۵۹. گزینه ۱

گام اول ثانیهٔ چهارم بازهٔ زمانی $t_1 = 3\,s$ تا $t_2 = 4\,s$ است. مکان جسم را در هر یک از این زمان‌ها به‌دست می‌آوریم: با قرار دادن لحظه‌های $t_1 = 3\,s$ و $t_2 = 4\,s$ در معادله داریم:

$$x = -5t^2 + 30t \Rightarrow$$

$$\begin{cases} t_1 = 3\,s : x_1 = -5\times 3^2 + 30\times 3 \Rightarrow x_1 = 45\,m \\ t_2 = 4\,s : x_2 = -5\times 4^2 + 30\times 4 \Rightarrow x_2 = 40\,m \end{cases}$$

گام دوم جابه‌جایی جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 40 - 45 = -5\,m$$

علامت منفی بیانگر این است که جسم در مدت زمان مورد نظر $(\Delta t = 4 - 3 = 1\,s)$ در خلاف جهت محور x، جابه‌جا شده است.

گام سوم از رابطهٔ سرعت متوسط $(v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t})$ استفاده می‌کنیم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{-5}{4-3} \Rightarrow v_{av} = -5\,m/s$$

بنابراین بزرگی سرعت متوسط برابر با $5\,m/s$ است و چون علامت آن منفی است، می‌توان نتیجه گرفت که جهت بردار سرعت متوسط در خلاف جهت محور x هاست.

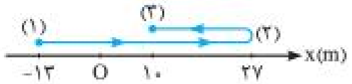
۶۰. گزینه ۳ با توجه به رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ و اینکه برای محاسبهٔ جابه‌جایی فقط نقاط ابتدایی و انتهایی مسیر مهم هستند، داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_0}{t_2 - t_0} = \frac{20 - (-40)}{10 - 0} = 6\,m/s$$

۶۱. گزینه ۴

گام اول برای محاسبهٔ تندی متوسط باید طول مسیر طی‌شده توسط جسم را محاسبه کنیم.

در شکل زیر مسیر حرکت جسم را رسم کرده‌ایم. از مکان (۱) تا مکان (۲)، جسم مسافتی به اندازهٔ $\ell_1 = 27 - (-13) = 40\,m$ و از مکان (۲) تا مکان (۳)، جسم مسافتی به اندازهٔ $\ell_2 = |10 - 27| = 17\,m$ را پیموده است؛ پس در مجموع مسافت $\ell = 40 + 17 = 57\,m$ را طی کرده است.



گام دوم اکنون از رابطهٔ تندی متوسط $(s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t})$ استفاده می‌کنیم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{57}{10} = 5/7\,m/s$$

۶۲. گزینه ۳ چون متحرک در جهت منفی محور x حرکت می‌کند، جابه‌جایی و سرعت متوسط آن باید منفی باشد؛ بنابراین تنها حالت (۳) نمی‌تواند متعلق به این متحرک باشد.

۶۳. گزینه ۴

گام اول با استفاده از معادلهٔ حرکت و رابطهٔ جابه‌جایی و سرعت متوسط جسم در دو ثانیه سوم ($t_4 = 4\,s$ تا $t_6 = 6\,s$) می‌توان مقدار a را به‌دست آورد:

$$v_{av} = \frac{x_6 - x_4}{t_6 - t_4} \xrightarrow{v_{av} = 20\,m/s}$$

$$20 = \frac{(a\times 6^2 + 10\times 6) - (a\times 4^2 + 10\times 4)}{6 - 4} \Rightarrow a = 1$$

گام دوم با قرار دادن $a = 1$ در معادلهٔ حرکت، در لحظهٔ $t = 2\,s$ مکان جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$x = 1\times 2^2 + 10\times 2 = 24\,m$$

۶۴. گزینه ۳ چون معادلهٔ حرکت برحسب زمان از درجهٔ اول است، بنابر آنچه در درسنامه ذکر شد، تندی متوسط جسم در هر بازهٔ زمانی دلخواه یکسان است، پس در این تست، چون تندی متوسط جسم در سه ثانیهٔ دوم برابر $3\,m/s$ است، در دو ثانیهٔ اول نیز $3\,m/s$ است.

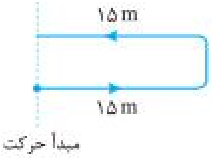
۶۵. گزینه ۴ در این تست، به این نکته توجه کنید که در محاسبهٔ سرعت متوسط، جابه‌جایی مهم است، نه مسافت طی‌شده! (به یاد دارید که میزان مسافت طی‌شده در محاسبهٔ تندی متوسط به‌کار می‌رود)؛ بنابراین در این تست، با توجه به این‌که میزان مسافت طی‌شده داده شده است، حالت‌های مختلفی برای جابه‌جایی قابل تصور است:

• **حالت اول** متحرک $30\,m$ در جهت مثبت محور x حرکت کرده باشد. در این‌صورت داریم:

$$v_{av_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{30}{5} = 6\,m/s$$

که در گزینهٔ «۱» است.

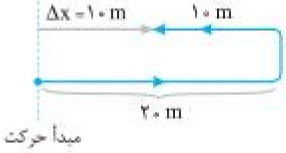
• **حالت دوم** متحرک $15\,m$ در جهت‌مثبت‌محور x حرکت کرده و با طی کردن $15\,m$ در خلاف جهت محور x، به نقطهٔ مبدأ (آغازین) خود برگردد.



$$\Delta x_2 = 0 \Rightarrow v_{av_2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta t} = \frac{0}{5} = 0\,m/s$$

که در گزینهٔ «۲» آمده است.

• **حالت سوم** متحرک $20\,m$ در جهت مثبت محور x حرکت کرده و با طی کردن $10\,m$ در خلاف جهت محور x به نقطهٔ پایانی حرکت خود رسیده است.



$$\Delta x_3 = 10\,m \Rightarrow v_{av_3} = \frac{\Delta x_3}{\Delta t} = \frac{10}{5} = 2\,m/s$$

که در گزینهٔ «۳» آمده است.

بنابراین هر سه گزینه می‌توانند درست باشند.

۶۶. گزینه ۳

گام اول لحظه‌ای را که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند، به‌دست می‌آوریم:

$$x = t^2 - 2t - 8 \xrightarrow{x = 0\,m} 0 = t^2 - 2t - 8 \Rightarrow t = 4\,s\ ,\ t = -2\,s$$

لحظهٔ $t = -2\,s$ از لحاظ فیزیکی مربوط به لحظه‌ای است که جزء این حرکت نیست، پس $t = 4\,s$ را در نظر می‌گیریم.

گام دوم از معادلهٔ سرعت متوسط $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$، بزرگی سرعت متوسط را در بازهٔ صفر تا ۴ ثانیه (لحظهٔ عبور از مبدأ مکان) به‌دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \xrightarrow[x_2 = 0\,m]{x_1 = -8\,m} v_{av} = \frac{0 - (-8)}{4 - 0} = 2\,m/s$$

۶۷. گزینه ۲

گام اول سرعت متوسط متحرک دربازهٔ زمانی صفر تا ۳ ثانیه برابر با $18\,m/s$ بوده است؛ بنابراین طبق رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ داریم:

$$x = A + Bt^3 \begin{cases} \xrightarrow{t_1 = 0\,s} x_1 = A \\ \xrightarrow{t_2 = 3\,s} x_2 = A + B(3)^3 = A + 27B \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x = A + 27B - A = 27B$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 3 - 0 = 3\,s]{v_{av} = 18\,m/s} 18 = \frac{27B}{3} \Rightarrow B = 2$$

گام دوم متحرک در لحظهٔ $t = 2\,s$ در مکان $x = 24\,m$ بوده است. با جابگذاری این نقطه در معادلهٔ مکان ـ زمان داریم:

$$x = A + Bt^3 \xrightarrow[t = 2\,s\,,\,B = 2]{x = 24\,m} 24 = A + 2(2)^3 \Rightarrow A = 8$$

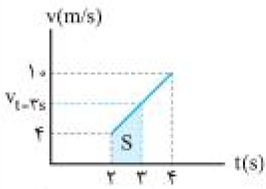
۶۸. گزینه ۲

• **روش اول** **گام اول** چون معادله درجه دوم است، لحظه‌ای که تابع به اکسترمم می‌رسد را با استفاده از رابطهٔ $t' = \frac{-b}{2a}$ به‌دست می‌آوریم:

$$x = 5t^2 - 20t \Rightarrow t' = -\frac{b}{2a} = \frac{-(-20)}{2\times 5} = 2\,s$$

یعنی در $t' = 2\,s$ جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند.

۲۹۴. گزینه ۴



• **روش اول** **گام اول** شتاب جسم ثابت است و نمودار سرعت ـ زمان آن را در بازهٔ زمانی ۲s تا ۴s رسم می‌کنیم.

گام دوم لحظهٔ $t = ۳s$، میانگین دو لحظهٔ ۲s و ۴s است؛ پس در لحظهٔ $t = ۳s$، سرعت متحرک برابر میانگین $۴ m/s$ و $۱۰ m/s$ است:

$$v_{t=۳s} = \frac{۴+۱۰}{۲} = ۷ m/s$$

گام سوم ثانیهٔ سوم مربوط به بازهٔ زمانی ۲s تا ۳s است و مساحت سطح محصور بین نمودار و محور t (ذوزنقه) را در این بازه به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x = S = \frac{(۴+۷)(۳-۲)}{۲} = ۵/۵ m$$

: **روش دوم** به جای استفاده از مساحت سطح زیر نمودار، می‌توان از رابطهٔ مستقل از شتاب نیز استفاده کرد:

$$\Delta x = \frac{v_۲+v_۳}{۲}\Delta t = \frac{۴+۷}{۲}\times ۱ = ۵/۵ \ m$$

۲۹۵. گزینه ۳

گام اول ابتدا با استفاده از معادلهٔ مستقل از شتاب، سرعت در ابتدا و انتهای مسیر را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta\vec{x} = \frac{\vec{v}_۱+\vec{v}_۲}{۲}\Delta t \xrightarrow[\Delta x=۱۶۰m]{v_۱=۳v_۲ \ , \ \Delta t=۴s} ۱۶۰ = \frac{۳v_۲+v_۲}{۲}\times ۴$$

$$\Rightarrow v_۲ = ۲۰ m/s \ , \ v_۱ = ۳v_۲ = ۳\times ۲۰ = ۶۰ m/s$$

گام دوم حال با استفاده از معادلهٔ سرعت ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_۲ = at + v_۱ \xrightarrow[v_۱=۶۰ m/s]{t=۴s \ , \ v_۲=۲۰ m/s} ۲۰ = a\times ۴ + ۶۰$$

$$\Rightarrow a = -۱۰ m/s^۲ \Rightarrow |a| = ۱۰ m/s^۲$$

۲۹۶. گزینه ۱ حرکت روی سطح شیب‌دار در مسیر مستقیم و با شتاب ثابت است.

گام اول از رابطهٔ مستقل از شتاب، ($\Delta x = \frac{v+v_۰}{۲}\times t$)، طول مسیری که جسم روی سطح شیب‌دار بالا می‌رود را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{v+v_۰}{۲}t = \frac{۰+۸}{۲}\times ۱ = ۴ m$$

دقت کنید! در لحظهٔ تغییر جهت، سرعت متحرک صفر می‌شود.

گام دوم با استفاده از رابطهٔ مثلثاتی $\sin ۵۳° = \frac{h}{\Delta x}$، مقدار h را به‌دست می‌آوریم:

$$h = \Delta x \sin ۵۳° \xrightarrow[\Delta x=۴ m]{\sin ۵۳°=۰/۸} h$$

$$= ۴\times ۰/۸ = ۳/۲ m$$

۲۹۷. گزینه ۲ در این تست، اگر سرعت اولیه را با علامت مثبت در نظر بگیریم، چون حرکت کندشونده است، جهت بردار شتاب در خلاف جهت بردار سرعت اولیه است و آن را باید با علامت منفی به‌کار ببریم. از رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت (یعنی $\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$) می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \xrightarrow[(t=۲s \ \text{دوثانیهٔ اول})]{a=-۲ m/s^۲ \ , \ v_۰=۲۰ m/s}$$

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}\times(-۲)\times ۲^۲ + ۲۰\times ۲ = ۳۶ m$$

۲۹۸. گزینه ۴ با استفاده از معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت $\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$ داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + \cancel{v_۰}t \Rightarrow \frac{\Delta x_۱}{\Delta x_{کل}} = \left(\frac{t_۱}{t_{کل}}\right)^۲$$

$$\xrightarrow[\Delta x=۱m \ , \ t_۱=۱۲s]{\Delta x_۱=۰/۳۶m} \frac{۳۶}{۱۰۰} = \left(\frac{۱۲}{t_{کل}}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۱۲}{t_{کل}} = \frac{۶}{۱۰} \Rightarrow t_{کل} = ۲۰s$$

بنابراین ادامهٔ مسیر را در مدت $۲۰ - ۱۲ = ۸s$ طی می‌کند.

