارد. نکتهٔ مهمی که باید به آن توجه کنیم این است که هنگام عبور از مقاومت R و در جهت جریان، پتانسیل الکتریکی به اندازهٔ RI کاهش می‌یابد و بالعکس. برای درک بهتر به مثال‌های زیر توجه کنید:



$V_A \overset{-}{\underset{\text{در جهت جریان از } R_1 \text{ عبور کردیم.}}{}} R_1 I_1 \overset{+}{\underset{\text{درخلاف جهت جریان از } R_2 \text{ عبور کردیم.}}{}} R_2 I_2 = V_B$

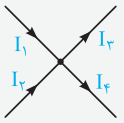
$V_A \overset{+}{\underset{\text{در خلاف جهت جریان از } R \text{ عبور کردیم.}}{}} RI = V_B$



$V_A \overset{-}{\underset{\text{در جهت جریان از } R \text{ عبور کردیم.}}{}} RI = V_B$

gajmarket.com

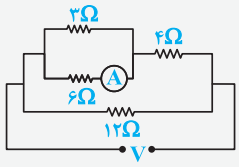
تذکر در هر گره از مدار، جمع جریان‌های ورودی به گره، با جریان‌های خروجی از آن گره برابر است. این قانون ساده، **قانون جریان** نام دارد.



$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

در ادامه با حل چند تمرین، مفاهیم مطرح شده را بیشتر بررسی می‌کنیم:

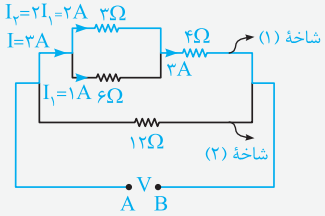
تمرین ۱ در شکل روبه‌رو، آمپرسنج عبور جریان یک آمپر را نشان می‌دهد. ولتاژ دو سر مدار (V) چند ولت است؟



۱) ۱۴ ۲) ۱۶

۳) ۱۸ ۴) ۲۱

پاسخ این سؤال را به دو روش پاسخ می‌دهیم:



روش اول: با توجه به این‌که مقاومت‌های ۳ و ۶ اهمی با یک‌دیگر موازی‌اند، جریان I_2 دو برابر جریان I_1 است (چرا؟) و جریان در کل شاخهٔ بالایی $3A$ است. در ادامه با حرکت از A تا B در مسیر آبی شده، به سادگی $V_A - V_B$ (ولتاژ دو سر مدار) به‌دست می‌آید:

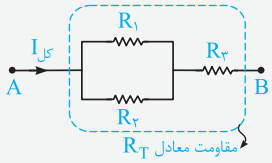
$$V_A - 3\times 2 - 4\times 3 = V_B \Rightarrow V_A - V_B = 18\,V$$ (گزینهٔ ۳)

یا (۶×۱)

روش دوم: مقاومت معادل شاخهٔ بالایی برابر $R_{T_1} = 6\,\Omega$ می‌باشد (چرا؟) و جریان کل عبوری از شاخهٔ بالایی برابر $I_{\text{کل}_1} = 3A$ است. از طرفی ولتاژ دو سر این شاخه برابر V_{AB} می‌باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_{AB} = R_{T_1} I_{\text{کل}_1} = 6\times 3 = 18\,V$$

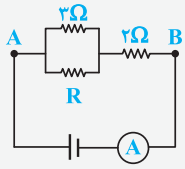
بررسی یک ایدهٔ کاربردی: ایدهٔ جالبی که به‌عنوان یک روش دیگر برای پاسخ دادن به سؤالات این قسمت می‌تواند استفاده شود، از قانون اهم به‌دست می‌آید. به‌طور مثال در مدار مقابل می‌توان نوشت:



$$R_T = \frac{V_{AB}}{I_{\text{کل}}}$$

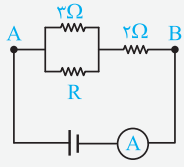
کاربرد این ایده را در تمرین بعد خواهید دید.

تمرین ۲ در شکل مقابل آمپرسنج ۳ آمپر را نشان می‌دهد. اگر اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B برابر ۱۲ ولت باشد، مقاومت R چند اهم است؟ (ریاضی خارج ۸۶)



۱) ۶ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۴

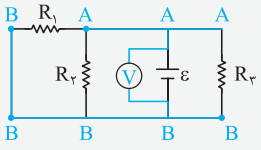
پاسخ ابتدا مقاومت معادل مدار را از رابطهٔ $V = RI$ به‌دست می‌آوریم:



$$V_{AB} = R_T I_{\text{کل}} \xrightarrow[V_{AB}=12\,V]{I_{\text{کل}}=3A} 12 = R_T \times 3 \Rightarrow R_T = 4\,\Omega$$

$$R_T = \frac{3R}{3+R} + 2 \xrightarrow{R_T=4\,\Omega} 4 = \frac{3R}{3+R} + 2 \Rightarrow R = 6\,\Omega$$ (گزینهٔ ۱)

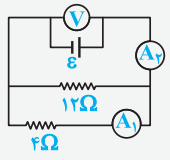
در ادامه می‌خواهیم به شما دو ایدهٔ جالب در برخورد با دو نوع از سؤالات را آموزش دهیم:



ایدهٔ ۱: اگر در مداری ولت‌سنج به دو سر مقاومت‌ها متصل شده باشد، ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها را نشان می‌دهد. تشخیص این موضوع گاهی اوقات شاید مشکل به نظر برسد، ولی اگر از دو سر ولت‌سنج، سیم‌های رسم شده مستقیماً به دو سر مقاومت‌ها متصل شده باشد، ولت‌سنج اختلاف پتانسیل آن‌ها را نشان خواهد داد. به‌طور مثال در شکل مقابل ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر هریک از مقاومت‌های R_1، R_2 و R_3 را نشان می‌دهد.

برای درک بهتر ایدهٔ فوق، به تمرین زیر توجه کنید:

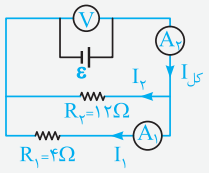
تمرین ۳ در مدار شکل روبه‌رو اگر ولت‌سنج ۱۲ ولت را نشان دهد، آمپرسنج‌های A_1 و A_2 به‌ترتیب از راست به چپ چند آمپر را نشان می‌دهند؟



۱) ۱ و ۲ ۲) ۲ و ۱

۳) ۳ و ۴ ۴) ۴ و ۳

پاسخ با توجه به شکل زیر و سیم‌های آبی شده که مستقیماً از دو سر ولت‌سنج به دو سر مقاومت‌ها می‌رسد، ولت‌سنج بـه دو سـر مقاومت‌هـای R_1 و R_2 متصل است، بنابراین می‌توان جریان‌های عبوری از آن‌ها را به کمک رابطهٔ $V=RI$، به صورت جداگانه محاسبه کرد:



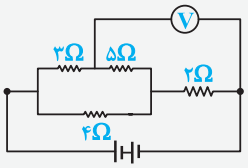
$$\begin{cases} V=R_1I_1 \xrightarrow[R_1=4\Omega]{V=12V} 12=4I_1 \Rightarrow I_1=3A \quad (\text{عدد آمپرسنج ۱}) \\ V=R_2I_2 \xrightarrow[R_2=12\Omega]{V=12V} 12=12I_2 \Rightarrow I_2=1A \end{cases}$$

$$I_{کل}=I_1+I_2 \xrightarrow[I_2=1A]{I_1=3A} I_{کل}=3+1=4A \quad (\text{عدد آمپرسنج ۲})$$

بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

ایدهٔ ۲: هرگاه اختلاف پتانسیل بین هر دو نقطهٔ دلخواه از یک مدار را بخواهیم محاسبه کنیم، از یکی از آن نقاط حرکت کرده و با نوشتن قانون پتانسیل‌نویسی به نقطهٔ دوم می‌رسیم. برای درک بهتر این ایده به تمرین زیر توجه کنید.

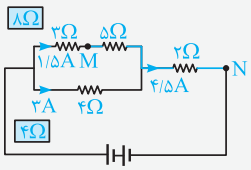
تمرین ۴ **در شکل روبه‌رو، اگر از مقاومت ۳Ω شدت جریان ۱/۵ آمپر عبور کند، ولت‌سنج عدد چند ولت را نشان می‌دهد؟** (M.K.A)



۱) ۲۷ ۲) ۱۲

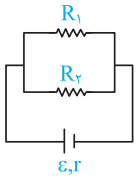
۳) ۱۶/۵ ۴) ۱۸/۵

پاسخ به شکل مقابل توجه کنید. دو سر ولت‌سنج مورد نظر صورت سؤال، به دو نقطهٔ M و N متصل می‌باشد (دقت شود که چون از ولت‌سنج جریانی عبور نمی‌کند، گویی در مدار حضور ندارد). از طرفی جریان در شاخهٔ پایینی، ۲ برابر شاخهٔ بالایی است (چرا؟ ⇐ زیرا مقاومت شاخهٔ پایینی نصف شاخهٔ بالایی است) و جریان کـل برابـر $4/5A$ است. در ادامه با حرکت از نقطهٔ M تا نقطهٔ N داریم:



$$V_M-5\times1/5-2\times4/5=V_N \Rightarrow \text{عدد ولت‌سنج}: V_M-V_N=16/5V \quad (\text{گزینهٔ ۳})$$

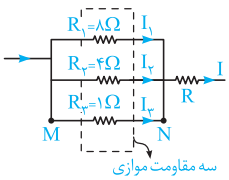
با توجه به ایده‌آل بودن ولت‌سنج‌ها و آمپرسنج‌ها، شکل سادهٔ مدار به‌صورت مقابل است:



همان‌طور که مشخص است اختلاف پتانسیل دو مقاومت یکسان و برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری می‌باشد (دو مقاومت R_1 و R_2 با هم موازی هستند).

از طرفی طبق پخش جریان بین مقاومت‌های موازی، می‌دانیم که جریان در مقاومت‌های موازی با مقـدار مقاومـت رابطـهٔ عکـس دارد. بنابراین شدت جریان در مقاومت R_1 بیشتر است، چون $R_1<R_2$ می‌باشد. پس آمپرسنج A_1 مقدار جریان بیشتری را نشان می‌دهد.

۱۸۲۳ ۲ ابتدا مقاومت معادل سمت چپ مدار را به‌دست می‌آوریم:



$$\frac{1}{R_T}=\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{1} \Rightarrow R'_T=\frac{8}{11}\Omega$$

در ادامه با توجه به رابطهٔ $V=RI$، جریان I را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{MN}=R'_TI \xrightarrow[R'_T=\frac{8}{11}\Omega]{V_{MN}=4V} 4=\frac{8}{11}\times I \Rightarrow I=\frac{11}{2}=5/5A$$

خلاقیت هنرهای حرفه‌ای

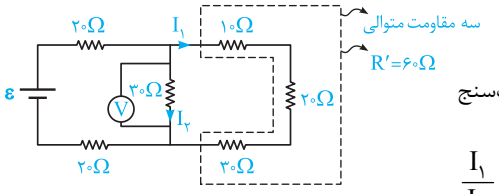
ولتاژ دو سر مقاومت معادل سه مقاومت موازی در بالا، همان V_{MN} می‌باشد (چرا؟).

$$I_1=\frac{V_{MN}}{R_1}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}A \;,\; I_2=\frac{V_{MN}}{R_2}=\frac{4}{4}=1A \;,\; I_3=\frac{V_{MN}}{R_3}=\frac{4}{1}=4A$$

$$I=I_1+I_2+I_3=5/5A$$

gajmarket.com

۱ ۱۸۲۴ ابتدا مدار را ساده می‌کنیم، با توجه به این‌که ولت‌سنج ۱۲ ولت را نشان می‌دهد و با استفاده از رابطهٔ $V = RI$، جریان $I_۲$ را محاسبه می‌کنیم:

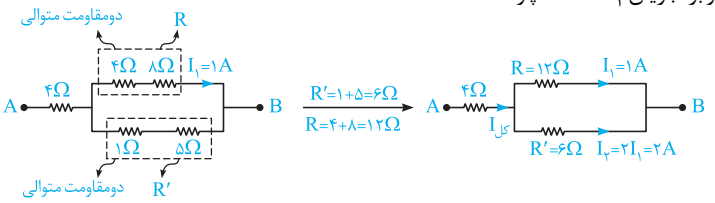


عدد ولت‌سنج : $V = RI_۲ \xrightarrow[R=۳۰\Omega]{V=۱۲} ۱۲ = ۳۰I_۲ \Rightarrow I_۲ = \frac{۱۲}{۳۰} = \frac{۴}{۱۰}A$

$$\frac{I_۱}{I_۲} = \frac{۳۰}{R'} \Rightarrow I_۱ = \frac{۱}{۲}I_۲ \xrightarrow{I_۲=۰/۴A} I_۱ = \frac{۱}{۲} \times ۰/۴ = ۰/۲A$$

($R' = ۶۰\Omega$)

۲ ۱۸۲۵ ابتدا مدار را ساده می‌کنیم، توجه شود که جریان $I_۲$، ۲ برابر جریان $I_۱$ است (چرا؟):



$$I_{کل} = I_۱ + I_۲ \xrightarrow[I_۲=۲A]{I_۱=۱A} I_{کل} = ۱ + ۲ = ۳A$$

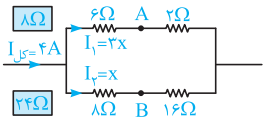
$$R_T = ۴ + \frac{۱۲ \times ۶}{۱۲ + ۶} \Rightarrow R_T = ۴ + ۴ = ۸\Omega$$

$$\Rightarrow V_{AB} = R_T I_{کل} = ۲۴V$$

نگاه دیگر: برای محاسبهٔ $V_A - V_B$ (اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B)، از نقطهٔ A حرکت کرده و به سمت نقطهٔ B می‌رویم (از مسیر مقاومت ۴Ω و ۱۲Ω عبور کرده‌ایم):

$$V_A - ۴I_{کل} - ۱۲I_۱ = V_B \Rightarrow V_A - V_B = ۴ \times ۳ + ۱۲ \times ۱ = ۲۴V$$

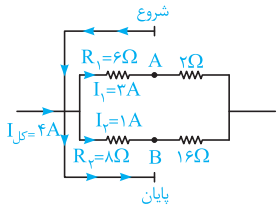
۳ ۱۸۲۶ مقاومت معادل شاخهٔ بالا ۸Ω و مقاومت معادل شاخهٔ پایین ۲۴Ω است، بنابراین مقاومت شاخهٔ بالا $\frac{۱}{۳}$ برابر شاخهٔ پایین است و جریان در شاخهٔ بالا، ۳ برابر شاخهٔ پایین است:



$$\Rightarrow I_{کل} = I_۱ + I_۲ \Rightarrow ۴ = ۳x + x \Rightarrow x = ۱ \Rightarrow \begin{cases} I_۱ = ۳A \\ I_۲ = ۱A \end{cases}$$

در ادامه از نقطهٔ A شروع به حرکت کرده و رابطهٔ بین اختلاف پتانسیل‌ها را می‌نویسیم تا به نقطهٔ B برسیم:

(در خلاف جهت جریان از $R_۱$ عبور کردیم و در جهت جریان از $R_۲$ عبور کردیم.)

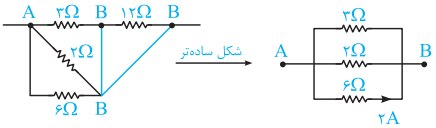


$$V_A + R_۱I_۱ - R_۲I_۲ = V_B \Rightarrow V_A + ۶ \times ۳ - ۸ \times ۱ = V_B$$

$$\Rightarrow V_B - V_A = ۱۰V \quad (\text{اختلاف پتانسیل بین A و B})$$

* به نظر شما چه‌طور می‌توان از همان ابتدا مشخص کرد که پتانسیل نقطهٔ A بیشتر است یا B؟

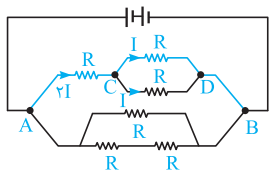
۲ ۱۸۲۷ به دلیل هم‌نام شدن دو سر مقاومت ۱۲Ω، این مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. حال سه مقاومت ۳Ω، ۲Ω و ۶Ω با یک‌دیگر موازی‌اند و با رسم یک شکل ساده‌تر، داریم:



اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B برابر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۶ اهمی می‌باشد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_{AB} = RI = ۶ \times ۲ = ۱۲V$$

۲ ۱۸۲۸ اگر جریان یکی از مقاومت‌های بین C و D را I فرض کنیم، جریان دیگری نیز برابر I است و جریان شاخهٔ بالایی برابر ۲I است. برای حل یک بار از A تا B و یک بار از C تا D حرکت می‌کنیم:



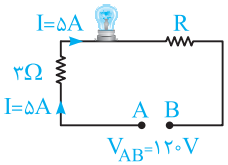
حرکت از C تا D $\Rightarrow V_C - RI = V_D \Rightarrow V_C - V_D = RI = V$

حرکت از A تا B $\Rightarrow V_A - R \times ۲I - R \times I = V_B \Rightarrow V_A - V_B = ۳RI = ۳V$

دقت: نقاط B و D هم‌پتانسیل‌اند یعنی $V_B = V_D$.

۳ ۱۸۲۹ با توجه به تمرین (۴) در خلاصه نکات (۷)، گزینهٔ (۳) صحیح است.

۴ ۱۸۳۰ با توجه به شکل روبه‌رو، ولتاژ دو سر مقاومت R برابر است با:

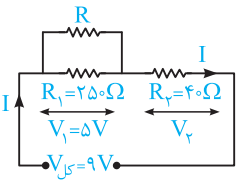


$$V_A - ۳\times I - R_{\text{لامپ}}\times I - RI = V_B \Rightarrow V_A - V_B = ۳I + R_{\text{لامپ}} I + RI$$

ولتاژ دو سر لامپ = ۸۰ ولت

$$\Rightarrow ۱۲۰ = ۳\times ۵ + ۸۰ + R\times ۵ \Rightarrow R = ۵\Omega$$

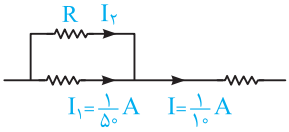
۴ ۱۸۳۱ **گام اول:** ابتدا ولتاژ مقاومت ۴۰ اهمی و جریان در مدار را به‌دست می‌آوریم:



$$V_{کل} = V_۱ + V_۲ \xrightarrow[V_۱=۵V]{V_{کل}=۹V} ۹ = ۵ + V_۲ \Rightarrow V_۲ = ۴V \Rightarrow I = \frac{V_۲}{R_۲} = \frac{۴}{۴۰} = ۰/۱A$$

گام دوم: چون دو مقاومت R و ۲۵۰Ω با هم موازی هستند، بنابراین ولتاژ آن‌ها یکسان است. بنابراین جریان مقاومت ۲۵۰Ω برابر $I_۱ = \frac{۵}{۲۵۰} = \frac{۱}{۵۰}A$ می‌باشد.

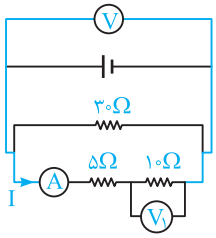
$$I = I_۱ + I_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۱۰} = \frac{۱}{۵۰} + I_۲ \Rightarrow I_۲ = \frac{۱}{۱۰} - \frac{۱}{۵۰} = \frac{۴}{۵۰}A = ۰/۰۸A$$



گام سوم: بنابراین با توجه به روابط زیر، تعداد الکترون‌های عبوری از مقاومت R در مدت یک ثانیه برابر است با:

$$q = ne = It \Rightarrow n = \frac{It}{e} = \frac{۰/۰۸\times ۱}{۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}} = ۵\times ۱۰^{۱۷}$$

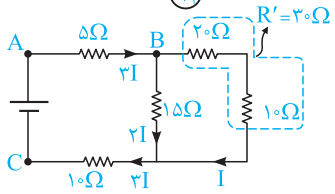
۴ ۱۸۳۲ مقاومت معادل ۵Ω و ۱۰Ω، برابر ۱۵Ω است. در ادامه با توجه به شکل مقابل و با توجه به سیم‌های آبی شده، مشخص می‌شود که ولت‌سنج به دو سر مقاومت ۱۵ اهمی متصل است و ولتاژ دو سر آن را نشان می‌دهد، بنابراین از رابطهٔ $V = RI$ جریان عبوری از آمپرسنج را محاسبه می‌کنیم:



$$V = RI \xrightarrow[R=۱۵\Omega]{V=۱۵V} ۱۵ = ۱۵I \Rightarrow I = ۱A \xrightarrow{\text{عدد ولت‌سنج}} V_۱ = ۱۰\times ۱ = ۱۰V$$

۳ ۱۸۳۳ با توجه به تمرین (۳) در خلاصه نکات (۷)، گزینهٔ (۳) صحیح است.

