

گام دوم به کمک حجم مایع بالا آمده درون استوانه، حجم ظاهری جسم را به دست می‌آوریم:

$$V_{\text{ظاهری}} = \Delta V_{\text{مایع}} = A \times \Delta h = 20 \times (25 - 20) = 100 \text{ cm}^3$$

گام سوم اختلاف حجم ظاهری جسم و حجم فلز برابر با حجم حفره درون جسم است:

$$V_{\text{حفره}} = 100 - 80 = 20 \text{ cm}^3$$

۹۲. **گزینه ۴** حجم حفره (V_s) برابر است با:

$$\rho = \frac{m}{V_s} \Rightarrow 0.8 = \frac{1600}{V_s} \Rightarrow V_s = 2000 \text{ cm}^3$$

برای محاسبه حجم استوانه توخالی (V_s) باید حجم ظاهری استوانه را منهای حجم حفره درون آن کرد. با توجه به شعاع داخلی استوانه (R) و شعاع خارجی آن ($2R$) داریم:

$$\begin{cases} V_s = \pi R^2 h \\ V_s = \pi (2R)^2 h - \pi R^2 h \end{cases} \Rightarrow \frac{V_s}{V_s} = \frac{\pi R^2 h}{\pi R^2 h} = 3$$

$$\frac{V_s = 2000 \text{ cm}^3}{2000} = 3 \Rightarrow V_s = 6000 \text{ cm}^3$$

ترازو وزن استوانه توخالی (W_s) و مایع درون آن (W_m) را نشان می‌دهد:

$$W = W_s + W_m \Rightarrow \frac{W_s = m_s g}{W_m = m_m g} \Rightarrow 70 = 1/6 \times 10 + m_s \times 10$$

$$\Rightarrow m_s = 5/4 \text{ kg} = 5400 \text{ g} \Rightarrow \rho = \frac{5400}{6000} = 0.9 \text{ g/cm}^3$$

۹۳. **گزینه ۳**

گام اول ابتدا حجم ظاهری و حجم واقعی کره را به دست می‌آوریم:

$$\text{حجم ظاهری کره: } V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times (5)^3 = 500 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم واقعی یا توپر: } \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 2/7 = \frac{1080}{V} \Rightarrow V' = 400 \text{ cm}^3$$

گام دوم نسبت حجم حفره به حجم ظاهری برابر است با:

$$\text{حجم حفره} = \text{حجم واقعی} - \text{حجم ظاهری} = 500 - 400 = 100 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow \frac{\text{حجم حفره}}{\text{حجم ظاهری کره}} = \frac{100}{500} = \frac{1}{5} \times 100 \rightarrow 20\%$$

۹۴. **گزینه ۲**

گام اول حجم قسمت توپر و سپس جرم آن را به دست می‌آوریم:

$$\text{حجم کره} - \text{حجم مکعب} = \text{حجم قسمت توپر (واقعی)} = a^3 - \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\Rightarrow V_{\text{توپر}} = (5)^3 - \frac{4}{3} \times 3 \times (2)^3 = 125 - 108 = 17 \text{ cm}^3$$

گام دوم جرم مکعب فلزی برابر است با:

$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{توپر}}} \Rightarrow 8 = \frac{m_{\text{فلز}}}{17} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 136 \text{ g}$$

گام سوم با داشتن حجم حفره کروی (108 cm^3) و چگالی روغن، می‌توان جرم روغن داخل حفره و در نتیجه جرم کل را حساب کرد.

$$\rho_{\text{روغن}} = \frac{m_{\text{روغن}}}{V_{\text{حفره}}} \Rightarrow 0.8 = \frac{m_{\text{روغن}}}{108} \Rightarrow m_{\text{روغن}} = 86.4 \text{ g}$$

$$m_{\text{کل}} = m_{\text{فلز}} + m_{\text{روغن}} = 136 + 86.4 = 222.4 \text{ g}$$

۹۵. **گزینه ۴**

گام اول چون جرم دو مکعب یکسان است، از رابطه $m = \rho V$ می‌توان نوشت:

$$m_{\text{آلومینیم}} V_{\text{آلومینیم}} = \rho_{\text{مس}} V_{\text{مس}} = \rho_{\text{آلومینیم}} m_{\text{مس}}$$

گام دوم اکنون جرم الکلی را که از ظرف بیرون می‌ریزد به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{الکل}} = \frac{m_{\text{الکل}}}{V} \Rightarrow 0.8 \text{ g/L} = \frac{m}{0.5 \text{ L}} \Rightarrow m = 400 \text{ g}$$

روش دوم چون حجم گلوله برابر حجم الکل بیرون ریخته شده از ظرف است، می‌توان نوشت:

$$\frac{\rho_{\text{گلوله}}}{\rho_{\text{الکل}}} = \frac{m_{\text{گلوله}}}{m_{\text{الکل}}} \times \frac{V_{\text{الکل}}}{V_{\text{گلوله}}} \xrightarrow{V_{\text{الکل}} = V_{\text{گلوله}}} \frac{m_{\text{گلوله}}}{\rho_{\text{گلوله}}} = \frac{m_{\text{الکل}}}{\rho_{\text{الکل}}}$$

$$\Rightarrow \frac{2900}{7800} = \frac{m_{\text{الکل}}}{800} \Rightarrow m_{\text{الکل}} = 400 \text{ g}$$

۸۷. **گزینه ۳** چگالی یخ کمتر از چگالی آب است؛ بنابراین برای یک جرم ثابت، حجم یخ بیشتر از حجم آب است و به همین دلیل با آب شدن یخ، با کاهش حجم مخلوط مواجهیم؛ در نتیجه با استفاده از رابطه چگالی می‌توان نوشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V_2 - V_1 = m \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right)$$

$$\Rightarrow -5 = m \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{0.9} \right) \Rightarrow m = 45 \text{ g}$$

۸۸. **گزینه ۴**

گام اول جرم مایع و جرم روغن عبارتند از:

$$\text{جرم مایع} = 540 - 300 = 240 \text{ g}, \quad \text{جرم روغن} = 460 - 300 = 160 \text{ g}$$

گام دوم چون حجم داخل ظرف ثابت است، حجم مایع و روغن که داخل ظرف را پر کرده‌اند، برابر است:

$$V_{\text{مایع}} = V_{\text{روغن}} \Rightarrow \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} = \frac{m_{\text{روغن}}}{\rho_{\text{روغن}}}$$

و از مقایسه جرم دو مایع داریم:

$$\frac{240}{1/2} = \frac{160}{\rho_{\text{روغن}}} \Rightarrow \rho_{\text{روغن}} = \frac{160 \times 1/2}{240} = \frac{4}{5} \text{ g/cm}^3$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{روغن}} = \frac{4}{5} \text{ g/cm}^3 \times \left(\frac{1000 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} \right) = 800 \text{ g/L}$$

۸۹. **گزینه ۲**

گام اول حجم واقعی جسم برابر است با:

$$V_{\text{توپر}} = \frac{m}{\rho} = \frac{2000 \text{ g}}{2/5 \text{ g/cm}^3} = 800 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{ظاهری مکعب}} = 10^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

گام دوم حجم حفره را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{حفره}} = 1000 - 800 = 200 \text{ cm}^3$$

۹۰. **گزینه ۴**

گام اول برای تشخیص اینکه مکعب توپر است یا توخالی، باید حجم ظاهری آن (با رابطه حجم مکعب $V = a^3$) و حجم ماده تشکیل‌دهنده مکعب (با رابطه چگالی $\rho = \frac{m}{V}$) را محاسبه و با هم مقایسه کنیم:

$$\text{حجم ظاهری: } V = a^3 = 10^3 = 1000 \text{ cm}^3$$

$$\text{حجم ماده: } \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow 8 = \frac{6000}{V} \Rightarrow V' = 750 \text{ cm}^3$$

گام دوم چون حجم ظاهری بیشتر از حجم ماده تشکیل‌دهنده آن است، داخل مکعب حفره وجود دارد و حجم حفره برابر است با:

$$V_{\text{حفره}} = 1000 - 750 = 250 \text{ cm}^3$$

۹۱. **گزینه ۳**

گام اول به کمک رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ ، حجم فلز به کار رفته در جسم را به دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{400}{5} = 80 \text{ cm}^3$$

مویین در آب اثری در ارتفاع آب درون لوله ندارد. (ب) سطح جیوه در لوله مویین پایین‌تر از سطح جیوه ظرف و به صورت برآمده است. (ت) قیراندود کردن (عایق رطوبتی) برای جلوگیری از نفوذ آب و رطوبت انجام می‌شود، یعنی باید نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های آب و سطح را کاهش دهد و به صفر برساند.

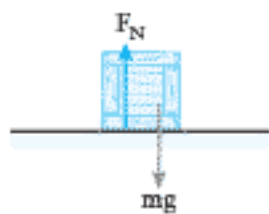
۱۷۴. (گزینه ۳) اگر سطح شیشه تمیز باشد، آب با شیشه نیروی دگرچسبی قابل ملاحظه‌ای ایجاد می‌کند و مولکول‌های آب تمایل دارند هرچه بیشتر با شیشه تماس پیدا کنند، از این رو روی شیشه پخش می‌شوند. اما اگر سطح شیشه چرب باشد، چربی سبب کاهش نیروی دگرچسبی می‌شود و مولکول‌های آب به صورت قطره درمی‌آیند. مولکول‌های جیوه هم نیروی هم‌چسبی بیشتری نسبت به دگرچسبی با شیشه دارند و به صورت قطره درمی‌آیند.

۱۷۵. (گزینه ۱) اگر روغن را ماده‌ای غیرقطبی در نظر بگیریم، روغن با آب که ماده‌ای قطبی است، نمی‌تواند نیروی ربایشی قابل ملاحظه‌ای پدید آورد؛ از این رو در سطح بیرونی لوله، نیروی دگرچسبی آب با لوله کمتر از نیروی هم‌چسبی آب می‌شود. درون لوله هم که مانند لوله مویین معمولی آب بالاتر و به صورت فرورفته قرار می‌گیرد.

۱۷۶. (گزینه ۳) تمایل در چسبیدن مولکول‌های جیوه به یکدیگر (نیروی هم‌چسبی) بیشتر از تمایل در چسبیدن آن‌ها به دیواره لوله مویین (نیروی دگرچسبی) است؛ از این رو در محل تماس جیوه با ظرف، سطح جیوه برآمده خواهد بود.

۱۷۷. (گزینه ۱) ارتفاع آب بالا رفته در لوله مویین به عمق لوله و طول کل لوله بستگی ندارد و اگر عمق لوله ۸ cm یا ۱۰ cm باشد به شرطی که جنس لوله و سطح داخلی لوله یکسان باشد، ارتفاع آب در لوله ثابت می‌ماند.

۱۷۸. (گزینه ۲) در حالت اول اندازه نیروی عمودی وارد بر سطح برابر با m_1g و در حالت دوم اندازه نیروی عمودی وارد بر سطح برابر $(m_1 + m_2)g$ می‌باشد.



m_1 : جرم مکعب m_2 : جرم جسم

حالت اول: $P_1 = \frac{m_1g}{A}$

حالت دوم: $P_2 = \frac{(m_1 + m_2)g}{A}$

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \frac{m_2g}{A} = \frac{800}{20 \times 20 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow \Delta P = 2 \times 10^4 \text{ Pa} = 20 \text{ kPa}$$

تذکره: می‌توانستیم از ابتدا با توجه به این نکته که افزایش فشار در حالت دوم ناشی از وزن جسم 80 kg است. فقط فشار ناشی از آن را حساب کنیم تا اختلاف فشار را به دست آوریم.

۱۷۹. (گزینه ۳)

یادآوری: $1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$, $1 \text{ ton} = 1000 \text{ kg}$ است.

در هر حالت فشار وارد بر سطح مورد نظر را به دست می‌آوریم:

(الف) $P = \frac{F}{A} \quad F=mg \Rightarrow P = \frac{6 \times 10}{2 \times 20 \times 10^{-4}} \Rightarrow P = 1/5 \times 10^5 \text{ Pa}$

(ب) $P = \frac{F}{A} = \frac{6 \times 1000 \times 10}{2 \times 2} \Rightarrow P = 1/5 \times 10^5 \text{ Pa}$

(پ) $P = \frac{F}{A} = \frac{0/1}{0/5 \times 10^{-6}} \Rightarrow P = 2 \times 10^5 \text{ Pa}$

با مقایسه فشارها می‌توان دریافت در قسمت (ب) فشار بیشتر است.

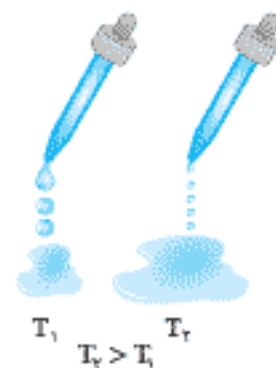
۱۶۵. (گزینه ۲) در لوله نازک‌تر برآیند نیروهای وارد بر جیوه بیشتر می‌شود و چون چسبندگی بین مولکول‌های جیوه بیشتر از نیروی دگرچسبی جیوه با دیواره لوله مویین است، سطح جیوه در این لوله پایین‌تر قرار می‌گیرد و در لوله ضخیم‌تر بالاتر قرار می‌گیرد.