۲۹۹. گزینه ۱

گام اول با استفاده از تعریف سرعت متوسط ($v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$)، جابه‌جایی جسم را در ۲۰ ثانیهٔ اول به‌دست می‌آوریم: $\Delta x = v_{av}\times\Delta t = ۱۰\times ۲۰ = ۲۰۰ m$

گام دوم معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان ($\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$) را برای دو بازهٔ زمانی (۰s تا ۲۰s) و (۰s تا ۴s) به‌کار می‌بریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \begin{cases} \xrightarrow{t=۴s} ۱۰ = \frac{۱}{۲}a\times ۴^۲ + v_۰\times ۴ \\ \xrightarrow{t=۲۰s} ۲۰۰ = \frac{۱}{۲}a\times ۲۰^۲ + v_۰\times ۲۰ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} ۱۰ = ۸a + ۴v_۰ \xrightarrow{\div ۴} & ۲/۵ = ۲a + v_۰ \quad ۱ \\ ۲۰۰ = ۲۰۰a + ۲۰v_۰ \xrightarrow{\div ۲۰} & ۱۰ = ۱۰a + v_۰ \quad ۲ \end{cases}$$

گام سوم دستگاه حاصل را حل می‌کنیم و شتاب متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$\xrightarrow{۲ - ۱} \frac{۱۵}{۲} = ۸a \Rightarrow a = \frac{۱۵}{۱۶} m/s^۲$$

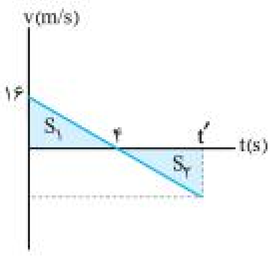
۳۰۰. گزینه ۲

• **روش اول** **گام اول** با مقایسهٔ معادله سرعت ـ زمان داده شده با معادلهٔ $v = at + v_۰$ می‌توان دریافت حرکت با شتاب ثابت است و $v_۰ = ۱۶ m/s$ و $a = -۴ m/s^۲$ است.

گام دوم از معادلهٔ جابه‌جایی ـ زمان $\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$ استفاده می‌کنیم و $\Delta x = ۰ m$ قرار می‌دهیم:

$$۰ = \frac{۱}{۲}\times(-۴)t'^۲ + ۱۶t' \Rightarrow t' = ۸s$$

: **روش دوم** با استفاده از معادلهٔ داده‌شده، نمودار $v - t$ متحرک را رسم می‌کنیم: می‌دانیم که سطح محصور بین نمودار $v - t$ و محور زمان برابر جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی است.



بنابراین برای این‌که متحرک به مکان اولیه‌اش برگردد، باید $\Delta x = ۰$ شود:

$$\Delta x = S_۱ - S_۲ = ۰ \Rightarrow S_۱ = S_۲$$

بنابراین باید مثلثی دقیقاً مشابه مثلث با مساحت $S_۱$ در بالای محور، در زیر محور t تشکیل شود: پس $t' = ۸s$ خواهد بود.

۳۰۱. گزینه ۴

گام اول با استفاده از رابطهٔ $\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$ برای فاصلهٔ AB داریم:

$$\Delta x_{AB} = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_A t \xrightarrow[a=۴ m/s^۲ \ , \ t=۳s]{\Delta x_{AB}=۶۰m}$$

$$۶۰ = \frac{۱}{۲}\times ۴\times(۳)^۲ + v_A\times ۳ \Rightarrow v_A = ۱۴ m/s$$

گام دوم حالا با استفاده از رابطهٔ $v = at + v_۰$ در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متحرک در مکان B را می‌یابیم.

$$v_B = at + v_A \xrightarrow[t=۳s \ , \ a=۴ m/s^۲]{v_A=۱۴ m/s} v_B = ۴\times ۳ + ۱۴ = ۲۶ m/s$$

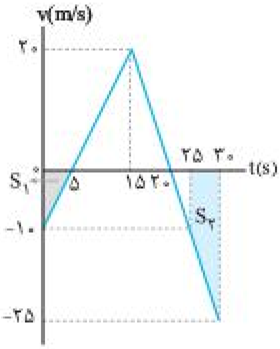
گام سوم با استفاده از رابطهٔ $v_{av} = \frac{v_۱+v_۲}{۲}$، سرعت متوسط متحرک را در طی فاصلهٔ O تا B به‌دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{v_O+v_B}{۲} \xrightarrow[v_B=۲۶ m/s]{v_O=۲ m/s} v_{av} = \frac{۲+۲۶}{۲} = ۱۴ m/s$$

۳۰۲. گزینه ۲

گام اول با استفاده از معادلهٔ مستقل از شتاب، سرعت اولیهٔ متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \left(\frac{v+v_۰}{۲}\right)\Delta t \Rightarrow ۷۵ = \left(\frac{۲۰+v_۰}{۲}\right)\times ۵ \Rightarrow v_۰ = ۱۰ m/s$$



$v_5 = 2\times 5 - 10 = 0\ m/s$

$v_{15} = 2\times 15 - 10 = 20\ m/s$

$v_{25} = 20 + (-3\times 10) = -10\ m/s$

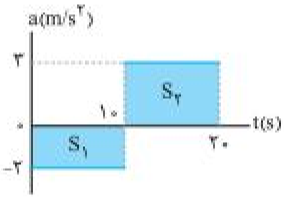
$v_{30} = 20 + (-3\times 15) = -25\ m/s$

اکنون نسبت $\frac{|S_2|}{|S_1|}$ را که بزرگی جابه‌جایی‌های جسم در ۵ ثانیهٔ ششم به ۵ ثانیهٔ اول است، حساب می‌کنیم:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\left|\frac{-(10+25)}{2}\times 5\right|}{\left|\frac{(-10)\times 5}{2}\right|} = \frac{35}{10} = 3/5$$

۴۴۳. (گزینه ۴) این سؤال را با استفاده از رسم نمودار سرعت ـ زمان حل می‌کنیم:

گام اول می‌دانیم تغییر سرعت جسم برابر مساحت محصور نمودار شتاب ـ زمان است. چون کل حرکت شامل دو حرکت شتاب‌دار $a_1 = -2\ m/s^2$ و $a_2 = 3\ m/s^2$ است، طی دو مرحله سرعت جسم را در لحظه‌های $10s$ و $20s$ حساب می‌کنیم:



$\Delta v = S_1 \Rightarrow v_{10} - v_0 = -2\times 10$

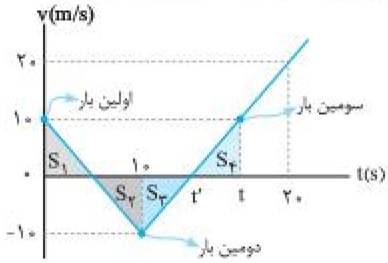
$\xrightarrow{v_0 = 10\,m/s} v_{10} = -10\ m/s$

$\Delta v' = S_2 \Rightarrow v_{20} - v_{10} = S_2$

$\Rightarrow v_{20} - (-10) = 30$

$\Rightarrow v_{20} = 20\ m/s$

گام دوم نمودار سرعت ـ زمان جسم را رسم می‌کنیم:



گام سوم سرعت در $t = 10s$ قرینهٔ سرعت در $t = 0s$ است؛ بنابراین دو مثلث هم‌نهشت هستند و $S_1 = S_2$ است؛ یعنی در لحظهٔ $t = 10s$ متحرک برای بار دوم به مبدأ مکان رسیده و جابه‌جایی‌اش تا این لحظه صفر است.

گام چهارم با استفاده از تشابه مثلث‌های S_3 و S_4، مقدار t' را به‌دست می‌آوریم:

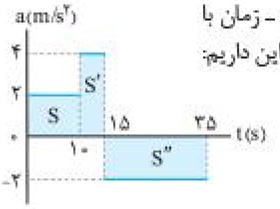
$$\frac{10}{20} = \frac{t'-10}{20-t'} \Rightarrow 20 - t' = 2t' - 20 \Rightarrow t' = \frac{40}{3}s = (10 + \frac{10}{3})s$$

متحرک به اندازهٔ $\frac{10}{3}$ ثانیه در جهت منفی حرکت کرده؛ پس باید به همان اندازه نیز در جهت مثبت حرکت کند تا برای بار سوم به مبدأ مکان برسد.

$$t = (10 + \frac{10}{3}) + \frac{10}{3} = \frac{50}{3}s$$

۴۴۴. (گزینه ۴)

گام اول می‌دانیم سطح زیر نمودار شتاب ـ زمان با محور زمان برابر با تغییرات سرعت است؛ بنابراین داریم:



$(0s - 10s): \Delta v = S \Rightarrow v_{10} - v_0 = 20$

$\xrightarrow{v_0 = -10\,m/s} v_{10} = 10\ m/s$

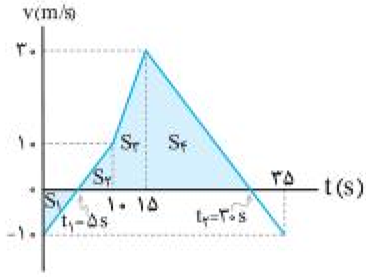
$(10s - 15s): \Delta v = S'$

$\Rightarrow v_{15} - v_{10} = 5\times 4 \xrightarrow{v_{10} = 10\,m/s} v_{15} = 30\ m/s$

$(15s - 35s): \Delta v = S'' \Rightarrow v_{35} - v_{15} = -2\times 20$

$\xrightarrow{v_{15} = 30\,m/s} v_{35} = -10\ m/s$

گام دوم بنابراین نمودار سرعت ـ زمان متحرک مطابق شکل زیر است.



گام سوم لحظات t_1 و t_2 که متحرک تغییر جهت داده را به کمک تشابه مثلث‌ها می‌یابیم:

$$\frac{t_1 - 0}{0-(-10)} = \frac{10 - t_1}{10 - 0} \Rightarrow 2t_1 = 10 \Rightarrow t_1 = 5\ s$$

$$\frac{t_2 - 15}{30 - 0} = \frac{35 - t_2}{0-(-10)} \Rightarrow t_2 - 15 = 105 - 3t_2 \Rightarrow t_2 = 30\ s$$

گام چهارم با محاسبهٔ مساحت‌ها که برابر با جابه‌جایی در آن بازه است، داریم:

$S_1 = \frac{1}{2}\times 5\times 10 = 25\ m \quad , \quad S_2 = \frac{1}{2}\times 5\times 10 = 25\ m$

$S_3 = \frac{1}{2}(10+30)5 = 100\ m \quad , \quad S_4 = \frac{1}{2}\times 15\times 30 = 225\ m$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{|S_1| + |S_2| + |S_3| + |S_4|}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow s_{av} = \frac{25 + 25 + 100 + 225}{30} \Rightarrow s_{av} = \frac{25}{2}\ m/s$$

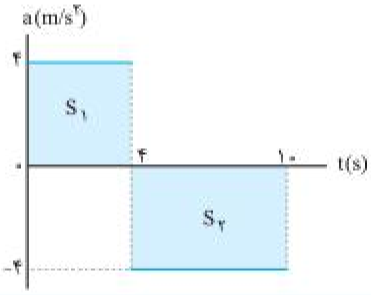
۴۴۵. (گزینه ۳)

گام اول در لحظهٔ $t = 0s$ سرعت متحرک را v_0 و در لحظه‌های $t = 4s$ و $t = 10s$ سرعت متحرک را v_4 و v_{10} می‌نامیم و با استفاده از مساحت محصور بین نمودار شتاب ـ زمان و محور t، می‌توانیم بنویسیم:

$S_1 = v_4 - v_0 = 16 \Rightarrow v_4 = 16 + v_0$

$S_2 = v_{10} - v_4 = -24 \Rightarrow v_{10} = -24 + v_4 = -24 + 16 + v_0$

$\Rightarrow v_{10} = -8 + v_0$



تذکر: روش استفاده شده در حل این سؤال را به دقت یاد بگیرید. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، با استفاده از نمودار شتاب ـ زمان و استفاده از مساحت محصور بین نمودار $a - t$ و محور زمان می‌توان سرعت‌های لحظه‌ای را محاسبه کرد.