۴ ۱۸۳۴ اگر جریان مقاومت $R' = ۳۰\Omega$ را I در نظر بگیریم، جریان گذرنده از مقاومت ۱۵ اهمی، برابر $۲I$ است (چرا؟). بنابراین جریان گذرنده از مقاومت ۱۰ اهمی پایین، برابر $۳I$ می‌باشد. حال با پتانسیل‌نویسی از نقطهٔ B تا C می‌توان نوشت:

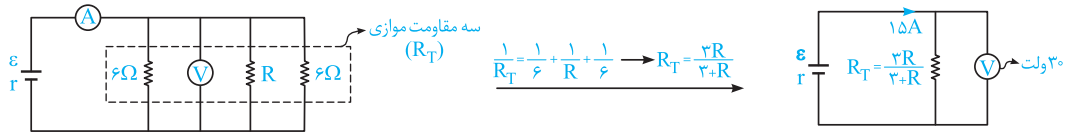


$$\text{پتانسیل‌نویسی از B تا C}: V_B - ۱۵\times(۲I) - ۱۰\times(۳I) = V_C \Rightarrow \overbrace{V_B - V_C}^{\text{عدد ولت‌سنج}} = ۶۰I \Rightarrow ۶۰I = ۶ \Rightarrow I = \frac{۱}{۱۰}A$$

حال با یک پتانسیل‌نویسی از A تا C می‌توان نوشت:

$$V_A - ۵\times(۳I) - ۱۵\times(۲I) - ۱۰\times(۳I) = V_B \Rightarrow \underbrace{V_A - V_B}_{\text{ولتاژ دو سر مولد}} = ۷۵I = ۷۵\times\frac{۱}{۱۰} = ۷/۵V$$

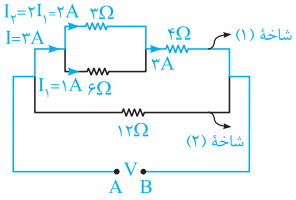
۳ ۱۸۳۵ ابتدا مقاومت معادل مدار را به‌دست می‌آوریم (دقت شود که ولت‌سنج نقشی در مدار ندارد):



مقاومت R را از رابطهٔ $V = RI$ به‌دست می‌آوریم:

$$V = R_T I \xrightarrow[R_T=\frac{۳R}{۳+R}]{V=۳۰V,\ I=۱۵A} ۳۰ = \frac{۳R}{۳+R}\times ۱۵ \Rightarrow R = ۶\Omega$$

۳ ۱۸۳۶ با توجه به این‌که مقاومت‌های ۳ و ۶ اهمی با یک‌دیگر موازی‌اند، جریان $I_۲$ دو برابر جریان $I_۱$ است (چرا؟) و جریان در کل شاخهٔ بالایی $۳A$ است. در ادامه با حرکت از A تا B در مسیر آبی شده، به سادگی $V_A - V_B$ (ولتاژ دو سر مدار) به‌دست می‌آید:

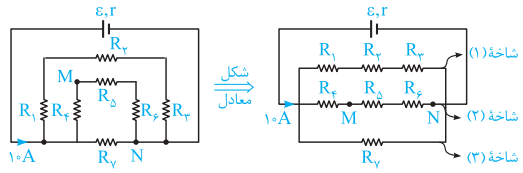


$$V_A - ۳\times ۲ - ۴\times ۳ = V_B \Rightarrow V_A - V_B = ۱۸V$$

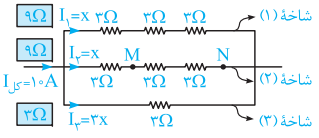
یا (۶×۱)

gajmarket.com

۱۸۳۷ ابتدا ولتسنج را از مدار حذف می‌کنیم و دو سر آن را با نقاط M و N نام‌گذاری می‌کنیم. حال تلاش می‌کنیم شکل ساده‌تری را برای مدار رسم کنیم. همان‌طور که مشاهده می‌شود، ولتسنج اختلاف پتانسیل دو سر R_5 و R_6 را نشان می‌دهد:



در ادامه با توجه به این‌که مقاومت‌ها مشابه‌اند، مقاومت معادل هر شاخه را در سمت چپ آن در یک مستطیل آبی‌رنگ می‌نویسیم:

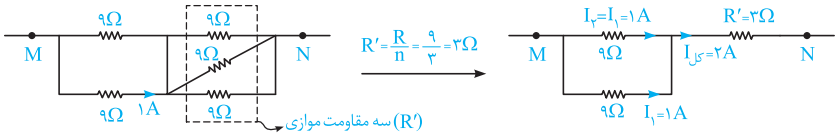


اگر جریان I_1 را x فرض کنیم، جریان I_2 نیز برابر با x است و جریان I_3 برابر با $3x$ می‌باشد (در مقاومت‌های موازی، جریان با مقاومت رابطهٔ عکس دارد):

$$I_{کل} = I_1 + I_2 + I_3 \xrightarrow[I_1 = I_2 = x]{I_{کل} = ۱۰A \,,\, I_3 = ۳x} ۱۰ = x + x + ۳x \Rightarrow x = ۲A$$

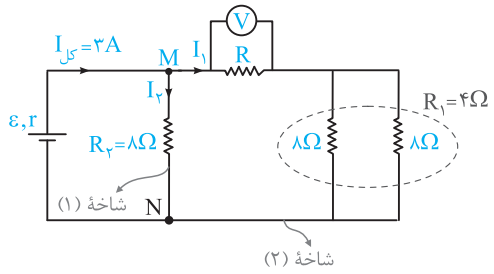
$$\text{حرکت از M تا N}: \quad V_M - R_5 I_2 - R_6 I_2 = V_N \xrightarrow{I_2 = x = ۲A} V_M - ۳\times۲ - ۳\times۲ = V_N \Rightarrow V_M - V_N = ۱۲V$$

۱۸۳۸ ابتدا مدار را کمی ساده‌تر می‌کنیم و سپس با حرکت از M تا N، حاصل $V_M - V_N$ را به‌دست می‌آوریم:



$$\text{حرکت از M تا N}: \quad V_M - ۹I_2 - ۳I_{کل} = V_N \Rightarrow V_M - V_N = ۱۵V$$

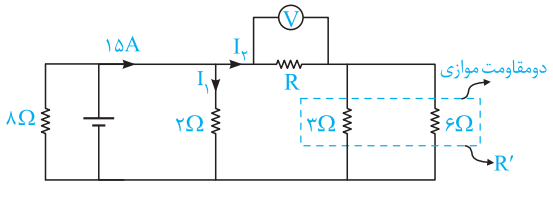
۱۸۳۹ اگر جریان عبوری از مقاومت R، برابر I_1 باشد، جریان عبوری از مقاومت $R_2 = ۸\Omega$ برابر $I_2 = I_{کل} - I_1 = ۳ - I_1$ است. بنابراین برای محاسبهٔ اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ M و N می‌توان نوشت:

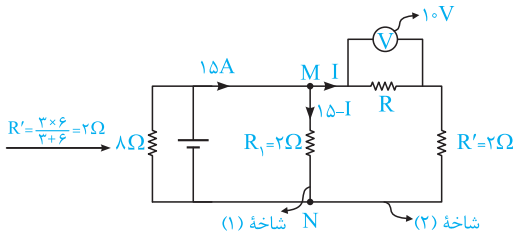


$$\begin{cases} \text{شاخهٔ (۱)} \rightarrow V_{MN} = R_2 I_2 = ۸(۳ - I_1) \\ \text{شاخهٔ (۲)} \rightarrow V_{MN} = V + R_1 I_1 = ۱۲ + ۴I_1 \end{cases} \Rightarrow ۸(۳ - I_1) = ۱۲ + ۴I_1 \Rightarrow I_1 = ۱A$$

$$\text{عدد ولتسنج}: \quad V = RI \Rightarrow ۱۲ = R \times ۱ \Rightarrow R = ۱۲\Omega$$

۱۸۴۰ ابتدا مدار را به‌شکل زیر ساده می‌کنیم. در ادامه مشابه با سؤال قبل اگر جریان مقاومت R و R' را I در نظر بگیریم، جریان مقاومت ۲Ω برابر $I - ۱۵$ است:





با توجه به شکل فوق، اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ M و N برابر است با:

$$\begin{cases} \text{شاخهٔ (۱)} \rightarrow V_{MN} = R_1 I_1 = ۲(۱۵ - I) & (I) \\ \text{شاخهٔ (۲)} \rightarrow V_{MN} = V + R' I = ۱۰ + ۲I & (II) \end{cases}$$

$$(I) \text{ و } (II) \rightarrow ۲(۱۵ - I) = ۱۰ + ۲I \Rightarrow I = ۵A$$

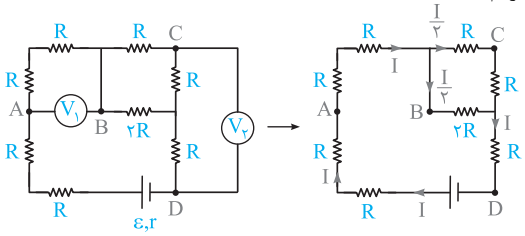
در ادامه با یک نگاه می‌توان به موازی بودن مقاومت‌های ۲Ω و ۸Ω پی برد و جریان مقاومت ۸Ω برابر است با:

$$I_{۸\Omega} = \frac{۱}{۴} I_{۲\Omega} = \frac{۱}{۴}(۱۵ - \underbrace{I}_{۵A}) = ۲/۵A$$

در ادامه تعداد الکترون‌های عبوری از مقاومت ۸ اهمی در طی ۴s برابر است با:

$$It = ne \Rightarrow ۲/۵ \times ۴ = n \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n = \frac{۱}{۱/۶} \times ۱۰^{۲۰} = ۶/۲۵ \times ۱۰^{۱۹}$$

۳ ۱۸۴۱ اگر جریان خروجی از باتری را I فرض کنیم، با حذف ولت‌سنج‌ها از روی شکل داریم:



$$\begin{cases} V_A - RI - RI = V_B \rightarrow V_۱ = V_A - V_B = ۲RI \\ V_C - R\frac{I}{۲} - RI = V_D \rightarrow V_۲ = V_C - V_D = \frac{۳}{۲}RI \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{V_۱}{V_۲} = \frac{۲RI}{\frac{۳}{۲}RI} = \frac{۴}{۳}$$

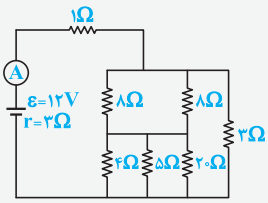
۳ ۱۸۴۲ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۸ محاسبهٔ جریان خروجی از یک باتری و توزیع آن در مدار (تست‌های ۱۸۴۲ تا ۱۸۶۶)

به موارد زیر توجه کنید:

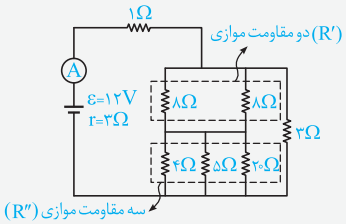
۱ در تست‌های (۱۸۴۲) تا (۱۸۵۱)، با سؤالات نسبتاً ساده‌ای روبه‌رو هستیم. در این سؤال‌ها، جریان خروجی از باتری خواسته شده است (بدون این‌که جریان در قسمتی از مدار داده شود) و برای حل باید، در گام اول مقاومت معادل مدار را به‌دست آورد و در گام دوم با کمک رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{R_T + r}$، جریان خروجی از باتری را محاسبه کرد. در این گونه از سؤالات، مقاومت معادل‌گیری مهم‌ترین کاری است که باید انجام شود.

تمرین ۱ در شکل روبه‌رو آمپرسنج چند آمپر را نشان می‌دهد؟



۱) ۰/۵
۲) ۱
۳) ۱/۵
۴) ۲

پاسخ برای حل نیاز است بتوانیم مقاومت معادل مدار را سریع حساب کنیم. به روند زیر دقت کنید:

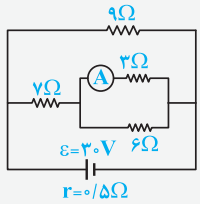


$$\Rightarrow \begin{cases} ۸\Omega \text{ و } ۸\Omega \xrightarrow{\text{موازی}} R' = \frac{۸}{۲} = ۴\Omega \\ ۴\Omega \text{ و } ۵\Omega \text{ و } ۲۰\Omega \xrightarrow{\text{موازی}} \frac{۱}{R''} = \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۵} + \frac{۱}{۲۰} \Rightarrow R'' = ۲\Omega \\ R'' \text{ و } R' \xrightarrow{\text{سری}} R_۱ = ۴ + ۲ = ۶\Omega \\ ۳\Omega \text{ و } R_۱ \xrightarrow{\text{موازی}} R_۲ = \frac{۶ \times ۳}{۶ + ۳} = ۲\Omega \\ R_T = ۲\Omega + ۱\Omega = ۳\Omega \end{cases}$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} \xrightarrow[R_T = ۳\Omega]{\varepsilon = ۱۲V \,,\, r = ۳\Omega} \text{عدد آمپرسنج}: I = \frac{۱۲}{۳ + ۳} = ۲A$$

۲ تست‌های (۱۸۵۲) تا (۱۸۶۶)، ادامهٔ سؤالات دستهٔ اول است. در این سؤالات ابتدا باید جریان خروجی از باتری را به‌دست آورد و سپس این جریان را بین مقاومت‌های مدار پخش کرد. در ادامه به تمرین زیر توجه شود.

تمرین ۲ در مدار الکتریکی شکل روبه‌رو آمپرسنج چند آمپر را نشان می‌دهد؟

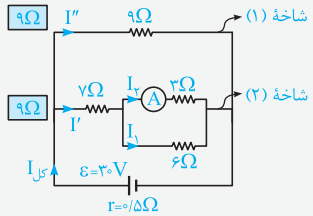


۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

پاسخ احتمالاً شما هم می‌توانید مقاومت معادل شاخهٔ پایین و مقاومت معادل کل مدار را به‌طور ذهنی محاسبه کنید. پس از محاسبهٔ مقاومت معادل جریان خروجی از باتری برابر است با:

$$R_T = ۴/۵\Omega \Rightarrow I_{\text{کل}} = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{۳۰}{۴/۵ + ۰/۵} = ۶A$$

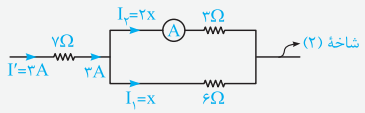
حال باید جریان خروجی را بین شاخه‌ها پخش کنیم. با توجه به این‌که مقاومت معادل شاخه‌های (۱) و (۲) با یک‌دیگر برابرند (اعداد داخل مستطیل) یعنی جریان‌های I' و I'' نیز با یک‌دیگر برابرند و مقدار آن‌ها برابر است با:



$$I' = I'' = \frac{I_{\text{کل}}}{۲} = ۳A$$

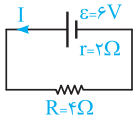
gajmarket.com

در ادامه شاخهٔ (۲) را جداگانه رسم می‌کنیم و جریان‌های عبوری از مقاومت‌های ۳ اهمی و ۶ اهمی عبارت است از (اگر جریان مقاومت۶ اهمی را x فرض کنیم، جریان مقاومت ۳ اهمی، دو برابر آن است. یعنی ۲x):



$\Rightarrow 3x=3A \Rightarrow x=1A \Rightarrow$ عدد آمپرسنج : $I_2=2x=2A$ (گزینهٔ ۲)

برای بررسی این تست، ابتدا جریان جاری‌شده در مدار را محاسبه می‌کنیم:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_T+r}\Rightarrow I=\frac{6}{4+2}=1A$$

$$q=It \xrightarrow[t=1s]{I=1A} q=1\times 1=1C$$: بار شارش شده در ۱s

در ادامه تعداد الکترون‌های عبوری از مقطع سیم را به‌دست می‌آوریم:

$$q=ne \xrightarrow[e=1/6\times 10^{-19}C]{q=1C} 1=n\times 1/6\times 10^{-19}\Rightarrow n=625\times 10^{16}=6/25\times 10^{18}$$

۳ ۱۸۴۳ آمپرسنج‌ها جریان خروجی از باتری را نشان می‌دهند. با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_T+r}$ و یکسان بودن مقاومت درونی باتری‌ها، آمپرسنجی کم‌ترین عدد را نشان می‌دهد که مقاومت معادل مداری که در آن قرار دارد، بیشترین مقدار باشد (I با R_T رابطهٔ معکوس دارد).

در گزینهٔ (۳)، کم‌ترین جریان خروجی از باتری مشاهده می‌شود. $\downarrow I=\frac{\overset{\text{ثابت}}{\varepsilon}}{\uparrow R_T+\underset{\text{ثابت}}{r}} \xrightarrow[\text{بیش‌ترین مقدار را دارد.}]{\text{در حالت سری } R_T}$

* به عنوان تمرین، مقاومت معادل در ۴ شکل را محاسبه کرده و اعدادی را که آمپرسنج‌های گزینه‌های (۱) تا (۴) نشان می‌دهند به‌ترتیب بزرگی مرتب کنید. (پاسخ: $I_2>I_4>I_1>I_3$).

۱ ۱۸۴۴ این سؤال را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: اگر سه مقاومت R را به‌طور متوالی ببندیم، مقاومت معادل برابر $3R$ شده و با توجه به جریان خروجی از باتری می‌توان نوشت:

رابطهٔ (۱): $I=\frac{\varepsilon}{R_T+r} \xrightarrow[R_T=3R]{I=1/5A\ ,\ r=R} 1/5=\frac{\varepsilon}{3R+R}\Rightarrow 1/5=\frac{\varepsilon}{4R}\Rightarrow \frac{\varepsilon}{R}=6$

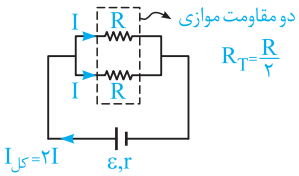
حالت دوم: اگر سه مقاومت R را به‌طور موازی ببندیم، مقاومت معادل برابر $R'_T=\frac{R}{3}$ می‌شود و داریم:

رابطهٔ (۲): $I'=\frac{\varepsilon}{R'_T+r} \xrightarrow[r=R]{R'_T=\frac{R}{3}} I'=\frac{\varepsilon}{\frac{R}{3}+R}=\frac{3}{4}\times\frac{\varepsilon}{R}$

$\xrightarrow{\text{رابطهٔ (۱) و (۲)}} I'=\frac{3}{4}\times\frac{\varepsilon}{R} \xrightarrow{\frac{\varepsilon}{R}=6}$ جریان خروجی از باتری در حالت دوم : $I'=\frac{3}{4}\times 6=4/5A$

۲ ۱۸۴۵ مسأله را در دو حالت زیر بررسی می‌کنیم:

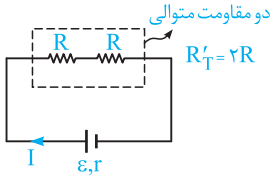
حالت اول: اگر دو مقاومت R موازی بسته شوند، مدار به‌شکل مقابل است. حال اگر جریان هر مقاومت را I فرض کنیم، جریان کل برابر $2I$ است:



$R_T=\frac{R}{2}$

رابطهٔ (۱): $I_{کل}=2I=\frac{\varepsilon}{R_T+r} \xrightarrow{R_T=\frac{R}{2}} I_{کل}=2I=\frac{\varepsilon}{\frac{R}{2}+r}$

حالت دوم: اگر دو مقاومت متوالی بسته شوند، طبق صورت سؤال، شدت جریان عبوری از هر مقاومت مجدداً برابر I است و جریان کل نیز برابر I می‌باشد. در این حالت مدار به‌شکل مقابل است:



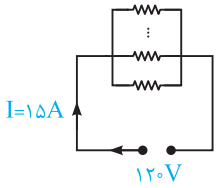
$R'_T=2R$

رابطهٔ (۲): $I=\frac{\varepsilon}{R'_T+r} \xrightarrow{R'_T=2R} I=\frac{\varepsilon}{2R+r}$

با توجه به روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases} \text{(۱) رابطهٔ : } I_{کل}=2I=\dfrac{\varepsilon}{\frac{R}{2}+r} \\ \text{(۲) رابطهٔ : } I=\dfrac{\varepsilon}{2R+r} \end{cases} \Rightarrow 2\times\frac{\cancel{\varepsilon}}{2R+r}=\frac{\cancel{\varepsilon}}{\frac{R}{2}+r}\Rightarrow r=R$$

۳ ۱۸۴۶ در حالت موازی با اتصال تعداد مقاومت‌های یکسان، می‌توان جریان بیشتری را ایجاد کرد (زیرا مقاومت معادل در حالت اتصال موازی مقدار کمتری نسبت به اتصال‌های دیگر دارد). حال فرض کنید n مقاومت ۴۰ اهمی را به‌صورت موازی متصل کرده‌ایم، در این حالت شدت جریان باتری برابر است با:



$$R_T=\frac{۴۰}{n} \quad , \quad I=\frac{V}{R_T}\Rightarrow ۱۵=\frac{۱۲۰}{\left(\frac{۴۰}{n}\right)}\Rightarrow n=۵$$

دقت: اگر n عدد صحیح به‌دست نیاید، این موضوع یعنی در حالت اتصال موازی نمی‌توان به خواستهٔ سؤال رسید.