۱۶۶. (گزینه ۳) نیروی کشش سطحی به دلیل نیروی ربایشی بین مولکول‌های سطح مایع است و همین نیرو سبب قطره شدن آب می‌شود و تشکیل حباب آب و صابون نیز به واسطه وجود همین نیروی ربایشی بین مولکول‌های مایع در یک سطح است. ۱۶۷. (گزینه ۴) جنس تیغ معمولاً از فولاد است و چگالی بسیار زیادی دارد و می‌دانیم عامل شناور شدن جسم روی آب حجم یا جرم کم جسم نمی‌تواند باشد، بلکه به دلیل کشش سطحی آب است.

۱۶۸. (گزینه ۱)

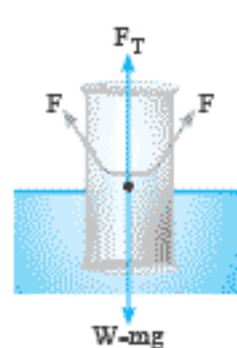
بررسی همه عبارت‌ها (الف): درست ریزگردها به دلیل این که نیروی هم‌چسبی بین آن‌ها ضعیف است توسط بادهای ضعیف می‌توانند به صورت ذرات ریز آب به حرکت درآیند اما قطره‌های ریز آب به دلیل نیروی هم‌چسبی قوی بین مولکول‌های آن به اندازه‌ای درشت می‌شوند که جرم بیشتری نسبت به ریزگردها می‌یابند؛ از این رو بادهای شدید تنها می‌توانند قطره‌های ریز آب را به بالا برانند توجه داریم که چگالی ریزگردها (که از کاتی‌ها و خاک و مواد معدنی مانند سیلیس تشکیل می‌شوند) از آب بیشتر است. (ب) نادرست: ماهی کمان‌گیر به واسطه نیروی هم‌چسبی قابل ملاحظه مولکول‌های آب می‌تواند آن را به صورت باریکه پرسرعت درآورد. (پ) درست. ۱۶۹. (گزینه ۳) قطره شدن آب به دلیل وجود نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های آب است و سبب ایجاد نیروی کشش سطحی قابل ملاحظه‌ای در آب می‌شود. ۱۷۰. (گزینه ۳) اثر گچ روی تخته (یا جوهر و مداد روی صفحه کاغذ)، به دلیل قوی‌تر بودن نیروی دگرچسبی مولکول‌های گچ با مولکول‌های سطح تخته (یا جوهر و مداد) با مولکول‌های صفحه کاغذ) از نیروی هم‌چسبی مولکول‌های گچ (یا جوهر و مداد) است.

تذکره: شاید گاهی ملاحظه کرده‌اید که اثر گچ روی برخی قسمت‌های تخته، ناچیز و کم‌رنگ است یا اثر جوهر روی برخی کاغذهای روغنی به خوبی انجام نمی‌پذیرد. این به دلیل ماده‌ای است که روی تخته یا کاغذ قرار گرفته و نیروی دگرچسبی را کاهش می‌دهد.



۱۷۱. (گزینه ۱) به هر اندازه‌ای که قطره بزرگ‌تر باشد، وزن بیشتری می‌یابد و بر پوسته سطح کروی آن نیروی بیشتری وارد می‌شود؛ از این رو نیروی کشش سطحی بیشتری برای حفظ این پوسته باید وجود داشته باشد. پس اگر کشش سطحی کاهش یابد قطره‌های بزرگ نمی‌توانند تشکیل شوند و قطره‌های مایع کوچک‌تر می‌شوند.

تذکره: افزایش دما یکی از عواملی است که سبب کاهش نیروی کشش سطحی و کوچک‌تر شدن قطره‌های مایع می‌شود.



۱۷۲. (گزینه ۳) در شکل مقابل، برشی دو بُعدی از نیروی دگرچسبی آب با لوله مویین را نشان داده‌ایم. نیروی دگرچسبی مماس بر سطح خمیده آب درون لوله که بالا رفته است، اثر می‌کند و به طرف بالاست. برآیند نیروهای بین‌مولکولی وارد بر آب بالا رفته را با نشان می‌دهیم و این نیروی برآیند برابر وزن آب بالا رفته درون لوله مویین است.

۱۷۳. (گزینه ۱) هر چهار عبارت نادرست هستند.

بررسی همه عبارت‌ها (الف): خیس (تر) شدن سطح جسم توسط مایع به سبب بیشتر بودن نیروی دگرچسبی از نیروی هم‌چسبی است. (ب) عمق لوله



۲۸۱. گزینه ۱ می‌دانیم جهت حرکت جسم در محاسبه انرژی جنبشی بی‌تأثیر است. یعنی به سادگی و بدون هیچ استرسی از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ استفاده کرده و انرژی جنبشی را در هر حالت محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} K_1 = \frac{1}{2}(\lambda m)v^2 = mv^2, & K_2 = \frac{1}{2}m(2v)^2 = 2mv^2 \\ K_3 = \frac{1}{2} \times \lambda m \left(\frac{v}{2}\right)^2 = mv^2, & K_4 = \frac{1}{2} \times 2m(2v)^2 = 4mv^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow K_4 > K_2 > K_3 = K_1$$

نکته: در محاسبه انرژی جنبشی، جهت حرکت جسم مهم نیست و فقط اندازه سرعت جسم (تندی) مهم است.

۲۸۲. گزینه ۱

نکته: برای مقایسه انرژی جنبشی دو جسم می‌توانیم از رابطه زیر استفاده کنیم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{m_2}{m_1}\right) \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\frac{K_{\text{اتومبیل}}}{K_{\text{کامیون}}} = \left(\frac{m_{\text{اتومبیل}}}{m_{\text{کامیون}}}\right) \times \left(\frac{v_{\text{اتومبیل}}}{v_{\text{کامیون}}}\right)^2$$

$$\frac{v_{\text{کامیون}} = \frac{1}{2}v_{\text{اتومبیل}}}{K_{\text{کامیون}} = 2K_{\text{اتومبیل}}} \rightarrow \frac{1}{2} = \left(\frac{m_{\text{اتومبیل}}}{m_{\text{کامیون}}}\right) \times 2^2 \Rightarrow \frac{m_{\text{اتومبیل}}}{m_{\text{کامیون}}} = \frac{1}{8}$$

۲۸۳. گزینه ۳ انرژی جنبشی گلوله از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ محاسبه می‌شود، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{K_1=4J, K_2=5J, v_1=4m/s, m_1=m_2} \frac{5}{4} = \left(\frac{v_2}{4}\right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{از طرفین جذر می‌گیریم}} \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{v_2}{4} \Rightarrow v_2 = 2\sqrt{5} \text{ m/s}$$

۲۸۴. گزینه ۳ همان‌طور که بحث کردیم، انرژی جنبشی یک جسم مستقل از جهت حرکت آن است و فقط به تندی بستگی دارد در نتیجه بدون توجه به جهت

حرکت جسم با استفاده از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، انرژی جنبشی چنگنده را در نقاط A و B با هم مقایسه می‌کنیم. فراموش نکنید که جرم چنگنده ثابت است! $\left(\frac{m_B}{m_A} = 1\right)$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_B}{K_A} = \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2 = \left(\frac{200}{100}\right)^2 = 4$$

۲۸۵. گزینه ۲

گام اول رابطه برای تغییر انرژی جنبشی جسمی با جرم ثابت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$\xrightarrow{v_2=5m/s, v_1=4m/s, \Delta K=+18J} 18 = \frac{1}{2}m(5^2 - 4^2)$$

$$\Rightarrow 18 = \frac{1}{2}m \times 9 \Rightarrow m = 4 \text{ kg}$$

گام دوم با داشتن m، می‌توانیم K_1 را محاسبه کنیم:

$$K_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 4^2 = 32 \text{ J}$$

نکته ۱: چون تندی جسم افزایش یافته، در نتیجه انرژی جنبشی آن نیز حتماً افزایش یافته است.

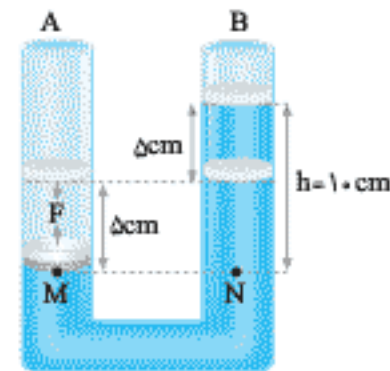
نکته ۲: تغییر انرژی جنبشی یک جسم با جرم ثابت برابر است با:

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 \Rightarrow \Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

یکسان است و می‌توان دریافت جرم پیستون ناچیز است. اکنون با جایگذاری مقدار کمیت‌ها (در SI) می‌توانیم نیروی F را به دست آوریم:

$$\frac{F(N)}{1.0^2 \times 10^{-2} (m^2)} = 13/5 \times 1000 \text{ kg/m}^2 \times 1.0 \text{ m/s}^2 \times 1.0 \times 10^{-2} \text{ m}$$

$$\Rightarrow F = 135 \text{ N}$$



۲۷۷. گزینه ۲ با استفاده از معادله پیوستگی حرکت شاره می‌توان نوشت:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \xrightarrow{A_2 = \pi r_2^2, r_2 = \frac{1}{2} r_1, A_1 = \pi r_1^2} \pi \times 1^2 \times 4 = \pi r_2^2 \times 8$$

$$r_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ cm} \Rightarrow d_2 = 2r_2 = \sqrt{2} \text{ cm}$$

۲۷۸. گزینه ۱ طبق معادله پیوستگی متوجه می‌شویم که سرعت شاره با مساحت سطح مقطع لوله رابطه عکس دارد، زیرا:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow v \propto \frac{1}{A}$$

همچنین طبق اصل برنولی می‌دانیم که فشار با سرعت رابطه عکس دارد:

$$P \propto \frac{1}{v} \Rightarrow P \propto A$$

در نتیجه قسمتی از لوله که سطح مقطع بیشتری دارد، فشار بیشتری به مایع داخل لوله زیر خود وارد می‌کند و سطح مایع پایین‌تر می‌رود. بنابراین:

$$h_1 > h_2 > h_3$$

۲۷۹. گزینه ۴

نکته: برای تبدیل تندی یک جسم از km/h به m/s کافی است که تندی را تقسیم بر ۳/۶ کنیم.

گام اول اطلاعات مسئله را بر حسب واحدهای SI می‌نویسیم:

$$m = 1 \text{ تن} = 10^3 \text{ kg}$$

$$v = 108 \text{ km/h} \xrightarrow{\div 3/6} v = 30 \text{ m/s}$$

گام دوم از رابطه انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 10^3 \times 30^2 = \frac{1}{2} \times 10^3 \times 900 = 450 \times 10^3 \text{ J}$$

گام سوم فراموش نکنید که مسئله، انرژی جنبشی اتومبیل را بر حسب کیلوژول خواسته است، در نتیجه داریم:

$$K = 450 \times 10^3 \text{ J} \times \frac{1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ J}} = 450 \text{ kJ}$$

۲۸۰. گزینه ۳

گام اول مقادیر مسئله بر حسب واحدهای SI آن‌ها عبارتند از:

$$m = 50 \text{ g} = 50 \times 10^{-3} \text{ kg} = 5 \times 10^{-2} \text{ kg}, \quad K = 1 \text{ kJ} = 10^3 \text{ J}$$

گام دوم با استفاده از رابطه $K = \frac{1}{2}mv^2$ ، تندی گلوله را محاسبه می‌کنیم:

$$10^3 = \frac{1}{2} \times 5 \times 10^{-2} \times v^2 \Rightarrow v^2 = 4 \times 10^4 \Rightarrow v = 200 \text{ m/s}$$



$$P_{\text{انومبیل}} = \frac{W_{\text{انومبیل}}}{\Delta t} = \frac{2 \times 10^4}{20} = 10^3 \text{ W}$$

گام چهارم: توان را بر حسب کیلووات محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{انومبیل}} = 10^3 \text{ W} \times \frac{1 \text{ kW}}{10^3 \text{ W}} = 1 \text{ kW}$$

۶.۰۰. (گزینه ۲) با استفاده از رابطه $P = Fv$ به سادگی می‌توان نوشت:

$$P = Fv \Rightarrow \begin{cases} P_2 = F_2 v_2 \\ P_1 = F_1 v_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{F_2}{F_1} \times \frac{v_2}{v_1}$$

طبق اطلاعات مسئله مشخص است که $\frac{F_2}{F_1} = \frac{v_2}{v_1} = 2$ است. در نتیجه داریم:

$$\frac{P_2}{P_1} = 2 \times 2 = 4$$

۶.۰۱. (گزینه ۱) چون جسم با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند، در نتیجه حرکت آن، تندشونده است و رفته‌رفته تندی آن افزایش می‌یابد. همچنین می‌دانیم توان نیروی F در هر لحظه از رابطه $P = Fv$ محاسبه می‌شود. در نتیجه خیلی واضح است که با افزایش تندی (v)، توان نیروی (P) افزایش می‌یابد.