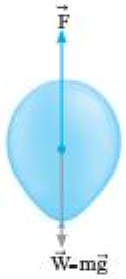
گام دوم با توجه به این‌که در هر دو مرحله، حرکت با شتاب ثابت است، از رابطهٔ مستقل از شتاب ($\Delta x = \frac{v + v_0}{2}t$) استفاده می‌کنیم و مجموع جابه‌جایی‌ها را برابر با $156\ m$ قرار می‌دهیم:

۷۲۴. گزینه ۳ جسم تنها تحت تأثیر نیروی وزن است. بنابراین شتاب حرکت آن برابر $\vec{g}$ است. با استفاده از رابطهٔ جابه‌جایی ـ زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta y=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{۰}t$$

$$\xrightarrow[v_{۰}=۰m/s]{a=g=۱۰m/s^{۲}\ ,\ \Delta y=۸۰m} ۸۰=\frac{۱}{۲}\times ۱۰t^{۲}+(\cancel{۰\times t})\Rightarrow t=۴s$$

۷۲۵. گزینه ۱



گام اول بر بادکنک دو نیرو وارد می‌شود که این دو نیرو عبارت‌اند از:

(۱) نیروی $F=۰/۴۴N$ به طرف بالا

(۲) نیروی وزن $(W=mg)$

گام دوم از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم تا شتاب بادکنک را در لحظهٔ رها شدن به‌دست آوریم. وزن بادکنک $W=mg=\frac{۴۰}{۱۰۰۰}\times ۱۰=۰/۴N$ است. چون $F>mg$ است، شتاب بادکنک در جهت $\vec{F}$ و رو به بالاست، بنابراین طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow F-mg=ma\Rightarrow ۰/۴۴-۰/۴=\frac{۴۰}{۱۰۰۰}\times a$$

$$\Rightarrow a=۱m/s^{۲}$$

۷۲۶. گزینه ۴

گام اول در حالت اول نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. چون موشک با تندی ثابت حرکت کرده است، طبق قانون اول نیوتون، نیروهای وارد بر آن متوازن بوده و داریم:

$$F_{net}=۰\Rightarrow \vec{F}-m\vec{g}=۰\Rightarrow F=mg$$

گام دوم در حالت دوم مطابق شکل نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow ۲F+mg=ma\xrightarrow{F=mg}۲mg+mg=ma$$

$$۳\cancel{m}g=\cancel{m}a\Rightarrow a=۳g$$

۷۲۷. گزینه ۲

بررسی گزینه‌ها گزینهٔ «۱»: درست؛ وقتی جسمی در یک شاره (مایع یا گاز) حرکت می‌کند، از طرف شاره نیرویی در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود که به آن نیروی مقاومت شاره می‌گویند.

گزینهٔ «۲»: نادرست؛ نیروی مقاومت شاره به بزرگی جسم و تندی آن بستگی دارد (دقت کنید که بزرگی با جرم متفاوت است، بزرگی مربوط به ابعاد جسم است).

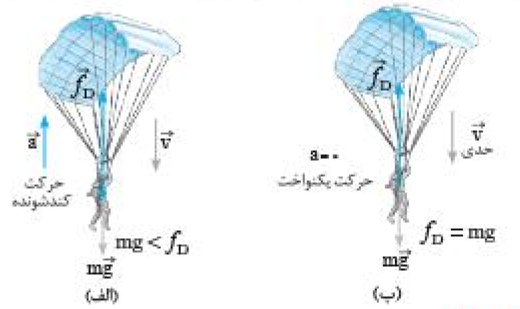
گزینهٔ «۳»: درست؛ نیروی مقاومت شاره به تندی جسم بستگی داشته و هرچه تندی جسم بیشتر باشد، نیروی مقاومت شاره بزرگ‌تر است.

گزینهٔ «۴»: درست؛ نیروی مقاومت شاره از طرف مولکول‌های شاره در خلاف جهت حرکت جسم به آن وارد می‌شود.

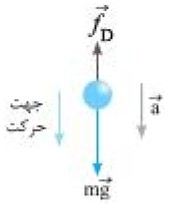
۷۲۸. گزینه ۳

می‌دانیم که هرچه جسم بزرگ‌تر باشد، اندازهٔ نیروی مقاومت شاره در برابر آن بیشتر است. منظور از بزرگ‌تر بودن، مساحت سطحی از جسم است که به مولکول‌های هوا برخورد می کند و بر راستای حرکت جسم عمود است.
سطح جلوی جسم (۱) که با مولکول‌های هوا برخورد می‌کند، $۴a^{۲}$ و همین سطح برای جسم (۲)، $۱۶a^{۲}$ است. بنابراین اندازهٔ مقاومت هوای واردشده به جسم (۲) بیشتر است و در نتیجه شتاب حرکت جسم (۲) کمتر از شتاب حرکت جسم (۱) است $(a_{۲}<a_{۱})$. بنابراین جسم (۱) با تندی بیشتری به زمین خواهد رسید $(v_{۱}>v_{۲})$.

۷۲۹. گزینه ۳ در لحظه‌ای که چترباز، چتر خود را باز می‌کند، سطح برخورد با هوا بسیار بیشتر می‌شود؛ بنابراین نیروی مقاومت هوا افزایش می‌یابد. در نتیجه بر چترباز شتاب رو به بالایی وارد می‌شود و از تندی او می‌کاهد (شکل (الف)). ضمن کاهش تندی چترباز، نیروی مقاومت هوا هم کاهش می‌یابد. این کاهش نیرو آن‌قدر صورت می‌گیرد که نیروی مقاومت هوا برابر نیروی وزن چترباز شود. در این حالت که تندی چترباز به اندازهٔ کافی کم و مطمئن برای فرود شده است، برایند نیروهای وارد بر چترباز صفر و حرکتش یکنواخت می‌شود (شکل (ب)).



۷۴۰. گزینه ۴ جسم در حال حرکت به سمت پایین است. از قانون دوم نیوتون استفاده می‌کنیم و شتاب جسم را به‌دست می‌آوریم: (جهت شتاب به سمت پایین و حرکت تندشونده است.)



$$\vec{F}_{net}=m\vec{a}=mg-f_D=ma\Rightarrow a=g-\frac{f_D}{m}$$

بررسی همهٔ عبارت‌ها

الف) درست؛ زیرا در رابطهٔ $a=g-\frac{f_D}{m}$، همهٔ مقدارهای g، f_D و m ثابت هستند.

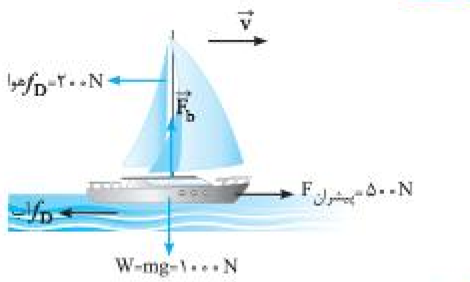
ب) درست:

$$\uparrow a=g-\frac{f_D\downarrow}{m\uparrow}$$

پ) درست؛ زیرا با توجه به رابطهٔ $\uparrow a=g-\frac{f_D\downarrow}{m}$ هر چقدر f_D کمتر باشد، شتاب جسم بیشتر می‌شود و با توجه به رابطهٔ $v^{۲}-v_{۰}^{۲}=۲a\Delta x$، تندی برخورد به زمین نیز بیشتر می‌شود.

$$v^{۲}-\cancel{v_{۰}^{۲}}=۲a\Delta x\rightarrow\uparrow v^{۲}=۲a\uparrow\Delta x$$

۷۴۱. گزینه ۴ نیروی وارد بر قایق را رسم کرده و گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:



گزینهٔ «۱»: درست؛ با توجه به اینکه قایق با سرعت ثابت در حال حرکت است، بنابر قانون اول نیوتون، نیروهای وارد بر قایق متوازن هستند.

گزینهٔ «۲»: درست؛ با توجه به توازن نیروهای وارد بر قایق در راستای قائم داریم:

$$F_{net,y}=۰\Rightarrow F_b=W=mg=۱۰۰۰N$$

گزینهٔ «۳»: درست؛ مجدداً با توجه به توازن نیروهای وارد بر قایق این بار در راستای افقی داریم:

$$F_{net,x}=۰\Rightarrow F_{پیشران}-f_{D_{آب}}-f_{D_{هوا}}=۰$$

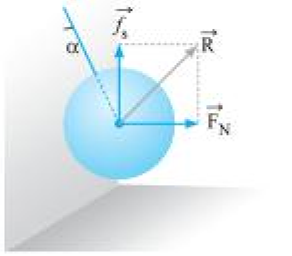
$$\Rightarrow f_{D_{آب}}=۵۰۰-۲۰۰=۳۰۰N$$

گزینهٔ «۴»: نادرست؛ دو نیروی مقاومت شاره داریم:

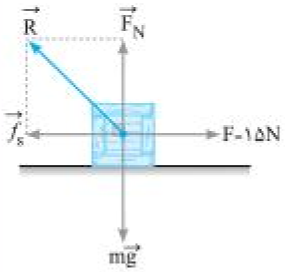
(۱) $f_{D_{آب}}=۳۰۰N$ (۲) $f_{D_{هوا}}=۲۰۰N$ که اندازهٔ برایند آن‌ها برابر است با: (جهت هر دو یکسان و به سمت چپ است؛ در خلاف جهت حرکت قایق)

$$F=۲۰۰+۳۰۰=۵۰۰N$$

۸۷۷. گزینه ۳ از طرف سطح بر گلوله، نیروی $\vec{R}$ وارد می‌شود و نیروهای عمودی سطح ($\vec{F}_N$) و اصطکاک ایستایی ($\vec{f}_s$) مؤلفه‌های این نیرو هستند. با توجه به جهت $\vec{F}_N$ و $\vec{f}_s$ می‌توان دریافت که نیروی $\vec{R}$ در جهت تقریبی نشان داده شده است.



۸۷۸. گزینه ۱



گام اول در این سؤال، جسم ساکن است؛ بنابراین اندازهٔ نیروی اصطکاک ایستایی برابر اندازهٔ نیروی محرک یعنی $F=۱۵N$ است. برای دو راستای موازی حرکت و عمود بر آن، برایند نیروهای وارد بر جسم را برابر صفر قرار می‌دهیم:

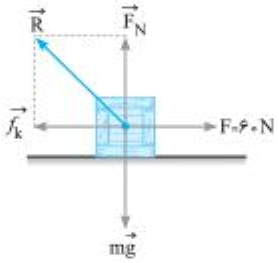
$$F_{net,x}=۰\Rightarrow F-f_s=۰\Rightarrow f_s=۱۵N$$

$$F_{net,y}=۰\Rightarrow F_N=mg\xrightarrow[g=۱۰N/kg]{m=۲kg}F_N=۲۰N$$

گام دوم حال اندازهٔ نیروی سطح وارد بر جسم را که برایند دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_N$ و $\vec{f}_s$ است، می‌توان از رابطهٔ $R=\sqrt{f_s^۲+F_N^۲}$ به‌دست آورد:

$$R=\sqrt{f_s^۲+F_N^۲}=\sqrt{۱۵^۲+۲۰^۲}=۲۵N$$

۸۷۹. گزینه ۳



گام اول نیروهای وارد بر جسم را مطابق شکل رسم می‌کنیم:
جسم با سرعت ثابت در حال حرکت است، بنابراین نیروهای وارد بر آن متوازن‌اند و داریم:

$$F_{net,y}=۰\Rightarrow F_N=mg=۸\times۱۰=۸۰N$$

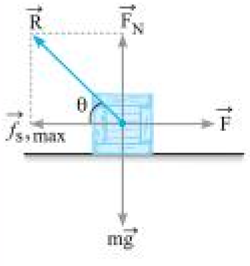
$$F_{net,x}=۰\Rightarrow f_k=F=۶۰N$$

گام دوم حال با توجه به رابطهٔ $R=\sqrt{f_k^۲+F_N^۲}$ داریم:

$$R=\sqrt{f_k^۲+F_N^۲}=\sqrt{۶۰^۲+۸۰^۲}=۱۰۰N$$

۸۸۰. گزینه ۳

گام اول نیروهای وارد بر جسم در شکل نشان داده شده است. چون جسم در آستانهٔ حرکت است، نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه است و از رابطهٔ $f_{s,max}=\mu_s F_N$ به‌دست می‌آید.