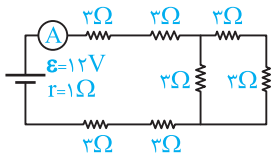
۱ ۱۸۴۷ جریان عبوری از باتری برابر است با $(R_۱=۱۰۰k\Omega=۰/۱M\Omega)$:

$$R_T=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}=\frac{۰/۱\times ۲}{۰/۱+۲}=\frac{۰/۲}{۲/۱}=\frac{۲}{۲۱}M\Omega$$

$$I_{\text{کل}}=\frac{\varepsilon}{R_T+r}=\frac{۲۰}{\frac{۲}{۲۱}\times ۱۰^{۶}+۰}=۲۱۰\times ۱۰^{-۶}A=۰/۲۱mA$$

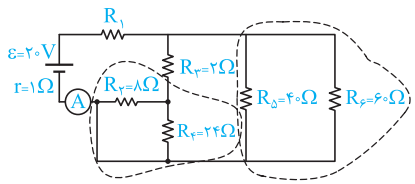
دقت کنید که در محاسبهٔ مقاومت معادل، مقدار هر یک از مقاومت‌ها را بر حسب مگا اهم قرار دادیم و در نتیجه مقاومت معادل بر حسب مگا اهم به دست آمد.

۴ ۱۸۴۸ محاسبهٔ مقاومت معادل در این مدار کار بسیار ساده‌ای است و مقاومت معادل این مدار برابر ۱۴ اهم به‌دست می‌آید (تمرین بر عهدهٔ دانش‌آموزان عزیز). در ادامه مقداری که آمپرسنج نشان می‌دهد (یعنی همان جریان خروجی از باتری) برابر است با:



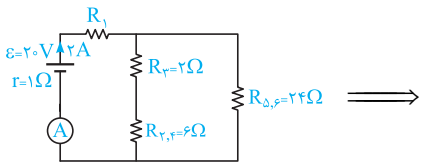
$$I=\frac{\varepsilon}{R_T+r}\xrightarrow[R_T=۱۴\Omega]{\varepsilon=۱۲V\ ,\ r=۱\Omega} I=\frac{۱۲}{۱۴+۱}=\frac{۱۲}{۱۵}=\frac{۴}{۵}A$$

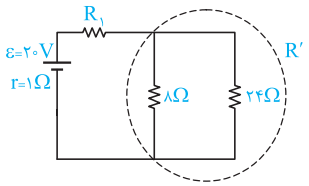
۱ ۱۸۴۹ برای محاسبهٔ جریان آمپرسنج (که همان جریان کل عبوری از باتری است)، ابتدا مقاومت معادل دو سر باتری را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید که مقاومت‌های $R_۲$ و $R_۴$ به‌صورت موازی به هم بسته شده‌اند:



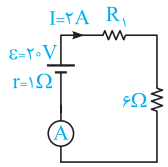
$$\begin{cases} R_۵ \text{ موازی با } R_۶ \Rightarrow R_{۵,۶}=\frac{۶۰\times ۴۰}{۶۰+۴۰}=۲۴\Omega \\ R_۲ \text{ موازی با } R_۴ \Rightarrow R_{۲,۴}=\frac{۲۴\times ۸}{۲۴+۸}=۶\Omega \end{cases}$$

و این مدار به‌صورت مقابل ساده می‌شود:





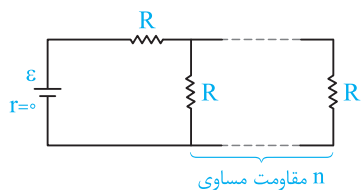
$$R'=\frac{۲۴\times ۸}{۲۴+۸}=۶\Omega$$



$$\text{جریان آمپرسنج}=I=\frac{\varepsilon}{r+(R_۱+۶)}\Rightarrow ۲=\frac{۲۰}{۱+(R_۱+۶)}\Rightarrow R_۱=۳\Omega$$

۳ ۱۸۵۰ کافیست مقاومت معادل را در دو حالت داشته باشیم:

$$R_{T_۲}=R+\frac{R}{n+۱}\ ,\ R_{T_۱}=R+\frac{R}{n}$$



$$I_۲=\frac{۱۶}{۱۵}I_۱\Rightarrow\frac{\varepsilon}{R_{T_۲}+۰}=\frac{۱۶}{۱۵}\frac{\varepsilon}{R_{T_۱}+۰}$$

$$\frac{R_{T_۲}}{R_{T_۱}}=\frac{۱۵}{۱۶}\Rightarrow\frac{R+\frac{R}{n+۱}}{R+\frac{R}{n}}=\frac{۱+\frac{۱}{n+۱}}{۱+\frac{۱}{n}}=\frac{\frac{n+۲}{n+۱}}{\frac{n+۱}{n}}=\frac{n(n+۲)}{(n+۱)^۲}=\frac{۱۵}{۱۶}\xrightarrow{\text{چک گزینه‌ها}}n=۳$$

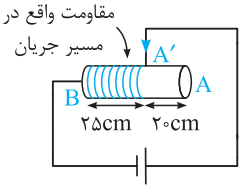
بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

۴ ۱۸۵۱ **گام اول:** در حالت اول، کل طول جسم رسانای AB در مسیر جریان قرار دارد و مقاومت R_{AB} برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_{AB}+r}\Rightarrow ۱=\frac{۱۰}{R_{AB}+۱}\Rightarrow R_{AB}=۹\Omega$$

gajmarket.com

گام دوم: اگر لغزنده ۲۰ cm به سمت چپ جابه‌جا شود، تنها ۲۵ cm از جسم رسانا در مسیر جریان قرار می‌گیرد و در این حالت مقاومت واقع در مسیر جریان برابر است با:

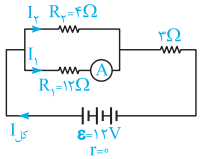


$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\frac{R_{A'B}}{R_{AB}}=\frac{L_{A'B}}{L_{AB}}$$

$$\frac{R_{A'B}}{۹}=\frac{۲۵}{۴۵}\Rightarrow R_{A'B}=۵\Omega$$

عدد آمپرسنج در حالت دوم: $I'=\frac{\varepsilon}{R_{A'B}+r}=\frac{۱۰}{۵+۱}=\frac{۵}{۳}A$

۱۸۵۲ ۲ ابتدا جریان کل I را با توجه به شکل مقابل به‌دست می‌آوریم:



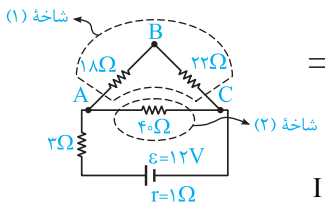
$$R_T=\frac{۴\times۱۲}{۴+۱۲}+۳=۶\Omega$$

$$I_{\text{کل}}=\frac{\varepsilon}{R_T+r}\Rightarrow I_{\text{کل}}=\frac{۱۲}{۶+۰}=۲A$$

حال باید جریان کل I را بین دو شاخهٔ (۱) و (۲) پخش کنیم. اگر جریان $I_۱$ را x فرض کنیم، جریان $I_۲$ برابر با $۳x$ می‌شود (چرا؟) و داریم:

$$I_۱+I_۲=۲A\rightarrow x+۳x=۲A\rightarrow x=۰/۵A\rightarrow \text{عدد آمپرسنج}=I_۱=x=۰/۵A$$

۱۸۵۳ ۲ مقاومت معادل برابر است با:



$$\Rightarrow\begin{cases}۱۸\Omega\ \text{و}\ ۲۲\Omega\xrightarrow{\text{سری}}R_۱=۴۰\Omega\\ ۴۰\Omega\ \text{و}\ R_۱\xrightarrow{\text{موازی}}R_۲=\frac{۴۰}{۲}=۲۰\Omega\\ ۳\Omega\ \text{و}\ R_۲\xrightarrow{\text{سری}}R_T=۲۰+۳=۲۳\Omega\end{cases}$$

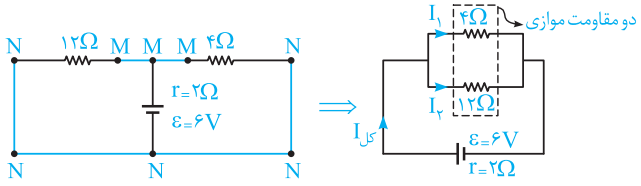
$$I_{\text{کل}}=\frac{\varepsilon}{R_T+r}\xrightarrow[R_T=۲۳\Omega]{\varepsilon=۱۲V\ ,\ r=۱\Omega}I_{\text{کل}}=\frac{۱۲}{۲۳+۱}=\frac{۱}{۲}A$$

حال باید جریان کل I را بین دو شاخهٔ (۱) و (۲) پخش کنیم. با توجه به این‌که مقاومت معادل شاخه‌های (۱) و (۲) با یک‌دیگر برابر است، بنابراین جریان آن‌ها نیز با یک‌دیگر برابر است:

$$I_۱=I_۲=\frac{۱}{۴}A\Rightarrow V_{AB}=۱۸I_۱=\frac{۱۸}{۴}=۴/۵V$$

۱۸۵۴ ۳ با توجه به شکل زیر، دو مقاومت ۴ و ۱۲ اهمی با یک‌دیگر موازی‌اند که هر دو به دو سر باتری متصل شده‌اند (نقاط M و N)، بنابراین این مدار را می‌توان به صورت زیر ساده‌تر کرد:

$$R_T=\frac{۱۲\times۴}{۱۲+۴}=۳\Omega\Rightarrow I_{\text{کل}}=\frac{\varepsilon}{R_T+r}=\frac{۶}{۳+۲}=\frac{۶}{۵}A$$



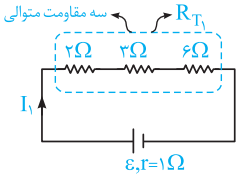
حال باید جریان کل را بین دو مقاومت پخش کنیم. در این مدار اگر جریان $I_۲$ را x فرض کنیم، جریان $I_۱$ برابر با $۳x$ است، بنابراین داریم:

$$I_{\text{کل}}=I_۱+I_۲\xrightarrow[I_۱=۳x]{I_{\text{کل}}=\frac{۶}{۵}A\ ,\ I_۲=x}\frac{۶}{۵}=۳x+x\Rightarrow x=\frac{۳}{۱۰}A$$

$$I_۱=۳x\xrightarrow{x=\frac{۳}{۱۰}}I_۱=۳\times\frac{۳}{۱۰}=\frac{۹}{۱۰}A:\ \text{جریان مقاومت ۴ اهمی}$$

۱۸۵۵ ۲ در هر دو حالت، مدار را بررسی می‌کنیم:

حالت متوالی:



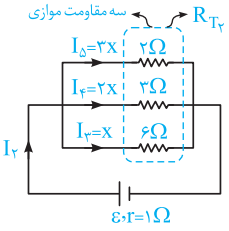
$$R_{T_۱}=۲+۳+۶=۱۱\Omega\ ,\ I_۱=\frac{\varepsilon}{R_{T_۱}+r}=\frac{\varepsilon}{۱۱+۱}=\frac{\varepsilon}{۱۲}$$

جریان مقاومت ۲ اهمی در حالت متوالی $=I_۱=\frac{\varepsilon}{۱۲}$

حالت موازی:

$$\frac{۱}{R_{T_۲}}=\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}=\frac{۳+۲+۱}{۶}=۱\Rightarrow R_{T_۲}=۱\Omega\ ,\ I_۲=\frac{\varepsilon}{R_{T_۲}+r}=\frac{\varepsilon}{۱+۱}=\frac{\varepsilon}{۲}$$

جریان $I_۲$ بین سه مقاومت موازی تقسیم می‌شود. اگر جریان مقاومت ۶ اهمی را x فرض کنیم، داریم:



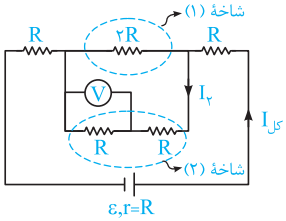
$$I_۲=I_۳+I_۴+I_۵=x+۲x+۳x=۶x\Rightarrow x=\frac{۱}{۶}I_۲=\frac{۱}{۶}\left(\frac{\varepsilon}{۲}\right)=\frac{\varepsilon}{۱۲}$$

$$\text{جریان مقاومت ۲ اهمی در حالت موازی}=I_۵=۳x=۳\left(\frac{\varepsilon}{۱۲}\right)$$

بنابراین در مقایسهٔ دو حالت، داریم:

$$\Rightarrow\frac{I_۵}{I_۱}=\frac{۳\left(\frac{\varepsilon}{۱۲}\right)}{\frac{\varepsilon}{۱۲}}=۳$$

۳ ۱۸۵۶ **گام اول:** مقاومت معادل خارجی مدار برابر $R_T=۳R$ می‌باشد (چرا؟). بنابراین جریان کل مدار برابر است با:



$$I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_T+r}=\frac{\varepsilon}{۳R+R}=\frac{\varepsilon}{۴R}$$

گام دوم: از طرفی جریان عبوری از شاخهٔ پایین (شاخهٔ ۲)، نصف جریان کل مدار می‌باشد (چون مقاومت دو شاخهٔ ۱ و ۲ با هم برابر است).

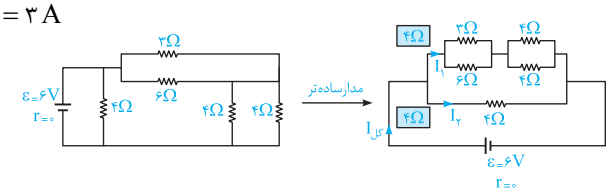
$$I_۲=\frac{۱}{۲}I_{کل}=\frac{\varepsilon}{۸R}$$

گام سوم: عدد ولت‌سنج برابر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R در شاخهٔ ۲ می‌باشد.

$$\text{عدد ولت‌سنج}: V=RI_۲=R\times\frac{\varepsilon}{۸R}=\frac{\varepsilon}{۸}\Rightarrow\frac{V}{\varepsilon}=\frac{۱}{۸}$$

۱ ۱۸۵۷ **گام اول:** ابتدا مدار را ساده‌تر رسم می‌کنیم و جریان کل را به‌دست می‌آوریم:

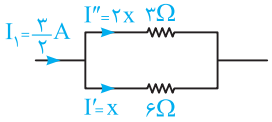
$$R_T=۲\Omega\Rightarrow I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_T+r}=\frac{۶}{۲+۰}=۳A$$



گام دوم: جریان کل را بین دو شاخه پخش می‌کنیم. با توجه به برابر بودن مقاومت دو شاخه، جریان $I_۱$ و $I_۲$ با یک‌دیگر برابر است و داریم:

$$I_۱=I_۲=\frac{I_{کل}}{۲}=\frac{۳}{۲}A$$

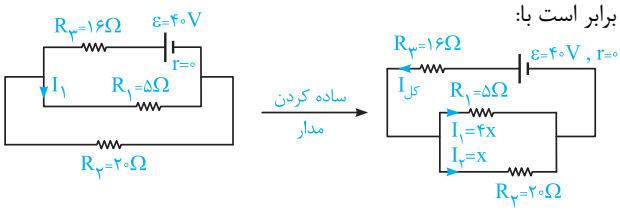
در ادامه، مقاومت‌های ۳Ω و ۶Ω از شاخهٔ بالایی را جداگانه رسم می‌کنیم:



$$I_۱=x+۲x=\frac{۳}{۲}A\rightarrow x=\frac{۱}{۲}A$$

$$\text{جریان مقاومت ۶ اهمی}: I'=x=\frac{۱}{۲}A=۰/۵A$$

۲ ۱۸۵۸ ابتدا مدار را کمی ساده‌تر رسم می‌کنیم. مقاومت معادل این مدار برابر است با:



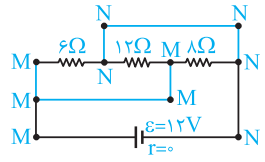
$$R_T=۱۶+\frac{۵\times۲۰}{۵+۲۰}=۲۰\Omega$$

$$I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_T+r}=\frac{۴۰}{۲۰+۰}=۲A$$

در ادامه اگر جریان $I_۲$ را x فرض کنیم، جریان $I_۱$ برابر با $۴x$ است و داریم:

$$I_{کل}=I_۱+I_۲\Rightarrow ۲=۴x+x\Rightarrow x=\frac{۲}{۵}A\Rightarrow I_۱=۴x=۱/۶A$$

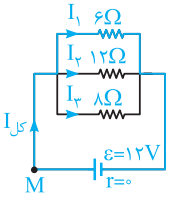
۲ ۱۸۵۹ از روی شکل مشاهده می‌شود که دو سر هر سه مقاومت به دو نقطهٔ M و N متصل است، بنابراین هر سه مقاومت با یک‌دیگر موازی‌اند و می‌توان مدار را به شکل سادهٔ مقابل رسم کرد. در ادامه با یک دور چرخیدن در مسیر آبی نشان داده شده در شکل (۲)، $I_۱$ به‌دست می‌آید:



(۱)

$$V_M-۶I_۱+۱۲=V_M\Rightarrow I_۱=۲A$$

نگاه دیگر: چون هر سه مقاومت موازی‌اند و مقاومت داخلی مولد صفر است ولتاژ $۱۲V$ به هر سه مقاومت از جمله مقاومت ۶ اهمی می‌رسد، بنابراین جریان آن برابر است با:



(۲)

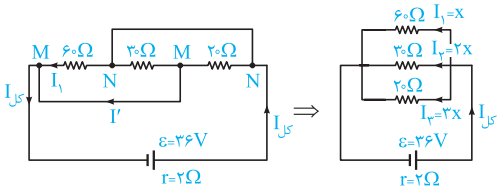
$$V=RI\Rightarrow ۱۲=۶\times I\Rightarrow I=۲A$$

دقت کنید که اگر $r\neq۰$ باشد، دیگر نمی‌توانستیم از این روش استفاده کنیم، زیرا ولتاژ دو سر مقاومت‌ها دیگر برابر $۱۲V$ نیست (این موضوع را در قسمت بعد بررسی می‌کنیم).