۶.۰۲. (گزینه ۳)

گام اول: بر کابین آسانسور دو نیروی موتور F و وزن (mg) اثر می‌کنند و روی آن کار انجام می‌دهند.

گام دوم: آسانسور در ابتدا و انتهای حرکت ساکن است، در نتیجه تغییر انرژی جنبشی آن صفر است.

گام سوم: با استفاده از قضیه کار و انرژی کار انجام شده توسط نیروی موتور را محاسبه می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} W_t &= W_{F_{\text{موتور}}} + W_{mg} \\ W_t &= \Delta K = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow W_{F_{\text{موتور}}} + W_{mg} = 0 \Rightarrow W_{F_{\text{موتور}}} = -W_{mg}$$

گام چهارم: چون آسانسور رو به بالا حرکت کرده است کار نیروی وزن آن منفی است و از رابطه $W_{mg} = -mgh$ محاسبه می‌شود:

$$W_{mg} = -mgh = -600 \times 10 \times 30 = -18 \times 10^4 \text{ J}$$

گام پنجم: کار نیروی موتور را محاسبه می‌کنیم:

$$W_{F_{\text{موتور}}} = -W_{mg} = -(-18 \times 10^4)$$

$$\Rightarrow W_{F_{\text{موتور}}} = 18 \times 10^4 \text{ J}$$

گام ششم: حالا می‌توانیم توان متوسط موتور آسانسور را محاسبه کنیم:

$$P = \frac{W_{F_{\text{موتور}}}}{\Delta t} = \frac{18 \times 10^4}{5} = 36 \times 10^3 \text{ W} = 36 \text{ kW}$$

۶.۰۳. (گزینه ۲)

گام اول: تغییر ارتفاع شخص را در طی این جابه‌جایی محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta h = (\text{ارتفاع هر پله}) \times (\text{تعداد پله‌ها}) = 40 \times 25 = 10 \text{ m}$$

گام دوم: چون جابه‌جایی شخص رو به بالا است، کار نیروی وزن در طی این جابه‌جایی منفی و برابر با $W_{mg} = -mg\Delta h$ است:

$$W_{mg} = -mg\Delta h = -75 \times 10 \times 10 \Rightarrow W_{mg} = -7500 \text{ J}$$

گام سوم: کار کل انجام شده روی شخص برابر با مجموع کار شخص و کار نیروی وزن است:

$$W_t = W_{\text{شخص}} + W_{mg}$$

گام چهارم: شخص در ابتدا و انتهای حرکت ساکن است: در نتیجه تغییر انرژی جنبشی آن صفر است، با استفاده از قضیه کار و انرژی می‌توان نوشت:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{\Delta K=0} W_{\text{شخص}} + W_{mg} = 0 \Rightarrow W_{\text{شخص}} = -W_{mg}$$

$$\xrightarrow{W_{mg} = -7500 \text{ J}} W_{\text{شخص}} = 7500 \text{ J}$$

۵۹۶. (گزینه ۴)

گام اول: تغییر انرژی جنبشی جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = 100 \text{ J}$$

گام دوم: طبق پایستگی انرژی، کار نیروهای مقاوم در مقابل حرکت جسم به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$W_f = \Delta K + \Delta U_g \xrightarrow{\Delta K=100 \text{ J}} W_f = 100 + \Delta U_g$$

چون کار نیروهای مقاوم حتماً یک عدد منفی است، بنابراین:

$$W_f < 0 \Rightarrow 100 + \Delta U_g < 0 \Rightarrow \Delta U_g < -100 \text{ J}$$

گام سوم: رابطه کار نیروی وزن و تغییر انرژی پتانسیل گرانشی در طی یک جابه‌جایی برابر است با:

$$\begin{aligned} W_{mg} &= -\Delta U_g \Rightarrow \Delta U_g = -W_{mg} \xrightarrow{\Delta U_g < -100} \\ &= -W_{mg} < -100 \Rightarrow W_{mg} > 100 \end{aligned}$$

۵۹۷. (گزینه ۲) سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب می‌کنیم و انرژی مکانیکی گلوله را در نقاط (۱) و (۲) می‌نویسیم:

$$E_1 = U_1 + K_1 = mgh_1 + \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$E_1 = 0.1 \times 10 \times 10 + \frac{1}{2} \times 0.1 \times 2^2 = 1.02 \text{ J}$$

$$E_2 = U_2 + K_2 = K_2$$

کار نیروی مقاومت هوا برابر با تغییر انرژی مکانیکی گلوله است:

$$W_f = E_2 - E_1 \xrightarrow{W_f = -2 \text{ J}} -2 = K_2 - 1.02 \Rightarrow K_2 = 8/2 \text{ J}$$

۵۹۸. (گزینه ۴)

گام اول: تغییر ارتفاع جسم پس از ۱۲ m جابه‌جایی روی سطح شیب‌دار را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin(30^\circ) = \frac{h}{12} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{12} \Rightarrow h = 6 \text{ m}$$

گام دوم: سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی انتخاب و انرژی مکانیکی جسم را در نقاط (۱) و (۲) به دست می‌آوریم:

$$E_1 = U_1 + K_1 = mgh + \frac{1}{2} m v_1^2 = 2 \times 10 \times 6 + \frac{1}{2} \times 2 \times 5^2 = 145 \text{ J}$$

$$E_2 = U_2 + K_2 = 0 + \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 8^2 = 64 \text{ J}$$

گام سوم: کار نیروی اصطکاک برابر با تغییر انرژی مکانیکی جسم است:

$$W_f = E_2 - E_1 = 64 - 145 = -81 \text{ J}$$

۵۹۹. (گزینه ۲)

گام اول: تندی ثانویه اتومبیل را از km/h به m/s تبدیل می‌کنیم:

$$v_2 = 72 \text{ km/h} \xrightarrow{\div 3.6} v_2 = 20 \text{ m/s}$$

گام دوم: چون از مقاومت هوا صرف‌نظر شده است، فقط نیروی موتور روی اتومبیل کار انجام می‌دهد، با استفاده از قضیه کار و انرژی، کار نیروی موتور اتومبیل را محاسبه می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} W_t &= \Delta K \\ W_t &= W_{\text{اتومبیل}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow W_{\text{اتومبیل}} = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$\xrightarrow{\frac{m=100 \text{ kg}}{v_2=20 \text{ m/s}}} W_{\text{اتومبیل}} = \frac{1}{2} \times 1000 \times 20^2 = 200000 \text{ J} = 2 \times 10^5 \text{ J}$$

گام سوم: با تقسیم کار اتومبیل بر مدت زمان انجام کار، توان متوسط اتومبیل را محاسبه می‌کنیم:

$$m_1 = 340 \text{ g} = 0.34 \text{ kg}$$

$$c_1 = 1000 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$\theta_1 = ?$$

$$m_2 = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg}$$

$$m'_2 = 50 \text{ g} = 0.05 \text{ kg}$$

$$\theta_2 = -10^\circ\text{C}$$

$$c_2 = 2000 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}$$

$$L_F = 300000 \text{ J/kg}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q'_2 = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta - \theta_2) + m'_2 L_F = 0$$

$$0.34 \times 1000 \times (\theta - \theta_1) + 0.1 \times 2000 \times (\theta - (-10)) + 0.05 \times 300000 = 0$$

$$\Rightarrow -340 \theta_1 + 2000 \theta + 15000 = 0 \Rightarrow 340 \theta_1 = 17000 \Rightarrow \theta_1 = 50^\circ\text{C}$$

۸۲۲. گزینه ۴ تبدیل بخار به مایع را میعان، جامد به بخار را تصعید و مایع به بخار را تبخیر می‌نامیم.

۸۲۳. گزینه ۳ به طور کلی، افزودن ناخالصی به مایع باعث می‌شود نقطه انجماد آن پایین و نقطه جوش آن بالا رود.

۸۲۴. گزینه ۴ می‌دانیم هر چه دمای آب بالاتر باشد، زمان آب‌پز شدن تخم‌مرغ کمتر است؛ بنابراین در ارتفاعات که فشار هوا کمتر است، نقطه جوش آب کاهش می‌یابد، در نتیجه تخم‌مرغ در مدت زمان بیشتری آب‌پز می‌شود.

۸۲۵. گزینه ۱ افزایش فشار باعث کاهش دمای ذوب یخ می‌شود.

۸۲۶. بررسی سایر گزینه‌ها «گزینه ۲»: در اثر افزایش فشار، نقطه جوش آب بالا می‌رود. «گزینه ۳»: تبخیر سطحی در هر دمایی صورت می‌گیرد و گرمای لازم برای این تبخیر از خود مایع گرفته می‌شود، بنابراین با از دست دادن گرمای مایع کاهش می‌یابد. «گزینه ۴»: افزایش فشار وارد بر جامدات (به غیر از یخ) دمای ذوب آن‌ها را بالا می‌برد.

۸۲۷. گزینه ۴ می‌دانیم افزایش دما، افزایش سطح آزاد مایع، کاهش فشار هوا، کاهش رطوبت هوا و وزش باد، آهنگ تبخیر سطحی را افزایش می‌دهد؛ بنابراین در هوای آفتابی خشک با باد زیاد، آهنگ تبخیر سطحی بیشتر است، لذا لباس سریع‌تر خشک می‌شود.

۸۲۸. گزینه ۳ با افزایش فشار هوا، آهنگ تبخیر سطحی کاهش می‌یابد. زیرا افزایش فشار وارد بر سطح مایع باعث می‌شود مولکول‌های سطح آن برای خارج شدن از مایع به انرژی بیشتری نیاز داشته باشند، در نتیجه تعداد مولکول‌های کمتری می‌توانند از سطح مایع فرار کنند.

۸۲۹. گزینه ۱ با خارج کردن هوای بالای آب درون ظرف، فشار وارد بر سطح مایع کاهش می‌یابد. با کم شدن فشار مایع، آهنگ تبخیر سطحی افزایش یافته و مولکول‌های سطح آب با گرفتن گرمای $Q = mL_v$ از سایر مولکول‌ها تبخیر می‌شوند؛ بنابراین دمای آب با از دست دادن گرمای مایع، کاهش می‌یابد.

دقت کنید، اگر به روند تخلیه هوای بالای ظرف ادامه دهیم، سرانجام دمای آب باقی‌مانده به صفر می‌رسد و شروع به یخ‌زدن می‌کند، ضمن این‌که تبخیر آب را نیز مشاهده می‌کنید.

۸۳۰. گزینه ۴ گرمایی که صرف تبخیر آب روی پوست شخص می‌شود، باید از بدن شخص گرفته شود و همین امر موجب کاهش دمای بدن وی می‌گردد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$Q = Q_v \Rightarrow mc|\Delta\theta| = m'L_v \Rightarrow \frac{m=80 \text{ kg}, c=3600 \text{ J/kg} \cdot ^\circ\text{C}}{L_v=2400000 \text{ J/kg}, |\Delta\theta|=1^\circ\text{C}}$$

$$80 \times 3600 \times 1 = m' \times 2400000 \Rightarrow m' = 0.12 \text{ kg}$$

۸۳۱. گزینه ۴ گرمای لازم برای تبدیل یخ صفر درجه سلسیوس به آب 70°C برابر است با:

$$Q = mL_F + mc\Delta\theta$$

است را آب نمی‌تواند تأمین کند، لذا مخلوطی از آب و یخ داریم که دمای تعادل آن $\theta = 0^\circ\text{C}$ است. محاسبات زیر همین موضوع را نشان می‌دهد:

$$m_1 = m \quad m_2 = m$$

$$c_1 = c_{\text{آب}} \quad c_2 = \lambda \cdot c_{\text{آب}}$$

$$\theta_1 = 30^\circ\text{C} \quad \theta_2 = 0^\circ\text{C}$$

$$Q_1 = m_1 c_1 (\theta - \theta_1) \Rightarrow Q_1 = m \times c_{\text{آب}} \times (0 - 30) = -30 \cdot mc_{\text{آب}}$$

$$Q_2 = m_2 L_F \Rightarrow Q_2 = m \times \lambda \cdot c_{\text{آب}} \Rightarrow Q_2 = \lambda \cdot mc_{\text{آب}}$$

بنابراین برای محاسبه جرم یخ ذوب شده با استفاده از اصل پایستگی انرژی می‌توان نوشت:

$$\text{آب } (30^\circ\text{C}) \xrightarrow[تغییر دما]{Q_1 = m_1 c_1 \Delta\theta} \text{آب } (0^\circ\text{C})$$

$$\text{یخ } (0^\circ\text{C}) \xrightarrow[تغییر حالت]{Q_2 = m'_2 L_F} \text{آب } (0^\circ\text{C})$$

$$Q_1 + Q_2 = 0 \Rightarrow m_1 c_1 (\theta - \theta_1) + m'_2 L_F = 0$$

$$\Rightarrow m \times c_{\text{آب}} (0 - 30) = m'_2 \times \lambda \cdot c_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow 30 \cdot m = \lambda \cdot m'_2 \Rightarrow m'_2 = \frac{3}{\lambda} m$$

بنابراین $\frac{3}{\lambda}$ جرم کل یخ به آب تبدیل می‌شود.