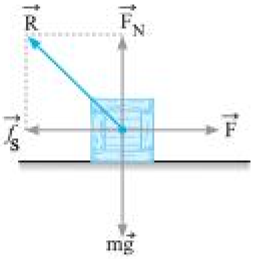


گام دوم با توجه به شکل و با استفاده از روابط مثلثاتی داریم:

$$\cot\theta=\frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{ضلع مقابل}}=\frac{f_{s,max}}{F_N}=\frac{\mu_s F_N}{F_N}=\mu_s$$

۸۸۱. گزینه ۴

گام اول نیروهای وارد بر جسم مطابق شکل است. با استفاده از رابطهٔ $f_{s,max}=\mu_s F_N$، اندازهٔ بیشینهٔ نیروی اصطکاک ایستایی را محاسبه می‌کنیم:



$$f_{s,max}=F_N\cdot\mu_s\xrightarrow[\text{راستای قائم}]{F_N=mg=۵۰۰N}$$

$$f_{s,max}=۵۰۰\times۰/۶=۳۰۰N$$

گام دوم چون نیرویی که شخص بر جعبه وارد می‌کند، کوچک‌تر از نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه است، پس جعبه حرکت نمی‌کند و بزرگی نیروی اصطکاک ایستایی برابر با بزرگی نیروی شخص است، یعنی: $f_s=F=۲۵۰N$

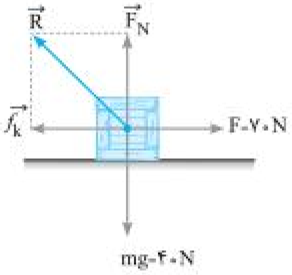
حالا نیروی سطح (R) را که شامل دو نیروی $f_s=۲۵۰N\,,\,F_N=۵۰۰N$ است، به‌صورت بردارهای یکه می‌نویسیم:

$$\vec{R}=-f_s\vec{i}+F_N\vec{j}\Rightarrow\vec{R}=(-۲۵۰N)\vec{i}+(۵۰۰N)\vec{j}$$

نیرویی که جسم بر سطح وارد می‌کند، قرینهٔ $\vec{R}$ است، یعنی:

$$\vec{R'}=-\vec{R}=(۲۵۰N)\vec{i}+(-۵۰۰N)\vec{j}$$

۸۸۲. گزینه ۴



گام اول نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم.
جسم در راستای قائم ساکن است.

$$F_{net,y}=۰\Rightarrow F_N=mg=۴\times۱۰=۴۰N$$

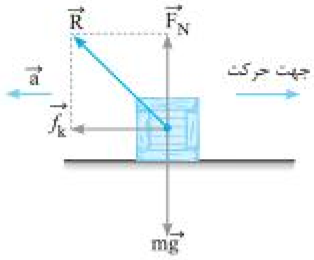
گام دوم با توجه به این‌که $R=\sqrt{f_k^۲+F_N^۲}$ است، داریم:

$$R=\sqrt{f_k^۲+F_N^۲}\xrightarrow[F_N=۴۰N]{R=۵۰N}۵۰=\sqrt{f_k^۲+۴۰^۲}\Rightarrow f_k=۳۰N$$

گام سوم با استفاده از قانون دوم نیوتون در راستای حرکت می‌توان نوشت:

$$F_{net,x}=ma\Rightarrow F-f_k=ma\Rightarrow ۷۰-۳۰=۴a\Rightarrow a=۱۰m/s^۲$$

۸۸۳. گزینه ۴



گام اول نیروهای وارد بر جسم را مطابق شکل رسم می‌کنیم و با استفاده از رابطهٔ $d_s=\frac{-v_0^۲}{۲a}$، شتاب توقف را محاسبه می‌کنیم:

$$d_s=\frac{-v_0^۲}{۲a}\Rightarrow ۵=\frac{-۵^۲}{۲a}\Rightarrow a=-۲/۵m/s^۲$$

گام دوم حال با استفاده از قانون دوم نیوتون، اندازهٔ نیروی اصطکاک را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{net,x}=ma\Rightarrow -f_k=ma=۴(-۲/۵)\Rightarrow f_k=۱۰N$$

گام سوم برای محاسبهٔ R، به اندازهٔ F_N نیز نیاز داریم. با توجه به اینکه برایند نیروها در راستای عمود بر سطح صفر است، داریم:

$$F_{net,y}=۰\Rightarrow F_N=mg=۴\times۱۰=۴۰N$$

گام چهارم در نهایت با استفاده از رابطهٔ $R=\sqrt{f_k^۲+F_N^۲}$ داریم:

$$R=\sqrt{۱۰^۲+۴۰^۲}=۱۰\sqrt{۱۷}N$$

۸۸۴. گزینه ۴ به شکل‌های آورده شده نگاه کنید.

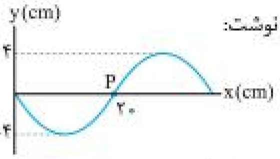
گام اول در شکل (۱)، نیروی افقی وارد بر جسم صفر بوده و جسم ساکن است؛ بنابراین نیروی اصطکاک وارد بر جسم نیز برابر با صفر بوده و بزرگی نیروی سطح برابر با $R=F_N$ می‌شود.

گام سوم حال با استفاده از رابطهٔ $\lambda=\frac{v}{f}$، تندی انتشار موج را محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow v=\lambda f\xrightarrow[f=50\,Hz]{\lambda=0/6\,m} v=0/6\times50=30\,m/s$$

۱۵۵۷. گزینه ۳

گام اول با استفاده از شکل موج می‌توان نوشت:



$$\frac{\lambda}{2}=20\Rightarrow\lambda=40\,cm=4\times10^{-1}m$$
$$A=4\,cm=4\times10^{-2}m$$

گام دوم به کمک رابطهٔ $\lambda=\frac{v}{f}$، بسامد موج را محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow f=\frac{v}{\lambda}\xrightarrow[\lambda=4\times10^{-1}m]{v=40\,m/s} f=\frac{40}{4\times10^{-1}}=100\,Hz$$

گام سوم ذرهٔ P در لحظهٔ نشان داده شده در حال عبور از نقطهٔ تعادل است و تندی آن بیشینه است. با استفاده از رابطهٔ $v_{max}=A\omega$، تندی آن را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{max}=A\omega\xrightarrow{\omega=2\pi f}v_{max}=A(2\pi f)$$
$$\xrightarrow[f=100\,Hz,\ \pi=3]{A=4\times10^{-2}m}v_{max}=4\times10^{-2}\times(2\times3\times100)=24\,m/s$$

۱۵۵۸. گزینه ۳

بررسی همهٔ گزینه‌ها گزینهٔ «۱»: درست: طبق شکل مشخص است که:

$$\frac{3}{4}\lambda=15\,cm\Rightarrow\lambda=20\,cm$$

گزینهٔ «۲»: درست: با استفاده از رابطهٔ $\lambda=\frac{v}{f}$، بسامد موج را محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow f=\frac{v}{\lambda}\xrightarrow[\lambda=0/2m]{v=10\,m/s}f=\frac{10}{0/2}=50\,Hz$$

گزینهٔ «۳»: نادرست: بیشینهٔ تندی هر ذره از محیط انتشار موج را از رابطهٔ $v_{max}=A\omega$ محاسبه می‌کنیم:

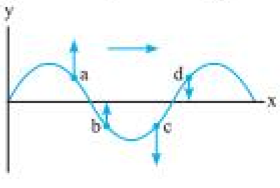
$$v_{max}=A\omega\xrightarrow[\omega=2\pi f=100\pi\,rad/s]{A=2cm=2\times10^{-2}m}v_{max}=2\times10^{-2}\times(100\pi)=2\pi\,m/s$$

گزینهٔ «۴»: درست: با استفاده از رابطهٔ $a_{max}=A\omega^2$، بزرگی بیشینهٔ شتاب هر ذره را محاسبه می‌کنیم:

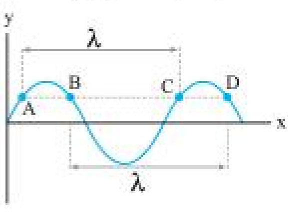
$$a_{max}=A\omega^2\xrightarrow[\omega=100\pi\,rad/s]{A=2\times10^{-2}m}a_{max}=2\times10^{-2}\times(100\pi)^2$$
$$\xrightarrow{\pi^2=10}a_{max}=2000\,m/s^2$$

۱۵۵۹. گزینه ۳ چون ذرهٔ A در حال حرکت به سمت بالا است، یعنی قلهٔ موج در حال نزدیک‌شدن به ذرهٔ A است، بنابراین موج از سمت چپ به راست در حال حرکت است. حال چون موج از چپ به راست حرکت می‌کند، در نتیجه درهٔ موج در حال نزدیک‌شدن به نقطهٔ B است و نقطهٔ B رو به پایین حرکت می‌کند.

۱۵۶۰. گزینه ۱ موج از سمت چپ به راست حرکت می‌کند. همان‌طور که مشاهده می‌کنید، قلهٔ موج در حال نزدیک‌شدن به نقاط a و b است، در نتیجه این دو نقطه به سمت بالا حرکت می‌کنند، اما برای دو نقطهٔ c و d، داستان متفاوت است و درهٔ موج در حال نزدیک‌شدن به این دو نقطه است. در نتیجه این دو نقطه به سمت پایین حرکت می‌کنند.

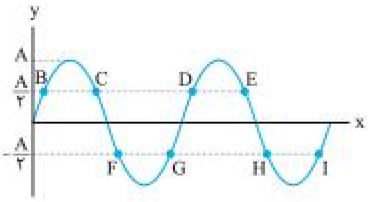


۱۵۶۱. گزینه ۳ در شکل زیر، فاصلهٔ بین نقاط A و C و فاصلهٔ بین نقاط B و D برابر با یک طول‌موج است. می‌دانیم دو نقطه که به فاصلهٔ یک طول‌موج از هم قرار داشته‌باشند، دارای وضعیت نوسانی یکسان‌اند و در نتیجه سرعت آن‌ها (اندازه و جهت) یکسان است. در نتیجه گزینهٔ «۳» پاسخ درست است.

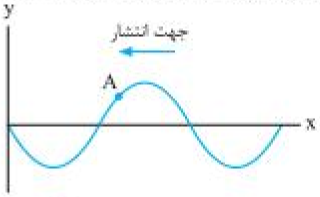


۱۵۶۲. گزینه ۳

بررسی همهٔ گزینه‌ها همهٔ نقاط B تا I، فاصلهٔ یکسانی از قله یا درهٔ موج دارند و بنابراین تندی همهٔ آن‌ها یکسان است. در نتیجه، گزینه‌های «۱» و «۲» درست‌اند. فاصلهٔ دو نقطهٔ F و H به‌اندازهٔ یک طول‌موج است، در نتیجه وضعیت نوسانی یکسانی دارند و سرعت آن‌ها برابر است. یعنی گزینهٔ «۴» درست است. جهت حرکت دو نقطهٔ C و D خلاف یکدیگر است. یعنی بسته به جهت انتشار موج، همواره یکی بالا می‌رود و یکی پایین: در نتیجه هرگز امکان ندارد سرعت آن‌ها یکسان باشد. بنابراین گزینهٔ «۳» نادرست است.



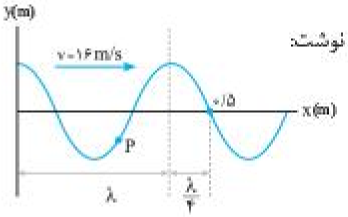
۱۵۶۳. گزینه ۲ موج به‌سمت چپ حرکت می‌کند، در نتیجه قله در حال نزدیک‌شدن به ذرهٔ A است، یعنی ذرهٔ A رو به بالا حرکت می‌کند و سرعت آن مثبت است. همچنین چون ذرهٔ A در حال نزدیک‌شدن به انتهای پاره‌خط نوسان است و تندی آن به صفر می‌رسد، می‌توان گفت نوع حرکت آن کندشونده است.



۱۵۶۴. گزینه ۴ در حرکت نوسانی سادهٔ هر ذره، زمانی که ذره از مبدأ نوسان عبور می‌کند، اندازهٔ شتاب نوسانی آن برابر با صفر خواهد شد؛ بنابراین در این شکل که نقش یک موج عرضی منتشر شده در طناب را نشان می‌دهد، نقاطی از طناب که در مبدأ نوسان خود قرار دارند، دارای شتاب نوسانی صفر خواهند بود. این نقاط عبارت از B، D و F هستند.

۱۵۶۵. گزینه ۴

گام اول با توجه به شکل می‌توان نوشت:



$$\lambda+\frac{\lambda}{4}=0/5\Rightarrow\frac{5}{4}\lambda=0/5$$
$$\Rightarrow\lambda=0/4\,m$$

گام دوم حال با استفاده از رابطهٔ $\lambda=\frac{v}{f}$ بسامد موج را محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda=\frac{v}{f}\Rightarrow f=\frac{v}{\lambda}\xrightarrow[\lambda=0/4m]{v=16m/s}f=\frac{16}{0/4}=40\,Hz$$

گام سوم موج از چپ به راست حرکت می‌کند، در نتیجه برای تعیین جهت حرکت نقطهٔ P به نقاط سمت چپ آن نگاه می‌کنیم. درهٔ موج در حال نزدیک‌شدن به نقطهٔ P است، در نتیجه نقطهٔ P به‌سمت پایین آمده و در ادامهٔ پیشروی موج، دره می‌شود.

۱۵۶۶. گزینه ۴

گام اول با استفاده از شکل این موج می‌توان گفت:

$$\frac{3}{4}\lambda=24\Rightarrow\lambda=32\,cm$$

گام دوم ذرهٔ M در مکان $y_1=-A$ قرار دارد. پس از طی مسافت $2A$، ذرهٔ M به مکان $y_2=+A$ می‌رسد؛ یعنی پس از طی مسافت $2A$، ذرهٔ M نصف نوسان کامل را انجام می‌دهد. در نتیجه، مدت زمان طی‌شده، $\Delta t=\frac{T}{2}$ است.