* به‌عنوان تمرین با محاسبهٔ $I_{کل}$ و پخش جریان بین سه مقاومت نیز این سؤال را حل کنید.

gajmarket.com

۳ ۱۸۶۰ مطابق شکل زیر، با نام‌گذاری گره‌های مدار، مشاهده می‌کنیم که هر سه مقاومت با هم موازی هستند. در ادامه برای محاسبهٔ جریان I'، باید جریان مقاومت 60Ω و جریان کل را محاسبه کنیم و در گرهٔ M در سمت چپ (یا سمت راست)، قانون جریان را بنویسیم:

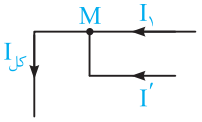


$$\frac{1}{R_T}=\frac{1}{60}+\frac{1}{30}+\frac{1}{20}=\frac{1+2+3}{60}=\frac{1}{10}\Rightarrow R_T=10\Omega$$

$$I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_T+r}=\frac{36}{10+2}=3\,A$$

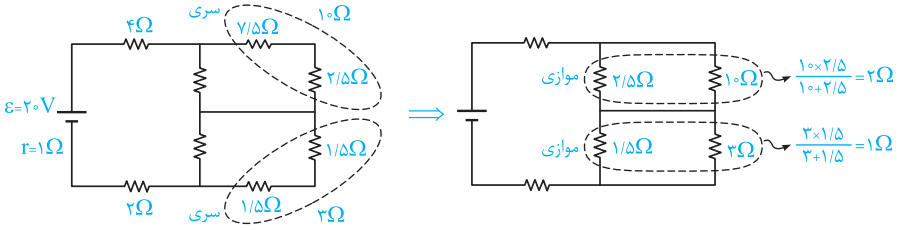
در ادامه اگر جریان در مقاومت ۶۰ اهمی را x بنامیم، داریم:

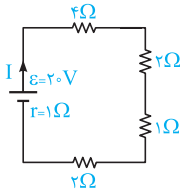
$$I_{کل}=I_1+I_2+I_3\Rightarrow 3=x+2x+3x\Rightarrow x=\frac{1}{2}A\Rightarrow I_1=x=\frac{1}{2}A$$



$$\text{گره M}: I_1+I'=I_{کل}\Rightarrow\frac{1}{2}+I'=3\Rightarrow I'=\frac{5}{2}=2/5\,A$$

۱ ۱۸۶۱ آمپرسنج ایده‌آل را مانند یک سیم بدون مقاومت درنظر می‌گیریم و ابتدا مقاومت معادل مدار را محاسبه کرده تا بتوانیم جریان اصلی مدار را به‌دست آوریم:

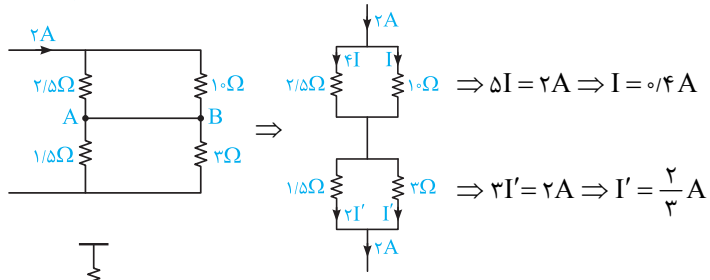




$$\Rightarrow R_T=4+2+1+2=9\Omega$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R_T+r}=\frac{20}{9+1}=2\,A$$

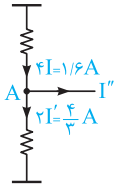
حال جریان ۲A را بین مقاومت‌های موازی توزیع کرده و داریم:



$$\Rightarrow 5I=2A\Rightarrow I=0/4\,A$$

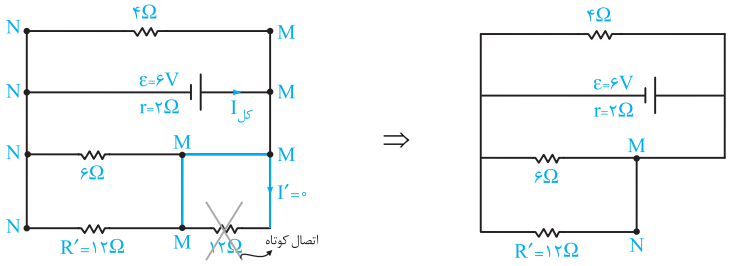
$$\Rightarrow 3I'=2A\Rightarrow I'=\frac{2}{3}A$$

در ادامه با بررسی قانون جریان در گرهٔ A عدد آمپرسنج برابر است با:

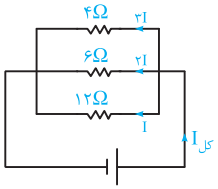


$$1/6=I''+\frac{4}{3}\Rightarrow I''=\frac{16}{10}-\frac{4}{3}=\frac{4}{15}A$$

۱ ۱۸۶۲ برای حل این سؤال، ابتدا جریان کل مدار را به دست آورده و سپس آن را در مدار پخش می‌کنیم. دقت شود که دو سر مقاومت ۱۲ اهمی در سمت راست، هم‌نام شده است. بنابراین این مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. به عبارت دیگر، جریان عبوری از این مقاومت برابر صفر است.



در ادامه سه مقاومت ۴Ω، ۶Ω و $R'=12\Omega$ با یکدیگر موازی هستند (چرا؟)، بنابراین مقاومت معادل این مدار برابر است با:



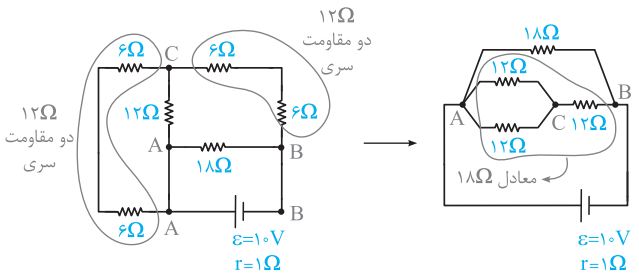
$$\frac{1}{R_T}=\frac{1}{4}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{3+2+1}{12}=\frac{1}{2}\Rightarrow R_T=2\Omega\Rightarrow I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_T+r}=\frac{6}{2+2}=1/5\,A$$

در ادامه اگر جریان مقاومت ۱۲ اهمی را برابر I فرض کنیم، می‌توان نوشت:

$$I+2I+3I=I_{کل}\Rightarrow 6I=1/5\Rightarrow I=0/25\,A$$

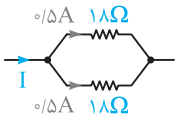
با توجه به شکل مدار که در آن نقاط نام‌گذاری شده است، جریان عبوری از سیم MN، همان جریان عبوری از مقاومت $R'=12\Omega$ است $(I_{MN}=I=0/25\,A)$.

۳ ۱۸۶۳ ابتدا به کمک تکنیک نام‌گذاری، مدار را کمی ساده‌تر می‌کنیم:



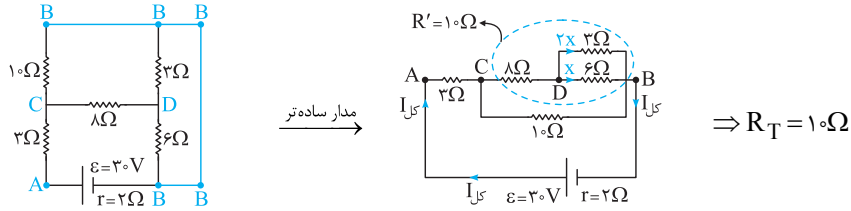
$$\text{مقاومت شاخهٔ پایینی}=12+\frac{12}{2}=18\Omega\Rightarrow R_T=\frac{18}{2}=9\Omega$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R_T+r}=\frac{10}{9+1}=1\,A$$



$\rightarrow$ عدد آمپرسنج $=0/5\,A$

۳ ۱۸۶۴ **گام اول:** ابتدا به کمک نام‌گذاری نقاط، یک مدار ساده‌تر رسم کرده و در ادامه مقاومت معادل و جریان کل مدار را به دست می‌آوریم:



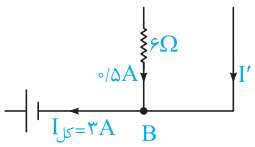
$$\Rightarrow R_T=10\Omega$$

$$R_T=8\Omega\Rightarrow I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_T+r}=\frac{30}{8+2}=3\,A$$

گام دوم: حال به کمک تکنیک‌های پخش جریان، مقدار جریان عبوری مقاومت ۶ اهمی را به‌دست می‌آوریم. همان‌طور که محاسبه کردیم، $I_{کل}=3\,A$ است، بنابراین جریان عبوری از شاخهٔ بالا برابر ۱/۵A است (چرا؟). حال این جریان بین دو مقاومت ۳ اهمی و ۶ اهمی تقسیم می‌شود.

$$x+2x=1/5\Rightarrow x=0/5A\Rightarrow$$ جریان ۰/۵A از مقاومت ۶ اهمی عبور می‌کند.

گام سوم: حال با توجه به شکل مدار اصلی و نوشتن قانون جریان در گرهٔ B، جریان I' به دست می‌آید:

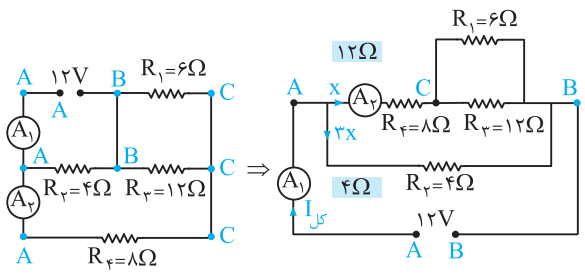


$$0/5+I'=3\Rightarrow I'=2/5A$$

۳ ۱۸۶۵ ابتدا به کمک نامگذاری نقاط، یک مدار ساده‌تر را رسم می‌کنیم. با توجه به این مدار ساده‌تر، در این مدار $R_T=3\Omega$ است (چرا؟) در ادامه جریان کل مدار را یافته و در مدار پخش می‌کنیم:

$$R_T=3\Omega$$

$$I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_T+r}=\frac{12}{3+0}=4A\Rightarrow (1)\text{ عدد آمپرسنج}=I_{کل}=4A$$

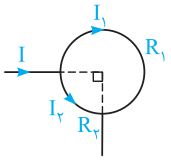


اگر جریان آمپرسنج (۲) را برابر x در نظر بگیریم، جریان عبوری از مقاومت R_2، برابر ۳x خواهد بود (چون مقاومت شاخهٔ پایین، $\frac{1}{3}$ برابر مقاومت معادل شاخهٔ بالا است). بنابراین می‌توان نوشت:

$$I_{کل}=x+3x\Rightarrow 4=4x\Rightarrow x=1A\Rightarrow (2)\text{ عدد آمپرسنج}=x=1A$$

gajmarket.com

۱۸۶۶ ۲ مطابق شکل زیر، هنگامی که جریان I به حلقه می‌رسد به دو قسمت تقسیم می‌شود. ابتدا باید اندازهٔ مقاومت‌های $R_۱$ (یعنی مقاومت $\frac{۳}{۴}$ حلقه) و $R_۲$ (یعنی مقاومت $\frac{۱}{۴}$ حلقه) را به‌دست آوریم. چون مقاومت با طول سیم رابطهٔ مستقیم دارد، داریم:



$$\begin{cases} R_۱ = \frac{۳}{۴}R = \frac{۳}{۴}(۲۴) = ۱۸\Omega \\ R_۲ = \frac{۱}{۴}R = \frac{۱}{۴}(۲۴) = ۶\Omega \end{cases} \xrightarrow{\text{موازی هستند}} R_T = \frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲} = \frac{۱۸\times۶}{۱۸+۶} = ۴/۵\Omega$$

حال می‌توانیم اندازهٔ جریان عبوری از مدار را به‌دست آوریم:

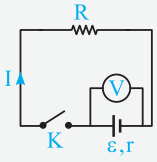
$$I = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{۹}{۴/۵ + ۱/۵} = \frac{۳}{۲}A$$

حال اگر جریان مقاومت $R_۱$ برابر $I_۱ = x$ باشد، جریان مقاومت $R_۲$ برابر $I_۲ = ۳x$ می‌باشد (چرا؟). بنابراین داریم:

$$I = I_۱ + I_۲ = x + ۳x \Rightarrow \frac{۳}{۲} = ۴x \Rightarrow x = \frac{۳}{۸}A \Rightarrow I_۲ = ۳x = ۳\times\frac{۳}{۸} = \frac{۹}{۸}A$$

۱۸۶۷ ۳ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۹ — افت پتانسیل در باتری (تست‌های ۱۸۶۷ تا ۱۸۹۳)



در این خلاصه نکات می‌خواهیم به بررسی تأثیر مقاومت درونی باتری بر روی مدار بپردازیم. به همین منظور شکل مقابل را که یک ولت‌سنج به دو سر یک باتری متصل شده است، در نظر بگیرید:

هنگامی که کلید K باز است و جریان از باتری عبور نمی‌کند، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد برابر نیروی محرکهٔ باتری (ε) است، اما وقتی کلید K را می‌بندیم و جریان از باتری عبور می‌کند، مشاهده می‌شود عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد کم‌تر از نیروی محرکهٔ باتری (ε) است. به‌عبارت دیگر پتانسیل الکتریکی اندکی افت (کاهش) داشته است. افت پتانسیل در باتری به دلیل وجود مقاومت درونی باتری (r) است.

مثال برای درک بهتر:
$$\begin{cases} \varepsilon = ۲V \xrightarrow[\text{شدن کلید}]{\text{پس از بسته}} \text{عدد ولت‌سنج} = ۱/۸V \\ \text{افت پتانسیل} = ۲ - ۱/۸ = ۰/۲V \end{cases}$$

نکات مهم و کاربردی

۱ افت پتانسیل در باتری با شدت جریان عبوری از آن متناسب است و برابر اختلاف ولتاژ دو سر باتری و نیروی محرکهٔ آن است:

$$\varepsilon - V = rI \quad (\text{افت پتانسیل})$$

۲ با توجه به رابطهٔ فوق، اگر جریان I از درون یک باتری با نیروی محرکهٔ ε و مقاومت درونی r عبور کند، ولتاژ دو سر باتری برابر است با:

$$V = \varepsilon - rI$$

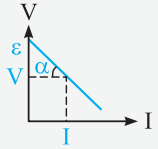
۳ افت پتانسیل در باتری (که از رابطهٔ rI به‌دست می‌آید) در موارد زیر ناچیز است:

الف) شدت جریان در مدار صفر باشد: این حالت وقتی اتفاق می‌افتد که در مسیر اصلی مدار یک ولت‌سنج یا یک کلید باز قرار بگیرد و این دو مورد باعث قطع جریان در مدار می‌شود.

ب) مقاومت درونی پیل صفر باشد: این حالت زمانی اتفاق می‌افتد که باتری ایده‌آل باشد.

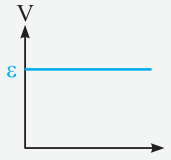
$rI = ۰$: افت پتانسیل
- $I = ۰$ ← ولت‌سنج در مسیر اصلی مدار قرار بگیرد. / کلید باز در مسیر اصلی مدار قرار بگیرد.
- $r = ۰$ ← باتری ایده‌آل باشد.

۴ نمودار ولتاژ دو سر باتری برحسب شدت جریان عبوری از آن در دو حالت باتری ایده‌آل $(r = ۰)$ و غیرایده‌آل $(r \neq ۰)$ به‌صورت زیر است:



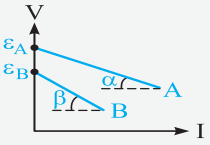
باتری غیرایده‌آل: $V = \varepsilon - rI$: ولتاژ دو سر باتری $\Rightarrow r \neq ۰$

$$|\text{شیب نمودار}| = |\tan\alpha| = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{\varepsilon - V}{I} = \frac{rI}{I} = r$$



باتری ایده‌آل: $r = ۰ \Rightarrow$ ولتاژ دو سر باتری : $V = \varepsilon$

۵ در حالت کلی، شیب نمودارهای مقابل، برابر مقاومت درونی مولد و عرض از مبدأ آن برابر نیروی محرکهٔ مولد می‌باشد.

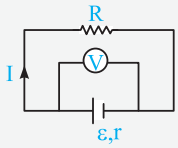


با توجه به این موضوع، در مقایسهٔ ε و r برای مولدهای A و B داریم:

با توجه به عرض از مبدأ $\Rightarrow \varepsilon_A > \varepsilon_B$

با توجه به شیب هر نمودار $\Rightarrow |\tan\beta| > |\tan\alpha| \Rightarrow r_B > r_A$

۶ نکتهٔ بسیار مهمی که در مدارهای به شکل مقابل باید به آن توجه کرد این است که ولت‌سنج علاوه بر اختلاف پتانسیل دو سر باتری، ولتاژ دو سر مقاومت R را نیز نشان می‌دهد.



$$\begin{cases} \text{عدد ولت‌سنج} = \varepsilon - rI \\ \text{عدد ولت‌سنج} = RI \end{cases}$$

حال برای درک بهتر مفاهیم ارائه شده، به تمرین‌های زیر توجه کنید:

تمرین ۱ **افت پتانسیل در مقاومت داخلی پیل (مولد) روبه‌رو ۰/۲۵ ولت و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت ۲/۵ اهمی برابر ۱/۲۵ ولت است. نیروی محرکه (برحسب ولت) و مقاومت داخلی مولد (برحسب اهم) از راست به چپ برابر است با:**

۱) ۱/۵ ، ۰/۵ ۲) ۲/۵ ، ۰/۵ ۳) ۰/۵ ، ۱/۵ ۴) ۱/۵ ، ۲/۵

پاسخ در این مدار، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت برابر با اختلاف پتانسیل دو سر پیل است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$V = 1/25\,V \quad , \quad \text{افت پتانسیل} = rI = 0/25\,V \quad , \quad \varepsilon = ?$$

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow 1/25 = \varepsilon - 0/25 \Rightarrow \varepsilon = 1/5\,V$$

بررسی ولتاژ دو سر مقاومت : $V = RI \Rightarrow 1/25 = 2/5I \Rightarrow I = 0/5\,A$

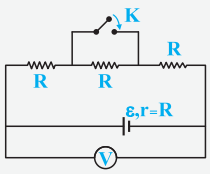
اکنون با داشتن شدت جریان و افت پتانسیل، می‌توان مقاومت درونی پیل را به‌دست آورد:

(گزینهٔ ۱) $\text{افت پتانسیل} = rI = 0/25\,V \Rightarrow r \times \frac{1}{2} = 0/25 \Rightarrow r = 0/5\,\Omega$

نگاه دیگر:

$$\frac{\text{افت پتانسیل}}{\text{ولتاژ دو سر باتری}} = \frac{rI}{RI} = \frac{r}{R} \Rightarrow \frac{0/25}{1/25} = \frac{r}{2/5} \Rightarrow r = 0/5\,\Omega$$

تمرین ۲ **در مدار مقابل با بسته شدن کلید K، افت پتانسیل در باتری و عدد ولت‌سنج به‌ترتیب چند برابر می‌شوند؟**



۱) $\frac{3}{4}$ ، $\frac{8}{9}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ، $\frac{9}{8}$

۳) $\frac{4}{3}$ ، $\frac{9}{8}$ ۴) $\frac{4}{3}$ ، $\frac{8}{9}$

پاسخ با بسته شدن کلید K، مقاومت وسطی اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. با توجه به این موضوع در مقایسهٔ دو حالت می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} \text{حالت اول (کلید باز)}: I_1 = \frac{\varepsilon}{R_{T_1} + r} = \frac{\varepsilon}{3R + R} = \frac{\varepsilon}{4R} \Rightarrow V_1 = \varepsilon - rI_1 = \varepsilon - R \times \frac{\varepsilon}{4R} = \frac{3}{4}\varepsilon \\ \text{حالت دوم (کلید بسته)}: I_2 = \frac{\varepsilon}{R_{T_2} + r} = \frac{\varepsilon}{2R + R} = \frac{\varepsilon}{3R} \Rightarrow V_2 = \varepsilon - rI_2 = \varepsilon - R \times \frac{\varepsilon}{3R} = \frac{2}{3}\varepsilon \end{cases} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{2}{3}\varepsilon}{\frac{3}{4}\varepsilon} = \frac{8}{9}$$

می‌دانیم افت پتانسیل در باتری برابر rI می‌باشد. بنابراین در مقایسهٔ افت پتانسیل در باتری در دو حالت کافی است جریان در دو حالت را مقایسه کنیم:

(گزینهٔ ۴) $\frac{\text{افت پتانسیل در حالت کلید بسته}}{\text{افت پتانسیل در حالت کلید باز}} = \frac{rI_2}{rI_1} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{\frac{\varepsilon}{3R}}{\frac{\varepsilon}{4R}} = \frac{4}{3}$

دقت: با بستن کلید K، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد (چرا؟) بنابراین جریان در مدار افزایش می‌یابد. با توجه به رابطهٔ $V = \varepsilon - rI$، اختلاف پتانسیل دو سر باتری کاهش و باتوجه به رابطهٔ (rI)، افت پتانسیل در باتری افزایش می‌یابد، بنابراین گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) بدون نیاز به حل کردن سؤال، نادرست می‌باشند.

با توجه به خلاصه نکات فوق، اختلاف پتانسیل دو سر مولد از رابطهٔ $V = \varepsilon - rI$ به‌دست می‌آید، بنابراین با افزایش جریان، اختلاف پتانسیل دو سر مولد کاهش می‌یابد و گزینهٔ (۳) نادرست می‌باشد. سایر گزینه‌ها با توجه به خلاصه نکات فوق صحیح می‌باشند.

gajmarket.com

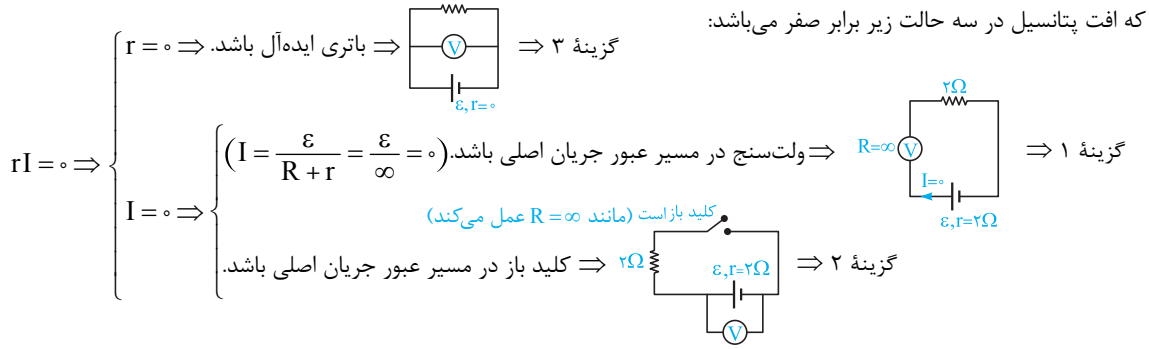
۱۸۶۸ **۴** با باز شدن کلید K، جریان در مدار صفر می‌شود $(I'=0)$، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} \text{اختلاف پتانسیل دو سر مولد}: V=\varepsilon-rI' \xrightarrow{I'=0} V=\varepsilon \\ \text{افت پتانسیل در داخل مولد}=rI' \xrightarrow{I'=0} \text{افت پتانسیل}=0 \end{cases}$$

۱۸۶۹ **۴** با توجه به رابطهٔ $V=\varepsilon-rI$، می‌دانیم که اگر اندازهٔ افت ولتاژ (rI) صفر باشد، آن‌گاه عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد (V) با نیروی محرکهٔ باتری (ε) برابر می‌باشد $(V=\varepsilon-rI \xrightarrow{rI=0} V=\varepsilon)$.