۸۳۰. گزینه ۳ ابتدا حداکثر گرمایی که آب از دست می‌دهد و حداکثر گرمایی که یخ می‌گیرد را به دست می‌آوریم. دقت کنید، در این‌جا حداکثر گرما در حالتی است که دمای تعادل $\theta = 0^\circ\text{C}$ باشد. در ضمن برای سادگی محاسبه، c و L_F را برحسب $\text{cal/g} \cdot ^\circ\text{C}$ و cal/g نوشته‌ایم:

$$\text{آب } (90^\circ\text{C}) \xrightarrow[تغییر دما]{Q_1} \text{آب } (0^\circ\text{C})$$

$$Q_1 = m_1 c_1 (\theta - \theta_1) \xrightarrow[\substack{\theta = 0^\circ\text{C}, m_1 = 500 \text{ g} \\ c_1 = 1 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}, \theta_1 = 90^\circ\text{C}}]{}$$

$$Q_1 = 500 \times 1 \times (0 - 90) = -45000 \text{ cal}$$

$$\text{یخ } (0^\circ\text{C}) \xrightarrow[تغییر حالت]{Q_2} \text{آب } (0^\circ\text{C})$$

$$Q_2 = m_2 L_F \xrightarrow[m_2 = 500 \text{ g}]{L_F = 80 \text{ cal/g}} Q_2 = 500 \times 80 = 40000 \text{ cal}$$

می‌بینیم آب، 45000 cal گرما از دست می‌دهد و یخ برای ذوب کامل به 40000 cal گرما نیاز دارد؛ بنابراین از 45000 cal گرمایی که آب از دست می‌دهد، 40000 cal آن صرف ذوب یخ می‌شود و 5000 cal باقی‌مانده، باعث افزایش دمای آب که اکنون دمای آن 0°C و جرم آن 1000 g است (500 g آب حاصل از ذوب یخ و 500 g آب اولیه) می‌شود. بنابراین دمای آب برابر است با:

$$Q_{\text{باقی‌مانده}} = 45000 - 40000 = 5000 \text{ cal}$$

$$Q = mc\Delta\theta \xrightarrow[m=500+500=1000 \text{ g}, \theta_1=0^\circ\text{C}]{Q=5000 \text{ cal}, c=1 \text{ cal/g} \cdot ^\circ\text{C}} 5000 = 1000 \times 1 \times (\theta - 0)$$

$$\Rightarrow \theta = 5^\circ\text{C}$$

۸۳۱. گزینه ۴ چون نصف جرم یخ ذوب می‌شود، در ظرف، یخ باقی می‌ماند. بنابراین دمای تعادل $\theta = 0^\circ\text{C}$ است. بر این اساس، برای محاسبه دمای اولیه ظرف آلومینیومی، با توجه به طرحواره زیر، مجموع گرماهای مبادله‌شده را برابر صفر قرار می‌دهیم. دقت کنید، برای ذوب شدن نصف جرم یخ، ابتدا باید تمام جرم یخ 10°C به یخ 0°C تبدیل شود و سپس نصف جرم یخ 0°C به آب 0°C تبدیل گردد.

$$\text{یخ } (-10^\circ\text{C}) \xrightarrow[تغییر دما]{Q_1 = m_1 c_1 \Delta\theta} \text{یخ } (0^\circ\text{C}) \xrightarrow[تغییر حالت]{Q'_2 = m'_2 L_F} \text{آب } (0^\circ\text{C})$$

$$\text{آلومینیوم } (\theta_1^\circ\text{C}) \xrightarrow[تغییر دما]{Q_2 = m_2 c_2 \Delta\theta} \text{آلومینیوم } (0^\circ\text{C})$$



۸۷۶. گزینه ۱ برای این که گلوله آهنی از سوراخ صفحه مسی عبور کند، باید حداقل قطر سوراخ برابر قطر گلوله باشد. چون در دمای 0°C ، قطر گلوله آهنی 2mm / از قطر سوراخ صفحه مسی بزرگتر است، باید بعد از افزایش دما، تغییر قطر سوراخ صفحه، 2mm / از تغییر قطر گلوله بیشتر باشد؛ بنابراین با استفاده از رابطه تغییر طول، به صورت زیر دمای گلوله و صفحه را حساب می‌کنیم:

$$\Delta R_{\text{Cu}} - \Delta R_{\text{Fe}} = 0.2\text{mm} \xrightarrow{\Delta R = \alpha R_1 \Delta \theta}$$

$$\alpha_{\text{Cu}} R_1 \Delta \theta - \alpha_{\text{Fe}} R_1 \Delta \theta = 0.2\text{mm}$$

$$\Rightarrow R_1 \Delta \theta (\alpha_{\text{Cu}} - \alpha_{\text{Fe}}) = 0.2\text{mm}$$

$$\xrightarrow{R_1 = 100\text{mm}, \alpha_{\text{Cu}} = 17 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}, \alpha_{\text{Fe}} = 12 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}}$$

$$100 \cdot \Delta \theta \times (17 \times 10^{-6} - 12 \times 10^{-6}) = 2 \times 10^{-1}$$

$$\Rightarrow 5 \times 10^{-6} \Delta \theta = 2 \times 10^{-1}$$

$$\Rightarrow \Delta \theta = 400^\circ\text{C}, \Delta \theta = \theta_2 - \theta_1 \xrightarrow{\theta_1 = 0^\circ\text{C}} 400 = \theta_2 - 0$$

$$\Rightarrow \theta_2 = 400^\circ\text{C}$$

۸۷۷. گزینه ۱ برای پاسخ به این سؤال باید از رابطه $\Delta L = \alpha L_1 \Delta T$ استفاده کنیم. در این رابطه، ΔL تغییر طول جسم پلاستیکی است که به ظاهر طول خط کش 10cm و طول جسم پلاستیکی 8cm است. چون در دمای 12°C با همان خط کش طول جسم را اندازه گرفته‌ایم، خط کش طولش زیاد شده و فاصله بین درجه‌های آن نیز افزایش می‌یابد. بنابراین باید به تغییر طول جسم پلاستیکی، تغییر طول خط کش را نیز اضافه کنیم. حواسمان باشد، طول اولیه فلز را باید همان طول اولیه جسم پلاستیکی که برابر 8cm است، در نظر بگیریم:

$$\Delta L_{\text{جسم}} = \Delta L_{\text{خطکش فلزی}} + 0.16$$

$$\Rightarrow (\alpha L_1 \Delta T)_{\text{جسم}} = (\alpha L_1 \Delta T)_{\text{خطکش فلزی}} + 0.16$$

$$\xrightarrow{L_{\text{جسم}} = 8\text{cm}, L_{\text{فلز}} = 8\text{cm}, \alpha_{\text{فلز}} = 24 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}, \Delta \theta = 12 - 2 = 10^\circ\text{C}}$$

$$80 \times \alpha \times 100 = 80 \times 24 \times 10^{-6} \times 100 + 0.16$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{8 \times 24 \times 10^{-2} + 16 \times 10^{-2}}{8 \times 10^3} = 24 \times 10^{-6} + 2 \times 10^{-5}$$

$$\Rightarrow \alpha = 4/4 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$$

۸۷۸. گزینه ۲

یادآوری: اتحاد مزدوج به صورت زیر است:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

ابتدا با استفاده از رابطه $\Delta L = \alpha L_1 \Delta T$ ، تغییر طول میله را حساب می‌کنیم:

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta \theta \xrightarrow{\Delta \theta = 25^\circ\text{C}, \alpha = 2 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}, L_1 = 80\text{cm}}$$

$$\Delta L = 2 \times 10^{-5} \times 800 \times 25 = 0.4\text{cm}$$

اکنون طول میله را به دست می‌آوریم و سپس با توجه به شکل زیر و استفاده از رابطه فیثاغورس، x را حساب می‌کنیم:

$$L_2 = L_1 + \Delta L \xrightarrow{L_1 = 80\text{cm}, \Delta L = 0.4\text{cm}} L_2 = 800 + 0.4 = 800.4\text{cm}$$

$$x^2 + \left(\frac{L_1}{2}\right)^2 = \left(\frac{L_2}{2}\right)^2 \Rightarrow x^2 = \frac{L_2^2}{4} - \frac{L_1^2}{4} \Rightarrow 4x^2 = L_2^2 - L_1^2$$

۸۷۲. گزینه ۱

گام اول باید دمای جسم بر حسب درجه سلسیوس را به دست آوریم. چون دمای جسم بر حسب فارنهایت 72% افزایش یافته است و $\theta_2 = 3\theta_1$ می‌باشد، می‌توان نوشت:

$$\Delta F = \frac{72}{100} F_1 \xrightarrow{F = \frac{9}{5} \Delta \theta} \frac{9}{5} (\theta_2 - \theta_1) = \frac{72}{100} \times \left(\frac{9}{5} \theta_1 + 32\right)$$

$$\xrightarrow{\theta_2 = 3\theta_1} \frac{9}{5} \times (3\theta_1 - \theta_1) = \frac{72}{100} \times \left(\frac{9}{5} \theta_1 + 32\right)$$

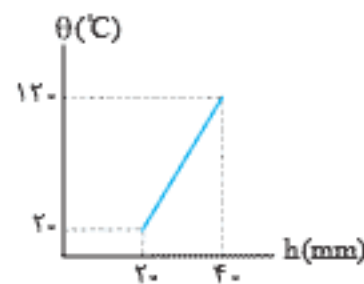
$$\Rightarrow \frac{18\theta_1}{5} = \frac{72}{100} \times \left(\frac{9}{5} \theta_1 + 32\right) \Rightarrow 5\theta_1 = \frac{9}{5} \theta_1 + 32 \Rightarrow \theta_1 = 10^\circ\text{C}$$

گام دوم دما بر حسب کلونین را به دست می‌آوریم:

$$T_1 = 273 + \theta_1 \xrightarrow{\theta_1 = 10^\circ\text{C}} T_1 = 273 + 10 \Rightarrow T_1 = 283\text{K}$$

۸۷۴. گزینه ۱

گام اول داده‌های سؤال را از روی نمودار می‌نویسیم. با توجه به شکل، در دمای $\theta_1 = 20^\circ\text{C}$ ، ارتفاع ستون جیوه برابر $h_1 = 20\text{mm}$ و در دمای $\theta_2 = 120^\circ\text{C}$ ، ارتفاع ستون جیوه برابر $h_2 = 40\text{mm}$ است.



گام دوم باید مشخص کنیم ارتفاع ستون جیوه در دمای آب جوش ($\theta = 100^\circ\text{C}$) چند میلی‌متر است. به همین منظور از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\frac{h - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} \Rightarrow \frac{h - 20}{40 - 20} = \frac{100 - 20}{120 - 20}$$

$$\Rightarrow \frac{h - 20}{40 - 20} = \frac{80}{100} \Rightarrow h = 36\text{mm}$$

۸۷۵. گزینه ۲

گام اول در دمای 0°C طول میله مسی 1mm کمتر از طول میله آهنی است. بنابراین طول میله مسی در دمای 0°C برابر است با:

$$L_{\text{Cu}} = L_{\text{Fe}} - 1 \xrightarrow{L_{\text{Fe}} = 100.2\text{mm}} L_{\text{Cu}} = 100.2 - 1 = 100.2\text{mm}$$

گام دوم بعد از افزایش دمای ΔT ، برای این که طول میله مسی 2mm بیشتر از طول میله آهنی شود، لازم است افزایش طول میله مسی، 2mm بیشتر از افزایش طول میله آهنی باشد، تا ضمن جبران 1mm کاهش طولی که در دمای 0°C داشته است، بتواند 2mm هم نسبت به میله آهنی افزایش طول پیدا کند. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta L_{\text{Cu}} - \Delta L_{\text{Fe}} = 2 \xrightarrow{\Delta L = \alpha L_1 \Delta T}$$

$$\alpha_{\text{Cu}} L_{\text{Cu}} \Delta T - \alpha_{\text{Fe}} L_{\text{Fe}} \Delta T = 2$$

$$\xrightarrow{L_{\text{Cu}} = 100.2\text{mm}, L_{\text{Fe}} = 100.2\text{mm}, \alpha_{\text{Cu}} = 18 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}, \alpha_{\text{Fe}} = 12 \times 10^{-6} \text{K}^{-1}}$$

$$\Delta T (18 \times 10^{-6} \times 100.2 - 12 \times 10^{-6} \times 100.2) = 2$$

$$\Rightarrow 6 \times 10^{-6} \Delta T \times (200.6 - 200.6) = 2$$

$$\Rightarrow 6 \times 10^{-6} \Delta T \times 1000 = 2$$

$$\Rightarrow 6 \times 10^{-3} \Delta T = 2 \Rightarrow \Delta T = 500\text{K}, T_2 = \theta_1 + 273 = 273\text{K}$$

$$T_2 = T_1 + \Delta T \xrightarrow{T_1 = 273\text{K}} T_2 = 273 + 500 = 773\text{K}$$

۱۲۶۶. گزینه ۲

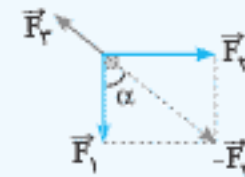


یادآوری: اگر برآیند سه نیرو صفر باشد، برآیند دو نیرو برابر قرینه نیروی سوم است. در صورتی که دو نیرو (از سه نیرویی که برآیندشان صفر است)، بر هم عمود باشند، سه نیرو مثلثی تشکیل می‌دهند که قائم‌الزاویه است و نسبت دو نیروی مربوط به ضلع‌های زاویه قائمه برابر تانژانت زاویه حاده از مثلث است:

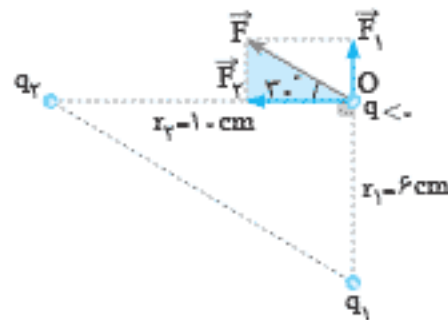
$$\tan \alpha = \frac{F_y}{F_x}$$

و همچنین اندازه نیروی سوم برابر است با:

$$F_r = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$



گام اول جهت نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 باید به صورت شکل زیر باشد تا \vec{F} برآیند آنها باشد. چون q منفی است و q_1 بر q نیروی \vec{F}_1 که رانشی می‌باشد وارد کرده است، پس q_1 نیز منفی است. q_2 که q (منفی) را جذب می‌کند، ناهمنام با q یعنی مثبت است. برای محاسبه $\frac{|q_1|}{|q_2|}$ از مثلث قائم‌الزاویه رنگی می‌توان استفاده کرد و نسبت مثلثاتی زاویه 30° یعنی تانژانت این زاویه را در نظر گرفت.