گام سوم حال با استفاده از رابطهٔ $\frac{\Delta x}{\lambda}=\frac{\Delta t}{T}$، می‌توانیم مسافت طی‌شده توسط موج در این مدت زمان را محاسبه کنیم:

$$\frac{\Delta x}{\lambda}=\frac{\Delta t}{T}\xrightarrow[\lambda=32cm]{\Delta t=\frac{T}{2}}\frac{\Delta x}{32}=\frac{\frac{T}{2}}{T}=\frac{1}{2}\Rightarrow\Delta x=16\,cm$$

بنابراین اگر T را دورهٔ دستگاه در نظر بگیریم، لحظه‌های تأثیر نیرو از رابطهٔ $t = nT$ به‌دست می‌آید: $t = nT \Rightarrow 0/4n\pi = nT \Rightarrow T = 0/4\pi\,s$

گام دوم حال با استفاده از رابطهٔ $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ داریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \xrightarrow[k=200\,N/m]{T=0/4\pi\,s} 0/4\pi = 2\pi\sqrt{\frac{m}{200}}$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم}} \frac{4}{100} = \frac{m}{200} \Rightarrow m = 8\,kg$$

۱۷۶۰. گزینه ۴

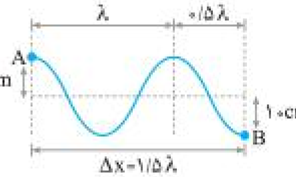
گام اول با استفاده از رابطهٔ $\lambda = \frac{v}{f}$، طول‌موج را محاسبه می‌کنیم:

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow[f=400\,Hz]{v=20\,m/s} \lambda = \frac{20}{400} = \frac{1}{20}m = 5\,cm$$

گام دوم حالا باید محاسبه کنیم که Δx_{AB} چند برابر طول‌موج است:

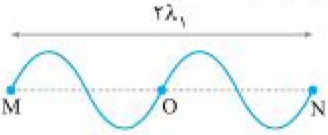
$$\frac{\Delta x_{AB}}{\lambda} = \frac{7/5}{5} = 1/5 \Rightarrow \Delta x_{AB} = 1/5\lambda$$

گام سوم چون $\Delta x_{AB} = 1/5\lambda$ است، در نتیجه وضعیت نقاط A و B در لحظهٔ مدنظر طراح، مانند شکل زیر است. مشاهده می‌کنید در این لحظه نیز نقطهٔ B در دورترین فاصله (۱۰cm) از نقطهٔ تعادل قرار دارد.



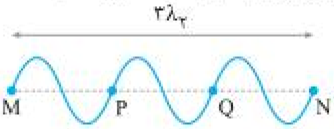
۱۷۶۱. گزینه ۴

گام اول حداقل فاصلهٔ بین دو نقطه که وضعیت نوسانی مشابه دارند برابر با λ است. در حالت اول یک نقطهٔ دیگر نیز بین دو نقطهٔ M و N با وضعیت نوسانی مشابه وجود دارد. وضعیت M و N در این حالت مانند شکل مقابل است. در این شکل M، N و O وضعیت نوسانی مشابه دارند.



$\Delta x_{MN} = 2\lambda_1$

گام دوم در حالت دوم یک نقطهٔ دیگر نیز با وضعیت نوسانی مشابه اضافه می‌شود. وضعیت M و N در این حالت مانند شکل مقابل است. در این شکل M، N، P و Q وضعیت نوسانی مشابه دارند.



$\Delta x_{MN} = 3\lambda_2$

گام سوم فاصلهٔ بین M و N در هر دو حالت یکسان است؛ در نتیجه می‌توان نوشت:

$$\underset{(\text{حالت اول})}{\Delta x_{MN}} = \underset{(\text{حالت دوم})}{\Delta x_{MN}} \Rightarrow 2\lambda_1 = 3\lambda_2 \Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{2}{3}$$

گام چهارم با استفاده از رابطهٔ $\lambda = \frac{v}{f}$ می‌توان نوشت:

$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow{f\ \text{ثابت است}} \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} \xrightarrow{\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{2}{3}} \frac{v_2}{v_1} = \frac{2}{3}$$

گام پنجم تندی انتشار موج در تار از رابطهٔ $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ به‌دست می‌آید:
بنابراین داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} \xrightarrow{\frac{v_2}{v_1}=\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{4}{9}$$

۱۷۶۲. گزینه ۳

گام اول طول موج را از رابطهٔ $\lambda = \frac{v}{f}$، محاسبه می‌کنیم:

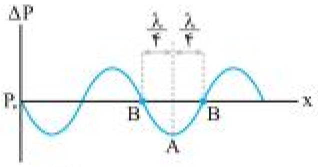
$$\lambda = \frac{v}{f} \xrightarrow[f=850\,Hz]{v=340\,m/s} \lambda = \frac{340}{850} = 0/4m \xrightarrow{\times 100} \lambda = 40\,cm$$

گام دوم باید محاسبه کنیم که $\Delta x = 10cm$ چه کسری از طول‌موج است:

$$\frac{\Delta x}{\lambda} = \frac{10cm}{40cm} = \frac{1}{4} \Rightarrow \Delta x = \frac{\lambda}{4}$$

یعنی بین دو نقطهٔ A و B به‌اندازهٔ $\frac{\lambda}{4}$ فاصله است.

گام سوم نمودار تغییر فشار بر حسب مکان برای محیطی که صوت از آن عبور می‌کند، مطابق شکل است.



زمانی که فشار نقطهٔ A کمینه است، یعنی در درهٔ نمودار قرار دارد. مشاهده می‌کنید که اگر از نقطهٔ A، $\Delta x = \frac{\lambda}{4}$ چه به چپ و چه به راست برویم به نقطهٔ تعادل و فشار عادی می‌رسیم. یعنی فشار در نقطهٔ B، مقدار عادی (P_0) خود را دارد.

۱۷۶۳. گزینه ۴ طبق اثر دوپلر می‌دانیم که اگر شنونده در حال نزدیک شدن به چشمهٔ صوت باشد، بسامد دریافتی توسط آن افزایش می‌یابد و به موجب این افزایش بسامد، امکان دارد که صوت وارد ناحیهٔ فراصوت شود و شنونده دیگر قادر به شنیدن این صدا نباشد؛ همچنین وقتی شنونده شروع به دور شدن از چشمه می‌کند، بسامد صوت دریافتی توسط آن کاهش می‌یابد و این کاهش بسامد، ممکن است منجر به این شود که صوت وارد ناحیهٔ فروصوت شده و شنونده دیگر آن را نشنود؛ بنابراین موارد (الف) و (ب) درست هستند.
اگر شنونده شروع به حرکت به سمت چشمهٔ صوت کند، طبق اثر دوپلر، بسامد دریافتی توسط آن افزایش می‌یابد و این موضوع باعث افزایش ارتفاع صوت می‌شود؛ همچنین با نزدیک‌تر شدن شنونده به چشمه، شدت صوت نیز افزایش می‌یابد و افزایش شدت صوت منجر به افزایش بلندی صدای دریافتی می‌شود.

۱۷۶۴. گزینه ۴ پس از کشیدن دو وزنه به سمت راست و رها کردن هم‌زمان آن‌ها، هر کدام از وزنه‌ها پس از نیم دورهٔ نوسان $(\frac{T}{2})$ به حداکثر فشردگی خود می‌رسند. بنابراین زمان‌هایی که پس از رها کردن جرم‌های m_A و m_B، دو فنر به حداکثر فشردگی می‌رسند، برابر است با:

$$\frac{T_A}{2}, T_A + \frac{T_A}{2}, 2T_A + \frac{T_A}{2}, \ldots$$

$$= \frac{T_A}{2}, \frac{3T_A}{2}, \frac{5T_A}{2}, \ldots, (2k-1)\frac{T_A}{2} \quad , \quad k = 1, 2, 3, \cdots$$

$$\frac{T_B}{2}, T_B + \frac{T_B}{2}, 2T_B + \frac{T_B}{2}, \ldots$$

$$= \frac{T_B}{2}, \frac{3T_B}{2}, \frac{5T_B}{2}, \ldots, (2k'-1)\frac{T_B}{2} \quad , \quad k' = 1, 2, 3, \cdots$$

چون می‌خواهیم دو فنر به‌طور همزمان به حداکثر فشردگی خود برسند، داریم:

$$\frac{(2k-1)T_A}{2} = \frac{(2k'-1)T_B}{2} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{2k'-1}{2k-1} \quad (1)$$

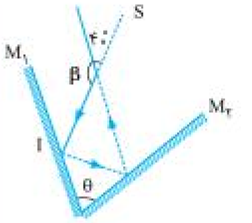
با استفاده از رابطهٔ دورهٔ نوسان مجموعهٔ جرم و فنر داریم:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$\xrightarrow[m_B=3m_A]{k_A=2k_B} \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{m_A}{m_B} \times \frac{k_B}{k_A}} = \sqrt{\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}} = \frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1)\ \text{و}\ (2)} \frac{1}{3} = \frac{2k'-1}{2k-1} \Rightarrow 6k' - 3 = 2k - 1$$

$$\Rightarrow k' = \frac{2k+2}{6} \Rightarrow k' = \frac{k+1}{3}$$

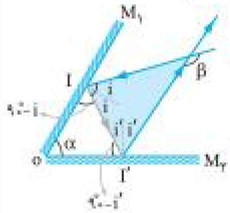


گام دوم باید توجه داشت که برای محاسبهٔ زاویهٔ انحراف، دو پرتوی ورودی و خروجی باید از یک نقطه رسم شوند؛ بنابراین داریم:

$$\beta = ۲\theta = ۱۸۰^\circ - ۴۰^\circ = ۱۴۰^\circ \Rightarrow \theta = ۷۰^\circ$$

۱۸۷۶. (گزینه ۱) همان‌طور که در درسنامه ذکر شده زاویهٔ β (زاویهٔ انحراف بین پرتوی تابش و پرتوی بازتابش) برابر ۲α است و مقدار آن مستقل از زاویهٔ تابش (i) است.

بد نیست یک بار دیگر اثبات این نکته را باهم مرور کنیم:



در مثلث OII' داریم:

۱ $(۹۰^\circ - i') + (۹۰^\circ - i) + \alpha = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \alpha = i + i'$

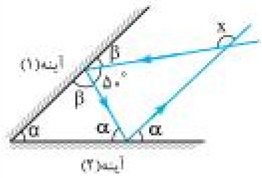
در مثلث رنگی داریم:

۲ $۲i + ۲i' = \beta \Rightarrow \beta = ۲(i + i')$

از ۱ و ۲ نتیجه می‌گیریم که:

$$\beta = ۲(i + i') \Rightarrow \beta = ۲\alpha$$

۱۸۷۷. (گزینه ۱) مطابق درسنامه زاویه‌ی بین پرتو بازتاب از آینهٔ (۲) و پرتوی تابیده‌شده به آینهٔ (۱)، دو برابر زاویهٔ بین دو آینه است. $(x = ۲\alpha)$ با توجه به قانون بازتاب، زاویهٔ بین دو آینه را به‌دست می‌آوریم:



در آینه (۱): $\beta + ۵۰^\circ + \beta = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \beta = ۶۵^\circ$

با توجه به اینکه مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر با ۱۸۰° است، در نتیجه زاویهٔ بین پرتوی بازتاب از آینهٔ (۲) و پرتوی تابیده به آینهٔ (۱) (زاویهٔ x) برابر است با:

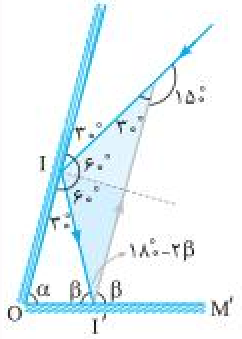
$$۲\alpha + \beta = ۱۸۰^\circ \Rightarrow ۲\alpha + ۶۵^\circ = ۱۸۰^\circ \xrightarrow{x = ۲\alpha} x = ۱۸۰^\circ - ۶۵^\circ = ۱۱۵^\circ$$

۱۸۷۸. (گزینه ۳)

• **روش اول** **گام اول** زاویهٔ پرتوی تابش با سطح آینهٔ M' را β در نظر می‌گیریم و شکل را رسم می‌کنیم. با استفاده از رابطهٔ مجموع زوایای داخلی مثلث رنگی داریم:

مثلث رنگی: $۱۲۰^\circ + ۳۰^\circ + (۱۸۰^\circ - ۲\beta) = ۱۸۰^\circ$

$$\Rightarrow ۱۸۰^\circ - ۲\beta = ۳۰^\circ \Rightarrow \beta = ۷۵^\circ$$



گام دوم در مثلث OII' داریم:

$$\alpha + \beta + ۳۰^\circ = ۱۸۰^\circ$$

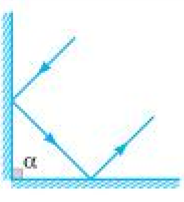
$$\xrightarrow{\beta = ۷۵^\circ} \alpha = ۱۸۰^\circ - ۳۰^\circ - ۷۵^\circ = ۷۵^\circ$$

: **روش دوم** با استفاده از نکتهٔ گفته شده در درسنامه و با توجه به این‌که در صورت سؤال زاویهٔ انحراف پرتو تابش و بازتابش ۱۵۰° داده شده است، داریم: زاویه انحراف $= ۲\alpha$

$$\Rightarrow ۱۵۰^\circ = ۲\alpha \Rightarrow \alpha = ۷۵^\circ$$

دقت کنید: برای محاسبهٔ زاویهٔ انحراف بین پرتوی تابش و بازتاب، دو پرتو باید از یک نقطه رسم شوند؛ یعنی هم مبدأ یا هم رأس باشند.