از طرفی می‌دانیم که افت پتانسیل در سه حالت زیر برابر صفر می‌باشد:

$$rI=0 \Rightarrow \begin{cases} r=0 \Rightarrow \text{باتری ایده‌آل باشد.} \Rightarrow \text{گزینهٔ ۳} \\ I=0 \Rightarrow \begin{cases} \left(I=\dfrac{\varepsilon}{R+r}=\dfrac{\varepsilon}{\infty}=0\right) \text{ولت‌سنج در مسیر عبور جریان اصلی باشد.} \Rightarrow \text{گزینهٔ ۱} \\ \text{کلید باز در مسیر عبور جریان اصلی باشد.} \Rightarrow \text{گزینهٔ ۲} \end{cases} \end{cases}$$



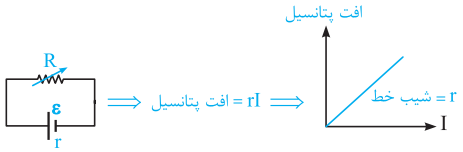
با توجه به توضیحات فوق، در هر سه مدار موجود در گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳)، عدد ولت‌سنج با نیروی محرکه باتری برابر می‌باشد.

۱۸۷۰ **۲** وقتی کلید K باز است، ولت‌سنج نیروی محرکهٔ پیل را نشان می‌دهد $(V_1=\varepsilon)$ و وقتی کلید K بسته است، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد برابر $(V_2=\varepsilon-rI)$ است. بنابراین اگر با باز و بسته شدن کلید تغییر قابل ملاحظه‌ای در عدد ولت‌سنج حاصل نشود $(V_1=V_2)$، آن‌گاه داریم:

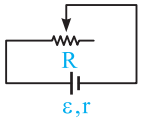
$$V_1=V_2 \Rightarrow \varepsilon=\varepsilon-rI \Rightarrow rI=0 \Rightarrow \begin{cases} r=0 \Rightarrow \text{مقاومت درونی باتری در مقابل } R \text{ ناچیز است.} \\ I=0 \Rightarrow \dfrac{\varepsilon}{r+R}=0 \Rightarrow \text{مقاومت درونی باتری در مقابل } R \text{ ناچیز است.} \Rightarrow \text{مقاومت } R \text{ خیلی بزرگ است.} \end{cases}$$

با توجه به توضیحات فوق، گزینهٔ (۲) صحیح است.

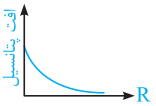
۱۸۷۱ **۴** می‌دانیم که افت پتانسیل در باتری از رابطهٔ rI به‌دست می‌آید. بنابراین واضح است که نمودار افت پتانسیل برحسب شدت جریان، یک خط راست با شیب r است:



۱۸۷۲ **۱** افت پتانسیل در باتری از رابطهٔ rI قابل محاسبه بوده و شدت جریان (I) در مدار برابر $\dfrac{\varepsilon}{r+R}$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

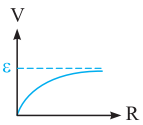


$$\text{افت پتانسیل}=rI=\frac{r\varepsilon}{r+R} \Rightarrow \text{نمودار افت پتانسیل برحسب } R \text{ یک تابع هموگرافیک می‌باشد.}$$



با توجه به رابطهٔ $rI=\dfrac{r\varepsilon}{r+R}$، با افزایش R افت پتانسیل کاهش می‌یابد و هنگامی که R به‌سمت بی‌نهایت میل می‌کند، جریان و افت پتانسیل در باتری به‌سمت صفر میل می‌کند. برای افت پتانسیل در باتری این موضوع فقط در نمودار ارائه شده در شکل (ج) مشاهده می‌شود. هم‌چنین عدد ولت‌سنج برابر ولتاژ دو سر مولد می‌باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

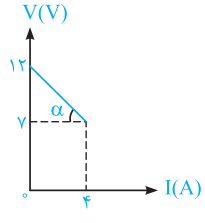
$$\text{عدد ولت‌سنج}: V=\varepsilon-rI=\varepsilon-r\times\frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow \begin{cases} R=0 \Rightarrow V=\varepsilon-r\times\dfrac{\varepsilon}{r}=0 \\ R\to\infty \Rightarrow V=\varepsilon \end{cases} \Rightarrow$$



* اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر ولتاژ دو سر مقاومت خارجی نیز می‌باشد. بنابراین با کمک رابطهٔ $V=RI=R\times\dfrac{\varepsilon}{R+r}$ نیز می‌توان شکل فوق را برای نمودار اختلاف پتانسیل دو سر باتری رسم کرد.

۱۸۷۳ **۴** می‌دانیم که وقتی جریان در مدار صفر است، ولتاژ دو سر پیل برابر نیروی محرکهٔ پیل می‌باشد: $V=\varepsilon-rI \xrightarrow{I=0} V=\varepsilon$

بنابراین با توجه به نمودار ارائه شده در صورت سؤال، نیرو محرکهٔ باتری برابر ۱۲V است. از طرفی طبق خلاصه نکات (۹)، اندازهٔ شیب نمودار مقابل، برابر مقاومت درونی پیل می‌باشد:

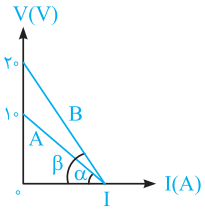


$$r=|\tan\alpha|=\frac{۱۲-۷}{۴}=\frac{۵}{۴}=r=۱/۲۵\Omega$$

نگاه دیگر: در جریان ۴A ولتاژ دو سر پیل برابر ۷V است، بنابراین داریم:

$$V=\varepsilon-rI \Rightarrow ۷=۱۲-r\times۴ \Rightarrow r=۱/۲۵\Omega$$

۲ ۱۸۷۴ با توجه به نکتهٔ استفاده شده در سؤال قبل، مقاومت درونی هر یک از مولدهای A و B برابر است با:



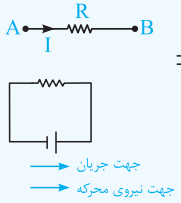
$$r_A = \tan\alpha = \frac{۱۰}{I} \quad , \quad r_B = \tan\beta = \frac{۲۰}{I}$$

$$\frac{r_B}{r_A} = \frac{\frac{۲۰}{I}}{\frac{۱۰}{I}} = \frac{۲۰}{۱۰} = ۲$$

۳ ۱۸۷۵

نکته

۱) جهت جریان در یک مقاومت از پتانسیل الکتریکی بیشتر به پتانسیل الکتریکی کم‌تر در دو سر آن است.

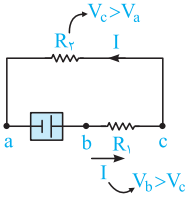


$$\Rightarrow V_A > V_B$$

۲) در یک مدار شامل یک باتری، جهت جریان در باتری از پایانهٔ منفی باتری به‌سمت پایانهٔ مثبت آن است. (البته در خارج از باتری، جهت جریان از پایانهٔ مثبت به سمت پایانهٔ منفی آن است.)

۳) جهت نیروی محرکه در باتری از پایانهٔ منفی آن به‌سمت پایانهٔ مثبت آن است.

بررسی گزینه‌ها:



۱) با توجه به سری بودن مقاومت‌ها و باتری، جریان الکتریکی در نقاط a، b و c با هم برابر است.

۲) با توجه به نکتهٔ ۱ فوق و جهت جریان در مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$، می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow V_b > V_c > V_a$$

۳) با توجه به نکتهٔ ۳ فوق، جهت نیروی محرکه در باتری به‌سمت راست $(\rightarrow)$ می‌باشد. بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

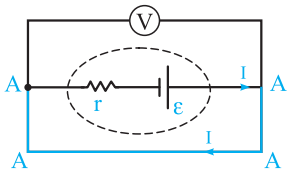
۴) می‌دانیم با جابه‌جایی بار الکتریکی مثبت از مکان‌های با پتانسیل الکتریکی بیشتر به پتانسیل الکتریکی کم‌تر، انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \xrightarrow[q>۰]{\Delta V<۰} \Delta U < ۰$$

بنابراین با توجه به پتانسیل الکتریکی نقاط a، b و c، انرژی پتانسیل الکتریکی حامل‌های بار مثبت در این نقاط به‌صورت $E_b > E_c > E_a$ می‌باشد.

۱ ۱۸۷۶ با توجه به تمرین (۱) در خلاصه نکات (۹)، گزینهٔ (۱) صحیح است.

۱ ۱۸۷۷ در این مدار، ولت‌سنج عملاً به دو سر یک سیم بدون مقاومت وصل شده است (دو سر آن هم‌نام است)، بنابراین ولت‌سنج عدد صفر را نشان می‌دهد.



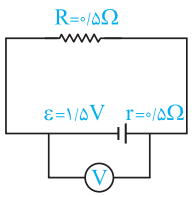
$$\text{عدد ولت‌سنج} = R_{\text{سیم}} \times I = ۰ \times I = ۰$$

دقت

به عنوان تمرین، با کمک رابطهٔ $V = \varepsilon - rI$ نیز نشان دهید که عدد ولت‌سنج برابر صفر است.

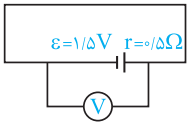
۳ ۱۸۷۸ اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر $V = \varepsilon - rI$ می‌باشد. با توجه به این موضوع کافی است که جریان مدار را در دو حالت کلید K باز و کلید K بسته به‌دست آوریم:

حالت اول (کلید باز):



$$I_۱ = \frac{\varepsilon}{R_{T_۱} + r} = \frac{۱/۵}{۰/۵ + ۰/۵} = ۱/۵A \Rightarrow V_۱ = \varepsilon - rI_۱ = ۱/۵ - ۰/۵ \times ۱/۵ = ۰/۷۵V$$

حالت دوم (کلید بسته): در این حالت با بستن کلید، مقاومت R اتصال کوتاه می‌شود و داریم:



$$I_۲ = \frac{\varepsilon}{R_{T_۲} + r} = \frac{۱/۵}{۰ + ۰/۵} = ۳A \rightarrow V_۲ = \varepsilon - rI_۲ = ۱/۵ - ۰/۵ \times ۳ = ۰$$

$$\text{خواستهٔ سؤال} \Rightarrow \Delta V = V_۲ - V_۱ = ۰ - ۰/۷۵ = -۰/۷۵V$$

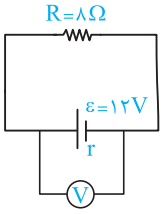
خلاقیت‌های حرفه‌ای

اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت خارجی R می‌باشد. بنابراین در حالت دوم که مقاومت خارجی صفر می‌شود، بدون حل می‌توان گفت که ولتاژ دو سر آن نیز برابر صفر می‌شود و می‌توانیم بنویسیم:

$$V = RI \Rightarrow \begin{cases} V_۱ = RI_۱ = ۰/۵ \times ۱/۵ = ۰/۷۵ \\ V_۲ = ۰ \text{ (مقاومت } R_۲ \text{ اتصال کوتاه می‌شود.)} \end{cases} \Rightarrow \Delta V = ۰ - ۰/۷۵ = -۰/۷۵V$$

gajmarket.com

۱۸۷۹ **۲** در حالت اول که ولت‌سنج آرمانی به دو سر باتری متصل است، از باتری جریانی عبور نکرده و عدد ولت‌سنج برابر نیروی محرکهٔ باتری است.



$$\varepsilon = V = ۱۲V$$

در ادامه اگر باتری را به یک مقاومت ۸ اهمی متصل کنیم، داریم:

$$V = RI \Rightarrow ۹/۶ = ۸I \Rightarrow I = ۱/۲A$$

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow ۹/۶ = ۱۲ - ۱/۲r \Rightarrow ۱/۲r = ۲/۴ \Rightarrow r = ۲\Omega$$

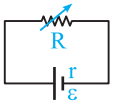
۱۸۸۰ **۳** وقتی کلید K بسته است، با توجه به رابطهٔ $V = \varepsilon - rI$، می‌توان نوشت:

$$V = ۰/۸\varepsilon \quad , \quad r = ۲\Omega \quad , \quad I = ۰/۸A$$

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow ۰/۸\varepsilon = \varepsilon - ۲\times ۰/۸ \Rightarrow ۱/۶ = ۰/۲\varepsilon \Rightarrow \varepsilon = ۸V$$

از طرفی می‌دانیم وقتی کلید قطع می‌شود، عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد برابر نیروی محرکهٔ باتری (ε)، یعنی ۸ ولت است.

۱۸۸۱ **۴** در هر دو حالت $R = r$ و $R = ۲r$، افت پتانسیل را به‌دست می‌آوریم:

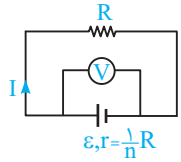


$$\text{افت پتانسیل} = rI = r\times\frac{\varepsilon}{r+R}\begin{cases} R = ۲r \Rightarrow \text{افت پتانسیل} = r\times\frac{\varepsilon}{r+۲r} = r\times\frac{\varepsilon}{۳r} = \frac{\varepsilon}{۳} \\ R = r \Rightarrow \text{افت پتانسیل} = r\times\frac{\varepsilon}{r+r} = r\times\frac{\varepsilon}{۲r} = \frac{\varepsilon}{۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{\frac{\varepsilon}{۲}}{\frac{\varepsilon}{۳}} = \frac{۳}{۲}$$

بنابراین وقتی مقدار R را از $۲r$ تا r کاهش می‌دهیم، افت پتانسیل در باتری $\frac{۳}{۲}$ برابر می‌شود.

* وقتی مقاومت R را کاهش می‌دهیم، جریان در مدار افزایش می‌یابد و با توجه به رابطهٔ (rI)، افت پتانسیل در باتری افزایش می‌یابد، بنابراین گزینه‌های (۲) و (۳) نادرست‌اند.

۱۸۸۲ **۳** با توجه به رابطهٔ $V = \varepsilon - rI$ برای محاسبهٔ اختلاف پتانسیل دو سر باتری، داریم:



ارتباط مقاومت درونی و مقاومت خارجی: $r = \frac{۱}{n}R \Rightarrow R = nr$

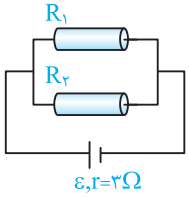
$$V = \varepsilon - rI = \varepsilon - r\left(\frac{\varepsilon}{R+r}\right) = \varepsilon - r\left(\frac{\varepsilon}{nr+r}\right) = \varepsilon - \frac{\varepsilon}{n+۱} = \varepsilon\left(۱ - \frac{۱}{n+۱}\right) = \frac{n}{n+۱}\varepsilon \Rightarrow \frac{V}{\varepsilon} = \frac{n}{n+۱}$$

۱۸۸۳ **۳** با توجه به رابطهٔ $rI = \frac{۱}{۹}RI$ داده شده در صورت سؤال، می‌توان نتیجه گرفت که مقاومت درونی باتری $\frac{۱}{۹}$ برابر R است $(r = \frac{۱}{۹}R)$ و در ادامه با کمک رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{r+R}$ می‌توان نوشت:

$$I = ۰/۲A \quad , \quad \varepsilon = ۶V \quad , \quad r = \frac{۱}{۹}R \quad , \quad R = ?$$

$$I = \frac{\varepsilon}{r+R} \Rightarrow ۰/۲ = \frac{۶}{\frac{۱}{۹}R + R} \Rightarrow \frac{۱۰}{۹}R = ۳۰ \Rightarrow R = ۲۷\Omega$$

۱۸۸۴ **۳** ابتدا مقاومت هر یک از قطعه سیم‌ها را محاسبه می‌کنیم:



$$R_۱ = R_۲ = R = \rho\frac{L}{A} = \frac{۱/۶۸\times ۱۰^{-۴}\times\frac{۱}{۴}}{۳\times(۱۰^{-۳})^۲} = ۱۴\Omega$$

حال برای محاسبهٔ افت پتانسیل در داخل مولد می‌توان نوشت:

$$R_T = \frac{۱۴}{۲} = ۷\Omega \Rightarrow \text{افت پتانسیل در مولد} = rI = r\times\frac{\varepsilon}{R_T + r} = ۳\times\frac{\varepsilon}{۷+۳} = \frac{۳}{۱۰}\varepsilon$$

بنابراین نسبت افت پتانسیل در مولد به نیروی محرکهٔ آن برابر است با:

$$\frac{\text{افت پتانسیل}}{\text{نیروی محرکه}} = \frac{\frac{۳}{۱۰}\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{۳}{۱۰} = \frac{۳۰}{۱۰۰} \Rightarrow$$

افت پتانسیل در درون مولد، ۳۰ درصد نیروی محرکهٔ آن است.

۱۸۸۵ **۳** **گام اول:** ابتدا طول دو سیم را مقایسه می‌کنیم. در این سؤال چون جرم دو سیم A و B با هم برابر است، می‌توان نوشت:

$$m = \rho V \xrightarrow{m_A = m_B} \rho_A V_A = \rho_B V_B \xrightarrow[\text{هر دو هم‌جنس هستند}]{\rho_A = \rho_B} V_A = V_B \Rightarrow A_A L_A = A_B L_B$$

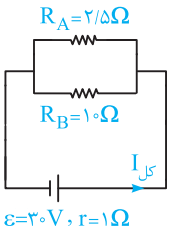
$$\Rightarrow \frac{L_A}{L_B} = \frac{A_B}{A_A} \xrightarrow{A = \pi\frac{D^۲}{۴}} \frac{L_A}{L_B} = \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^۲ = \left(\frac{D_B}{\sqrt{۲}D_B}\right)^۲ = \frac{۱}{۲}$$

گام دوم: حال مقاومت سیم A را نیز به دست می‌آوریم:

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times\frac{A_B}{A_A}\xrightarrow{A=\pi\frac{D^2}{4}}\frac{R_A}{R_B}=\frac{L_A}{L_B}\times(\frac{D_B}{D_A})^2=\frac{1}{2}\times(\frac{D_B}{\sqrt{2}D_B})^2=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$$

$$\xrightarrow{R_B=10\Omega}R_A=2/5\Omega$$

گام سوم: با به دست آوردن جریان کل مدار، می‌توانیم افت پتانسیل باتری را با توجه به رابطهٔ rI به دست آوریم:



$$R_T=\frac{10\times2/5}{10+2/5}=2\Omega$$

$$I=\frac{\varepsilon}{R_T+r}=\frac{30}{2+1}=10\,A$$

افت پتانسیل در باتری $=rI=1\times10=10V$

۱۸۸۶ ۲ **گام اول:** با توجه به افت پتانسیل در باتری، جریان در مدار ۱ آمپر می‌باشد:

$$rI=3\xrightarrow{r=3\Omega}I=1A$$

گام دوم: مقاومت خارجی برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_T+r}\Rightarrow1=\frac{15}{R_T+3}\Rightarrow R_T=12\Omega$$

گام سوم: با توجه به سری بودن رئوستا و مقاومت 4Ω داریم (R' : مقاومت رئوستا):

$$R_T=R'+4\Rightarrow R'=8\Omega$$

۱۸۸۷ ۲ **گام اول:** با توجه به افت پتانسیل در باتری، جریان در مدار ۱ آمپر می‌باشد:

$$rI=3\xrightarrow{r=3\Omega}I=1A$$

گام دوم: مقاومت خارجی برابر است با:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}\Rightarrow1=\frac{15}{R+3}\Rightarrow R=12\Omega$$

گام سوم: با توجه به مقدار مقاومت به‌دست آمده، رنگ اول مقاومت، قهوه‌ای می‌باشد:

$R=12\times10^{0}\Omega\Rightarrow$ رنگ اول ← قهوه‌ای، رنگ دوم ← قرمز، رنگ سوم ← سیاه

۱۸۸۸ ۳ در هر دو حالت ولتاژ دو سر باتری را به‌دست می‌آوریم، دقت شود که اندازهٔ هر یک از مقاومت‌ها، با مقاومت درونی باتری برابر است:

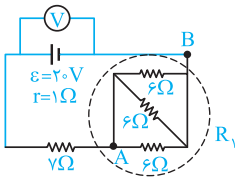
حالت سری $(R_{T_1}=2r)$:

$$V_1=\varepsilon-rI_1=\varepsilon-r\times\frac{\varepsilon}{r+R_{T_1}}\Rightarrow V_1=\varepsilon-\frac{r\varepsilon}{r+2r}=\varepsilon-\frac{\varepsilon}{3}=\frac{2}{3}\varepsilon$$

حالت موازی $(R_{T_2}=\frac{r}{2})$:

$$V_2=\varepsilon-rI_2=\varepsilon-r\times\frac{\varepsilon}{r+R_{T_2}}\Rightarrow V_2=\varepsilon-\frac{r\varepsilon}{r+\frac{r}{2}}\Rightarrow V_2=\varepsilon-\frac{2}{3}\varepsilon=\frac{1}{3}\varepsilon\Rightarrow\frac{V_1}{V_2}=\frac{\frac{2}{3}\varepsilon}{\frac{1}{3}\varepsilon}=2$$

۱۸۸۹ ۴ سه مقاومت ۶ اهمی موازی هستند و حاصل آن‌ها با مقاومت ۷ اهمی سری است. از طرفی در مدار مقابل واضح است که عدد ولت‌سنج در واقع برابر اختلاف پتانسیل دو سر باتری است. بنابراین می‌توان نوشت:

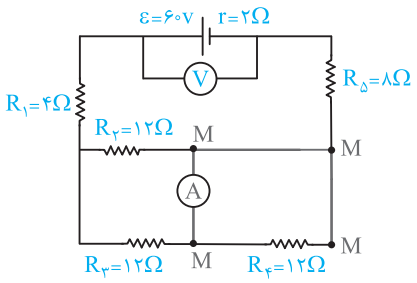


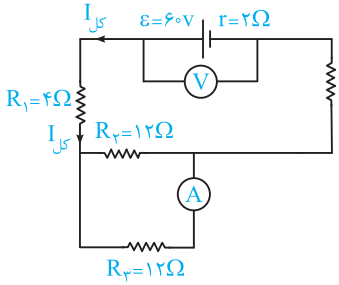
$$R_T=\frac{6}{3}+7=9\Omega\ ,\ I=\frac{\varepsilon}{r+R_T}=\frac{20}{1+9}=2A$$

$$V=\varepsilon-rI\Rightarrow V=20-1\times2=18V$$

از طرفی V_{AB}، برابر $V_{AB}=R_1I=\frac{6}{3}\times2=4V$ می‌باشد.