گام دوم ضلع مقابل به زاویه 30° همان F_1 و ضلع مجاور آن F_2 است: پس داریم:

$$\tan 30^\circ = \frac{F_1}{F_2}$$

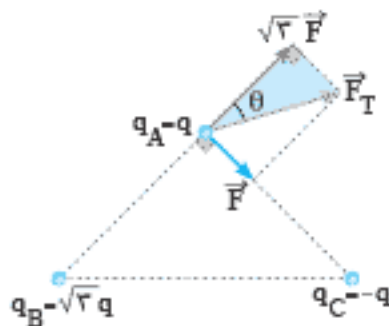
گام سوم اکنون با استفاده از قانون کولن، F_1 و F_2 را در این رابطه مثلثاتی باز می‌کنیم و داریم:

$$\tan 30^\circ = \frac{k \frac{|q_1 q|}{r_1^2}}{k \frac{|q_2 q|}{r_2^2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \times \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{3\sqrt{3}}{25}$$

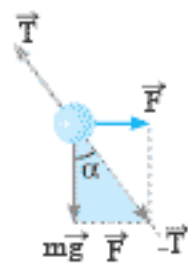
۱۲۶۸. **گزینه ۱** با فرض اینکه $q > 0$ باشد، مطابق شکل نیروهای وارد بر q_A را رسم می‌کنیم. چون فاصله q_C تا q_B و q_C تا q_A یکسان اما $q_B = \sqrt{2} q_C$ است، پس نیروی q_B بر q_A برابر نیروی q_C بر q_A است و چون مثلث رنگی، قائم‌الزاویه است نسبت مثلثاتی تانژانت θ را می‌توانیم به صورت روبه‌رو بنویسیم:

$$\tan \theta = \frac{F}{\sqrt{2} F} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$



۱۲۶۹. **گزینه ۳** چون $q > 0$ است، پس $-q < 0$ می‌باشد. در حالت اول جهت نیروهای وارد بر بار q که در رأس C است را رسم می‌کنیم و نیروی خالص وارد بر آن را F_T می‌نامیم (شکل (۱)). F_T نیمی از دو نیروی F است. اگر بار q که در نقطه D است به $-q$ تبدیل شود، فقط جهت نیروی این بار بر بار q واقع در C تغییر می‌کند و مطابق شکل نیروی الکتریکی خالص وارد بر آن را با F_T' نشان دادیم (شکل (۲)). F_T' نیمی از دو نیروی F است.

گام اول در این سؤال سه نیرو بر گلوله آونگ وارد می‌شود:



۱ نیروی وزن ۲ نیروی کشش نخ ۳ نیروی الکتریکی
کره B بر گلوله A.

چون F بر mg عمود است و گلوله ساکن است، این سه نیرو تشکیل مثلثی قائم‌الزاویه می‌دهند که نسبت دو نیروی مربوط به اضلاع قائمه، یعنی در اینجا نیروی وزن و الکتریکی، برابر تانژانت زاویه حاده از مثلث است. در نتیجه در شکل بالا در مثلث رنگی می‌توان نوشت:

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{F}{mg}$$

گام دوم اکنون می‌توانید از رابطه $\tan \alpha = \frac{F}{mg}$ استفاده کنید و با

$$\tan \alpha = \frac{F}{mg} \text{ و } F = k \frac{|q_A q_B|}{r^2}$$

تست را پاسخ دهید:



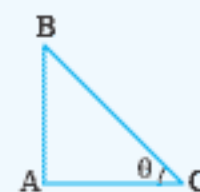
$$F = \frac{9 \times 10^9 \times 0.5 \times 10^{-6} \times 0.5 \times 10^{-6}}{0.3^2} = 2.5 \times 10^{-2} \text{ N}$$

$$\tan 37^\circ = \frac{2.5 \times 10^{-2}}{m \cdot 10} \Rightarrow m = \frac{1}{300} \text{ kg} \Rightarrow m = \frac{10}{3} \text{ g}$$

۱۲۶۷. گزینه ۴

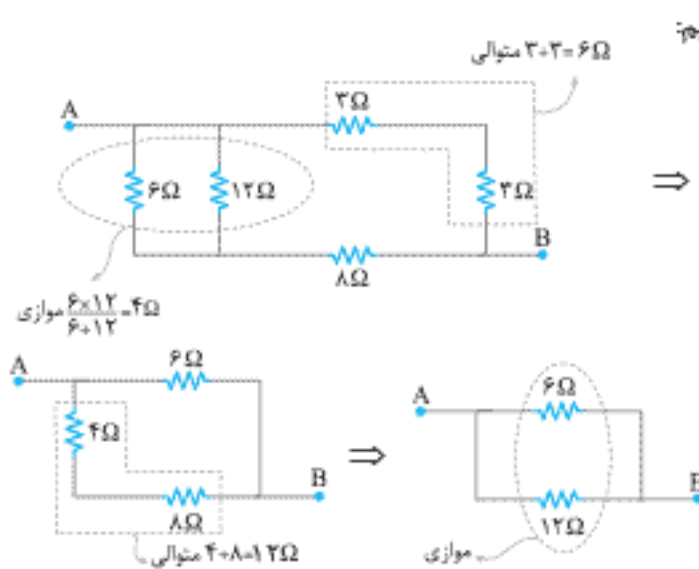


یادآوری: در مثلث قائم‌الزاویه ABC می‌توان نوشت:



$$\tan \theta = \frac{\text{ضلع مقابل } (\theta)}{\text{ضلع مجاور } (\theta)}$$

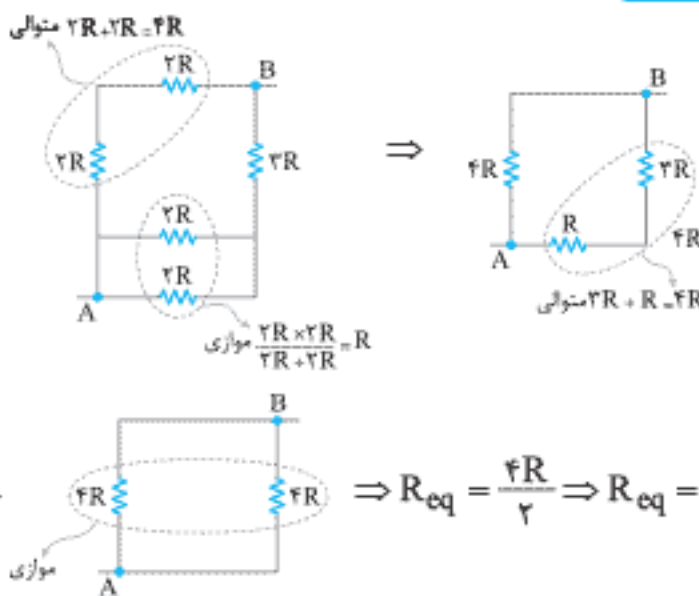
۱۴۱۳. گزینه ۲ مدار را مرحله به مرحله ساده می‌کنیم و در نهایت مقاومت معادل را می‌یابیم:



بنابراین دو مقاومت 6Ω و 12Ω موازی هستند و مقاومت معادل کل مدار برابر است با:

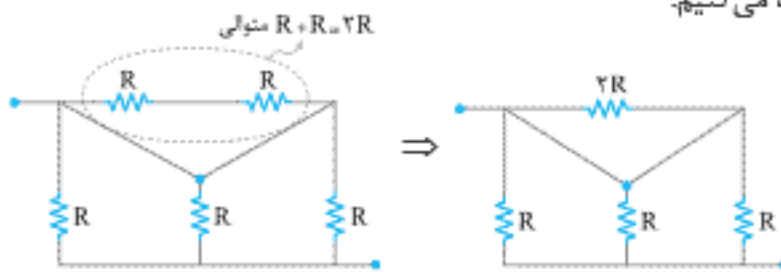
$$R_{eq} = \frac{12 \times 6}{12 + 6} = 4\Omega$$

۱۴۱۴. گزینه ۳ با توجه به شکل می‌توان مقاومت معادل مدار را حساب کرد:

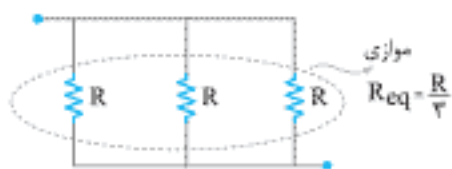


۱۴۱۵. گزینه ۱

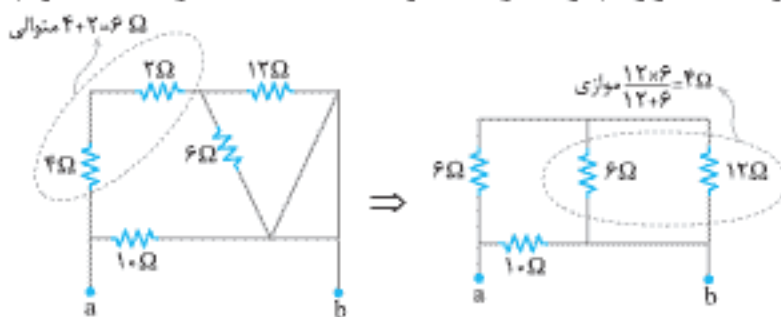
ابتدا مدار را به مطابق شکل با محاسبه مقاومت معادل دو مقاومت متوالی شاخه بالا ساده می‌کنیم:



با توجه به اینکه دو سر مقاومت $2R$ در شاخه بالای مدار با سیم به هم وصل شده است، مقاومت $2R$ اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. بنابراین داریم:



۱۴۱۶. گزینه ۱ ابتدا خوب مدار را نگاه کنید دو سر مقاومت 5Ω با یک سیم به هم وصل شده است. بنابراین این مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌شود. حالا کافی است مدار ساده شده را رسم کرده و مرحله به مرحله مقاومت معادل‌ها را به دست بیاوریم:



در نهایت نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

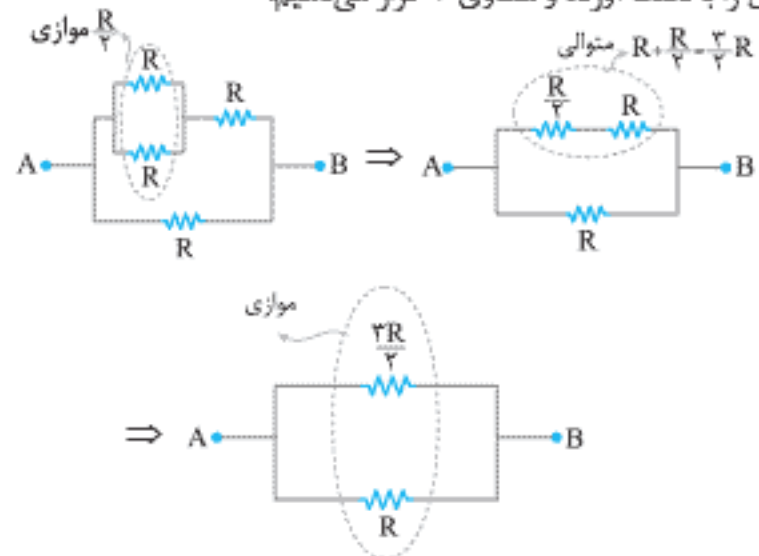
۱۴۰۹. گزینه ۳ مقاومت‌های R_2 و R_3 با هم موازی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت R_1 متوالی است: بنابراین می‌توان نوشت:

$$R_{eq} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} \quad R_{eq} = 12\Omega, R_1 = 6\Omega, R_2 = 12\Omega$$

$$12 = 6 + \frac{12 R_3}{12 + R_3} \Rightarrow 6 = \frac{12 R_3}{12 + R_3} \Rightarrow 1 = \frac{2 R_3}{12 + R_3}$$

$$\Rightarrow 2 R_3 = 12 + R_3 \Rightarrow R_3 = 12\Omega$$

۱۴۱۰. گزینه ۲ ابتدا مقاومت معادل مقاومت‌های موازی و یا متوالی هر قسمت را به دست می‌آوریم و با رسم یک شکل ساده بعد از هر محاسبه، در آخر به مجموعهای از مقاومت‌های موازی یا متوالی می‌رسیم. در این حالت مقاومت معادل را به دست آورده و مساوی ۳ قرار می‌دهیم:



$$R_{eq} = \frac{\frac{2R}{2} \times R}{\frac{2R}{2} + R} \quad R_{eq} = 2\Omega \Rightarrow 2 = \frac{\frac{2R}{2} \times R}{\frac{2R}{2} + R} \Rightarrow 2 = \frac{2R}{5} \Rightarrow R = 5\Omega$$