۱۸۷۹. (گزینه ۳) زاویهٔ انحراف پرتو ورودی و خروجی در دو آینهٔ تخت متقاطع برابر ۱۸۰° است؛ بنابراین داریم:



زاویهٔ انحراف $\beta = ۲\alpha$

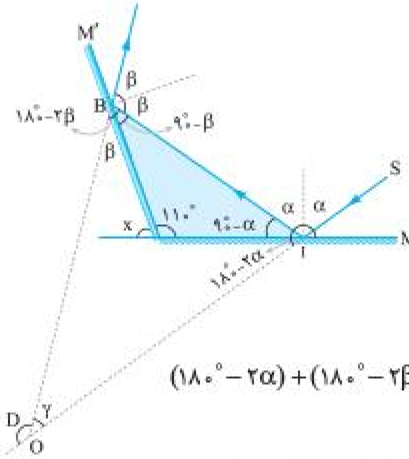
$\Rightarrow$ زاویهٔ بین دو آینه: $۱۸۰^\circ = ۲\alpha \Rightarrow \alpha = ۹۰^\circ$

بنابراین دو آینه برهم عمود هستند.

۱۸۸۰. (گزینه ۴)

• **روش اول** **گام اول** زاویهٔ تابش به آینهٔ M را α و زاویهٔ تابش به آینهٔ M' را β در نظر می‌گیریم؛ بنابراین در مثلث رنگی داریم:

$$(۹۰^\circ - \alpha) + (۹۰^\circ - \beta) + ۱۱۰^\circ = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = ۱۱۰^\circ$$



گام دوم مقدار انحراف پرتو نسبت به جهت اولیه را می‌خواهیم، بنابراین، پرتوهای ورودی و خروجی را امتداد داده تا مثلث $\overset{\triangle}{IOB}$ تشکیل شود. در این مثلث رابطهٔ بین زوایا را می‌نویسیم:

$$(۱۸۰^\circ - ۲\alpha) + (۱۸۰^\circ - ۲\beta) + \gamma = ۱۸۰^\circ \Rightarrow \gamma = ۴۰^\circ$$

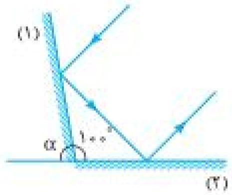
گام سوم بنابراین زاویهٔ انحراف D به‌دست می‌آید:

$$D = ۱۸۰^\circ - \gamma = ۱۸۰^\circ - ۴۰^\circ = ۱۴۰^\circ$$

: **روش دوم** طبق مطلب گفته شده در درسنامه، در اینگونه مسائل که زاویهٔ بین دو آینه بیشتر از ۹۰° است، زاویهٔ انحراف برابر است با:

$$D = ۲(۱۸۰^\circ - \alpha) = ۲(۱۸۰^\circ - ۱۱۰^\circ) = ۱۴۰^\circ$$

۱۸۸۱. (گزینه ۳) طبق نکتهٔ گفته شده در درسنامه، در سؤالاتی از این دست، زاویهٔ انحراف پرتوی بازتابیده از آینهٔ (۲) نسبت به پرتوی تابیده به آینهٔ (۱) برابر است با:



$$\text{زاویهٔ انحراف} = ۲\alpha = ۲(۱۸۰^\circ - ۱۰۰^\circ) = ۱۶۰^\circ$$

۱۸۸۲. (گزینه ۲) مطابق نکتهٔ گفته شده در درسنامه، زاویهٔ انحراف پرتوی تابش اولیه با زاویهٔ بازتابش در حالتی که زاویهٔ بین دو آینه بزرگ‌تر از ۹۰° باشد، $D = ۲\alpha$ است.

α زاویهٔ پشت آینه تا افق است.

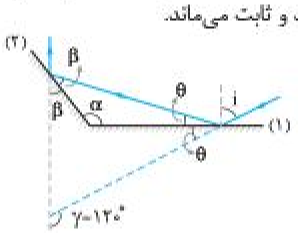
۱۸۸۳. (گزینه ۴)

• **روش اول** **گام اول** می‌دانیم که مجموع دو زاویهٔ داخلی مثلث برابر زاویهٔ خارجی غیرمجاور با آن‌هاست یعنی: $\gamma = ۲\theta + ۲\beta = ۲(\theta + \beta)$

گام دوم در مثلث با رأس α نیز می‌دانیم $\theta + \beta = ۱۸۰^\circ - \alpha$ است پس داریم:

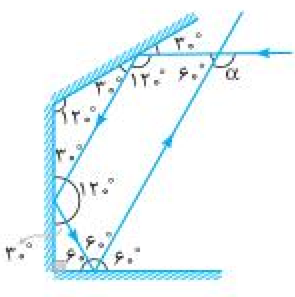
$$\gamma = ۲(۱۸۰^\circ - \alpha)$$

در این رابطه γ به زاویهٔ تابش بستگی ندارد و ثابت می‌ماند.



: **روش دوم** همان‌طور که در درسنامه گفتیم زاویهٔ γ همان زاویهٔ انحراف است و در این حالت از رابطهٔ $\gamma = ۲(۱۸۰^\circ - \alpha)$ محاسبه می‌شود و هیچ ربطی به زاویهٔ تابش ندارد و مستقل از آن است. بنابراین زاویهٔ γ تغییر نمی‌کند.

۱۸۸۴. (گزینه ۲) با توجه به این نکته که هر زاویه‌ای که پرتوی تابش با سطح آینه می‌سازد، همان زاویه را پرتوی بازتاب با سطح آینه می‌سازد، شکل را مجدداً رسم کرده و اندازهٔ زوایا را روی آن مشخص می‌کنیم:



برای محاسبهٔ زوایا علاوه بر نکتهٔ فوق از دو نکتهٔ زیر استفاده کنید:

۲۲۹۰. گزینهٔ ۱ چون تابع کار فلز و بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها معلوم‌اند، به‌صورت زیر طول‌موج (λ) را می‌یابیم:

$$K_{max} = hf - W_0 \xrightarrow{f=\frac{c}{\lambda}} K_{max} = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\xrightarrow[K_{max}=۴/۴eV,\ c=۳\times۱۰^{۸}m/s]{W_0=۲/۸eV,\ h=۴\times۱۰^{-۱۵}eV.s} ۴/۴ = \frac{۴\times۱۰^{-۱۵}\times۳\times۱۰^{۸}}{\lambda} - ۲/۸$$

$$\Rightarrow ۷/۲ = \frac{۱۲\times۱۰^{-۷}}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{۱۲\times۱۰^{-۷}}{۷/۲} = \frac{۱}{۶}\times۱۰^{-۶} m = \frac{۱}{۶}\mu m$$

۲۲۹۱. گزینهٔ ۲ با استفاده از رابطهٔ $K_{max} = hf - W_0$ و با توجه به این‌که $K_{max} = ۲eV$، $K'_{max} = ۶eV$ و $f' = ۲f$ است، به‌صورت زیر، با حل دستگاه دو معادله دو مجهول زیر، W_0 را حساب می‌کنیم:

$$K_{max} = hf - W_0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{K_{max}=۲eV} ۲ = hf - W_0 \quad ① \\ \xrightarrow[f'=۲f]{K'_{max}=۶eV} ۶ = h\times۲f - W_0 \quad ② \end{cases} \xrightarrow{①\times۲}$$

$$\begin{cases} ۴ = ۲hf - ۲W_0 \\ ۶ = ۲hf - W_0 \end{cases} \xrightarrow{①-②} W_0 = ۲eV$$

۲۲۹۲. گزینهٔ ۴

یادآوری: هر الکترون‌ولت معادل با $۱/۶\times۱۰^{-۱۹}J$ است.

با استفاده از رابطه‌های $K_{max} = hf - W_0$ و $W_0 = hf_0$ و با توجه به این‌که $f = ۴f_0$ است، به‌صورت زیر بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های خارج شده از فلز را حساب می‌کنیم:

$$K_{max} = hf - W_0 \xrightarrow{f=۴f_0} K_{max} = h\times۴f_0 - W_0$$

$$\Rightarrow K_{max} = ۴hf_0 - W_0 \xrightarrow{hf_0=W_0} K_{max} = ۴W_0 - W_0$$

$$\Rightarrow K_{max} = ۳W_0 \xrightarrow{W_0=۲eV} K_{max} = ۳\times۲ = ۶eV$$

با توجه به این‌که $۱eV = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}J$ است، K_{max} برحسب ژول برابر است با: $K_{max} = ۶\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}J \Rightarrow K_{max} = ۹/۶\times۱۰^{-۱۹}J$

دام آموزشی: اگر به خواستهٔ سؤال که محاسبهٔ K_{max} برحسب ژول است دقت نمی‌کردید، گزینهٔ «۱» را به عنوان پاسخ انتخاب می‌کردید.

۲۲۹۳. گزینهٔ ۲ با استفاده از رابطهٔ $K_{max} = hf - W_0$، به‌صورت زیر f_0 را برحسب f_1 به‌دست می‌آوریم:

$$K_{max} = hf - W_0 \Rightarrow \frac{K_{max_2}}{K_{max_1}} = \frac{hf_2 - W_0}{hf_1 - W_0}$$

$$\xrightarrow[f_2=۲f_1]{K_{max_2}=۳K_{max_1}} \frac{۳K_{max_1}}{K_{max_1}} = \frac{h(۲f_1) - W_0}{hf_1 - W_0}$$

$$\Rightarrow ۳ = \frac{۲hf_1 - W_0}{hf_1 - W_0} \Rightarrow ۳hf_1 - ۳W_0 = ۲hf_1 - W_0$$

$$\Rightarrow hf_1 = ۲W_0 \xrightarrow{W_0=hf_0} \cancel{h}f_1 = ۲\times\cancel{h}f_0 \Rightarrow f_0 = \frac{۱}{۲}f_1$$

۲۲۹۴. گزینهٔ ۴ **گام اول** با استفاده از رابطهٔ $K_{max} = hf - W_0$، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها را برای حالتی که بسامد نور فرودی برابر با $f = ۲\times۱۰^{۱۵}Hz$ باشد، حساب می‌کنیم:

$$K_{max} = hf - W_0 \xrightarrow[W_0=۲eV,\ h=۴\times۱۰^{-۱۵}eV.s]{f=۲\times۱۰^{۱۵}Hz}$$

$$K_{max} = ۴\times۱۰^{-۱۵}\times۲\times۱۰^{۱۵} - ۲ \Rightarrow K_{max} = ۸ - ۲ = ۶eV$$

گام دوم بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها را برای حالتی که بسامد نور فرودی $f' = \frac{۱}{۲}f = \frac{۱}{۲}\times۲\times۱۰^{۱۵}Hz = ۱۰^{۱۵}Hz$ باشد، حساب می‌کنیم:

$$K'_{max} = ۴\times۱۰^{-۱۵}\times۱۰^{۱۵} - ۲ = ۴ - ۲ \Rightarrow K'_{max} = ۲eV$$

گام سوم در نهایت نسبت $\frac{K'_{max}}{K_{max}}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{K'_{max}}{K_{max}} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

۲۲۹۵. گزینهٔ ۱ با استفاده از معادلهٔ فوتوالکتریک ($K_{max} = hf - W_0$) و با توجه به این‌که $K'_{max} = ۲K_{max}$ است، می‌توان نوشت:

$$\frac{K'_{max}}{K_{max}} = \frac{hf' - W_0}{hf - W_0} \xrightarrow{K'_{max}=۲K_{max}} \frac{۲K_{max}}{K_{max}} = \frac{hf' - W_0}{hf - W_0}$$

$$\Rightarrow ۲ = \frac{hf' - W_0}{hf - W_0} \Rightarrow hf' - W_0 = ۲hf - ۲W_0 \Rightarrow hf' = ۲hf - W_0$$

اگر طرفین رابطه را به hf تقسیم کنیم، داریم:

$$\frac{hf'}{hf} = \frac{۲hf - W_0}{hf} \Rightarrow \frac{f'}{f} = \frac{۲hf}{hf} - \frac{W_0}{hf} \Rightarrow \frac{f'}{f} = ۲ - \frac{W_0}{hf}$$

از $۱ > \frac{W_0}{hf} > ۰$ می‌توان نتیجه گرفت $۲ > ۲ - \frac{W_0}{hf} > ۱$ است.