۱۸۹۰ ۱ **گام اول:** مقاومت آمپرسنج ناچیز است. بنابراین دو سر مقاومت R_4 هم‌نام شده و این مقاومت اتصال کوتاه می‌شود و مدار به صورت زیر، ساده‌تر می‌شود.





$\Rightarrow R_T=18\Omega$

gajmarket.com

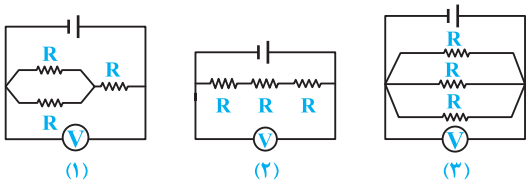
گام دوم: در ادامه اعداد ولت‌سنج و آمپرسنج، به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\Rightarrow R_T = ۱۸\Omega \Rightarrow I_{کل} = \frac{\varepsilon}{R_T + r} = \frac{۶۰}{۱۸ + ۲} = ۳A$$

$$\text{ولتاژ دو سر باتری = عدد ولت‌سنج} \Rightarrow V = \varepsilon - rI_{کل} = ۶۰ - ۲ \times ۳ = ۵۴V$$

$$\text{جریان عبوری از مقاومت } R_۳ = \text{عدد آمپرسنج} = \frac{I_{کل}}{۲} = ۱/۵A$$

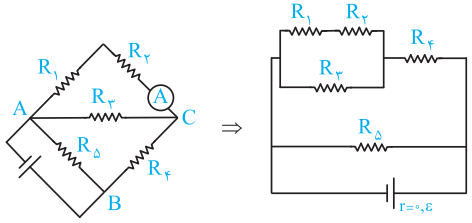
۱۸۹۱ ۴ با توجه به شکل‌های مقابل، واضح است که در هر سه مدار ولت‌سنج‌ها در واقع اختلاف پتانسیل دو سر باتری را نشان می‌دهند. از طرفی طبق صورت سؤال می‌دانیم که اگر مقاومت درونی باتری ناچیز باشد، اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر نیروی محرکهٔ آن خواهد بود:



$$V = \varepsilon - rI \xrightarrow{r=۰} V = \varepsilon = ۲۰V$$

بنابراین در هر سه شکل فوق، از آن‌جایی که مقاومت درونی باتری صفر است، اعدادی که ولت‌سنج‌ها نشان می‌دهند برابر نیروی محرکهٔ باتری می‌باشد.

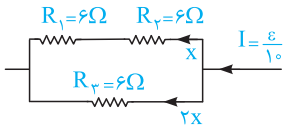
۱۸۹۲ ۲ **گام اول:** باتری آرمانی $(r = ۰)$ را بین دو نقطهٔ A و B متصل می‌کنیم و مدار را به صورت زیر ساده می‌کنیم. در ادامه با توجه به این‌که تمام مقاومت‌ها ۶Ω هستند، داریم:



$$R_{۱,۲} = ۶ + ۶ = ۱۲\Omega \Rightarrow R_{۱,۲,۳} = \frac{۱۲ \times ۶}{۱۲ + ۶} = ۴\Omega$$

گام دوم: با توجه به صفر بودن مقاومت درونی باتری، ولتاژ دو سر شاخهٔ بالایی برابر $\varepsilon_۱$ است و جریان این شاخه برابر است با:

$$\begin{cases} R_{۱,۲,۳,۴} = ۴ + ۶ = ۱۰\Omega \\ V_{۱,۲,۳,۴} = \varepsilon \end{cases} \Rightarrow I_{۱,۲,۳,۴} = \frac{\varepsilon}{۱۰}$$

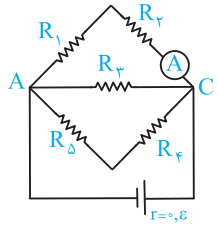


$$۳x = \frac{\varepsilon}{۱۰} \Rightarrow x = \frac{\varepsilon}{۳۰}$$

بنابراین با پخش جریان نشان‌داده‌شده، جریان عبوری از $R_۲$ یا همان جریان عبوری از آمپرسنج، در حالت اول برابر $\frac{\varepsilon}{۳۰}$ می‌شود.

گام سوم: در حالت دوم باتری را بین دو نقطهٔ A و C متصل می‌کنیم و جریان عبوری از آمپرسنج را محاسبه می‌کنیم.

در این حالت نیز اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و C برابر ε می‌شود و داریم:

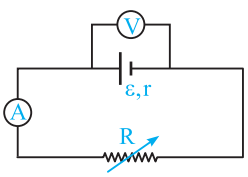


$$I'_{۱,۲} = \frac{V_{۱,۲}}{R_{۱,۲}} = \frac{\varepsilon}{۶ + ۶} = \frac{\varepsilon}{۱۲}$$

بنابراین نسبت جریان عبوری از آمپرسنج در دو حالت برابر است با:

$$\frac{I'}{I} = \frac{\frac{\varepsilon}{۱۲}}{\frac{\varepsilon}{۳۰}} = \frac{۳۰}{۱۲} = \frac{۵}{۲}$$

۱۸۹۳ ۴ سؤال نسبتاً ساده و مهمی است. در هر دو حالت با استفاده از رابطهٔ $V = \varepsilon - rI$، می‌توان نوشت:



حالت اول : $V = ۴۰V \ , \ I = ۴A \Rightarrow V = \varepsilon - rI \Rightarrow ۴۰ = \varepsilon - ۴r$ رابطهٔ (۱) :

حالت دوم : $V = ۳۶V \ , \ I = ۶A \Rightarrow V = \varepsilon - rI \Rightarrow ۳۶ = \varepsilon - ۶r$ رابطهٔ (۲) :

اکنون با توجه به روابط (۱) و (۲)، با حل دستگاه معادلات به‌دست آمده، داریم:

$$\begin{cases} \varepsilon - ۴r = ۴۰ \\ \varepsilon - ۶r = ۳۶ \end{cases} \Rightarrow r = ۲\Omega \ , \ \varepsilon = ۴۸V$$

* دقت کنید در این‌جا ولت‌سنج، ولتاژ دو سر باتری را نشان می‌دهد.

۱۸۹۴ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

خلاصه نکات ۱۰ — تحلیل مدارهای پیچیده‌تر با یک باتری (تست‌های ۱۸۹۴ تا ۱۹۱۸)

در این خلاصه نکات می‌خواهیم شیوهٔ تحلیل دو دسته از سؤالات پرتکرار در مدار را بررسی کنیم:

دستهٔ ۱: در این دسته جریان در مدار یا قسمتی از مدار معلوم و ε ، r یا اندازهٔ یکی از مقاومت‌ها مجهول است. در این‌گونه از سؤال‌ها، معمولاً با یافتن جریان در شاخه‌های مختلف و یک دور چرخیدن در یک حلقهٔ بسته که مجهول مورد نظرمان در آن مشارکت دارد، به‌سادگی به جواب می‌رسیم. برای رسیدن به این هدف، نکتهٔ بعد را باید یاد بگیریم:

نکته در هنگام عبور از درون باتری و از قطب منفی به مثبت، پتانسیل الکتریکی به اندازهٔ نیروی محرکه افزایش می‌یابد و بالعکس. این موضوع یعنی در پتانسیل‌نویسی بین دو نقطه، هنگامی‌که به قطب منفی باتری رسیدیم، علامت مثبت گذاشته و بالعکس. این موضوع از جهت جریان مستقل است.

عبور از قطب منفی به مثبت: A —I→ ε,r —B

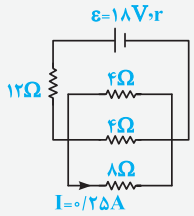
$V_A \boxed{+} \varepsilon - rI = V_B$ ← به قطب منفی رسیدیم.

عبور از قطب مثبت به منفی: A —I→ ε,r —B

$V_A \boxed{-} \varepsilon - rI = V_B$ ← به قطب مثبت رسیدیم.

توجه شود که در عملیات پتانسیل‌نویسی، با مقاومت درونی باتری مانند یک مقاومت خارجی رفتار می‌کنیم. در ادامه برای درک بهتر، به دو تمرین زیر توجه کنید:

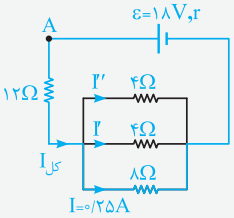
تمرین ۱ **در شکل روبه‌رو اگر شدت جریان در مقاومت ۸Ω برابر ۰/۲۵ آمپر باشد، مقاومت درونی مولد برابر چند اهم است؟**



۱) ۱ ۲) ۰/۵

۳) ۲ ۴) ۰/۸

پاسخ با توجه به شکل مقابل، جریان I' دو برابر جریان I بوده (زیرا مقاومت شاخهٔ آن نصف می‌باشد) و هم‌چنین جریان‌های I' و I'' با یک‌دیگر برابرند (زیرا مقاومت شاخهٔ آن‌ها یکسان است). بنابراین داریم:

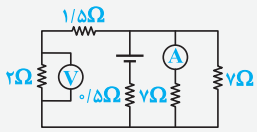


$I' = I'' = 2I = 2 \times 0/25 = 0/5\,A \Rightarrow I_{کل} = I + I' + I'' = 1/25\,A$

در ادامه با شروع از نقطهٔ A و یک دور چرخیدن در مدار در مسیر نشان داده شده با رنگ آبی، داریم:

$V_A - 12 I_{کل} - 8I + \varepsilon - rI_{کل} = V_A \Rightarrow -12 \times 1/25 - 8 \times 0/25 + 18 - r \times 1/25 = 0 \Rightarrow r = 0/8\Omega$ (گزینهٔ ۴)

تمرین ۲ **در شکل زیر، ولت‌سنج ۴ ولت و آمپرسنج با مقاومت ناچیز ۱ آمپر را نشان می‌دهد. نیروی محرکهٔ مولد چند ولت است؟**



۱) ۹ ۲) ۱۲ (M.K.A)

۳) ۱۰/۵ ۴) ۲۱

پاسخ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

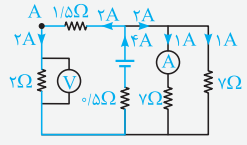
گام اول: با توجه به این‌که ولت‌سنج عدد ۴ ولت را نشان می‌دهد، جریان عبوری از مقاومت ۲ اهمی را به‌دست می‌آوریم:

عدد ولت‌سنج : $V = RI' \xrightarrow[V=4\,V]{R=2\Omega} 4 = 2I' \Rightarrow I' = 2A$

گام دوم: از سوی دیگر عدد آمپرسنج $1A$ بوده و با توجه به موازی بودن دو مقاومت ۷ اهمی، جریان مقاومت 7Ω دیگر نیز $1A$ بوده و جریان کلی مدار $4A$ است.

$I_{کل} = 1 + 1 + 2 = 4A$

گام سوم: در ادامه با یک دور چرخیدن در حلقهٔ نشان داده شده، داریم:



$V_A - 2 \times 2 - 0/5 \times I_{کل} + \varepsilon - 2 \times 1/5 = V_A \Rightarrow \varepsilon = 9V$ (گزینهٔ ۱)

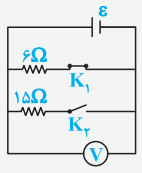
($I_{کل}$ ← ۴ آمپر)

نکته در این سؤال نیازی به دادن عدد ولت‌سنج توسط طراح نبود (چرا؟).

gajmarket.com

دستهٔ ۲: در این دسته کلیدی در مدار وجود داشته و در دو حالت کلید باز و بسته به تحلیل مدار پرداخته و پارامترهای مدار را در دو حالت مقایسه می‌کنیم. در واقع در این سؤال‌ها، همان مهارت‌هایی که قبلاً آموخته‌ایم را دو بار به کار می‌بریم. به همین منظور به تمرین زیر که یکی از نمونه‌های بسیار پرتکرار در کنکور است توجه کنید:

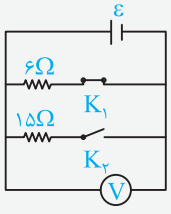
تمرین ۳ **در مدار شکل مقابل کلید K_1 بسته است و ولت‌سنج ۱۲ ولت را نشان می‌دهد. اگر کلید K_1 را بـاز کنـیم و K_2 را ببندیم، ولت‌سنج ۱۵ ولت را نشان می‌دهد. نیروی محرکهٔ باتری (ε) چند ولت است؟** ((ریاضی داخل ۸۶)



۱) ۱۵ ۲) ۱۸

۳) ۲۱ ۴) ۲۴

پاسخ با پاسخ دادن به این تمرین، شیوهٔ برخورد با این‌گونه سؤالات را یاد می‌گیریم. مدار را در دو حالت بررسی می‌کنیم:



حالت اول: اگر کلید K_1 بسته و K_2 باز باشد، مقاومت 15Ω حذف می‌شود و می‌توان نوشت:

$$I_1=\frac{\varepsilon}{R_{T_1}+r}\Rightarrow I_1=\frac{\varepsilon}{6+r}$$

$$V_1=R_{T_1}I_1\Rightarrow 12=6\times\frac{\varepsilon}{6+r}\quad \text{رابطهٔ (۱)}$$

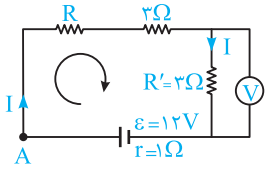
حالت دوم: اگر کلید K_1 را باز و K_2 را ببندیم، تنها مقاومت ۱۵ اهمی در مدار وجود دارد و می‌توان نوشت:

$$I_2=\frac{\varepsilon}{R_{T_2}+r}\Rightarrow I_2=\frac{\varepsilon}{15+r}\Rightarrow V_2=R_2I_2\Rightarrow 15=15\times\frac{\varepsilon}{15+r}\quad \text{رابطهٔ(۲)}$$

در ادامه با استفاده از دو رابطهٔ (۱) و (۲) داریم:

$$\begin{cases}12=\dfrac{6\varepsilon}{6+r}\\ 15=\dfrac{15\varepsilon}{15+r}\end{cases}\xrightarrow[\text{بر یکدیگر}]{\text{تقسیم طرفین}}\frac{4}{5}=\frac{6(15+r)}{15(6+r)}\Rightarrow r=3\Omega\xrightarrow{\text{رابطهٔ (۱)}}\varepsilon=18\,V\quad \text{(گزینهٔ ۲)}$$

مقاومت معادل $4/5\Omega$ و 9Ω موازی برابر $\frac{9\times 4/5}{9+4/5}=3\Omega$ می‌باشد و مدار به‌صورت مقابل ساده می‌شود. در ادامه بـا توجه به این‌که مقدار عدد ولت‌سنج را داریم، جریان عبوری از مقاومت R' را در مدار محاسبه می‌کنیم:



$$V=R'I\xrightarrow[R'=3\Omega]{V=4/5V}4/5=3I\Rightarrow I=1/5\,A$$

در ادامه از نقطهٔ A شروع کرده و یک دور در مدار می‌چرخیم:

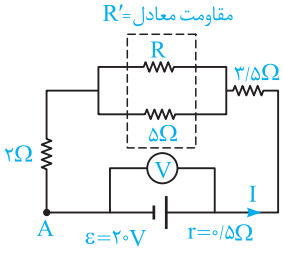
$$V_A-RI-3I-3I-1\times I+12=V_A\xrightarrow{I=1/5A}12=(7+R)\times 1/5\Rightarrow R=1\Omega$$

* توصیه می‌شود که به عنوان راه‌حل دوم، با کمک رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_T+r}$ نیز این سؤال را حل کنید.

۱ ۱۸۹۵ مشابه با روند حل تمرین (۱) در خلاصه نکات (۱۰)، گزینهٔ (۱) صحیح است.

۴ ۱۸۹۶ ولت‌سنجی که به دو سر یک مولد متصل است، مقدار $\varepsilon-rI$ را نشان می‌دهد، بنابراین داریم:

$$\text{عدد ولت‌سنج}: V=\varepsilon-rI\xrightarrow[r=0/5\Omega]{V=19V,\ \varepsilon=20V}19=20-0/5I\Rightarrow I=2A$$



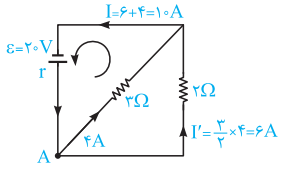
جریان عبوری از مدار ۲ آمپر است. حال مدار را ساده می‌کنیم:

$$V_A+\varepsilon-0/5I-3/5I-R'I-2I=V_A$$

$$20-0/5\times 2-3/5\times 2-R'\times 2-2\times 2=0\Rightarrow R'=4\Omega$$

$$R'=\frac{5\times R}{5+R}\Rightarrow 4=\frac{5\times R}{5+R}\Rightarrow R=20\Omega$$

۱۸۹۷ ۲ دو مقاومت ۳Ω و ۲Ω با هم موازی هستند، بنابراین نسبت جریان در آن‌ها به نسبت عکس مقاومت‌ها می‌باشد و جریان مقاومت ۲Ω، $\frac{۳}{۲}$ برابر جریان مقاومت ۳ اهمی است. در ادامه با یک دور چرخیدن در مسیر نشان داده‌شده می‌توان نوشت:

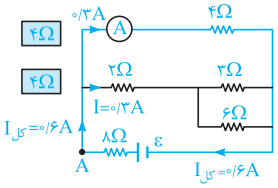


$$V_A - ۳\times۴ + ۲۰ - r\times۱۰ = V_A \Rightarrow r = \frac{۸}{۱۰} = ۰/۸\Omega$$

نگاهی دیگر

می‌توان با محاسبهٔ R_T و استفاده از رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{R_T + r}$ نیز r را به دست آورد.