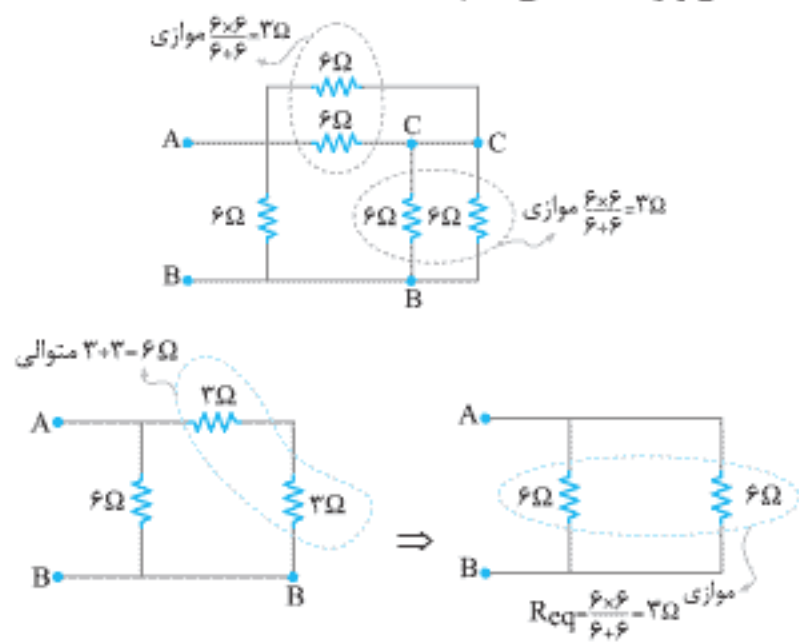
۱۴۱۱. گزینه ۱ مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم موازی‌اند و مقاومت معادل آن‌ها با مقاومت R_3 به صورت متوالی بسته شده است: بنابراین می‌توان نوشت:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 \quad R_{eq} = R_1 \Rightarrow R_1 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3$$

$$\Rightarrow R_3 = R_1 - \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow R_3 = \frac{R_1^2 + R_1 R_2 - R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$\Rightarrow R_3 = \frac{R_1^2}{R_1 + R_2}$$

۱۴۱۲. گزینه ۲ مدار را مرحله به مرحله ساده کرده و مقاومت معادل را در نهایت مطابق زیر محاسبه می‌کنیم:



گام دوم

توان مصرفی هر مقاومت را از رابطه $P = RI^2$ می‌یابیم و با هم مقایسه می‌کنیم:

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 1 \times \frac{4I^2}{9} \Rightarrow P_1 = \frac{4}{9} I^2$$

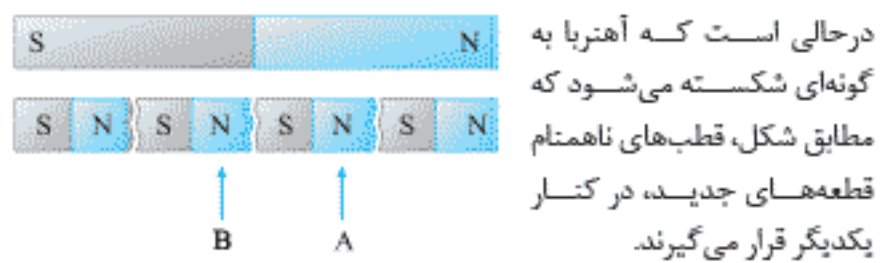
$$P_2 = R_2 I_2^2 = 3 \times \frac{4I^2}{9} \Rightarrow P_2 = \frac{4}{3} I^2$$

$$P_3 = R_3 I_3^2 = 2 \times \frac{I^2}{9} \Rightarrow P_3 = \frac{2}{9} I^2$$

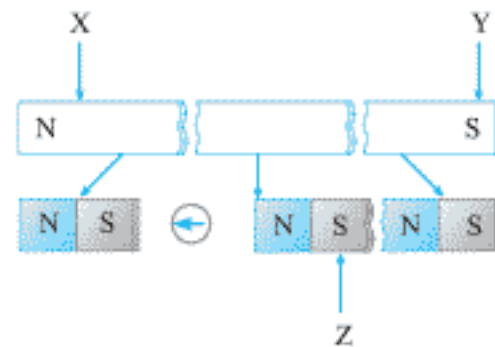
$$P_4 = R_4 I_4^2 = 6 \times \frac{I^2}{9} \Rightarrow P_4 = \frac{2}{3} I^2$$

با مقایسه توان‌های مصرفی مقاومت‌ها، می‌بینیم توان مصرفی مقاومت R_3 از بقیه مقاومت‌ها کمتر است.

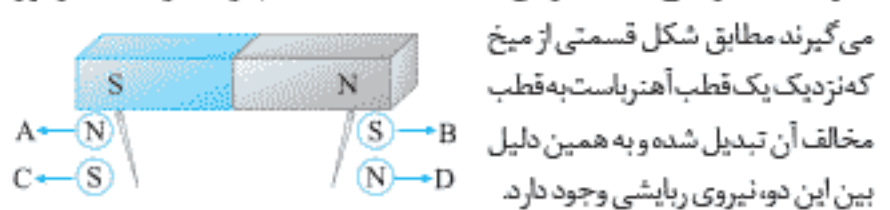
۱۵۷۵. گزینه ۳ می‌دانیم که در طبیعت تک‌قطبی مغناطیسی وجود ندارد. بنابراین هر یک از قطعه‌ها، تشکیل یک آهنربا با قطب‌های N و S می‌دهند. این



درحالی است که آهنربا به گونه‌ای شکسته می‌شود که مطابق شکل، قطب‌های ناهمنام یکدیگر قرار می‌گیرند. **۱۵۷۶. گزینه ۲** وقتی آهنربا به قطعات کوچک‌تر تقسیم می‌شود، قطعات جدید باز هم آهنربا خواهند بود و قطب‌های N و S خواهند داشت. باتوجه به این که جهت خطوط میدان در خارج آهنربا از N به S است و عقربه مغناطیسی در جهت خطوط میدان قرار می‌گیرد، داریم:



۱۵۷۷. گزینه ۳ آهنربا ابتدا خاصیت مغناطیسی در آهن یا فولاد القا می‌کند و آنها به طور موقت آهنربا می‌شوند. در این حالت قطب‌های ناهمنام در مجاورت یکدیگر قرار



می‌گیرند مطابق شکل قسمتی از میخ که نزدیک یک قطب آهنرباست به قطب مخالف آن تبدیل شده و به همین دلیل بین این دو، نیروی ربایشی وجود دارد. **۱۵۷۸. گزینه ۴** در حالتی که دافعه رخ می‌دهد، تنها یک نتیجه می‌توان گرفت، اینکه دو قطبی که به هم نزدیک شده‌اند، همانم بوده‌اند؛ بنابراین A حتماً آهنرباست و قطب سمت راست آن N است.

این درحالی است که با دیدن جاذبه، دو حالت ممکن است رخ دهد:

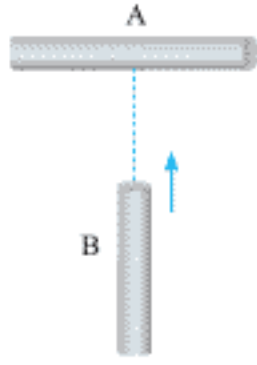
- ۱ دو سر نزدیک شده قطب‌های ناهمنام هستند.
- ۲ یکی از دو میله آهنربا و دیگری آهن (یا ماده مغناطیسی دیگری) است.

بنابراین در مورد میله B نمی‌توان اظهارنظر کرد.

۱۵۷۹. گزینه ۲ آهنربا در ابتدا خاصیت مغناطیسی را در آهن القا می‌کند و آهن به طور موقت آهنربا می‌شود، به طوری که سرهایی که به آهنربا چسبیده‌اند، مثل سر C و سر A با آن قطب ناهمنام و سرهای دیگر، همانم هستند. اما وسط آهنربا خنثی است و خاصیت مغناطیسی ندارد. به این ترتیب داریم:



۱۵۸۰. گزینه ۱ میله آهنی فاقد خاصیت مغناطیسی است. این درحالی است که آهنربا دارای خاصیت مغناطیسی است که در دو سر آن (قطب‌ها) این خاصیت بیشینه و در وسط آن بسیار کوچک است. بنابراین یک آزمایش طراحی می‌کنیم و در آن یکی از دو میله را به صورت افقی قرار داده و دیگری را در امتداد عمودمنتصف میله افقی، به آن نزدیک می‌کنیم:



۱ اگر با نزدیک کردن B به A نیرویی دیده نشد (یا نیروی بسیار ضعیفی مشاهده شد)، میله B آهن و A آهنربا است.

۲ اگر با نزدیک کردن B به A، نیروی مغناطیسی رؤیت شد، B آهنربا و A میله آهنی است.

بنابراین می‌توانیم آهن و آهنربا را تشخیص دهیم، اما به هیچ روشی نمی‌توانیم قطب‌ها را تعیین کنیم.

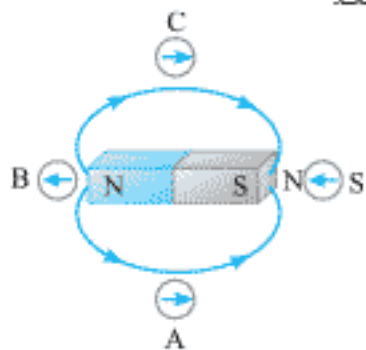
۱۵۸۱. گزینه ۴ با حرکت به سمت مرکز میله B، نیروی جاذبه میان دو میله کاهش یافته است. قطعاً میله B آهنرباست که با حرکت به سمت مرکز آن خاصیت آهنربایی کاهش یافته است. این درحالی است که باتوجه به این موضوع که آهنربا، هم میله فلزی و هم قطب ناهمنام آهنربای دیگری را جذب می‌کند، در مورد میله A نمی‌توان اظهارنظر قطعی کرد.

۱۵۸۲. گزینه ۲ عبارتهای (الف) و (ب) درست هستند.

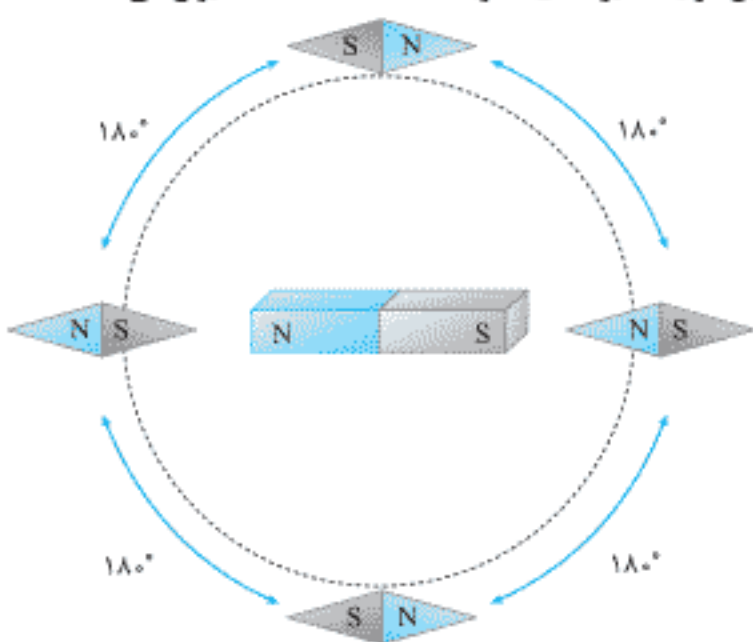
۱۵۸۳. گزینه ۱ بررسی سایر عبارتهای (ب) نادرست؛ بارهای مثبت و منفی مجزا وجود دارند، درحالی که هیچ گواهی تجربی بر وجود تک‌قطبی مغناطیسی وجود ندارد. قطب‌های مغناطیسی همواره به صورت زوج ظاهر می‌شوند.