۲۲۹۶. گزینهٔ ۱ با استفاده از رابطهٔ $K_{max} = hf - W_0$، به‌صورت زیر، k را به‌دست می‌آوریم:

$$K_{max} = hf - W_0 \Rightarrow hf = K_{max} + W_0 \Rightarrow \frac{\cancel{h}f'}{\cancel{h}f} = \frac{K'_{max} + W_0}{K_{max} + W_0}$$

$$\xrightarrow[f'=kf]{K'_{max}=۴K_{max}} \frac{kf}{f} = \frac{۴K_{max} + W_0}{K_{max} + W_0}$$

$$\Rightarrow k = \frac{۳K_{max} + K_{max} + W_0}{K_{max} + W_0}$$

$$\Rightarrow k = \frac{۳K_{max}}{K_{max} + W_0} + \frac{K_{max} + W_0}{K_{max} + W_0}$$

$$\Rightarrow k = \frac{۳K_{max}}{K_{max} + W_0} + ۱ \xrightarrow{۰<\frac{۳K_{max}}{K_{max}+W_0}<۳} ۱ < k < ۴$$

تذکر: برای این‌که انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها n برابر شود، احتمالاً لازم نیست بسامد نور فرودی n برابر شود، بسامد نور فرودی زیاد می‌شود اما n برابر نمی‌شود. «n > تغییرات»

۲۲۹۷. گزینهٔ ۲ با استفاده از معادلهٔ فوتوالکتریک ($K_{max} = hf - W_0$) و با توجه به این‌که $f = \frac{c}{\lambda}$ و $W_0 = hf_0 = h\frac{c}{\lambda_0}$ است، به صورت زیر، K_{max} را به‌دست می‌آوریم. (دقت کنید، چون hc برحسب eV.nm است، باید λ را برحسب nm جایگذاری نمایید.)

$$\lambda_0 = ۳۱۰nm,\ \lambda = ۲۰۰nm,\ hc = ۱۲۴۰eV.nm$$

$$K_{max} = hf - W_0 \xrightarrow[f=\frac{c}{\lambda}]{W_0=\frac{hc}{\lambda_0}} K_{max} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{۱۲۴۰}{۲۰۰} - \frac{۱۲۴۰}{۳۱۰}$$

$$\Rightarrow K_{max} = ۶/۲ - ۴ = ۲/۲eV$$

۲۲۹۰. (گزینه ۳) می‌دانیم $r_n = a_0 n^2$ و $r_1 = a_0$ است. از طرفی اختلاف شعاع دو مدار متوالی $11r_1$، $r_n - r_{n'} = 11r_1$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$r_n - r_{n'} = 11r_1 \xrightarrow[r_{n'}=r_1 n'^2]{r_n=r_1 n^2} r_1 n^2 - r_1 n'^2 = 11r_1$$

$$\Rightarrow (n^2 - n'^2) = 11 \Rightarrow (n-n')(n+n') = 11$$

چون دو مدار متوالی هستند $(n-n') = 1$ است.

$$\underbrace{(n-n')}_{1}(n+n') = 11 \Rightarrow n+n' = 11 \xrightarrow{n=n'+1} \begin{cases} n=6 \\ n'=5 \end{cases}$$

۲۲۹۱. (گزینه ۱) **گام اول** با استفاده از رابطهٔ شعاع مدارهای الکترون برای اتم هیدروژن ($r_n = a_0 n^2$)، شمارهٔ مداری را که شعاع مدار به $16r_1$ می‌رسد را به‌دست می‌آوریم:

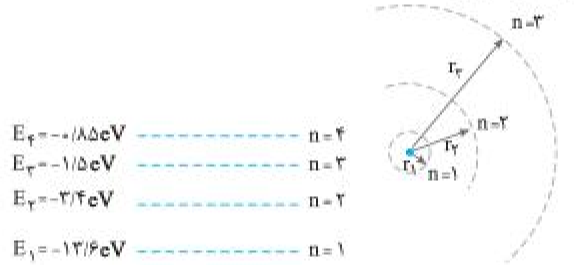
$$r_n = a_0 n^2 \xrightarrow{n=1} r_1 = a_0$$

$$r_n = n^2 r_1 \xrightarrow{r_n=16r_1} 16r_1 = n^2 r_1 \Rightarrow 16 = n^2 \Rightarrow n=4$$

بنابراین الکترون باید از تراز $n=1$ به تراز $n=4$ برود.

گام دوم تمام گذارهایی که به $n=1$ ختم می‌شود، مربوط به رشتهٔ لیمان است. بنابراین در گذار الکترون از تراز $n=4$ به تراز $n'=1$، طول‌موج‌های فوتون‌های گسیل شده، مربوط به رشتهٔ لیمان خواهند بود.

۲۲۹۲. (گزینه ۴) **گام اول** بنا به رابطهٔ $E_n = -\frac{13/6\,eV}{n^2}$ و با توجه به شکل که طیف انرژی مربوط به الکترون در هریک از مدارهای اتم هیدروژن است، با افزایش شمارهٔ مدار (n)، انرژی الکترون افزایش و اختلاف انرژی دو مدار متوالی کم می‌شود.



گام دوم بنا به رابطهٔ $r_n = a_0 n^2$ و با توجه به شکل، با افزایش شمارهٔ مدار، فاصلهٔ دو مدار متوالی افزایش می‌یابد.

$$r_n = a_0 n^2 \Rightarrow \begin{cases} n_1 = 1 \Rightarrow r_1 = a_0 \\ n_2 = 2 \Rightarrow r_2 = 4a_0 \\ n_3 = 3 \Rightarrow r_3 = 9a_0 \end{cases}$$

۲۲۹۳. (گزینه ۳) با استفاده از رابطهٔ انرژی الکترون در اتم هیدروژن $E_n = \frac{-E_R}{n^2}$، می‌توان نوشت:

$$E_n = -\frac{E_R}{n^2} \Rightarrow \frac{E_{n'}}{E_{n_1}} = (\frac{n}{n'})^2 \xrightarrow[n'=3]{n=2}$$

$$\frac{E_3}{E_2} = (\frac{2}{3})^2 \Rightarrow \frac{E_3}{E_2} = \frac{4}{9}$$

۲۲۹۴. (گزینه ۴) هنگامی که الکترون از مدار بالاتر $n_U = 5$ به مدار پایین‌تر $n_L = 2$ جهش می‌کند، فوتونی گسیل می‌شود که انرژی آن برابر با اختلاف انرژی دو مدار است. داریم:

$$E_U - E_L = hf \Rightarrow \frac{-E_R}{n_U^2} - \frac{(-E_R)}{n_L^2} = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\Rightarrow E_R(\frac{1}{n_L^2} - \frac{1}{n_U^2}) = \frac{hc}{\lambda} \xrightarrow{n_L=2,\, n_U=5}$$

$$\Rightarrow 13/5(\frac{1}{4} - \frac{1}{25}) = \frac{4/2\times10^{-15}\times3\times10^{8}}{\lambda}$$

$$\Rightarrow \frac{13/5\times21}{100} = \frac{1/26\times10^{-6}}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{126}{21}\times\frac{1}{13/5}\times10^{-6}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{4}{9}\times10^{-6}\,m = \frac{4}{9}\,\mu m$$

۲۲۹۵. (گزینه ۱) با استفاده از رابطهٔ انرژی الکترون در اتم هیدروژن به صورت زیر، $E_n = -\frac{13/6eV}{n^2}$ انرژی الکترون در مدار دوم (تراز دوم) را به دست می‌آوریم:

$$E_n = \frac{-13/6eV}{n^2} \Rightarrow \frac{E_{n_2}}{E_{n_1}} = (\frac{n_1}{n_2})^2$$

$$\xrightarrow[E_1=-13/6eV]{n_1=1,\, n_2=2} \frac{E_2}{-13/6} = \frac{1}{4} \Rightarrow E_2 = -3/4eV$$

۲۲۹۶. (گزینه ۴)

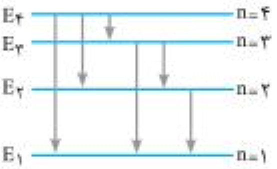
یادآوری: ریدبرگ یکای انرژی است و هر ریدبرگ برابر $+13/6eV$ است. ریدبرگ را با نماد E_R نشان می‌دهند.

با استفاده از رابطهٔ انرژی الکترون در اتم هیدروژن ($E_n = \frac{-E_R}{n^2}$)، E_2 و E_3 را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$E_n = \frac{-E_R}{n^2} \begin{cases} n=2 \Rightarrow E_2 = \frac{-E_R}{2^2} = -\frac{1}{4}E_R \\ n=3 \Rightarrow E_3 = \frac{-E_R}{3^2} = -\frac{1}{9}E_R \end{cases}$$

۲۲۹۷. (گزینه ۲) با استفاده از رابطهٔ $E_n = \frac{-E_R}{n^2}$ داریم:

$$\frac{\Delta E}{\Delta E'} = \frac{-E_R(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2})}{-E_R(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2})} = \frac{1-\frac{1}{9}}{\frac{1}{16} - \frac{1}{36}} = \frac{\frac{8}{9}}{\frac{5}{144}} = 25/6$$



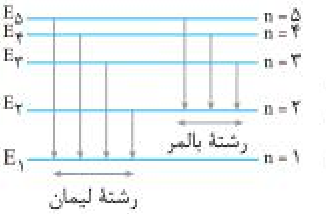
۲۲۹۸. (گزینه ۳) • **روش اول** مطابق شکل، اگر در اتم هیدروژن، الکترون در تراز $n=4$ قرار داشته باشد، تعداد فوتون‌های تابش شده با انرژی‌های متفاوت برابر $N=6$ است.

• **روش دوم** اگر در اتم هیدروژن، الکترون در تراز $n=4$ قرار داشته باشد، با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، تعداد فوتون‌های تابش شده با انرژی‌های مختلف از رابطهٔ مقابل به‌دست می‌آید:

$$N = \frac{n(n-1)}{2} \xrightarrow{n=4} N = \frac{4\times(4-1)}{2} \Rightarrow N=6$$

۲۲۹۹. (گزینه ۳) می‌دانیم گذار الکترون در رشتهٔ لیمان به $n'=1$ و در رشتهٔ بالمر به $n'=2$ ختم می‌شود. بنابراین با توجه به شکل‌ها، وقتی الکترون در تراز $n=5$ قرار دارد، با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، تعداد فوتون‌های تابشی با انرژی‌های مختلف برای رشتهٔ لیمان ۴ فوتون و برای رشتهٔ بالمر ۳ فوتون است.

بنابراین نسبت آن‌ها $\frac{N_{\text{لیمان}}}{N_{\text{بالمر}}} = \frac{4}{3}$ است. دقت کنید، در گذارهای $n=5$ به $n=4$، $n=5$ به $n=3$ و $n=5$ به $n=2$، طول‌موج فوتون‌های تابشی مربوط به رشتهٔ لیمان نخواهد بود. برای رشتهٔ بالمر هم فقط گذارهای $2 \leftarrow 5$، $2 \leftarrow 4$ و $2 \leftarrow 3$ قابل قبول است.



$$E=mc^2 \xrightarrow[c=3\times10^8\,m/s]{m_p=1.67\times10^{-27}\,kg} E=1.67\times10^{-27}\times(3\times10^8)^2$$
$$\simeq 1.5\times10^{-10}\,J$$

۲۵۳۲. گزینه ۴

گام اول ابتدا انرژی را به ژول تبدیل می‌کنیم.

یادآوری:
$$1kWh\times\frac{3600s}{1h}\times\frac{1000W}{1kW}=36\times10^5\,J\Rightarrow$$
$$1kWh=36\times10^5\,J$$

$$E=10^8\,kWh=10^8\times36\times10^5=36\times10^{13}\,J$$

گام دوم حال از رابطهٔ $E=mc^2$ استفاده می‌کنیم:
$$E=mc^2\xrightarrow{c=3\times10^8\,m/s}36\times10^{13}=m\times(3\times10^8)^2$$
$$\Rightarrow 36\times10^{13}=m\times9\times10^{16}\Rightarrow m=4\times10^{-3}\,kg=4\,g$$

۲۵۳۳. گزینه ۴

با استفاده از رابطهٔ اینشتین، کاهش جرم هسته را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید، ابتدا باید انرژی را از MeV به ژول تبدیل کنیم:
$$E=2.25\times10^4\,MeV\times\frac{10^6\,eV}{1MeV}\times\frac{1.6\times10^{-19}\,J}{1eV}=3.6\times10^{-9}\,J$$
$$E=mc^2\xrightarrow{c=3\times10^8\,m/s}3.6\times10^{-9}=m\times(3\times10^8)^2$$
$$\Rightarrow m=4\times10^{-26}\,kg\xrightarrow{1kg=10^3\,g}m=4\times10^{-23}\,g$$

۲۵۳۴. گزینه ۱ با توجه به این که هر واحد جرم اتمی معادل $1.66\times10^{-27}\,kg$ است، اختلاف جرم نوکلئون‌ها و هسته برابر است با:
$$\Delta m=0.002\times1.66\times10^{-27}=3.32\times10^{-30}\,kg$$
حالا با استفاده از رابطهٔ $E=\Delta mc^2$ می‌توان انرژی بستگی هستهٔ این عنصر را به دست آورد:
$$E=\Delta mc^2=3.2\times10^{-30}\times(3\times10^8)^2=2.988\times10^{-13}\,J$$

۲۵۳۵. گزینه ۲

گام اول ابتدا با استفاده از رابطهٔ $E=mc^2$، انرژی حاصل از تبدیل یک میلی‌گرم جرم به انرژی را به‌دست می‌آوریم:
$$m=1mg=1\times10^{-3}\,g\xrightarrow{1g=10^{-3}\,kg}m=1\times10^{-6}\,kg$$
$$E=mc^2\xrightarrow{c=3\times10^8\,m/s}E=1\times10^{-6}\times(3\times10^8)^2=9\times10^{10}\,J$$

گام دوم چون هر گرم نفت به اندازهٔ $50kJ=50\times10^3\,J$ انرژی تولید می‌کند، با استفاده از تناسب جرم نفت مورد نیاز را به‌دست می‌آوریم:

جرم (g)	۱	m
انرژی (J)	50×10^3	9×10^{10}

$$\Rightarrow m=\frac{9\times10^{10}}{5\times10^4}$$
$$=1.8\times10^6\,g=1800\,kg$$

۲۵۳۶. گزینه ۲

ابتدا انرژی بستگی هسته‌ای را براساس رابطهٔ $E=\Delta mc^2$ حساب می‌کنیم:
$$E=\Delta mc^2=(ZM_p+NM_n-M_x)c^2\xrightarrow{Z=2,\,N=2}$$
$$E=(2\times1.67\times10^{-27}+2\times1.68\times10^{-27}-6.6\times10^{-27})\times(3\times10^8)^2$$
$$\Rightarrow E=(0.1\times10^{-27})\times9\times10^{16}=9\times10^{-12}\,J$$

۲۵۲۷. گزینه ۱ می‌دانیم انرژی حاصل از تبدیل جرم به انرژی برابر $E=m'c^2$ و انرژی لازم برای بالا بردن جسم تا ارتفاع h از سطح زمین برابر $U=mgh$ است؛ بنابراین می‌توان نوشت:
$$U=E\Rightarrow mgh=m'c^2$$
$$\xrightarrow[c=3\times10^8\,m/s,\,g=10\,m/s^2]{h=100\,m,\,m'=1g=10^{-3}\,kg}m\times10\times100=10^{-3}\times9\times10^{16}$$
$$\Rightarrow m=9\times10^{10}\,kg=9\times10^7\,ton=$$ ۹۰ میلیون تن

تذکر: این عدد بسیار بزرگ است و نشان می‌دهد که با تبدیل ماده به انرژی، مقدار زیادی انرژی آزاد خواهد شد.