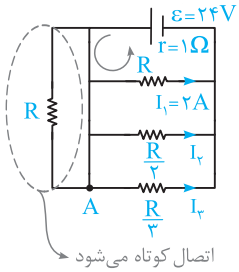
۱۸۹۸ ۲ با توجه به این‌که مقاومت معادل شاخه‌های موازی (۱) و (۲) با یک‌دیگر برابرند (هر دو ۴ اهم) جریان آن‌ها نیز با یک‌دیگر یکسان است، بنابراین داریم:



$$I_۱ = I_۲ = ۰/۳A \Rightarrow I_{\text{کل}} = ۰/۶A$$

چرخیدن در مسیر نشان داده شده : $V_A - ۰/۳\times۴ + \varepsilon - ۸I_{\text{کل}} = V_A \Rightarrow -۰/۳\times۴ + \varepsilon - ۸\times۰/۶ = ۰ \Rightarrow \varepsilon = ۶V$

۱۸۹۹ ۱ ابتدا توجه شود که مقاومت سمت چپ اتصال کوتاه می‌شود (چرا؟). از طرفی جریان $I_۲$ دو برابر جریان $I_۱$ و جریان $I_۳$ سه برابر جریان $I_۱$ است (چرا؟ ⇐ زیرا جریان در مقاومت‌های موازی، با مقاومت هر شاخه رابطهٔ معکوس دارد)، بنابراین داریم:

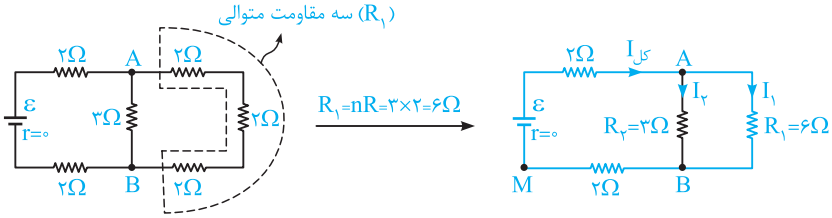


$$\begin{cases} I_۲ = ۲I_۱ \xrightarrow{I_۱=۲A} I_۲ = ۲\times۲ = ۴A \\ I_۳ = ۳I_۱ \xrightarrow{I_۱=۲A} I_۳ = ۳\times۲ = ۶A \end{cases} \Rightarrow I_{\text{کل}} = ۲+۴+۶ = ۱۲A$$

در ادامه یک دور در حلقهٔ آبی‌رنگ شده چرخیده، تا مقاومت R به‌دست آید:

$$V_A - RI_۱ - rI_{\text{کل}} + \varepsilon = V_A \Rightarrow -۲R - ۱\times۱۲ + ۲۴ = ۰ \Rightarrow R = ۶\Omega$$

۱۹۰۰ ۲ ابتدا مدار را ساده می‌کنیم:



با توجه به این که اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و B برابر با ۴ ولت است، جریان‌های $I_۱$ و $I_۲$ را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

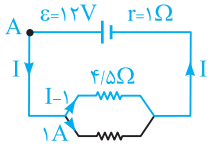
$$\begin{cases} V_{AB} = R_۲I_۲ \xrightarrow[R_۲=۳\Omega]{V_{AB}=۴V} ۴ = ۳I_۲ \Rightarrow I_۲ = \frac{۴}{۳}A \\ V_{AB} = R_۱I_۱ \xrightarrow[R_۱=۶\Omega]{V_{AB}=۴V} ۴ = ۶I_۱ \Rightarrow I_۱ = \frac{۲}{۳}A \end{cases} \Rightarrow I_{\text{کل}} = \frac{۴}{۳} + \frac{۲}{۳} = ۲A$$

در ادامه با یک دور چرخیدن در مدار در مسیر نشان داده شده، داریم:

$$V_M + \varepsilon - ۲I_{\text{کل}} - R_۱I_۱ - ۲I_{\text{کل}} = V_M \Rightarrow +\varepsilon - ۲\times۲ - ۶\times\frac{۲}{۳} - ۲\times۲ = ۰ \Rightarrow \varepsilon = ۱۲V$$

$V_{AB} = ۴V$ همان ↵

۱۹۰۱ ۲ یک سؤالِ زیبا و ابتکاری است. اگر جریان در مدار I فرض شود، جریان در مقاومت $۴/۵\Omega$ برابر $(I-۱)$ آمپر است و با یک دور چرخیدن در مدار در مسیر نشان داده شده، I به‌دست می‌آید:



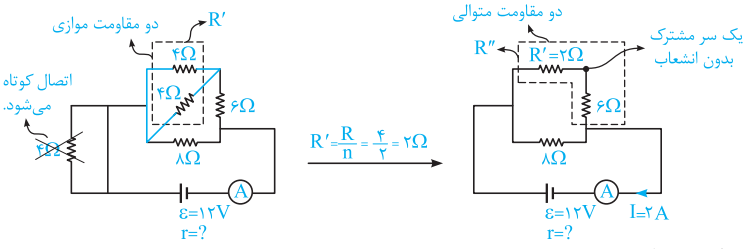
$$V_A - ۴/۵(I-۱) + \varepsilon - rI = V_A$$

$$-۴/۵(I-۱) + ۱۲ - ۱\times I = ۰ \Rightarrow I = ۳A \Rightarrow \text{افت پتانسیل در داخل باتری} = rI = ۱\times۳ = ۳V$$

gajmarket.com

۱۹۰۲ ۱ با توجه به تمرین (۲) در خلاصه نکات (۱۰)، گزینهٔ (۱) صحیح است.

۱۹۰۳ ۳ مقاومت ۴ اهمی در سمت چپ مدار اتصال کوتاه شده است. حال مدار را ساده می‌کنیم:



$$\Rightarrow \begin{cases} ۶\Omega\,,۲\Omega \xrightarrow{\text{سری}} R''=۸\Omega \\ ۸\Omega\,,R'' \xrightarrow{\text{موازی}} R_T=\frac{۸}{۲}=۴\Omega \end{cases}$$

در ادامه با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_T+r}$، مقاومت درونی باتری را محاسبه می‌کنیم:

$$I=\frac{\varepsilon}{R_T+r} \xrightarrow[R_T=۴\Omega]{I=۲A,\varepsilon=۱۲V} ۲=\frac{۱۲}{۴+r} \Rightarrow r=۲\Omega$$

* با یک دور چرخیدن در مدار نیز به‌سادگی این سؤال قابل حل است، توصیه می‌شود این کار را تمرین کنید.

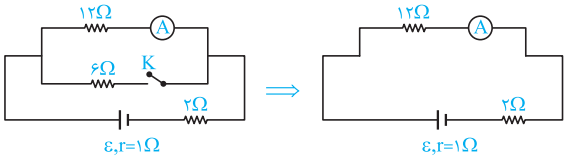
۱۹۰۴ ۱

تذکر

در ادامهٔ این قسمت، با سؤال‌هایی روبه‌رو می‌شویم که در آن‌ها کلید باز و بسته شده و تغییرات عدد آمپرسنج و ولت‌سنج پرسیده می‌شود. در این سؤال‌ها، در واقع همان مهارت‌هایی را که قبلاً یاد گرفتیم، دوباره باید تمرین شود. در پاسخ تشریحی این سؤالات تلاش کرده‌ایم این موضوع را به شما بهتر یاد بدهیم.

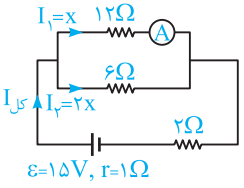
مدار را در دو حالت کلید بسته و کلید باز بررسی می‌کنیم:

حالت اول: اگر کلید باز باشد مقاومت ۶ اهمی از مدار حذف می‌گردد و شکل مدار به‌صورت مقابل تبدیل می‌شود. در این حالت، آمپرسنج همان جریان عبوری از کل مدار را نشان می‌دهد:



$$I=\frac{\varepsilon}{R_T+r} \xrightarrow[R_T=۱۲+۲=۱۴\Omega]{I=۱A,r=۱\Omega} ۱=\frac{\varepsilon}{۱۴+۱} \Rightarrow \varepsilon=۱۵\,V$$

حالت دوم: اگر کلید K را ببندیم، مدار به شکل مقابل رسم می‌شود و دیگر کل جریان از مقاومت ۱۲ اهمی عبور نمی‌کند:



$$R_T=\frac{۱۲\times۶}{۱۲+۶}+۲ \Rightarrow R_T=۴+۲=۶\Omega$$

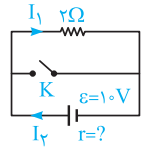
$$I_{\text{کل}}=\frac{\varepsilon}{R_T+r} \xrightarrow[R_T=۶\Omega]{\varepsilon=۱۵V,r=۱\Omega} I_{\text{کل}}=\frac{۱۵}{۶+۱}=\frac{۱۵}{۷}A$$

حال اگر جریان عبوری از مقاومت ۱۲ اهمی را x بگیریم، جریان مقاومت ۶ اهمی برابر ۲x می‌شود و داریم:

$$I_{\text{کل}}=x+۲x \Rightarrow \frac{۱۵}{۷}=۳x \Rightarrow x=\frac{۵}{۷}A \Rightarrow \text{عدد آمپرسنج}: I_۱=x=\frac{۵}{۷}A$$

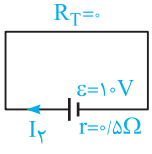
۱۹۰۵ ۴ مدار را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: اگر کلید K باز باشد، مدار به‌صورت مقابل رسم می‌شود:



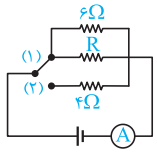
$$\Rightarrow I=\frac{\varepsilon}{R_T+r} \xrightarrow[R_T=۲\Omega]{I=۴A,\varepsilon=۱۰V} ۴=\frac{۱۰}{۲+r} \Rightarrow r=۰/۵\Omega$$

حالت دوم: با بسته شدن کلید K، مقاومت ۲ اهمی اتصال کوتاه می‌شود و از مدار حذف می‌گردد، بنابراین جریان $I_۱$ صفر می‌شود و مدار به شکل مقابل ساده می‌شود:



$$I_۲=\frac{\varepsilon}{R_T+r} \xrightarrow[r=۰/۵\Omega]{\varepsilon=۱۰V,R_T=۰} I_۲=\frac{۱۰}{۰+۰/۵}=۲۰A$$

۱۹۰۶ ۴ مدار را در دو حالت زیر بررسی می‌کنیم:



حالت اول: اگر کلید در حالت (۱) باشد، مقاومت ۴ اهمی از مدار حذف می‌گردد و مقاومت معادل برابر $R_T=\frac{۶\times R}{۶+R}$ است.

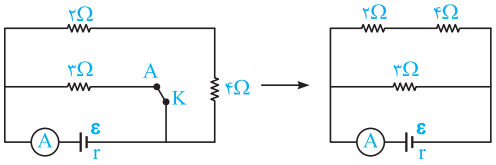
حالت دوم: اگر کلید در حالت (۲) باشد، مقاومت R و ۶ اهمی از مدار حذف می‌شوند و مقاومت معادل برابر ۴Ω است.

با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R_T+r}$، برای آن‌که جریان ایجاد شده در مدار در دو حالت یکسان باشد، باید مقاومت معادل مدار در دو حالت برابر باشد و می‌توان نوشت:

$$R_{T_۱}=R_{T_۲} \rightarrow \frac{۶R}{۶+R}=۴ \rightarrow R=۱۲\Omega$$

۱۹۰۷ مشابه با سؤال قبل، مدار را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

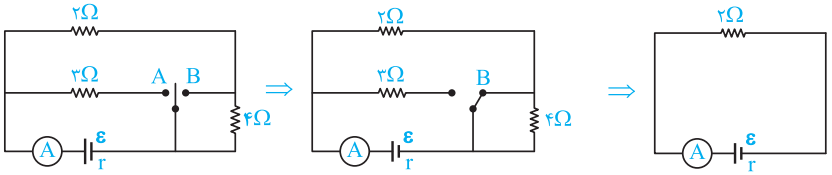
حالت اول: اگر کلید K به A وصل شود، مدار به‌صورت زیر تبدیل می‌شود:



$$\Rightarrow \begin{cases} ۴\Omega, ۲\Omega \xrightarrow{\text{سری}} R_۱ = ۶\Omega \\ ۳\Omega, R_۱ \xrightarrow{\text{موازی}} R_{T_۱} = ۲\Omega \end{cases}$$

$$I_A = \frac{\varepsilon}{R + r} \xrightarrow{R_{T_۱}=۲\Omega} I_A = \frac{\varepsilon}{۲ + r}$$

حالت دوم: اگر کلید K به B وصل شود، اولاً مقاومت ۴Ω اتصال کوتاه می‌شود و ثانیاً مقاومت ۳Ω از مدار حذف می‌شود و مدار به‌صورت زیر تبدیل می‌شود:



$$\Rightarrow R_{T_۲} = ۲\Omega \Rightarrow I_B = \frac{\varepsilon}{R_{T_۲} + r} = \frac{\varepsilon}{۲ + r}$$

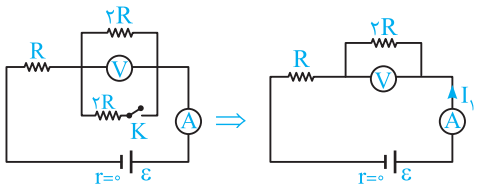
همان‌طور که ملاحظه می‌شود، عدد آمپرسنج در هر دو حالت یکسان است.

تذکر

با توجه به این‌که مقدار r در صورت سؤال داده نشده است، بدون حل می‌توان گزینهٔ (۱) را انتخاب کرد (چرا؟).

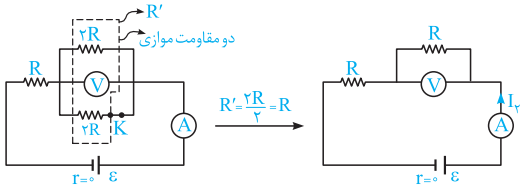
۱۹۰۸ **۴**

حالت اول: اگر کلید K باز باشد، مدار به‌صورت زیر ساده می‌شود:



$$\begin{cases} R_{T_۱} = R + ۲R = ۳R \Rightarrow I_۱ = \frac{\varepsilon}{R_T + r} \xrightarrow[r=۰]{R_T = ۳R} I_۱ = \frac{\varepsilon}{۳R} \\ \text{عدد ولت‌سنج}: V_۱ = ۲R \times I_۱ = ۲R \times \frac{\varepsilon}{۳R} \Rightarrow V_۱ = \frac{۲\varepsilon}{۳} \end{cases}$$

حالت دوم: اگر کلید K را ببندیم، مدار به‌صورت زیر ساده می‌شود:



$$\begin{cases} R_{T_۲} = R + R = ۲R \Rightarrow I_۲ = \frac{\varepsilon}{R_{T_۲} + r} \xrightarrow[r=۰]{R_{T_۲} = ۲R} I_۲ = \frac{\varepsilon}{۲R} \\ \text{عدد ولت‌سنج}: V_۲ = RI_۲ = R \times \frac{\varepsilon}{۲R} \rightarrow V_۲ = \frac{\varepsilon}{۲} \end{cases}$$

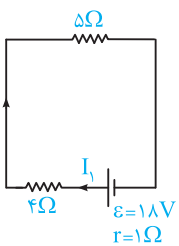
نسبت اعدادی که ولت‌سنج و آمپرسنج در دو حالت نشان می‌دهند برابر است با:

$$\frac{V_۲}{V_۱} = \frac{\frac{\varepsilon}{۲}}{\frac{۲\varepsilon}{۳}} = \frac{۳}{۴} \quad , \quad \frac{I_۲}{I_۱} = \frac{\frac{\varepsilon}{۲R}}{\frac{\varepsilon}{۳R}} = \frac{۳}{۲}$$

* دقت کنیم که با یک تحلیل کیفی نیز می‌شود در این سؤال گزینهٔ درست را انتخاب کرد (چگونه؟).

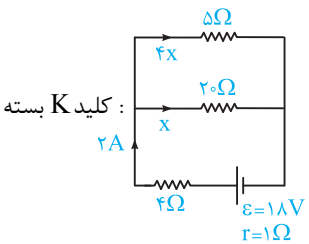
۱۹۰۹ **۳** در مقایسهٔ دو حالت کلید باز و کلید بسته داریم:

کلید K باز:



$$I_۱ = \frac{\varepsilon}{R_{T_۱} + r} = \frac{۱۸}{۵ + ۴ + ۱} = ۱/۸A \Rightarrow V_{۵\Omega} = ۵ \times ۱/۸ = ۹V$$

کلید K بسته:

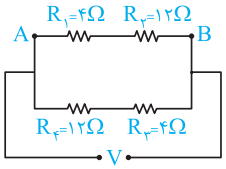


$$\begin{cases} R_{T_۲} = \frac{۵ \times ۲۰}{۵ + ۲۰} + ۴\Omega = ۸\Omega \Rightarrow I_۲ = \frac{\varepsilon}{R_{T_۲} + r} = \frac{۱۸}{۸ + ۱} = ۲A \\ ۴x + x = ۲A \Rightarrow x = ۰/۴A \Rightarrow V_{۵\Omega} = ۵ \times (\underbrace{۴ \times ۰/۴}_{۴x}) = ۸V \end{cases}$$

بنابراین ولتاژ دو سر مقاومت ۵Ω، به اندازهٔ یک ولت کاهش می‌یابد $(۱- = ۹ - ۸)$.

gajmarket.com

۱۹۱۰ با توجه به این‌که منبع ولتاژ ثابت است، حل سؤال نسبتاً ساده بوده و آن را به‌صورت زیر حل می‌کنیم:



حالت اول: در حالت اول مدار به‌صورت مقابل بوده و ولتاژ دو سر $R_۱$ برابر است با:

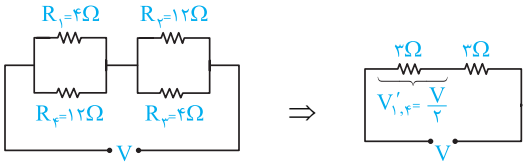
$$V_{AB}=V_{کل}=V$$

$$V=RI\Rightarrow\frac{V_۱}{V_۲}=\frac{R_۱}{R_۲}\Rightarrow\frac{V_۱}{V_۲}=\frac{۴}{۱۲}=\frac{۱}{۳}\Rightarrow V_۲=۳V_۱$$

* به عبارت دیگر چون مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ سری بوده و $R_۲$، ۳ برابر $R_۱$ است، بنابراین ولتاژ دو سر آن $(V_۲)$ سه برابر $V_۱$ است.

$$V_۱+V_۲=V\xrightarrow{V_۲=۳V_۱}V_۱=\frac{۱}{۴}V$$

حالت دوم: در حالت دوم، $R_۱$ و $R_۴$ به‌صورت موازی بوده و هم‌چنین $R_۲$ و $R_۳$ نیز به‌صورت موازی بوده و حاصل آن‌ها سری است.



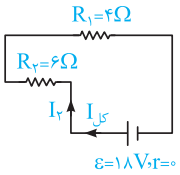
$$V'_{۱,۴}=V'_۱=\frac{V}{۲}$$

بنابراین در مقایسهٔ شدت جریان $R_۱$ در دو حالت داریم:

$$\frac{V'_۱}{V_۱}=\frac{R_۱I'_۱}{R_۱I_۱}=\frac{\frac{۱}{۲}V}{\frac{۱}{۴}V}=۲\Rightarrow\frac{I'_۱}{I_۱}=۲$$

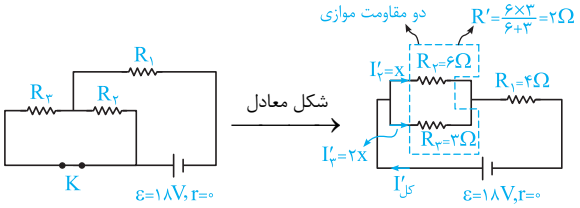
۱۹۱۱ این مدار را در دو حالت کلید باز و بسته بررسی می‌کنیم (توجه کنید که لامپ‌ها همانند مقاومت در نظر گرفته می‌شوند):

حالت اول: (کلید باز): در این حالت مقاومت $R_۳$ در مدار نبوده و جریان عبوری از لامپ (۲) برابر است با:



$$R_{T_۱}=۴+۶=۱۰\Omega\ ,\ I_۲=I_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_{T_۱}+r}=\frac{۱۸}{۱۰+۰}=\frac{۱۸}{۱۰}A$$

حالت دوم: (کلید بسته): در این حالت دو مقاومت $R_۲$ و $R_۳$ با یک‌دیگر موازی بوده و داریم:



$$R_{T_۲}=R'+R_۱=۲+۴=۶\Omega\ ,\ I'_{کل}=\frac{\varepsilon}{R_{T_۲}+r}=\frac{۱۸}{۶+۰}=۳A$$

حال این جریان ۳A بین دو مقاومت موازی $R_۲$ و $R_۳$ پخش می‌شود.