(ت) نادرست؛ جهت خطوط میدان مغناطیسی داخل آهنربا از S به N است. عقربه سمت راست نشان می‌دهد که جهت خطوط میدان به

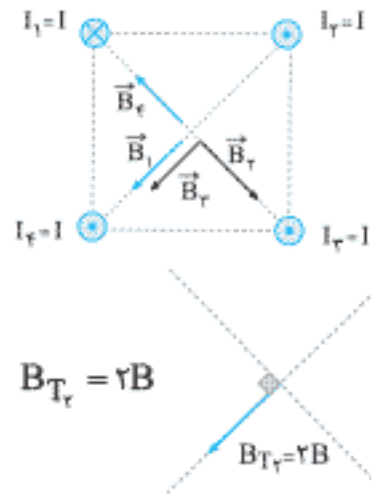
سمت قطب Y است؛ چون در خارج آهنربا جهت خطوط میدان از N به S است، بنابراین Y قطب S و X قطب N است. می‌دانیم که قطب N عقربه مغناطیسی (جهت فلش) جهت خطوط میدان را نشان می‌دهد. بنابراین جهت‌گیری عقربه‌ها مطابق شکل است.



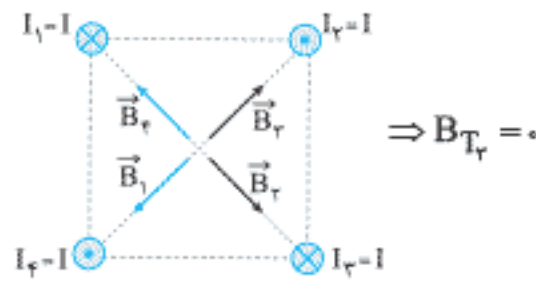
۱۵۸۴. گزینه ۴ عقربه در هر ربع دایره، مطابق شکل، 180° دوران می‌کند. بنابراین در یک دور کامل، عقربه $4 \times 180^\circ = 720^\circ$ دوران می‌کند.



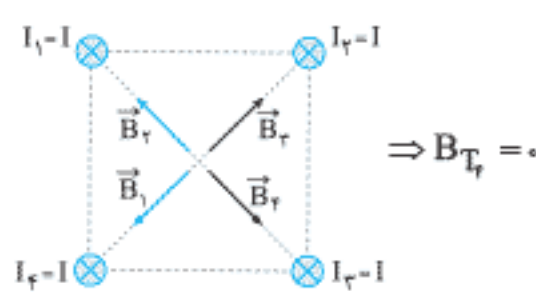
گزینه ۲:



گزینه ۳:

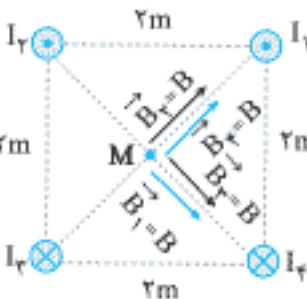


گزینه ۴:



بنابراین بزرگترین میدان مغناطیسی برآیند مربوط به آرایش گزینه ۱ است.

۱۶۵۲. گزینه ۳ مطابق شکل، با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان مغناطیسی حاصل از هر سیم را در نقطه M که در مرکز مربع قرار دارد، تعیین می‌کنیم. (دقت کنید که میدان حاصل از هر سیم در نقطه M بر خط واصل بین آن سیم و نقطه M عمود است.)



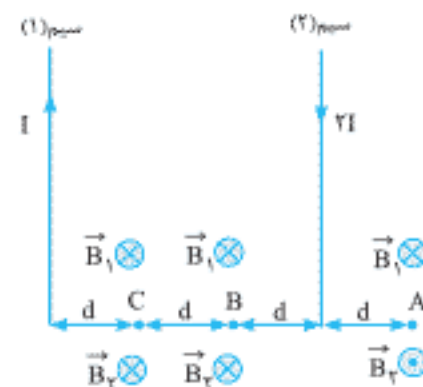
چون اندازه جریان همه سیم‌ها با هم برابر (ΔA) و فاصله آنها تا نقطه M نیز یکسان است، اندازه میدان حاصل از آنها نیز در نقطه M برابر است و داریم:

$$B_M = \sqrt{(\tau B)^2 + (\tau B)^2} = \tau\sqrt{2}B$$

$$B = 5\sqrt{2} \times 10^{-7} T \rightarrow B_M = \tau\sqrt{2} (5\sqrt{2} \times 10^{-7}) = 2 \times 10^{-6} T$$

۱۶۵۳. گزینه ۳

گام اول با استفاده از قاعده دست راست، جهت میدان حاصل از جریان سیم‌های (۱) و (۲) را در نقاط A، B و C مطابق شکل تعیین می‌کنیم.

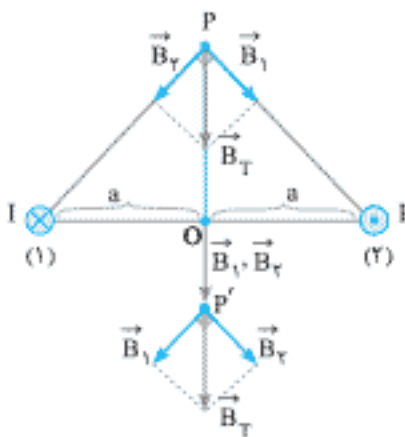


گام دوم در نقاط B و C جهت میدان‌های B1 و B2 درون سو و در نتیجه برآیند آنها نیز درون سو خواهد بود.

گام سوم در نقطه A اما نمی‌توانیم به سادگی جهت میدان مغناطیسی برآیند را تعیین کنیم و باید به اندازه میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌ها توجه کنیم. سیم (۲) علاوه بر اینکه حامل جریان بزرگتری است، به نقطه A نیز نزدیک‌تر است. در نتیجه اندازه میدان مغناطیسی حاصل از جریان آن در نقطه A بزرگ‌تر از اندازه میدان حاصل از جریان سیم (۱) در این نقطه است. (B2 > B1). بنابراین برآیند میدان در نقطه A در جهت B2 و برون سو است.

۱۶۵۴. گزینه ۳

یادآوری: هرچه اندازه دو بردار بزرگ‌تر باشد اندازه برآیندشان بزرگ‌تر می‌شود. همچنین با کوچک‌تر شدن زاویه بین دو بردار، برآیند آنها بزرگ‌تر می‌شود.

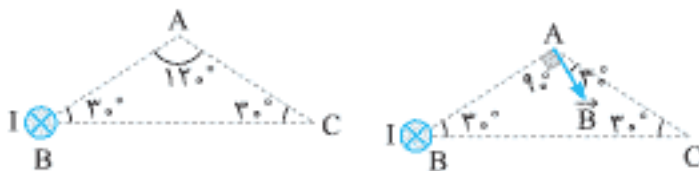


با توجه به یادآوری بالا و با حرکت از P به سمت نقطه O، فاصله تا دو سیم کمتر شده و در نتیجه اندازه B افزایش می‌یابد. همچنین هرچه به نقطه O نزدیک‌تر می‌شویم، زاویه بین دو بردار B کوچک‌تر شده و در نتیجه برآیند آنها بزرگ‌تر می‌شود. بنابراین در حرکت از P به O بزرگی میدان ناشی از دو سیم افزایش یافته و از نقطه O تا P برعکس این اتفاق‌ها رخ می‌دهد و برآیند میدان سیم‌ها کاهش می‌یابد.

۱۶۵۵. گزینه ۳ باتوجه به اینکه مثلث متساوی‌الساقین است، زوایا را مشخص کرده و مطابق روش گفته شده برای به دست آوردن میدان حاصل از سیم عمود بر صفحه در نقطه A، میدان را رسم می‌کنیم:

$$\overline{AB} = \overline{AC} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C} = 30^\circ$$

$$\hat{A} = 180^\circ - \hat{B} - \hat{C} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

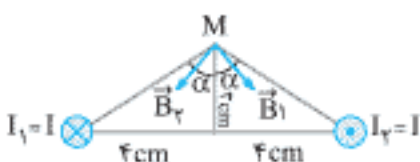


حالا اگر سیم را به وسط ضلع BC انتقال دهیم، داریم:



بنابراین جهت بردار میدان مغناطیسی 60° تغییر کرده است.

۱۶۵۶. گزینه ۱ بردار میدان هر سیم در نقطه M باید بر خط واصل سیم تا نقطه M عمود باشد و جهت آن با توجه به قاعده دست راست تعیین می‌شود. پس با توجه به تقارن شکل، زاویه B1 و B2 و خط واصل آنها باید 90° باشد. باتوجه به شکل تست، زاویه M بزرگ‌تر از 90° است؛ بنابراین B1 و B2 به صورت گزینه ۱ رسم می‌شوند. همچنین دقت کنید که B1 باید بر خط MI1 و B2 بر خط MI2 عمود باشند. با توجه به زوایای α، از مثلث خارج نمی‌شوند.



$$\tan \alpha = \frac{4}{3} \Rightarrow \alpha = 53^\circ$$

$$\hat{M} = 2\alpha = 106^\circ > 90^\circ$$



$$\Phi_1 = BA_1 \cos \theta \xrightarrow{\theta=0} \Phi_1 = 1/5 \times \frac{\pi}{1200} = \frac{\pi}{800} \text{ Wb}$$

حالت دوم: با توجه به زاویه $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ ، سطح قوس $\frac{1}{3}$ یک دایره کامل است و داریم:

$$A_{OAB'} = \frac{\pi R^2}{3} = \frac{\pi (0.1)^2}{3} = \frac{\pi}{300}$$

$$\Phi_2 = BA_2 \cos \theta \Rightarrow \Phi_2 = 1/5 \times \frac{\pi}{300} = \frac{\pi}{200} \text{ Wb}$$

$$\Rightarrow \Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = \frac{\pi}{200} - \frac{\pi}{800} = \frac{3\pi}{800} \text{ Wb}$$

۱۸۹۲. گزینه ۴ ابتدا با توجه به نمودار سهمی داده شده، معادله شار عبوری از حلقه که به صورت $\Phi = at^2 + bt + c$ است را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} t=0 &\rightarrow \Phi=1 \text{ Wb} \rightarrow 1 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c=1 \\ t=fs &\rightarrow \Phi=2 \text{ Wb} \rightarrow 2 = a(f)^2 + b(f) + 1 \\ &\Rightarrow 16a + 4b = -12 \quad (1) \end{aligned}$$

همچنین با توجه به مختصات رأس سهمی $(t = \frac{-b}{2a})$ داریم:

$$t = \frac{-b}{2a} \xrightarrow{t=fs} f = \frac{-b}{2a} \Rightarrow b = -8a \quad (2)$$

حالا معادله (۱) را در رابطه (۲) جایگذاری می کنیم و a و b را محاسبه می کنیم:

$$16a + 4(-8a) = -12 \Rightarrow -16a = -12 \Rightarrow a = \frac{3}{4}, b = -8a = -6$$

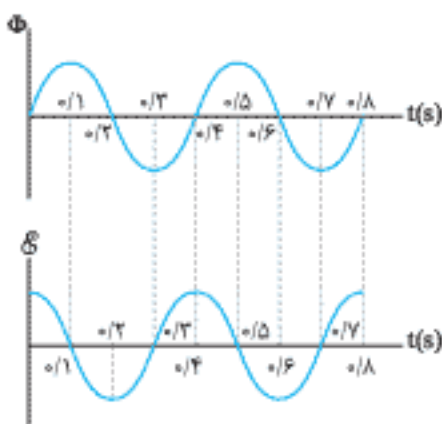
معادله شار عبوری از حلقه به صورت $\Phi = \frac{3}{4}t^2 - 6t + 1$ است: بنابراین شار

را در دو ثانیه سوم یعنی بین $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 6s$ محاسبه کرده و با استفاده از رابطه $\bar{\mathcal{E}} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ ، نیروی محرکه القایی متوسط را محاسبه می کنیم:

$$\left. \begin{aligned} t_1 = 4s &\Rightarrow \Phi_1 = \frac{3}{4}(4)^2 - 6(4) + 1 = -2 \text{ Wb} \\ t_2 = 6s &\Rightarrow \Phi_2 = \frac{3}{4}(6)^2 - 6(6) + 1 = 1 \text{ Wb} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \bar{\mathcal{E}} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -1 \times \frac{1 - (-2)}{2} = \frac{-3}{2} \text{ V}$$

۱۸۹۳. گزینه ۴ در این مولد، در لحظه $t = 0$ ، سطح قاب موازی خطوط



میدان است: یعنی در این لحظه شار صفر و نیروی محرکه القایی بیشینه است. در لحظه $t = 0/1s$ برای اولین بار سطح قاب بر خطوط میدان عمود شده و شار بیشینه شده است. بنابراین زمان ها را بر روی نمودار مشخص می کنیم. $(\frac{T}{4} = 0/1s)$

بنابراین مطابق شکل، هرگاه اندازه شار مغناطیسی بیشینه شود، ولتاژ و جریان القایی صفر شده و تغییر جهت می دهند. بنابراین در مدت $t = 0$ تا $t = 0/8s$ با توجه به نمودار، جهت جریان الکتریکی گذرنده از لامپ ۴ بار تغییر کرده است.