۲۵۲۸. گزینه ۳ با برابر قراردادن $E=mc^2$ و $E=hf$ (انرژی فوتون) داریم:
$$E=hf=mc^2\Rightarrow m=\frac{hf}{c^2}=\frac{6\times10^{-34}\times1.8\times10^{15}}{9\times10^{16}}$$
$$=1.2\times10^{-35}\,kg=1.2\times10^{-32}\,g$$

۲۵۲۹. گزینه ۴ **گام اول** ابتدا با استفاده از رابطهٔ $E=mc^2$ انرژی حاصل از تبدیل 4g جرم به انرژی را به‌دست می‌آوریم:
$$E=mc^2\xrightarrow[c=3\times10^8\,m/s]{m=4g=4\times10^{-3}\,kg}$$
$$E=4\times10^{-3}\times(3\times10^8)^2=36\times10^{13}\,J$$

گام دوم حالا با استفاده از رابطهٔ $U=Pt$، انرژی مصرفی یک عدد لامپ ۱۰۰ واتی به مدت ۲۰ ساعت را حساب می‌کنیم:
$$U=Pt\xrightarrow[P=100\,W]{t=20h=20\times3600\,s}U=100\times20\times3600=72\times10^5\,J$$

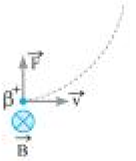
گام سوم با تقسیم حاصل از تبدیل جرم به انرژی بر انرژی مصرف‌شدهٔ یک لامپ، تعداد لامپ‌ها را تعیین می‌کنیم:
$$\text{تعداد لامپ‌ها}=\frac{E}{U}=\frac{36\times10^{13}}{72\times10^5}=5\times10^7$$
$$\Rightarrow \text{تعداد لامپ‌ها}=50\times10^6$$ (۵۰ میلیون)

۲۵۴۰. گزینه ۴ ذرهٔ آلفا از جنس هستهٔ هلیم $({}^4_2He)$ است و بار الکتریکی آن $q=+2e$ است؛ بنابراین در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی می‌تواند منحرف شود.

ذرهٔ بتا از جنس الکترون $({}^{\;0}_{-1}e^-)$ و یا پوزیترون $({}^{\;0}_{+1}e^+)$ است و بار الکتریکی آن $q=\pm e$ است؛ بنابراین در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی می‌تواند منحرف شود.

۲۵۴۱. گزینه ۱ طبق رابطهٔ $F=|q|vB\sin\theta$، بر ذرات باردار متحرک در میدان مغناطیسی نیرو وارد می‌شود چون پرتو (۲) بدون انحراف از میدان مغناطیسی گذشته است، بنابراین بار آن صفر و نوع پرتو گاما است. با توجه به انحراف پرتوهای (۱) و (۳) و با استفاده از قانون دست راست برای تعیین جهت نیروی مغناطیسی، نوع بار ذرهٔ (۱) مثبت (آلفا یا β^+) و نوع بار ذرهٔ (۳)، منفی (β^-) است.

۲۵۴۲. گزینه ۳ **گام اول** چون بار الکتریکی پرتو β^+ مثبت و جهت انحراف آن در میدان مغناطیسی به طرف بالا است، به کمک قاعدهٔ دست راست جهت میدان مغناطیسی درون‌سو خواهد بود.



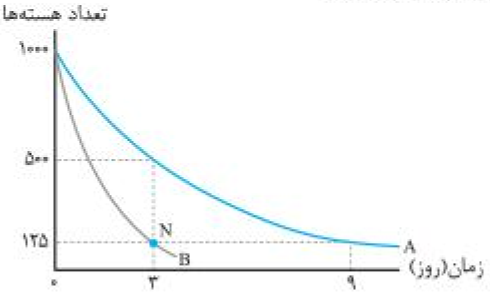
گام دوم همچنین چون جهت انحراف ذرهٔ X به طرف بالا و جهت میدان مغناطیسی درون‌سو است، با توجه به قاعدهٔ دست راست، بار الکتریکی ذرهٔ X باید منفی باشد.

گام چهارم با استفاده از رابطهٔ تعداد هسته‌های پرتوزای باقی‌مانده، تعداد هسته‌های باقی‌مانده در زمان $t'+96$ را حساب می‌کنیم:

$$N_{t'+96}=\frac{N_{t'+64}}{2^{n'}}\xrightarrow[n'=2]{N_{t'+64}=500}N_{t'+96}=\frac{500}{2^2}=125$$

۲۶۲۳. گزینه ۳

گام اول با توجه به نمودار، تعداد هسته‌های اولیهٔ مادهٔ پرتوزای A برابر ۱۰۰۰ عدد است که بعد از ۳ روز نصف شده است؛ بنابراین نیمه‌عمر مادهٔ پرتوزای A برابر ۳ روز است.



گام دوم برای مادهٔ A باید مشخص کنیم بعد از ۹ روز چه تعداد از هسته‌ها باقی می‌ماند:

$$n_A=\frac{t_A}{(T_{\frac{1}{2}})_A}\xrightarrow[(T_{\frac{1}{2}})_A=3\ \text{روز}]{t_A=9\ \text{روز}}n_A=\frac{9}{3}=3$$

$$N_A=\frac{N_{0A}}{2^{n_A}}\xrightarrow[n_A=3]{N_{0A}=1000}N_A=\frac{1000}{2^3}\Rightarrow N_A=125$$

گام سوم می‌بینیم بعد از ۹ روز، ۱۲۵ هسته برای مادهٔ پرتوزای A باقی می‌ماند که این تعداد هسته بعد از ۳ روز برای مادهٔ پرتوزای B باقی خواهد ماند؛ بنابراین برای مادهٔ B می‌توان نوشت:

$$N_B=\frac{N_{0B}}{2^{n_B}}\xrightarrow[N_B=125]{N_{0B}=1000}125=\frac{1000}{2^{n_B}}$$

$$\Rightarrow 2^{n_B}=8=2^3\Rightarrow n_B=3$$

$$n_B=\frac{t_B}{(T_{\frac{1}{2}})_B}\xrightarrow[n_B=3]{t_B=3\ \text{روز}}3=\frac{3}{(T_{\frac{1}{2}})_B}\Rightarrow (T_{\frac{1}{2}})_B=1\ \text{روز}$$

گام چهارم نیمه‌عمر مادهٔ B یک روز است؛ بنابراین برای به‌دست آوردن مدت زمانی که $\frac{1}{32}$ هسته‌های مادهٔ B فعال می‌مانند، می‌توان نوشت:

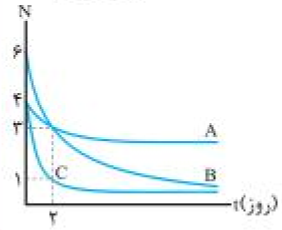
$$N'_B=\frac{N_{0B}}{2^{n'_B}}\xrightarrow{N'_B=\frac{N_{0B}}{32}}\frac{N_{0B}}{32}=\frac{N_{0B}}{2^{n'_B}}$$

$$\Rightarrow 2^{n'_B}=32=2^5\Rightarrow n'_B=5$$

$$n'_B=\frac{t'}{(T_{\frac{1}{2}})_B}\Rightarrow 5=\frac{t'}{1}\Rightarrow t'=5\ \text{روز}$$

۲۶۲۴. گزینه ۲

بررسی همهٔ عبارت‌ها طبق نمودار تعداد هسته‌های فعال اولیه و تعداد هسته‌های باقی‌مانده پس از گذشت ۲ روز داده شده است؛ بنابراین داریم:



$$N=\frac{N_0}{2^n}\Rightarrow 2^n=\frac{N_0}{N}$$

عبارت (پ) درست است.

$$\text{مادهٔ C}\xrightarrow[N_0=4]{N=1}2^n=\frac{4}{1}\Rightarrow n_1=2$$

$$\Rightarrow\frac{t}{(T_{\frac{1}{2}})_C}=2\xrightarrow{t=2\ \text{روز}}(T_{\frac{1}{2}})_C=1\ \text{روز}$$

عبارت (ب) درست است.

$$\text{مادهٔ B}\xrightarrow[N=3]{N_0=6}2^n=\frac{6}{3}\Rightarrow n=1$$

$$\Rightarrow\frac{t}{(T_{\frac{1}{2}})_B}=1\xrightarrow{t=2\ \text{روز}}(T_{\frac{1}{2}})_B=2\ \text{روز}$$

عبارت (الف) نادرست است.

$$\text{مادهٔ A}\xrightarrow[N_0=4]{N=3}2^n=\frac{4}{3}\xrightarrow{\frac{4}{3}<\sqrt{2}}2^n<\sqrt{2}\Rightarrow 2^n<2^{\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow n<\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{t}{(T_{\frac{1}{2}})_A}<\frac{1}{2}\xrightarrow{t=2\ \text{روز}}(T_{\frac{1}{2}})_A>4\ \text{روز}$$

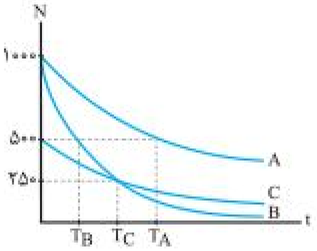
با توجه به نیمه‌عمر ماده‌های A، B و C داریم:

$$(T_{\frac{1}{2}})_A>(T_{\frac{1}{2}})_B>(T_{\frac{1}{2}})_C$$

و این نشان می‌دهد عبارت (ت) نیز نادرست است؛ بنابراین دو عبارت از چهار عبارت داده شده درست است.

۲۶۲۵. گزینه ۴

می‌دانیم در مدت یک نیمه‌عمر، تعداد هسته‌های عنصر پرتوزا نصف می‌شود. (در این تست نیمه عمرها را با T نمایش می‌دهیم)



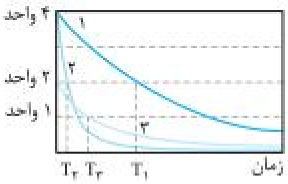
بنابراین مطابق شکل، از نصف تعداد هسته‌های هر عنصر، خطی موازی با محور زمان به‌صورت خط‌چین رسم نموده تا هر نمودار را قطع نماید و سپس از آن نقطه بر محور زمان عمود می‌کنیم تا زمان نیمه‌عمر هر عنصر به‌دست آید و آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم:

$$T_A>T_C>T_B$$

۲۶۲۶. گزینه ۱

نیمه‌عمر مدت زمانی است که تعداد هسته‌های اولیه به نصف برسند. تعداد هسته‌های اولیهٔ نمونه‌های ۱ و ۲، برابر ۴ واحد است. در نتیجه نیمه‌عمر آن‌ها زمان است که تعداد آن‌ها به ۲ واحد برسد.

همچنین تعداد هسته‌های اولیهٔ نمونهٔ ۳، برابر ۲ واحد است. در نتیجه نیمه‌عمر آن‌ها، آن زمانی است که تعداد هسته‌هایش به ۱ واحد برسد. در شکل زیر این زمان‌ها مشخص شده‌اند. مشاهده می‌کنید که $T_2<T_3<T_1$ است.



۲۶۲۷. گزینه ۲

بنا به تعریف، فرایند تقسیم‌شدن هسته‌های سنگین به دو هسته با جرم کمتر، **شکافت هسته‌ای** نامیده می‌شود.