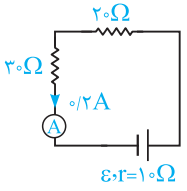
$$I'_{کل}=I'_۲+I'_۳\ \xrightarrow[I'_۲=x,I'_۳=۲x]{I'_{کل}=۳A}\ x+۲x=۳\Rightarrow x=۱A\Rightarrow I'_۲=x=۱A$$

بنابراین در مقایسهٔ دو حالت می‌توان نوشت:

$$\frac{I'_۲}{I_۲}=\frac{۱}{\frac{۱۸}{۱۰}}=\frac{۱۰}{۱۸}=\frac{۵}{۹}$$

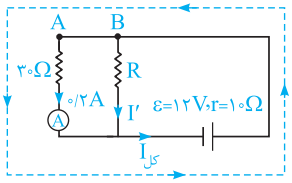
۱۹۱۲ این سؤال نسبتاً دشوار را در دو حالت تحلیل می‌کنیم:

حالت اول: (هنگامی‌که هر دو کلید $K_۱$ و $K_۲$ باز هستند): در این حالت از مقاومت R جریانی عبور نمی‌کند و نیروی محرکهٔ مولد برابر است با:



$$I_۱=\frac{\varepsilon}{R_{e_۱}+r}\Rightarrow۰/۲=\frac{\varepsilon}{۵۰+۱۰}\Rightarrow\varepsilon=۱۲V$$

حالت دوم: (هنگامی‌که هر دو کلید $K_۱$ و $K_۲$ بسته هستند): در این حالت مقاومت ۲۰Ω اتصال کوتاه می‌شود و مدار به شکل مقابل درمی‌آید. برای محاسبهٔ R در این مدار داریم:



یک دور چرخیدن در حلقهٔ خارجی از نقطهٔ A : $V_A-۰/۲\times۳۰+\underbrace{۱۲}_{\varepsilon}-۱۰\times I_{کل}=V_A$

$$I_{کل}=۰/۶A\Rightarrow I'=I_{کل}-۰/۲=۰/۴A$$

یک دور چرخیدن در حلقهٔ داخلی از B : $V_B-R\times\underbrace{۰/۴}_{I'}+۱۲-۱۰\times۰/۶=V_B\Rightarrow R=\frac{۶}{۰/۴}=۱۵\Omega$

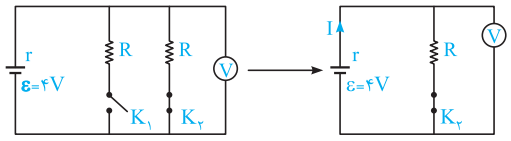
۱۹۱۳

تذکر

همان‌طور که در خلاصه نکات (۱۰) اشاره کردیم، در تست‌های (۱۹۱۳) تا (۱۹۱۶)، با تست‌های نسبتاً دشواری روبه‌رو هستیم که در آن‌ها باید دو بار جریان در مدار را به دست آورد و دو بار از رابطهٔ $V = RI$ استفاده کرد.

مدار را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: اگر یکی از کلیدها باز و دیگری بسته باشد، مدار به شکل مقابل رسم می‌شود:

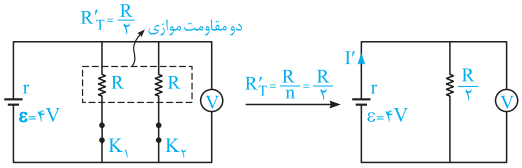


$$\Rightarrow I = \frac{\varepsilon}{R+r} \xrightarrow{\varepsilon=۴V} I = \frac{۴}{R+r}$$

مقداری که ولت‌سنج در این حالت نشان می‌دهد برابر است با:

$$V = RI \xrightarrow[V=۳V]{I=\frac{۴}{R+r}} ۳ = R \times \frac{۴}{R+r} \Rightarrow R = ۳r$$

حالت دوم: اگر هر دو کلید بسته شود، مدار به شکل مقابل رسم می‌شود:



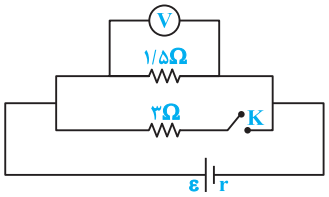
$$\Rightarrow I' = \frac{\varepsilon}{R'_T + r} \xrightarrow[R'_T=\frac{R}{۲}=\frac{۳r}{۲}]{\varepsilon=۴V} I' = \frac{۴}{\frac{۳r}{۲} + r}$$

و مقداری که ولت‌سنج در این حالت نشان می‌دهد برابر است با:

$$V' = \frac{R}{۲} I' \xrightarrow[\frac{R}{۲}=\frac{۳r}{۲}]{I'=\frac{۴}{\frac{۳r}{۲}+r}} V' = \frac{۳r}{۲} \times \frac{۴}{\frac{۳r}{۲} + r} = ۲/۴\,V$$

۱۹۱۴ مدار را در دو حالت بررسی می‌کنیم (به جای شکل باتری در صورت سؤال، از نماد ⊣|⊢ استفاده کرده‌ایم):

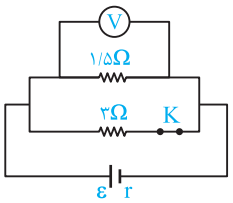
حالت اول: اگر کلید K باز باشد، مقاومت ۳ اهمی حذف می‌شود و جریان عبوری از مدار عبارت است از:



$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \xrightarrow{R=۱/۵\Omega} I = \frac{\varepsilon}{۱/۵ + r}$$

عدد ولت‌سنج: $V_۱ = RI \xrightarrow[I=\frac{\varepsilon}{۱/۵+r}]{R=۱/۵\Omega} V_۱ = ۱/۵ \times \frac{\varepsilon}{۱/۵ + r}$

حالت دوم: اگر کلید K را ببندیم، هر دو مقاومت ۱/۵Ω و ۳Ω در مدار به‌صورت موازی حضور دارند و مقاومت معادل $R_{T_۲} = \frac{۳ \times ۱/۵}{۳ + ۱/۵} = ۱\Omega$ است.

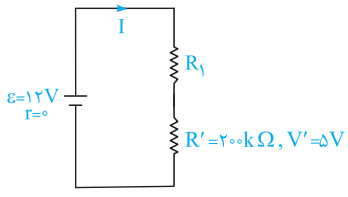


$$I_۲ = \frac{\varepsilon}{R_{T_۲} + r} \xrightarrow{R_{T_۲}=۱\Omega} I_۲ = \frac{\varepsilon}{۱ + r} \Rightarrow \text{عدد ولت‌سنج}: V_۲ = R_{T_۲} I_۲ \Rightarrow V_۲ = ۱ \times \frac{\varepsilon}{۱ + r}$$

در ادامه با توجه به این‌که $\frac{V_۲}{V_۱} = \frac{۸}{۹}$ است، داریم:

$$\frac{V_۲}{V_۱} = \frac{\frac{\varepsilon}{۱+r}}{\frac{۱/۵\varepsilon}{۱/۵+r}} = \frac{۱/۵ + r}{۱/۵(۱+r)} = \frac{۸}{۹} \Rightarrow r = ۰/۵\Omega$$

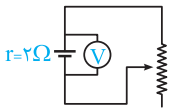
۱۹۱۵ برای روشن شدن کلید الکترونیکی، باید ولتاژ دو سر رئوستا برابر ۵ ولت شود. بنابراین می‌توان نوشت:



$$V' = R'I \xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{R_۱+R'}} V' = R' \frac{\varepsilon}{R_۱ + R'}$$

$$\Rightarrow ۵ = ۲۰۰ \times ۱۰^۳ \times \frac{۱۲}{R_۱ + ۲۰۰ \times ۱۰^۳} \Rightarrow R_۱ = ۲/۸ \times ۱۰^۵ \Omega$$

۱۹۱۶ مقداری که ولت‌سنج در حالت اول نشان می‌دهد برابر است با:



$$V_۱ = R_۱ I_۱ \Rightarrow V_۱ = R_۱ \times \frac{\varepsilon}{R_۱ + r} \xrightarrow[r=۲\Omega]{R_۱=۲۰\Omega} V_۱ = \frac{۲۰\varepsilon}{۲۰ + ۲}$$

gajmarket.com

از طرفی مقداری که ولت‌سنج در حالت دوم نشان می‌دهد برابر است با:

$$V_۲=R_۲I_۲\Rightarrow V_۲=R_۲\times\frac{\varepsilon}{R_۲+r}\xrightarrow{r=۲\Omega}V_۲=\frac{R_۲\varepsilon}{R_۲+۲}$$

با توجه به صورت سؤال نسبت $\frac{V_۲}{V_۱}$ برابر $\frac{۱}{۲}$ است و داریم:

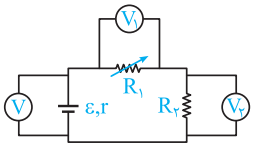
$$\frac{V_۲}{V_۱}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{\frac{R_۲\varepsilon}{R_۲+۲}}{\frac{۲۰\varepsilon}{۲۰+۲}}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\frac{R_۲(۲۰+۲)}{۲۰(R_۲+۲)}=\frac{۱}{۲}\Rightarrow R_۲\simeq ۱/۶\Omega$$

۱۹۱۷ ۲ وقتی R برابر صفر است، اختلاف پتانسیل دو سر مولد صفر می‌شود (گویی ولت‌سنج را به دو سر یک سیم بدون مقاومت متصل کرده‌ایم) و زمانی‌که R بی‌نهایت می‌شود، جریان صفر می‌شود و V برابر ε است، بنابراین عدد ولت‌سنج بین صفر تا ε تغییر می‌کند.

$$R_۱=۰\Rightarrow I_۱=\frac{\varepsilon}{۰+r}=\frac{\varepsilon}{r}\Rightarrow V_۱=\varepsilon-rI_۱=\varepsilon-r\times\frac{\varepsilon}{r}=۰$$

$$R_۲=\infty\Rightarrow I_۲=\frac{\varepsilon}{R+r}=۰\Rightarrow V_۲=\varepsilon-rI_۲\xrightarrow{I_۲=۰}V_۲=\varepsilon$$

۱۹۱۸ ۱ در حالتی که مقاومت $R_۱$ صفر است، ولتاژ دو سر آن با توجه به رابطهٔ $V_۱=R_۱I$ برابر صفر می‌شود. از طرفی در حالتی که مقاومت $R_۱$ بی‌نهایت شود، جریان در مدار برابر صفر شده و ولتاژ دو سر مقاومت $R_۱$، برابر با نیروی محرکهٔ مولد (ε) خواهد شد:



$$R_۱=\infty\Rightarrow I=۰\Rightarrow\begin{cases}V_۲=R_۲I=۰\\V=\varepsilon-rI=\varepsilon\end{cases}$$

$$V_{کل}=V_۱+V_۲\Rightarrow\varepsilon=V_۱+۰\Rightarrow V_۱=\varepsilon$$

کمی بیشتر: نمی‌توان گفت $V_۱=R_۱I$ بوده و با توجه به صفر بودن I، $V_۱$ صفر است، زیرا در این حالت $R_۱=\infty$ است و حاصل $۰\times\infty$، از لحاظ ریاضی یک حد است که باید رفع ابهام شود.

۱۹۱۹ ۳ برای پاسخ دادن به این تست، ابتدا به خلاصه نکات زیر توجه کنید:

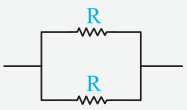
خلاصه نکات ۱۱ بررسی تأثیر تغییر مقاومت خارجی بر روی عدد آمپرسنج و ولت‌سنج و نور لامپ (تست‌های ۱۹۱۹ تا ۱۹۳۴)

در این قسمت، مطالب آموخته شده در خلاصه نکات‌های قبلی را به‌صورت مفهومی بررسی خواهیم کرد. برای بررسی سؤالات این قسمت، به‌طور اجمالی برخی از مفاهیم مورد نیاز را یادآوری می‌کنیم:

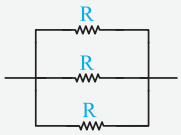
۱ اگر مقاومت خارجی مدار کاهش یابد، جریان کل مدار افزایش می‌یابد و بالعکس.

$$\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R_T+r}$$

۲ اگر تعداد مقاومت‌های موازی در مدار افزایش یابد، مقاومت معادل مدار کاهش و جریان کل مدار افزایش می‌یابد.



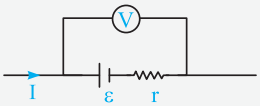
$$R_{T_۱}=\frac{R}{۲}$$



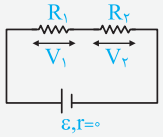
$$R_{T_۲}=\frac{R}{۳}$$

و اگر تعداد مقاومت‌های سری در مدار افزایش یابد، مقاومت معادل مدار افزایش و جریان کل مدار کاهش می‌یابد.

۳ با افزایش جریان عبوری از باتری، افت پتانسیل در داخل باتری افزایش یافته و اختلاف پتانسیل دو سر مولد کاهش می‌یابد.



$I\uparrow\Rightarrow$ افت پتانسیل : $rI\uparrow$



$\downarrow V=\varepsilon-r\uparrow I\Rightarrow$ اختلاف پتانسیل دو سر مولد کاهش می‌یابد.

۴ در مدار شکل مقابل، مجموع دو ولتاژ $V_۱$ و $V_۲$ برابر ε می‌باشد (چون مقاومت درونی مولد صفر است). $\varepsilon=V_۱+V_۲$

حال اگر به هر دلیلی $V_۲$ کاهش یابد، باید $V_۱$ افزایش یابد تا مجموع آن‌ها ثابت بماند.

$$\underset{\text{ثابت}}{\varepsilon}=\downarrow V_۱+\downarrow V_۲\Rightarrow$$

$V_۱$ باید افزایش یابد تا با کاهش $V_۲$ مجموع آن‌ها ثابت بماند.

در سؤال‌های ارائه شده در این قسمت، استفاده از مطالب سادهٔ فوق را به خوبی آموزش می‌دهیم.

با توجه به رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$، هر چه مقاومت R بیشتر شود، جریان در مدار کم‌تر می‌شود و آمپرسنج عدد کم‌تری را نشان می‌دهد. از طرفی با توجه به رابطهٔ $V=\varepsilon-rI$، واضح است که هر چه جریان در مدار کم‌تر باشد، افت پتانسیل درون مولد (یعنی rI) نیز کم‌تر می‌شود و در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر مولد، بیشتر می‌گردد و ولت‌سنج عدد بیشتری را نشان می‌دهد. $R\uparrow\Rightarrow I\downarrow\Rightarrow$ افت پتانسیل $\downarrow\Rightarrow$ (اختلاف پتانسیل دو سر باتری) $\uparrow$ عدد ولت‌سنج

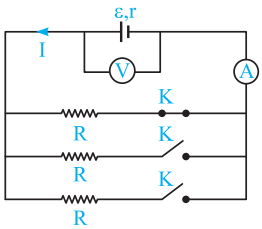
۲ ۱۹۲۰ سؤال جالب و خوبی است که دانش‌آموزان در آن نمرهٔ منفی زیاد می‌گیرند. با توجه به این‌که مقاومت درونی مولد ناچیز است $(r=0)$، افت پتانسیل در مولد (یعنی rI) صفر بوده و نیروی محرکهٔ مولد با اختلاف پتانسیل دوسر آن برابر است $(V=\varepsilon)$، بنابراین با تغییر مقاومت مدار، عدد ولت‌سنج تغییر نمی‌کند.

$$V=\varepsilon-rI\xrightarrow{r=0}V=\varepsilon$$

در ادامه با توجه به رابطهٔ $R=R_0(1+\alpha\Delta\theta)$، با کاهش دما، مقاومت مدار کاهش می‌یابد و در نتیجه جریان عبوری از مدار (مقداری که آمپرسنج نشان می‌دهد) افزایش می‌یابد.

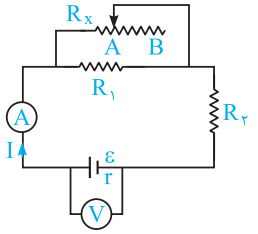
$$\uparrow I=\frac{\varepsilon}{\downarrow R+r}$$

۲ ۱۹۲۱ اگر با بستن کلیدهای بیشتر تعداد مقاومت‌های موازی در مدار بیشتر شود، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد $\left(R_T=\frac{R}{n}\right)$ و در نتیجه شدت جریان خروجی از باتری افزایش می‌یابد و با افزایش شدت جریان، افت پتانسیل در باتری زیاد می‌شود و ولتاژ دو سر باتری کاهش می‌یابد $(V=\varepsilon-rI)$.



$\downarrow$ عدد ولت‌سنج دو سر باتری $\Rightarrow\uparrow$ افت پتانسیل $\Rightarrow I\uparrow\Rightarrow\overset{\downarrow}{R_T}=\frac{R}{\overset{\uparrow}{n}}\Rightarrow$ کلیدهای بیشتری بسته شود

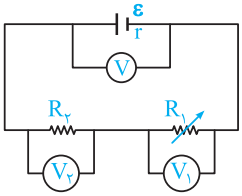
۲ ۱۹۲۲ با حرکت لغزنده از A به B، مقاومت شاخهٔ بالایی (R_x) افزایش یافته و در نتیجه مقاومت معادل R_1 و R_x هم افزایش یافته و مقاومت معادل کل مدار نیز در نهایت افزایش می‌یابد. با رخ دادن این اتفاق، داریم:



$$R_x\uparrow\rightarrow R_T\uparrow\rightarrow I\downarrow\rightarrow\text{افت پتانسیل}\downarrow\rightarrow V\uparrow$$

این موضوع یعنی $I'<I$ و $V'>V$ می‌شود.

۱ ۱۹۲۳ با کاهش مقاومت R_1، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد و در نتیجه شدت جریان و افت پتانسیل در باتری (rI) افزایش می‌یابد. در اثر افزایش شدت جریان، بنا به رابطهٔ $V_2=R_2I$ و $V=\varepsilon-rI$، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R_2 (یعنی V_2) افزایش و اختلاف پتانسیل دو سر مولد (V) کاهش می‌یابد. از طرفی چون V کاهش یافته و V_2 افزایش یافته است، پس V_1 الزاماً باید کاهش یابد تا تساوی زیر برقرار بماند.



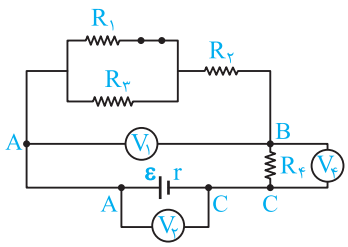
$$R_1\downarrow\Rightarrow I\uparrow\Rightarrow(rI)\uparrow\Rightarrow\text{افت پتانسیل}\uparrow\Rightarrow(\text{ولتاژ دو سر باتری})\ V\downarrow\quad\text{و}\quad\uparrow V_2=R_2\,\overset{\uparrow}{I}$$

$$\downarrow V=V_1+\overset{\uparrow}{V_2}\Rightarrow V_1\ \text{لزوماً کاهش می‌یابد تا تساوی برقرار شود.}$$

۱ ۱۹۲۴ با بستن کلید، مقاومت معادل کل مدار کاهش می‌یابد (چرا؟)، در نتیجه جریان عبوری از باتری افزایش می‌یابد و افت پتانسیل در باتری را زیاد می‌کند و در نهایت ولتاژ دو سر باتری کاهش می‌یابد $(V_2'<V_2)$.

$$\downarrow V_2=\overset{\text{ثابت}}{\varepsilon}-rI\uparrow:\text{ولتاژ دو سر باتری}\Rightarrow\text{افت پتانسیل}\uparrow\Rightarrow I\uparrow\Rightarrow R_T\downarrow\Rightarrow\text{کلید }K\text{ بسته شود}$$

با افزایش جریان (اگر به‌عنوان ابتکار یک ولت‌سنج فرضی در دو سر R_4 در نظر بگیریم) ولتاژ دو سر مقاومت R_4 زیاد می‌شود $(V_4=R_4I$ کل$)$. از طرفی مجموع ولتاژ R_4 با V_1 برابر با V_2 است، پس V_1 نیز باید کاهش یابد، تا تساوی زیر برقرار بماند.



$$\downarrow V_2\ (\text{ولتاژ دو سر باتری})\Rightarrow\text{افت پتانسیل}\uparrow\Rightarrow I\uparrow\Rightarrow R_T\downarrow\Rightarrow\text{کلید }K\text{ بسته شود.}$$

$$V_{AC}=V_{AB}+V_{BC}\Rightarrow\overset{\downarrow}{V_2}=V_1+\overset{\uparrow}{V_4}\Rightarrow V_1\ \text{باید کاهش یابد.}$$

gajmarket.com