۱۸۹۴. گزینه ۱ ابتدا مقادیر داده شده در صورت سؤال

$(\Phi = 10^{-2} \text{ Wb}, t = 1s)$ را در معادله $\Phi - t$ جایگذاری می کنیم:

$$\Phi = (at^2 + bt - 1) \times 10^{-2} \xrightarrow{t=1s} \Phi = 10^{-2} \text{ Wb}$$

$$10^{-2} = (a(1)^2 + b(1) - 1) \times 10^{-2} \Rightarrow a + b - 1 = 1 \Rightarrow a + b = 11 \quad (1)$$

خواهد شد و با توجه به قانون اهم داریم:

$$\frac{I'}{I} = \frac{V/V}{R/R'} = \frac{1}{2}$$

در نهایت با توجه به رابطه * داریم:

$$\frac{B'}{B} = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

۱۸۸۹. گزینه ۴ به متن مسئله خوب دقت کنید. گفته شده است که قاب

$90^\circ (\frac{\pi}{2})$ می چرخد. دو حالت قابل تصور است:

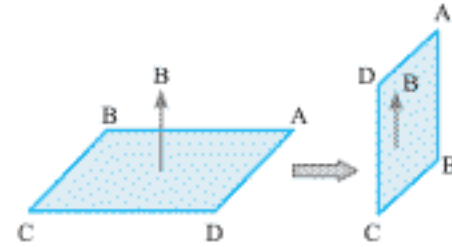
حالت اول صفحه، $\frac{\pi}{2}$ در امتداد خودش چرخیده اما زاویه آن با میدان تغییر نکرده است، در این حالت شار مغناطیسی تغییر نمی کند.

$$\Delta \Phi = 0 \Rightarrow \bar{\mathcal{E}} = 0$$



حالت دوم صفحه، $\frac{\pi}{2}$ نسبت به خطوط میدان می چرخد و با تغییر زاویه

آن نسبت به خطوط میدان، شار مغناطیسی تغییر می کند. با توجه به این که میدان مغناطیسی و مساحت قاب در این مسئله ثابت است، داریم:



$$\begin{aligned} |\bar{\mathcal{E}}| &= N \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = NBA \left| \frac{\cos \theta_2 - \cos \theta_1}{\Delta t} \right| \\ &= 1 \times 0.02 \times (400 \times 10^{-4}) \times \left| \frac{0 - 1}{0.2} \right| = 4 \times 10^{-2} \text{ V} \end{aligned}$$

۱۸۹۰. گزینه ۲ وقتی حلقه دایره ای شکل به قاب مربعی تبدیل می شود،

در حالی که مساحت آن تغییر می کند، اما محیط آن ثابت می ماند. از این نکته برای به دست آوردن رابطه بین ضلع مربع با شعاع حلقه دایره ای مطابق زیر استفاده می کنیم:

$$\begin{aligned} \text{مساحت: } A &= a^2 & \text{مساحت: } A &= \pi r^2 \\ \text{محیط: } &= 4a & \text{محیط: } &= 2\pi r \end{aligned}$$

$$\text{محیط دایره} = \text{محیط مربع} \Rightarrow 2\pi r = 4a \Rightarrow a = \frac{\pi r}{2}$$

حال با توجه به رابطه $\Phi = AB \cos \theta$ و ثابت ماندن B و $\cos \theta$ داریم:

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{a^2}{\pi r^2} \xrightarrow{a = \frac{\pi r}{2}} \frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{r}{4} \Rightarrow \Phi_2 = \frac{r}{4} \Phi_1$$

حال با استفاده از رابطه زیر، درصد تغییرات را به دست می آوریم:

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Phi_1} \times 100 = \frac{\frac{r}{4} \Phi_1 - \Phi_1}{\Phi_1} \times 100 = -25\%$$

بنابراین شار ۲۵٪ کاهش یافته است.

۱۸۹۱. گزینه ۱ تغییر شار ناشی از تغییر مساحت سطح حلقه است. بنابراین

دو حالت زیر را بررسی می کنیم و در نهایت $\Delta \Phi$ را محاسبه می کنیم:

حالت اول با توجه به زاویه $\frac{\pi}{6}$ ، سطح قوس $\frac{1}{3}$ یک دایره کامل است. بنابراین داریم:

$$A_{OAB} = \frac{\pi R^2}{12} = \frac{\pi (0.1)^2}{12} = \frac{\pi}{1200} \text{ m}^2$$



$$\Phi_1 = BA_1 \cos \theta \xrightarrow{\theta=0} \Phi_1 = 1/5 \times \frac{\pi}{1200} = \frac{\pi}{800} \text{ Wb}$$

حالت دوم: با توجه به زاویه $\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$ ، سطح قوس $\frac{1}{3}$ یک دایره کامل است و داریم:

$$A_{OAB'} = \frac{\pi R^2}{3} = \frac{\pi (0.1)^2}{3} = \frac{\pi}{300}$$

$$\Phi_2 = BA_2 \cos \theta \Rightarrow \Phi_2 = 1/5 \times \frac{\pi}{300} = \frac{\pi}{200} \text{ Wb}$$

$$\Rightarrow \Delta \Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = \frac{\pi}{200} - \frac{\pi}{800} = \frac{3\pi}{800} \text{ Wb}$$

۱۸۹۲. گزینه ۴ ابتدا با توجه به نمودار سهمی داده شده، معادله شار عبوری از حلقه که به صورت $\Phi = at^2 + bt + c$ است را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} t=0 &\rightarrow \Phi=1 \text{ Wb} \rightarrow 1 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c=1 \\ t=fs &\rightarrow \Phi=2 \text{ Wb} \rightarrow 2 = a(f)^2 + b(f) + 1 \\ &\Rightarrow 16a + 4b = -12 \quad (1) \end{aligned}$$

همچنین با توجه به مختصات رأس سهمی $(t = \frac{-b}{2a})$ داریم:

$$t = \frac{-b}{2a} \xrightarrow{t=fs} f = \frac{-b}{2a} \Rightarrow b = -8a \quad (2)$$

حالا معادله (۱) را در رابطه (۲) جایگذاری می کنیم و a و b را محاسبه می کنیم:

$$16a + 4(-8a) = -12 \Rightarrow -16a = -12 \Rightarrow a = \frac{3}{4}, b = -8a = -6$$

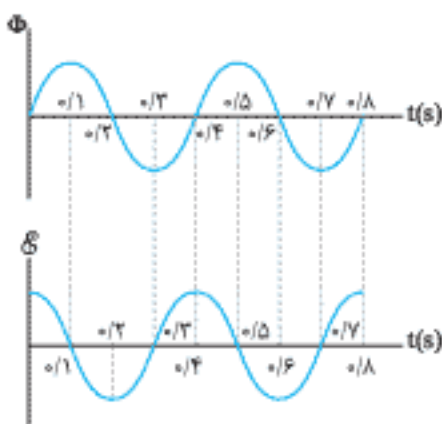
معادله شار عبوری از حلقه به صورت $\Phi = \frac{3}{4}t^2 - 6t + 1$ است: بنابراین شار

را در دو ثانیه سوم یعنی بین $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 6s$ محاسبه کرده و با استفاده از رابطه $\bar{\mathcal{E}} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ ، نیروی محرکه القایی متوسط را محاسبه می کنیم:

$$\left. \begin{aligned} t_1 = 4s &\Rightarrow \Phi_1 = \frac{3}{4}(4)^2 - 6(4) + 1 = -2 \text{ Wb} \\ t_2 = 6s &\Rightarrow \Phi_2 = \frac{3}{4}(6)^2 - 6(6) + 1 = 1 \text{ Wb} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \bar{\mathcal{E}} = -N \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = -1 \times \frac{1 - (-2)}{2} = \frac{-3}{2} \text{ V}$$

۱۸۹۳. گزینه ۴ در این مولد، در لحظه $t = 0$ ، سطح قاب موازی خطوط



میدان است: یعنی در این لحظه شار صفر و نیروی محرکه القایی بیشینه است. در لحظه $t = 0/1s$ برای اولین بار سطح قاب بر خطوط میدان عمود شده و شار بیشینه شده است. بنابراین زمان ها را بر روی نمودار مشخص می کنیم. $(\frac{T}{4} = 0/1s)$

بنابراین مطابق شکل، هرگاه اندازه شار مغناطیسی بیشینه شود، ولتاژ و جریان القایی صفر شده و تغییر جهت می دهند. بنابراین در مدت $t = 0$ تا $t = 0/8s$ با توجه به نمودار، جهت جریان الکتریکی گذرنده از لامپ ۴ بار تغییر کرده است.

۱۸۹۴. گزینه ۱ ابتدا مقادیر داده شده در صورت سؤال

$(\Phi = 10^{-2} \text{ Wb}, t = 1s)$ را در معادله $\Phi - t$ جایگذاری می کنیم:

$$\Phi = (at^2 + bt - 1) \times 10^{-2} \xrightarrow{t=1s} \Phi = 10^{-2} \text{ Wb}$$

$$10^{-2} = (a(1)^2 + b(1) - 1) \times 10^{-2} \Rightarrow a + b - 1 = 1 \Rightarrow a + b = 11 \quad (1)$$

خواهد شد و با توجه به قانون اهم داریم:

$$\frac{I'}{I} = \frac{V'}{V} \times \frac{R}{R'} = \frac{1}{2}$$

در نهایت با توجه به رابطه * داریم:

$$\frac{B'}{B} = 1 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

۱۸۸۹. گزینه ۴ به متن مسئله خوب دقت کنید. گفته شده است که قاب

$90^\circ (\frac{\pi}{2})$ می چرخد. دو حالت قابل تصور است:

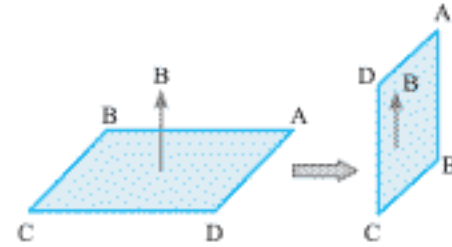
حالت اول صفحه، $\frac{\pi}{2}$ در امتداد خودش چرخیده اما زاویه آن با میدان تغییر نکرده است، در این حالت شار مغناطیسی تغییر نمی کند.

$$\Delta \Phi = 0 \Rightarrow \bar{\mathcal{E}} = 0$$



حالت دوم صفحه، $\frac{\pi}{2}$ نسبت به خطوط میدان می چرخد و با تغییر زاویه

آن نسبت به خطوط میدان، شار مغناطیسی تغییر می کند. با توجه به این که میدان مغناطیسی و مساحت قاب در این مسئله ثابت است، داریم:



$$\begin{aligned} |\bar{\mathcal{E}}| &= N \left| \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right| = NBA \left| \frac{\cos \theta_2 - \cos \theta_1}{\Delta t} \right| \\ &= 1 \times 0.02 \times (400 \times 10^{-4}) \times \left| \frac{0 - 1}{0.2} \right| = 4 \times 10^{-2} \text{ V} \end{aligned}$$

۱۸۹۰. گزینه ۲ وقتی حلقه دایره ای شکل به قاب مربعی تبدیل می شود،

در حالی که مساحت آن تغییر می کند، اما محیط آن ثابت می ماند. از این نکته برای به دست آوردن رابطه بین ضلع مربع با شعاع حلقه دایره ای مطابق زیر استفاده می کنیم:

$$\begin{aligned} \text{مساحت: } A &= a^2 & \text{مساحت: } A &= \pi r^2 \\ \text{محیط: } &= 4a & \text{محیط: } &= 2\pi r \end{aligned}$$

$$\text{محیط دایره} = \text{محیط مربع} \Rightarrow 2\pi r = 4a \Rightarrow a = \frac{\pi r}{2}$$

حال با توجه به رابطه $\Phi = AB \cos \theta$ و ثابت ماندن B و $\cos \theta$ داریم:

$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{A_2}{A_1} = \frac{a^2}{\pi r^2} \xrightarrow{a = \frac{\pi r}{2}} \frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{r}{4} \Rightarrow \Phi_2 = \frac{r}{4} \Phi_1$$

حال با استفاده از رابطه زیر، درصد تغییرات را به دست می آوریم:

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Phi_1} \times 100 = \frac{\frac{r}{4} \Phi_1 - \Phi_1}{\Phi_1} \times 100 = -25\%$$

بنابراین شار ۲۵٪ کاهش یافته است.

۱۸۹۱. گزینه ۱ تغییر شار ناشی از تغییر مساحت سطح حلقه است. بنابراین

دو حالت زیر را بررسی می کنیم و در نهایت $\Delta \Phi$ را محاسبه می کنیم:

حالت اول با توجه به زاویه $\frac{\pi}{6}$ ، سطح قوس $\frac{1}{3}$ یک دایره کامل است. بنابراین داریم:

$$A_{OAB} = \frac{\pi R^2}{12} = \frac{\pi (0.1)^2}{12} = \frac{\pi}{1200} \text{ m}^2$$